131
6
506.40
.A173
93893
Smith
107

MEMORIE

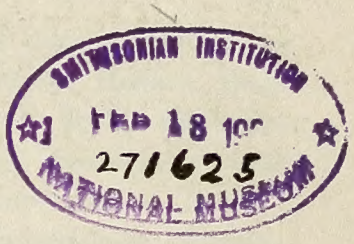
DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

SERIE QUARTA

33550



TOMO IX.

BOLOGNA

TIPI GAMBERINI E PARMEGGIANI

1888

SMITHSONIAN INSTITUTION
271625

ANNO ACCADEMICO 1887-88

MEMBRI DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

ACCADEMICI UFFICIALI

PRESIDENTE

Calori Dott. **Luigi** Comm. ✠; Comm. ✠; Professore ordinario di Anatomia umana e Membro del Consiglio Accademico nella R. Università di Bologna; Membro della Commissione pei testi di Lingua; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

VICE-PRESIDENTE

Ruffini Ing. Dott. **Ferdinando Paolo** Cav. ✠; Uffiz. ✠; Professore ordinario di Meccanica razionale e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Bologna; Incaricato di Statica grafica nella R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Bologna; Professore emerito della R. Università di Modena; Membro del Collegio degli Esaminatori pei Licei e Ginnasii del Regno; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

SEGRETARIO

Cocconi Dott. **Girolamo** Uffiz. ✠; Comm. ✠; Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario d' Igiene e Materia Medica, Incaricato dell' insegnamento della Ezoognosia, e Direttore della R. Scuola Superiore di Medicina Veterinaria di Bologna; Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Bologna; Professore emerito della R. Università di Parma; Membro della Commissione per la compilazione della Farmacopea ufficiale; già Membro del Consiglio Superiore di Sanità del Regno.

VICE-SEGRETARIO

Palagi Dott. **Alessandro** Cav. ✠; Astronomo aggiunto all' Osservatorio della R. Università di Bologna.

AMMINISTRATORE GRAZIOSO

Brugnoli Dott. **Giovanni** Cav. ✠; Comm. ✠; Comm. dell' Ordine Serbo del Tokovo; Professore ordinario di Patologia speciale medica e Preside della

Facoltà Medica nella R. Università di Bologna; Vice-Presidente del Consiglio Sanitario Provinciale di Bologna.

ACCADEMICI PENSIONATI O BENEDETTINI

SEZIONE PRIMA

Scienze Fisiche e Matematiche.

Beltrami Dott. **Eugenio** Cav. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; già Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Pavia; Professore emerito della R. Università di Pisa; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo; Socio corrispondente della Società R. di Napoli e della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Donati Dott. **Luigi** Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Bologna, e Professore straordinario di Fisica tecnica nella R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri.

Razzaboni Ing. Dott. **Cesare** Comm. ✠; Grande Uffiz. ✠; Professore ordinario d' Idraulica e Direttore della R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri in Bologna; Professore emerito della R. Università di Modena; Membro della Commissione conservatrice de'monumenti ed oggetti d'arte e di antichità in Modena; Direttore del Catasto per le Provincie di Modena e di Reggio Emilia; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; ex Deputato al Parlamento.

Riccardi Ing. Dott. **Pietro** Uffiz. ✠; Comm. ✠; Professore ordinario di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri in Bologna (in riposo); Professore emerito nella R. Università di Modena; Membro della Deputazione di Storia patria per le Provincie Modenesi.

Righi Dott. **Augusto** Cav. ✠; Professore ordinario di Fisica nella R. Università di Padova.

Ruffini Prof. **Ferdinando Paolo** *Vice-Presidente*, predetto.

Saporetti Dott. **Antonio** Cav. ✠; Professore ordinario di Astronomia e Direttore dell' Osservatorio astronomico della R. Università di Bologna.

Villari Dott. **Emilio** Cav. ✠; Professore ordinario di Fisica nella R. Università di Bologna; Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della Società R. di Napoli e del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

SEZIONE SECONDA

Scienze Naturali.

Bombicci Dott. **Luigi** Cav. ✠; Comm. ✠; Professore ordinario di Mineralogia nella R. Università di Bologna; Incaricato di Mineralogia e Geologia applicate nella R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri; Deputato Provinciale di Bologna; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze lettere ed arti.

Capellini Dott. **Giovanni** Uffiz. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; Comm. dell' Ordine di Danebrog di Danimarca; Comm. dell' O. del Salvatore di Grecia; Comm. dell' O. della Stella Polare di Svezia; Comm. dell' O. del merito scientifico di S. Giacomo della Spada di Portogallo; Cav. dell'O. della Concezione di Portogallo; Cav. dell'O. della Rosa del Brasile; Cav. della Legion d'onore di Francia; Uffiziale dell' O. ottomano del Medjidié; Comm. dell' O. di S. Marino; Decorato delle Palme dell' Istruzione pubblica di Francia; Medaglia d' oro dei Benemerenti di Romania; Professore ordinario di Geologia e Rettore della R. Università di Bologna; Dottore aggregato della classe di scienze fisiche nella R. Università di Genova; Membro del R. Comitato Geologico Italiano; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, e della R. Società di Napoli; Presidente della R. Accademia Valdarnese del Poggio in Montevarchi; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Cavazzi Ing. **Alfredo** Assistente al Laboratorio di Chimica inorganica ed Incaricato dell' insegnamento della Chimica minerale nella R. Università, e della Chimica Docimastica nella R. Scuola d' Applicazione per gli Ingegneri in Bologna.

Ciaccio Dott. **Giuseppe Vincenzo** Cav. ✠; Comm. ✠; Preside della Facoltà di scienze Matematiche, Fisiche e Naturali e Professore ordinario di Anatomia e Fisiologia comparata e d' Istologia normale nella R. Università di Bologna.

Cocconi Prof. **Girolamo** *Segretario*, predetto.

Palagi Dott. **Alessandro** *Vice-Segretario*, predetto.

Santagata Dott. **Domenico** Cav. ✠; Professore ordinario di Chimica inorganica nella R. Università di Bologna.

Trinchese Dott. **Salvatore** Cav. ✠ ; Cav. ✠ ; Membro del Consiglio Superiore e della Giunta di pubblica Istruzione ; Professore ordinario di Anatomia comparata e Rettore della R. Università di Napoli; Dottore aggregato della classe di scienze fisiche nella R. Università di Genova; Socio ordinario residente della R. Società di Napoli ; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

SEZIONE TERZA

Medicina e Chirurgia.

Albertoni Dott. **Pietro** Cav. ✠ ; Professore ordinario di Fisiologia, ed Incaricato dell' insegnamento della Farmacologia sperimentale nella R. Università di Bologna.

Brugnoli Prof. **Giovanni** *Amministratore grazioso*, predetto.

Calori Prof. **Luigi** *Presidente*, predetto.

Gotti Dott. **Alfredo** Cav. ✠ ; Professore ordinario di Chirurgia e di Clinica Medica e Chirurgica Veterinaria, e Incaricato dell' Ostetricia Veterinaria e della Podologia nella Scuola Superiore di Medicina Veterinaria della R. Università di Bologna; Membro del Consiglio Sanitario Provinciale di Bologna.

Loreta Conte Dott. **Pietro** Comm. ✠ ; Professore ordinario di Medicina Operatoria e di Clinica Chirurgica nella R. Università di Bologna; Consigliere del Municipio di Bologna; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

Taruffi Dott. **Cesare** Cav. ✠ ; Professore ordinario di Anatomia Patologica nella R. Università di Bologna ; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

Tizzoni Dott. **Guido** Cav. ✠ ; Professore ordinario di Patologia generale nella R. Università di Bologna ; Membro del Consiglio Sanitario Provinciale di Bologna.

Verardini Dott. **Ferdinando** Cav. ✠ ; già Medico primario dell' Ospedale Maggiore di Bologna ; R. Conservatore del vaccino per le Provincie dell' Emilia, delle Marche e dell' Umbria; già Membro del Consiglio Sanitario Provinciale di Bologna.

ACCADEMICI ONORARI O NON PENSIONATI

SEZIONE PRIMA

Scienze Fisiche e Matematiche.

Colognesi Dott. **Alfonso** Professore titolare di Matematica nel R. Liceo *Galvani* di Bologna.

Cremona Ing. **Luigi** Comm. ❖; Comm. ❁; Consigliere e Cav. ❁; Senatore del Regno; Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Matematiche superiori e Incaricato della Geometria analittica nella R. Università di Roma; Direttore della R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri in Roma; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo; Socio ordinario non residente della Società R. di Napoli; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze; Membro straniero della Società R. di Londra.

D' Arcais Ing. **Francesco** Professore ordinario di Calcolo infinitesimale e Libero insegnante di Analisi superiore nella R. Università di Padova.

Fais Ing. **Antonio** Uffiz. ❁; Professore ordinario di Calcolo infinitesimale, Incaricato del Disegno d'ornato e di architettura elementare, e Membro del Consiglio Accademico nella R. Università di Cagliari; Professore titolare di Matematica nel R. Liceo *Dettori* di Cagliari.

Filopanti Ing. **Quirico** Professore onorario della R. Università di Bologna; Consigliere del Municipio di Bologna.

Gualandi Ing. **Francesco**.

Pincherle Ing. **Salvatore** Professore straordinario di Algebra e Geometria analittica nella R. Università di Bologna.

Sacchetti Ing. **Gualtiero** Cav. ❁; Deputato al Parlamento; Rappresentante il Consorzio Universitario nel Consiglio direttivo della R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri in Bologna; Assessore Municipale e Presidente del Consiglio Provinciale di Bologna.

SEZIONE SECONDA

Scienze Naturali.

Bellonci Dott. **Giuseppe** Professore straordinario di Anatomia normale microscopica e d' Embriologia, Libero insegnante di Zoologia e di Anatomia comparata nella R. Università di Bologna.

Bertoloni Prof. **Antonio** Cav. ❁.

Biagi Dott. Don **Clodoveo.**

Delpino Dott. **Federico** Uffiz. ❁; Professore ordinario di Botanica, Direttore dell' Orto Botanico; Direttore della Scuola di Magistero in scienze, nella R. Università di Bologna.

Giacomelli Prof. **Enrico.**

Gibelli Dott. **Giuseppe** Cav. ❁; Professore ordinario di Botanica e Direttore dell' Orto Botanico nella R. Università di Torino; Membro residente della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo.

Morini Dott. **Fausto** Assistente d' Igiene e di Materia Medica nella Scuola Superiore di Medicina Veterinaria della R. Università di Bologna.

Rossi Dott. **Agostino** Dissettore di Anatomia comparata nella R. Università di Bologna.

SEZIONE TERZA

Medicina e Chirurgia.

Colucci Dott. **Vincenzo** Professore straordinario di Anatomia patologica nell' Istituto Veterinario della R. Università di Parma.

D' Ajutolo Dott. **Giovanni** Assistente alla Cattedra di Anatomia patologica nella R. Università di Bologna.

Fabbri Dott. **Ercole Federico** Professore ordinario di Ostetricia e di Clinica Ostetrica, Dottrina delle malattie delle donne e dei bambini, nella R. Università di Modena.

Gamberini Dott. **Pietro** Cav. ❁; Uffiz. ❁; Professore straordinario di Dermopatologia e Clinica dermopatica, di Sifilopatologia e Clinica sifilopatica nella R. Università di Bologna.

Gualandi Dott. **Giovanni**.

Massarenti Dott. **Carlo** Cav. ✠; Professore straordinario di Ostetricia, di Clinica Ostetrica e Pediatria nella R. Università di Bologna.

Murri Dott. **Augusto** Cav. ✠; Cav. ✠; Professore ordinario di Clinica Medica nella R. Università di Bologna; Professore onorario della Libera Università di Camerino.

Vitali Dott. **Dioscoride** Professore ordinario di Chimica Farmaceutica, Direttore della Scuola di Farmacia e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Bologna; Membro della Commissione per la Farmacopea ufficiale del Regno; Presidente del Comitato organizzatore dell' Associazione generale de' Farmacisti Italiani.

ACCADEMICI AGGREGATI

SEZIONE PRIMA

Scienze Fisiche e Matematiche.

Benetti Ing. **Jacopo** Cav. ✠; Uffiz. ✠; Professore ordinario di Macchine agricole, idrauliche e termiche, e Incaricato dell' insegnamento sul Materiale mobile delle strade ferrate nella R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri in Bologna.

SEZIONE TERZA

Medicina e Chirurgia.

Mazzotti Dott. **Luigi** Medico primario dell' Ospedale Maggiore di Bologna.

ACCADEMICI CORRISPONDENTI NAZIONALI

SEZIONE PRIMA

Scienze Fisiche e Matematiche.

Battaglini Ing. **Giuseppe** Uffiz. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; Professore ordinario di Calcolo differenziale ed integrale nella R. Università di Napoli; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Presidente della Classe di scienze fisiche e matematiche della Società R. di Napoli; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Betti Ing. **Enrico** Comm. ✠; Grande Uffiz. ✠; Cav. ✠; Comm. della Stella polare di Svezia; Senatore del Regno; già membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Fisica matematica; Incaricato di Astronomia e Meccanica celeste, e Membro del Consiglio Accademico nella R. Università di Pisa; Direttore degli studî nella R. Scuola normale Superiore di Pisa; Socio corrispondente della Società R. di Napoli; Membro della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Blaserna Dott. **Pietro** Uffiz. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; Membro del Consiglio Superiore e della Giunta di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Fisica sperimentale; Preside della Facoltà di scienze Fisiche, Matematiche e Naturali nella R. Università di Roma; Vice-Presidente della Società geografica italiana; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Segretario della R. Accademia dei Lincei per la classe di scienze Fisiche, Matematiche e Naturali; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Boncompagni S. E. Don **Baldassarre** dei Principi di Piombino; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Socio dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.

Brioschi Dott. **Francesco** Grande Uffiz. ✠; Gr. Uffiz. ✠; Cav. ✠; Comm. dell' Ordine del Cristo di Portogallo; Senatore del Regno; Membro del Consiglio Superiore e della Giunta di pubblica Istruzione; Professore ordinario d' Idraulica e Direttore del R. Istituto tecnico Superiore di Milano; Professore emerito della R. Università di Pavia; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo; Socio ordi-

nario non residente della Società R. di Napoli; Membro della R. Accademia delle scienze di Torino; Presidente della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze; Membro corrispondente dell' Istituto di Francia.

Casorati Dott. **Felice** Uffiz. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; Professore ordinario di Calcolo differenziale ed integrale e di Analisi superiore nella R. Università di Pavia; Socio corrispondente delle R. Accademie delle scienze di Torino e di Palermo; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Denza Padre **Francesco** Comm. ✠; Direttore dell' Osservatorio Meteorologico del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

De Rossi Prof. Cav. **Michele Stefano.**

Felici Dott. **Riccardo** Cav. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; Professore ordinario di Fisica e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Pisa; Membro del Consiglio direttivo della R. Scuola normale superiore di Pisa; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Negri Barone **Cristoforo** Grande Uffiz. ✠; Grande Uffiz. ✠; Inviato straordinario e Ministro plenipotenziario a riposo; 1° Presidente fondatore della Società geografica Italiana; Consultore legale del R. Ministero degli affari esteri; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

Palmieri Dott. **Luigi** Grande Uffiz. ✠; Grande Uffiz. ✠; Cav. ✠; Senatore del Regno; Professore ordinario di Fisica terrestre e meteorologica, e Direttore dell' Osservatorio meteorologico Vesuviano nella R. Università di Napoli; Vice-Presidente dell' Accademia Pontoniana di Napoli; Socio residente della Società R. di Napoli; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, e della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Respighi Lorenzo Cav. ✠; Comm. ✠; Professore ordinario di Astronomia nella R. Università di Roma, e Direttore dell'Osservatorio Astronomico del Campidoglio; Professore onorario della R. Università di Bologna; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze, e Amministratore della Società.

Schiaparelli Ing. Prof. **Giovanni** Comm. ✠; Grande Uffiz. ✠; Cav. ✠; Comm. dell' Ordine di S. Stanislao di Russia; Membro del Consiglio Superiore di pubblica

Istruzione; 1° Astronomo e Direttore dell' Osservatorio Astronomico di Brera; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo; Socio corrispondente della Società R. di Napoli; Membro della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Siacci Ing. **Francesco** Cav. ✠; Uffiz. ✠; Maggiore nell' Arma di Artiglieria; Professore ordinario di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, e Professore di matematiche applicate alla Scuola d' Applicazione delle armi di Artiglieria e Genio; Rappresentante il Ministero della guerra nel Consiglio di Amministrazione della R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri di Torino; Membro della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo; Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze; Deputato al Parlamento Nazionale.

Tacchini Ing. Prof. **Pietro** Comm. ✠; Direttore dell' Ufficio centrale di Meteorologia in Roma; Consigliere della Società geografica Italiana; Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, e del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

SEZIONE SECONDA

Scienze Naturali.

Bellardi Luigi Uffiz. ✠; Uffiz. ✠; Cav. dell' Ordine del Cristo di Portogallo; già Professore titolare di Storia Naturale nel R. Liceo *Gioberti*; già Conservatore delle collezioni paleontologiche del Museo di Geologia, ed Assistente al Museo di Mineralogia della R. Università di Torino; Socio ordinario della R. Accademia delle scienze di Torino.

Cannizzaro Stanislao Comm. ✠; Comm. ✠; Cav. ✠; Senatore del Regno; già Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore di Chimica generale, Direttore dell' Istituto Chimico e Membro del Consiglio Accademico nella R. Università di Roma; Incaricato della Chimica docimastica nella R. Scuola d' Applicazione degl' Ingegneri in Roma; Socio ordinario non residente della R. Accademia delle scienze di Torino e della Società R. di Napoli; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti e del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Cossa Nob. Dott. **Alfonso** Comm. ✠; Comm. ✠; Comm. dell' Ordine d' Isabella la Cattolica di Spagna; Professore ordinario di Chimica docimastica, e Direttore

della R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri in Torino; Incaricato della Chimica applicata ai prodotti minerali nel R. Museo Industriale Italiano; Membro del R. Comitato Geologico Italiano; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Membro della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze.

Costa Achille Comm. ✠; Uffiz. ✠; Professore ordinario di Zoologia nella R. Università di Napoli; Socio ordinario residente della Società R. di Napoli; Segretario della Società Italiana delle scienze detta dei XL.

De Zigno Barone **Achille** Comm. ✠; Comm. ✠; Cav. dell' Ordine della Corona ferrea d' Austria; Cav. dell' Ordine della Concezione di Portogallo; Uffiziale dell' Accademia di Francia; decorato della Croce di S. Lodovico pel Merito civile; Membro del R. Comitato geologico Italiano; Socio ordinario non residente della R. Società di Napoli e della R. Accademia delle scienze di Torino; Membro del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Corrispondente nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Meneghini Giuseppe Comm. ✠; Grande Uffiz. ✠; Cav. ✠; Cav. dell' Ordine del Merito civile di Toscana; Senatore del Regno; Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Geologia e Fisica terrestre nella R. Università di Pisa e nella R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri in Pisa; Membro del Consiglio direttivo della R. Scuola normale superiore di Pisa; Professore onorario della R. Università di Padova; Presidente del R. Comitato geologico Italiano; Membro del R. Istituto Veneto; Socio ordinario non residente della Società R. di Napoli; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Omboni Giovanni Cav. ✠; Professore ordinario di Geologia, Direttore della Scuola di Farmacia e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Padova; Incaricato della Mineralogia e Geologia applicata ai materiali di costruzione nella R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri in Padova; Membro del R. Istituto Veneto; Socio corrispondente della Società R. di Napoli.

Passerini Dott. **Giovanni** Cav. ✠; Comm. ✠; Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Botanica, Direttore della Scuola di Farmacia e del R. Istituto Veterinario, e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Parma; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei.

Pavesi Dott. **Pietro** Cav. ✠; Uffiz. ✠; Comm. dell' Ordine austriaco di Francesco Giuseppe; Professore ordinario di Zoologia nella R. Università di Pavia; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo; Membro della Società Geografica Italiana.

Scacchi Arcangelo Comm. ❖ ; Grande Uffiz. ❖ ; Cav. ❖ ; Senatore del Regno ; Professore ordinario di Mineralogia, Direttore della Scuola di Farmacia e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Napoli ; Membro del Consiglio d' amministrazione della R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri in Napoli ; Membro del R. Comitato geologico Italiano ; Socio residente della Società R. di Napoli ; Socio corrispondente della R. Accademia delle scienze di Torino, del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti ; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ; Presidente della Società Italiana delle scienze detta dei XL.

Sobrero Dott. **Ascanio** Comm. ❖ ; Grande Uffiz. ❖ ; Cav. ❖ ; Professore emerito di Chimica docimastica e Vice-Direttore emerito nella R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri in Torino ; Membro del Collegio di scienze Fisiche e Matematiche nella R. Università di Torino ; Segretario perpetuo della Classe di scienze Fisiche e Matematiche della R. Accademia delle scienze di Torino.

Stoppani Abate **Antonio** Cav. ❖ ; Uffiz. ❖ ; Cav. ❖ ; Direttore del Museo Civico di Storia naturale di Milano ; Professore ordinario di Geologia e di Geografia fisica, e Membro del Consiglio Direttivo del R. Istituto Tecnico Superiore di Milano ; Accademico corrispondente della Crusca ; Membro del R. Comitato geologico Italiano ; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo ; Socio corrispondente della Società R. di Napoli ; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Strüver Dott. **Giovanni** Comm. ❖ ; già Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione ; Professore ordinario di Mineralogia nella R. Università di Roma ; Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei.

SEZIONE TERZA

Medicina e Chirurgia.

Baccelli Dott. **Guido** Gran Cordone ❖ ; Gran Cordone ❖ ; Cav. ❖ ; Cav. dell' Ordine di S. Gregorio Magno ; Comm. dell' O. scient. di Federico di Prussia ; Professore ordinario di Clinica Medica nella R. Università di Roma ; Presidente del Consiglio Superiore di Sanità del Regno ; Deputato al Parlamento Nazionale ; ex Ministro della Pubblica Istruzione.

Bottini Dott. **Enrico** Comm. ❖ ; già Professore ordinario di Clinica Chirurgica e Medicina operatoria, e Incaricato degli stessi insegnamenti nella R. Università di Pavia ; Deputato al Parlamento Nazionale.

Corradi Dott. **Alfonso** Comm. ✠ ; Comm. ✠ ; già Membro del Consiglio Superiore di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Terapeutica generale, Materia Medica e Farmacologia sperimentale nella R. Università di Pavia; Membro del Consiglio Superiore di Sanità nel Regno; Presidente del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

Giacomini Dott. **Carlo** Cav. ✠ ; Cav. ✠ ; Professore ordinario di anatomia umana descrittiva e topografica nella R. Università di Torino; Membro della R. Accademia di Medicina di Torino.

Moleschott Dott. **Jacopo** Comm. ✠ ; Grande Uffiz. ✠ ; Comm. dell' Ordine di Casa Mecklemburg ; Cav. del Leone Neerlandese ; Senatore del Regno ; già Membro del Consiglio Superiore e della Giunta di pubblica Istruzione; Professore ordinario di Fisiologia nella R. Università di Roma; Professore onorario della Facoltà Medico-Chirurgica di Torino; Membro della R. Accademia delle scienze di Torino; Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Membro del Consiglio Superiore di Sanità del Regno.

Nicolucci Dott. **Giustiniano** Uffiz. ✠ ; Professore ordinario di Antropologia nella R. Università di Napoli; Ispettore onorario degli scavi e monumenti di antichità della Provincia di Caserta; Socio residente della Società R. di Napoli; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti; Uno dei XL della Società Italiana delle scienze.

Paladino Dott. **Giovanni** Cav. ✠ ; Preside della Facoltà di scienze naturali, e Professore ordinario di Fisiologia e Istologia generale nella R. Università di Napoli; Professore ordinario di Zoologia, Anatomia generale e speciale e Fisiologia sperimentale nella R. Scuola Superiore di Medicina Veterinaria di Napoli.

Palasciano Dott. **Ferdinando** Comm. ✠ ; Senatore del Regno; Professore onorario della R. Università di Napoli.

Rivolta Sebastiano Cav. ✠ ; Professore onorario di Patologia generale ed Anatomia patologica Veterinaria nella R. Scuola Superiore di Medicina Veterinaria della Università di Pisa.

Sangalli Dott. **Giacomo** Cav. ✠ ; Comm. ✠ ; Professore ordinario di Anatomia Patologica e Membro del Consiglio Accademico della R. Università di Pavia; Membro effettivo del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

Tommasi Dott. **Salvatore** Comm. ✠ ; Grande Uffiz. ✠ ; Cav. ✠ ; Senatore del Regno; Professore ordinario di Patologia speciale medica e della 1ª Clinica Medica nella R. Università di Napoli; Presidente della R. Accademia Medico-

Chirurgica di Napoli; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, e del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

ACCADEMICI CORRISPONDENTI ESTERI

SEZIONE PRIMA

Scienze Fisiche e Matematiche.

Airy Sir **Giorgio Biddell** Cav. dell' Ordine di Prussia *pour le mérite*; Membro della Società R. di Londra; Socio straniero della R. Accademia dei Lincei, e della Società Italiana dei XL. *Greenwich* (Londra).

Clausius Rodolfo Giulio Emanuele Membro straniero della Società R. di Londra, della R. Accademia dei Lincei, e della Società Italiana dei XL; Professore nell' Università di *Bonn*.

Darboux Prof. **Gastone** Membro dell' Istituto di Francia. *Parigi*.

Fizeau Prof. **Armando Ippolito** Membro straniero della Società R. di Londra, e della R. Accademia dei Lincei. *Parigi*.

Helmholtz (von) **Ermanno Luigi Ferdinando** Socio corrispondente dell' Istituto di Francia; Membro straniero della Società R. di Londra; Socio straniero della R. Accademia dei Lincei, della Società R. di Napoli, e della Società Italiana dei XL; Professore nell' Università di *Berlino*.

Hermite Prof. **Carlo** Gran Croce della Legion d' Onore; Membro dell' Istituto di Francia; Socio straniero della R. Accademia dei Lincei, della Società Italiana dei XL, della Società R. di Napoli, e della Società R. di Londra. *Parigi*.

Hirn Prof. **Gustavo Adolfo**. *Colmar*.

Joule Dott. **James Prescott** Membro della Società R. di Londra. *Sale* near *Manchester*.

Kronecker Prof. **Leopoldo** Socio straniero della R. Accademia dei Lincei; Membro straniero della Società R. di Londra. *Berlino*.

Lipschitz Prof. **Rodolfo**. *Bonn*.

Neumann Prof. **Carlo**. *Leipzig.*

Neumann Prof. **Francesco Ernesto** Membro straniero della Società R. di Londra, e della R. Accademia dei Lincei. *Königsberg.*

Reye Prof. **Teodoro**. *Strassburg.*

Soret Prof. **Luigi** Socio straniero della R. Accademia dei Lincei. *Ginevra.*

Tchebitchef Prof. **Pafnutij** Socio straniero della R. Accademia dei Lincei; Membro straniero della Società R. di Londra. *S. Pietroburgo.*

Thomson Sir **Guglielmo** Professore nell' Università di *Glasgow*; Comm. della Legion d' Onore di Francia; Cav. dell' O. di Prussia *pour le mérite*; Socio straniero dell' Istituto di Francia, della R. Accademia dei Lincei, e della Società Italiana dei XL.

Wiedemann Gustavo Membro straniero della Società R. di Londra; Professore nell' Università di *Lipsia.*

Yule Colonnello **Enrico** Membro della Società Geografica Italiana. *Londra.*

SEZIONE SECONDA

Scienze Naturali.

Blanchard Prof. **Carlo Emilio** Membro dell' Istituto di Francia. *Parigi.*

Bunsen Prof. **Roberto Guglielmo** Membro straniero della Società R. di Londra, della R. Accademia dei Lincei, della Società R. di Napoli, e della Società Italiana dei XL. *Heidelberg.*

Chevreul Prof. **Michele Eugenio** Gran Croce della Legion d' Onore; Membro dell' Istituto di Francia; Membro straniero della Società R. di Londra, e della R. Accademia dei Lincei. *Parigi.*

Daubrée Gabriele Augusto Membro dell' Istituto di Francia; Membro straniero della Società R. di Londra, e della R. Accademia dei Lincei. *Parigi.*

De Candolle Alfonso Membro straniero della Società R. di Londra, e della R. Accademia dei Lincei; Professore di Botanica a *Ginevra.*

Flower Prof. **Guglielmo Enrico** Membro della Società R. di Londra; Direttore del dipartimento di Storia naturale al *British Museum* di *Londra.*

Gaudry Prof. **Alberto**. *Parigi.*

Hébert Prof. **Edmondo** Membro dell' Istituto di Francia. *Parigi.*

Hooker Sir **Giuseppe Dalton** Membro della Società R. di Londra e Socio straniero della R. Accademia dei Lincei; Direttore dei *Royal Kew Gardens*. *Londra.*

Owen Sir **Riccardo** Cav. dell' O. di Prussia *pour le mérite*; Membro della Società R. di Londra; Socio straniero della R. Accademia dei Lincei, della Società Italiana dei XL, e della Società R. di Napoli; Direttore delle collezioni di Storia naturale al *British Museum* di *Londra.*

Pauthier G. P. Guglielmo. *Parigi.*

Philippi Rodolfo. *Santiago del Chilì.*

Quatrefages de Breau Prof. **Giovanni Luigi Armando** Membro dell' Istituto di Francia; Membro straniero della Società R. di Londra. *Parigi.*

Rath (von) Prof. **Gherardo** Membro straniero della R. Accademia dei Lincei. *Bonn.*

Regel S. E. Dott. **Edoardo** Consigliere di Stato attuale; Direttore del Giardino Imperiale di Botanica a *S. Pietroburgo.*

Renard Dott. **Carlo** Consigliere privato; Presidente della Società Imperiale dei naturalisti di *Mosca.*

Schrauf Prof. **Alberto**. *Vienna.*

Sclater Lutley Filippo Segretario della Società Zoologica di *Londra.*

Steenstrup Prof. **Gio. Japetus Smith** Membro straniero della Società R. di Londra, e della R. Accademia dei Lincei. *Copenaghen.*

Van Beneden Prof. **Pietro Giuseppe** Membro straniero della Società R. di Londra. *Lovanio.*

SEZIONE TERZA

Medicina e Chirurgia.

Beale Dott. **Lionello Smith** Professore di Medicina pratica e già di Fisiologia e d' Anatomia Patologica nel King's College di Londra; Membro della Società Reale di *Londra.*

Bergh Prof. **Rodolfo** Medico primario nell' Ospedale di *Copenaghen.*

Billroth Prof. **Teodoro**. *Vienna.*

Braun de Fernwald Cav. Prof. **Carlo**. *Vienna.*

Charcot Prof. **J. M.** Membro dell' Istituto di Francia. *Parigi.*

Gruber Prof. **Venceslao**. *S. Pietroburgo.*

Gurlt Dott. **E. F.** Professore di Chirurgia all' Università di *Berlino.*

Holmes Prof. **T.** *Londra.*

Hyrtl Prof. **Giuseppe**. *Perchtoldsdorf*, Südbahn (Austria).

Janssens Dott. **Eugenio** Ispettore Capo del servizio d' Igiene della città di *Bruxelles.*

Koch Prof. **Roberto** Consigliere intimo Medico. *Berlino.*

Köllicher Prof. **Alberto** Membro straniero della Società R. di Londra. *Würzburg.*

Leyden Prof. **E.** *Berlino.*

Martin Dott. **Edoardo**. *Berlino.*

Pasteur Prof. **Luigi** Membro dell' Istituto di Francia; Membro straniero della Società R. di Londra. *Parigi.*

Ranvier Prof. **Luigi**. *Parigi.*

Retzius Prof. **Gustavo**. *Stoccolma.*

Robin Prof. **Carlo**. *Parigi.*

Schiff Prof. **Maurizio** Cav. ✠. *Ginevra.*

Virchow Prof. **Rodolfo** Membro straniero della Società R. di Londra. *Berlino.*

ACCADEMICI DEFUNTI NELL' ANNO 1886-87.

Belluzzi Cav. Dott. **Cesare,** Accademico Benedettino.

Boschi Cav. Prof. **Pietro,** Accademico Benedettino.

Scandellari Dott. **Gaetano,** Accademico Onorario.

Kirchhoff Gustavo Roberto di Heidelberg, Accademico corrispondente.

SOPRA UN CASO

DI

PARZIALE ATROFIA DEGENERATIVA DEL CUORE

DA LESIONE NERVOSA

MEMORIA

DEL PROFESSOR VINCENZO COLUCCI

(Letta nella Sessione del 15 Gennaio 1888)

L' atrofia del cuore, come viene affermato dai trattatisti di Anatomia patologica tanto dell' uomo che degli animali domestici, nella sua relativa frequenza, è stata più spesso veduta interessare parzialmente il cuore, anzichè nella sua totalità, e più frequentemente nella metà destra che nella sinistra. Di tal fatto si trova la ragione nella natura delle cause, ond' essa alterazione, nelle varie sue forme, dipende. Sopra tali cause non intendo, con questo mio odierno lavoro, intrattenermi, stimando opera inutile ripetere ciò ch' è universalmente conosciuto, ma bensì al più presto entrare a discorrere, quanto brevemente mi sarà possibile, del caso ch' ebbi ad osservare di atrofia degenerativa dell' orecchietta e ventricolo destro del cuore in un gatto, avvenuta in seguito a cronica alterazione del midollo allungato, e delle importanti conseguenze che ne derivarono.

Negli annali di Veterinaria non sono molti i casi riportati di atrofia cardiaca, e fra questi, per quanto io mi sappia, nessuno riferito come conseguenza di malattie del midollo allungato, o dei nervi vaghi. Bene accertati sono invece i casi, nei quali l' atrofia del cuore destro ripeteva la sua origine o da stenosi dell' ostio auricolo-ventricolare sinistro, o da alterazioni delle arterie coronarie, o da infiltrazione adiposa del miocardio, o da compressione esercitata da tumori del pericardio, ecc.

1.

Nel giorno 17 Agosto del corrente anno, veniva mandato a questo Laboratorio di Anatomia patologica dal Sig. Mattia Battioni di Parma, per incarico del Dottor Augusto Vergani, il cadavere di un gatto, di pelo bianco e dell' apparente età di anni 4. In pari tempo mi si riferiva, che questo animale dopo avere sofferto una lunga malattia (?), era morto da circa 18 ore.

Il cadavere era piuttosto emaciato, le masse muscolari pochissimo prominenti; durava ancora la rigidità cadaverica; la congiuntiva e le altre mucose apparenti pallidissime; l' addome era gonfio, e più a sinistra, dove la percussione dava un suono ottuso, e la palpazione faceva sentire un corpo cedevole alla pressione e poco elastico, il quale occupava più della metà longitudinale del cavo dell' addome.

Il tessuto connettivo sottocutaneo presentava scarsissimo adipe, tranne in corrispondenza della regione ipogastrica, dove vi era depositato in maggior quantità; le ramificazioni venose ripiene di sangue nerastro.

Aperta la cavità addominale, e sollevato l' epiploon, ch' era molto asciutto ed aderente ai visceri sottoposti, trovai gl' intestini ricacciati tutti nella metà destra dell' addome, e lo stomaco e il fegato spostati anch' essi dalla milza enormemente ingrossata, la quale da sola occupava tutta la metà sinistra di detta cavità, dalla superficie posteriore del diaframma fino al fondo della cavità pelvica. Era essa milza di color rosso-oscuro, sparsa di macchie biancastre di varia forma e grandezza, che apparivano come cicatrici, ma in realtà dovute ad ispessimenti parziali della capsula; si vedevano inoltre, alquanto rilevati alla sua superficie, piccoli noduli bianco-giallastri, della grossezza di un grano di miglio ad uno di canepa, e tali da poter esser ritenuti per corpuscoli malpighiani alquanto ipertrofici. Le dimensioni dell' organo erano accresciute in tutt' i sensi: infatti, la lunghezza era di m. 0,24; la larghezza in avanti 0,07 e posteriormente 0,055, ed al terzo posteriore, ov' era più stretta, 0,035; la grossezza in media 0,025; i margini erano ritondati, e il peso si trovò di grammi 225. Fatta una profonda incisione nel suo parenchima, sgorgò una discreta quantità di sangue, ma non tanta quale potevasi sospettare contenuta in una milza di tal colore e di tanta grandezza. Sulla superficie di sezione però si vedevano molti coaguli sanguigni rosso-oscuri e vasi trombotici, e sottoposto un pezzo di parenchima al getto di acqua, trovai che i coaguli erano contenuti in vacuoli, chiaramente riconoscibili per le lacune spleniche dilatate, in guisa tale che dopo la prolungata lavatura, la polpa splenica appariva come tessuto spugnoso con alveoli abbastanza larghi, e tramezzi discretamenti spessi.

Il fegato pure, alquanto spostato a destra, era aumentato per più di un terzo del suo volume, di color giallo-pallido, con punteggiature e tratti lineari rossi, circondati da areole e piccole chiazze grigio-oscure e queste da interstizî più chiari, così disposti da far prendere alla superficie dell' organo un aspetto molto simile a quello che vien descritto come fegato noce-moscata, se non che i limiti fra le varie chiazze non erano ben netti, ma sfumati. La cistifellea era dilatata e ripiena di bile verde-giallastra. Pesato tutto intero, il fegato era di grammi 180. Esaminata col microscopio una piccolissima quantità di parenchima raschiato alla superficie del taglio, trovai le cellule epatiche infiltrate di grasso a gradi diversi.

Nella piccola curvatura dello stomaco ed aderente all' epiploon gastro-epatico,

vi era un corpo rotondeggiante ed alquanto allungato, grosso circa m. 0,012 e lungo 0,020, di colore rosso-oscuro, più intenso ancora di quello della milza, che inciso, lasciò sgorgare una relativamente abbondante quantità di sangue nerastro. Era un ganglio linfatico ingrossato.

Lo stomaco pallido e leggermente contratto, i rami venosi tanto delle gastro-epiploiche che della coronaria superiore ed inferiore, fin dalle loro radici spiccavano sul fondo pallido, perchè ripiene di sangue. Aperto il viscere, trovai la mucosa anemica, di colore grigio chiaro, e coperta di scarsa quantità di muco denso, e vi si conteneva del liquido viscido e spumoso.

L' aspetto esterno degl' intestini non differiva da quello dello stomaco che per essere più fortemente contratti, e per trovarsi nella lunghezza del tenue, ed alquanto distanti l' uno dall' altro, tre tratti di esso, di 2-4 centimetri, dilatati e trasparenti a modo da lasciar vedere il loro contenuto biliare giallo-rossastro con bolle gassose. Il cieco era pur esso dilatato, e vi si conteneva lo stesso liquido biliare, ma di colore verde-cupo. I vasi venosi pieni di sangue nero spiccavano, oltre che nel mesenterio, ancora lungo l' inserzione sua all' intestino, e per piccolo spazio in larghezza sulla parete esterna di questo.

Aperto pel lungo il canale intestinale, nel primo dei tratti dilatati del tenue trovai un ascaride immerso nel liquido suddetto, e negli altri due varie tenie ellittiche; la mucosa in questi luoghi distesa ed assottigliata e tinta in giallo, ma nel resto dell' intestino era, al pari di quella dello stomaco, pallida e senza alcun' altra apparente alterazione.

Il pancreas di color giallo roseo sbiadito.

I reni non presentavano alcuna notevole alterazione, tranne un colorito grigiastro della superficie, dovuto allo stato anemico di essi.

La vescica urinaria era contratta e pallida.

Aperta la cavità toracica, trovai il polmone di color rosso dilavato, con chiazze iperemiche rosso-oscure, di forma irregolare, e di varia grandezza, fino di 1 centimetro, sparse su quasi tutta la sua superficie. Il margine superiore del polmone destro come pure del sinistro era più grosso del normale ed edematoso, e si presentava per tutta la sua lunghezza e per un centimetro in basso, dove più dove meno, epatizzato e di colore rosso-grigiastro; da una incisione ivi praticata gocciolò una piccola quantità di sangue nerastro, e colla pressione, dalla superficie del taglio, sulla quale si vedevano i piccoli bronchi dilatati e ripieni di materiale grigio-giallastro, venne fuori un liquido denso, vischioso e misto a qualche bollicina di aria. In tutto il resto il parenchima polmonare era aumentato di consistenza, pochissimo elastico e pastoso al tatto; e inciso non si affloscIava, quantunque negli alveoli vi si contenesse dell' aria, che insieme a piccola quantità di liquido sortiva, esercitando una certa pressione colle dita vicino al taglio, o anche a distanza.

Il sacco pericardico non presentava alcun che di anormale, nè nella sua costituzione, nè nel siero in esso contenuto.

Il cuore appariva leggermente ipertrofico, e un poco sproporzionato nelle sue dimensioni, in quanto che il diametro longitudinale superava il trasverso più di quello che normalmente si osserva; aveva una forma quasi decisamente conica, per la ragione che la parete del ventricolo destro pallida, atrofica ed alquanto distesa era applicata a guisa di tasca sul setto interventricolare, il quale sporgeva rotondeggiante da questo lato; e di tal maniera il cuore avea la forma di un cono costituito in massima parte dal ventricolo sinistro. Il seno sinistro era normale, ma il destro era molto dilatato in guisa tale da non poter distinguere più l' orecchietta propriamente detta, ma una sola ed ampia cavità formata dalla parete distesa ed assottigliata. All' esterno il cuore non presentava alcun' altra alterazione apprezzabile. Sezionato trasversalmente al terzo circa della lunghezza dei ventricoli verso la punta, si notava subito la gran differenza fra la spessezza della parete del ventricolo destro, che era di mm. 1-2, e quella del sinistro di mm. 5-7, e di 8 nei punti più grossi corrispondenti all' origine dei muscoli papillari. All' interno del ventricolo destro si vedevano le trabecole relativamente bene sviluppate, come pure i muscoli papillari. Nessuna lesione vi era nella valvola tricuspidale, nè negli orificî atrio-ventricolare e polmonare. La cavità del ventricolo sinistro era in apparenza alquanto ristretta, e all' interno di essa si notavano i muscoli papillari pure ipertrofici, come la parete ventricolare, misurando la loro grossezza mm. 2,5-3. La valvola mitrale era intatta, e così pure l' ostio atrio-ventricolare ed aortico.

Da questo esame del cuore ho potuto concludere che il ventricolo destro avea dovuto subire un certo grado di atrofia nelle sue pareti, essendo queste molto assottigliate rispetto alle trabecole ed ai muscoli papillari che si presentavano invece bene sviluppati, e d' altra parte che il ventricolo sinistro era lievemente ipertrofico.

Il sangue nella cavità ventricolare destra formava un coagulo poco denso e scolorito, ed esaminato col microscopio mostrò una quantità grande di cellule bianche, più grosse dei leucociti, con un bel nucleo appariscente, e scarsità di globuli rossi.

Arrivato a questo punto della necroscopia, non potendo per allora spiegarmi la diversa ed opposta lesione dei due ventricoli del cuore, appunto perchè nessuna alterazione vi era nelle valvole o negli orificî, e neppure quella del polmone, macroscopicamente considerata, potevasi ritenere causa sufficiente; essendo già avanzata l' ora, conservai i pezzi patologici nell' alcool, colla speranza che l' esame microscopico del polmone specialmente, mi avesse aiutato ad intendere il fatto patologico del cuore. Intanto rivolsi il pensiero ad istituire un' accurata anamnesi circa la lunga malattia che questo gatto avea sofferto, ed ecco quanto mi fu possibile appurare dal proprietario di esso.

Da dieci mesi questo gatto era stato preso da vomito che si ripeteva quattro e cinque volte al giorno, e durò per circa nove mesi; pochi relativamente furono

i giorni in cui esso non si verificasse, ma di solito vi erano delle alternative rispetto al numero maggiore o minore di volte in cui il gatto vomitava ogni giorno. Più di ordinario il vomito avveniva poco dopo il pasto, ma si ripeteva ancora verso sera, nella notte e tante volte ancora alla mattina; era preceduto da uno stato di abbattimento ed accompagnato da urlo speciale, e seguito da dispnea di varia durata. Questa condizione, che durò per sì lungo tempo, fece dimagrare molto l' animale, quantunque negli ultimi quaranta giorni gli accessi di vomito erano gradatamente diminuiti. Quindici o venti giorni prima di morire la miglioria era progredita, l' animale si mostrava meno abbattuto, il vomito veniva di rado, mangiava con appetito e digeriva della carne e del polmone di agnello che gli si somministravano giornalmente.

Il giorno 11 Agosto, il padrone si accorse che il gatto aveva l' andatura incerta e vacillante, non poteva più saltare sopra un tavolo sul quale era solito di starsene coricato, si arrampicava alle sedie senza potervi salire e vi si teneva fortemente aggrappato per non cadere all' indietro sul dorso, come gli accadeva spesso; mostrava di avere gran prurito alla coda, strappandosi i peli coi denti. Nel penultimo giorno di sua vita, a questi fenomeni sopraggiunsero altri convulsivi, alternantisi con sintomi di paralisi, più spiccata agli arti posteriori, e così visse fino alla sera del giorno seguente.

Ulteriormente ricercando, seppi che due anni prima il gatto, azzuffatosi con un altro, cadde dal tetto sul piano del cortile della casa, da un' altezza di circa 12 metri, e l' effetto prodotto da tale caduta, per allora, non fu altro che un breve stordimento, dal quale esso si riebbe compiutamente, e una lieve ferita lacero-contusa del labbro superiore.

Raccolte queste notizie, non vi era più dubbio sulla esistenza di qualche lesione nei centri nervosi, e senza porre tempo in mezzo, mi accinsi a farne un esame, per quanto si poteva accurato, in quel cadavere di tre giorni, e che per giunta era stato seppellito nel letamaio. Lo trovai in uno stato di avanzata putrefazione stante il caldo eccessivo della stagione; ed aperta la cavità cranica, e il canale rachidiano fino alla metà quasi della regione cervicale, ebbi a rilevare tale lesione che mi parve sufficiente a dar ragione di alcuni dei fatti riscontrati nel cadavere, e dei fenomeni nervosi osservati negli ultimi giorni di vita. Consistevano tali lesioni in un' anemia cerebrale ed anemia e asciuttezza estrema delle meningi, tanto che esse erano irriconoscibili, perchè fortemente aderenti alla sostanza cerebrale, la quale traspariva di colore bianco grigiastro. Lateralmente e in basso del lobo sinistro del cervelletto, là dov' esso poggia sul midollo allungato, vi era uno stravaso sanguigno di recente avvenuto, estendentesi in avanti fino ai peduncoli cerebellosi inferiori, in alto per pochi millimetri sul cervelletto, e indentro sui peduncoli cerebellosi superiori, fin quasi al limite del quarto ventricolo. Tale emorragia erasi prodotta dal plesso venoso laterale sinistro, e la meninge che lo ricopriva era piuttosto fortemente distesa dal sangue versato.

Il fatto più notevole era il rammollimento di piccola porzione del midollo spinale alla sua origine, il quale si estendeva dalla metà dell' intervallo fra il 1° e 2° paio di nervi cervicali in avanti, fino a comprendere in media i tre quarti circa in lunghezza del midollo allungato. Il limite che qui segnavasi fra la parte rammollita e la parte sana non era ben netto, e in un piano non perpendicolare all' asse longitudinale del midollo, ma sensibilmente irregolare ed obbliquo da sinistra a destra e dall' avanti all' indietro, in guisa tale che mentre le radici dell' ipoglosso e del pneumogastrico sinistro vedevansi alterate, quelle del pneumogastrico destro eran quasi tutte fuori della parte rammollita del midollo; in una parola, la lesione era estesa più in avanti nella metà sinistra del midollo, fino al limite posteriore del ponte del Varolio. Nel canale vertebrale non si notavano gravi alterazioni, ma solo un discreto ispessimento fibroso in corrispondenza della parte media e sinistra del corpo dell' atlante, che interessava parte del legamento trasverso odontoideo, e dell' occipito-odontoideo sinistro.

2.

Esporrò ora il risultato, ottenuto dall' esame istologico degli organi, in cui ebbi a rilevare le più importanti alterazioni anatomiche, e ciò per completare il reperto necroscopico, e stabilire meglio i dati necessarii per una possibile interpretazione patogenetica dei diversi fatti raccolti ed osservati.

Riguardo al cuore, debbo prima far notare che avendo esaminato a fresco, dopo dilacerazione in liquido indifferente, un pezzettino di tessuto muscolare del ventricolo destro, vi trovai parecchie fibre alquanto ingrossate, ed opacate per granuli più o meno numerosi e rifrangenti. Dopo la conveniente conservazione dei pezzetti di miocardio in liquido di Müller, e poscia in alcool, eseguite le sezioni microscopiche e colorite in ematossilina di Böhmer, in carminio alluminoso ecc., trovai molto scarse tali fibre granulose, ma invece numerosissime quelle con degenerazione omogenea e, così alterate, a gradi diversi di atrofia, Fig. 2ª, *b*. Molte fra esse erano più grosse delle normali, e apparivano in qualche punto della loro lunghezza come risultanti dalla fusione di due fibre *c*; altre ancora più grosse, in sezione trasversa, si vedevano costituite dalla sostanza omogenea retratta ed occupante la metà o più del tubo di sarcolemma, l' altra metà essendo apparentemente vuota. Non tralascio però di avvertire che le granulazioni, benchè più rare e più piccole, si vedevano pure in mezzo alla sostanza degenerata delle fibre più grosse, perlocchè queste erano meno splendenti ed alquanto opache, ed andavano gradatamente diminuendo di volume coll' avanzarsi del processo degenerativo. Le fibre muscolari così alterate, assottigliandosi, perdevano a poco a poco il loro splendore ed acquistavano l' aspetto dei fascetti del connettivo fibrillare e la proprietà di lasciarsi tingere in roseo smorto dal *rosso scarlatto di Grie-*

sbach, fino a che divenivano del tutto atrofiche. Di tali fibre ve n' erano pure di quelle nelle quali, non essendo molto avanzato il processo degenerativo, si vedeva abbastanza chiaramente una striatura longitudinale, dovuta a sottilissime linee oscure, limitate di qua e di là da altre più grosse di sostanza bianchiccia e trasparente; e nelle loro sezioni trasverse si avea una corrispondente figura molto simile a quella che si vede nello stato normale, solo che i punti scuri, più piccoli di quelli che rappresentano i prismi muscolari, ai quali corrispondevano per la loro disposizione, erano maggiormente allontanati fra loro per aumento della sostanza omogenea e splendente.

Trattate le sezioni di miocardo atrofico con soluzione di soda caustica, e così osservate senz' aggiunta di altro liquido, si vedevano le fibre muscolari non alterate rigonfiarsi alquanto e divenir tralucenti, e le degenerate farsi anche più grosse, mentre le cellule adipose spiccavano per la loro maggiore refrangenza. Questa reazione mi fece escludere la degenerazione grassa, ed ammettere la *fibrinoide*, sì pel rigonfiarsi delle fibre degenerate per l' azione della soda, sì perchè col metodo di Neumann, (picrocarminio, e glicerina con acido idroclorico) la sostanza omogenea si colorava in giallo intenso. Per i caratteri osservati nelle fibre muscolari affette da tale alterazione, mi pare non improbabile che questa sia stata preceduta da infiltramento albuminoso della sostanza unitiva delle fibrille, dalla quale incominciato il processo degenerativo, siasi esteso ai prismi già alterati per la patita compressione.

Ho fatto notare espressamente il diverso risultato ottenuto, osservando col microscopio il miocardio del ventricolo destro allo stato fresco, e poscia indurito; parendomi che la scomparsa dello strato granuloso delle fibre in via di degenerazione sia dovuta ad una ulteriore metamorfosi (forse coagulazione) della sostanza albuminoide, per la quale le fibre hanno acquistato l' aspetto splendente. E potrebbe per avventura tal fatto modificare la interpretazione data da Erb, ne' suoi esperimenti, circa la produzione postmortale della degenerazione cerea dei muscoli, la quale ebbe egli ad osservare in seguito a prolungate paralisi.

Tale processo di degenerazione aveva attaccato la maggior parte delle fibre muscolari della parete del ventricolo destro, Fig. 1ª, *b*, compresi i muscoli papillari, *d*, la quale per la conseguente atrofia erasi ridotta molto nella sua grossezza fino a stare, in media, in proporzione di 1 a 5 colla parete del ventricolo sinistro alquanto ipertrofica. Il processo degenerativo del ventricolo destro si stendeva pure per mm. 2,5 allo strato muscolare superficiale comune ai due ventricoli, ed era ivi talmente limitato che le sottostanti fibre proprie del ventricolo sinistro non presentavano alcuna alterazione. Al tessuto muscolare atrofizzato si era sostituito del tessuto connettivo areolare, contenente una certa quantità di adipe, Fig. 2ª, *d*.

Polmoni. — Dai caratteri anatomico-patologici sunnotati del parenchima polmonare, potevasi ammettere una pneumonite cronica; e l' osservazione microscopica confermò trattarsi di flogosi catarrale dei medi e minimi bronchi, complicata a

pneumonite interstiziale cronica. Le alterazioni, che comunemente si osservano in queste forme morbose, non mi fermo a descriverle se non per quel che riguarda alcuni fatti speciali, onde questo caso patologico è caratterizzato, e che parmi abbiano particolare importanza nella patogenesi delle lesioni riscontrate negli altri organi.

Nei piccoli bronchi, oltre la caduta dell' epitelio e l' infiltramento della mucosa di numerosi globuli bianchi, la quale perciò era alquanto più grossa, si notavano l' atrofia e la scomparsa delle fibro-cellule muscolari e della cartilagine, e un notevole aumento delle glandole mucipare, le quali formavano uno strato tutto eguale e continuo, e notevolmente alto attorno allo strato fibroso sotto epiteliale dei bronchi, il lume dei quali era alquanto più largo. In uno di essi Fig. 9ª, *h*, il lume era di mm. 1, la parete grossa 0,45 e costituita dalla membrana fibrosa sotto-epiteliale di 0,03, ricoperta all' interno da uno strato di essudato irregolarmente alto, e ricco di piccole cellule rotonde, e all' esterno dello strato di glandole mucose alto 0,42, *i*. L' epitelio in alcune glandole è normale, ma nel maggior numero di esse è degenerato in una sostanza gialliccia e granulosa, della quale si vedono pieni i tubuli glandolari costituiti dal solo stroma connettivo. Tale degenerazione è sparsa senza ordine alcuno nella massa glandolare ipertrofica attorno ai piccoli bronchi, e si osserva ancora nelle glandole, non ipertrofiche, dei bronchi di maggiore calibro. Le arteriuzze che corrono nella mucosa, sono provviste di fibro-cellule muscolari bene sviluppate, con un diametro trasversale di mm. 0,0065, e con nuclei grossi 0,0036 e lunghi da 0,0090-0,0126. I capillari posti fra i tubi glandolari sono ampi, misurando 0,010-0,014-0,020, inegualmente dilatati e pieni di sangue.

L' alterazione più notevole, e sulla quale desidero richiamare l' attenzione, si è la forte ipertrofia della parete delle arterie bronchiali. Allato di una sezione trasversa di un bronco, la cui apertura è di mm. 0,30, mancante di epitelio pel catarro cronico, e con una parete grossa 0,025-0,030, infiltrata da numerose cellule linfoidi, vi si trova un' arteria, la cui media è grossa mm. 0,09, l' intima 0,02, il lume largo 0,05, Fig. 4.ª e 5.ª In molte di queste arterie, osservate nei varii preparati, in sezioni trasverse, o longitudinali, od obblique, si vede una progressiva particolare degenerazione delle fibre muscolari costituenti la tonaca media ipertrofica. Hanno dette fibre, osservate senz' alcun trattamento, un aspetto omogeneo; sono semitrasparenti, per cui i loro limiti nelle sezioni trasversali delle arterie sono appena visibili e il colorito proprio della loro sostanza muscolare quasi del tutto svanito, di guisa tale che esse appariscono, a luce trasmessa, di colore bianco-grigiastro. Usando dei diversi mezzi di tintura, ed anche dei più forti (ematossilina di Böhmer), non sono riescito a scoprire nucleo nelle fibre degenerate, mentrechè si colorano gli altri delle fibre normali, e quelli, atrofici a gradi diversi, delle fibre in via di degenerazione. Questo fatto osservasi benissimo nei tagli trasversi delle arterie, Fig. 5.ª, poichè d' ordinario la degenerazione è limi-

tata a una porzione longitudinale, ed invece nei tagli per lungo può vedersi degenerata ora una delle due parti laterali, ora tutte due, Fig. 6.ª, o nessuna di esse. Più nette e belle sono le preparazioni tinte con ematossilina ed eosina, perchè con questa seconda sostanza le fibre prive di nucleo si colorano in grigio rossastro, ed appariscono fra esse degli spazî più chiari, molto trasparenti nelle preparazioni conservate nel balsamo canadese, e rifrangenti la luce quasi allo stesso grado delle goccioline di grasso nei preparati in glicerina, ma differenziabilissime per un contorno meno oscuro, e la parte centrale assai meno splendente, Fig. 7ª. Questi spazî chiari indicano il posto occupato dalle fibre totalmente degenerate ed atrofiche. Sulla natura di simile alterazione delle fibro-cellule muscolari nulla posso precisare, e mi limito a chiamarla *degenerazione fibrinoide*, molto simile, e credo anche eguale a quella descritta nelle fibre del miocardio, per le identiche reazioni alla soda caustica ed al picro-carminio; da distinguersi dalla degenerazione jalina, essendo in quella il grado di refrazione della luce maggiore, e perchè proviene da una diretta metamorfosi della sostanza contrattile, divenuta prima granulosa, Fig. 8ª, e poscia omogenea, Fig. 7ª.

A questa ipertrofia e degenerazione della tonaca media si aggiunge l' alterazione dell' intima, anch' essa ingrossata e degenerata in sostanza jalina. In un' arteria bronchiale, fra le tante così alterate, colla media ipertrofica e grossa mm. 0,08, e con lieve grado di degenerazione, l' intima rivestita all' interno da endotelio, è rappresentata da uno strato jalino, alto 0,02 senza nuclei. In altre arterie in cui tale degenerazione dell' intima non è ancora tanto avanzata, in mezzo alla sostanza jalina si vedono avanzi di nuclei connettivali, e qualcuno di questi anche inalterato vicino all' endotelio, o alla media, Fig. 5ª, 6ª e 7ª. L' endotelio, come ho detto, si trova ancora a rivestire la superficie interna delle arterie, solo che questa presenta nel senso della lunghezza del vaso, dei piccoli avvallamenti e rialzi, donde l' irregolarità del lume, il quale in alcune è più stretto, in altre meno. Nel maggior numero di esse, in cui il lume è più largo, questo in sezione trasversa non di rado si presenta di forma svariata, ma più spesso irregolarmente triangolare, il che è dovuto non tanto ad ineguale grossezza dell' intima, quanto all' irregolare contrarsi della media parzialmente alterata, cosicchè dalla parte degenerata vi ha rilasciamento e maggior larghezza del lume, e dalla parte ancora sana forte contrazione e maggiore strettezza, Fig. 5ª.

Coll' osservazione comparativa dei piccoli rami delle arterie polmonari, si rileva a prima vista la gran differenza che passa fra essi e quelli delle arterie bronchiali. L' endotelio nelle polmonari, in generale, è anche inalterato, come pure normale è l' intima, ma dilatato il lume ed atrofica la media; infatti questa in un' arteria di mm. 0,057 è grossa 0,006. Questa dilatazione ed atrofia si segue gradatamente fino alle più piccole arterie. Non mancano, anzi si osservano spesso in varii preparati, sezioni di rami della polmonare coll' intima ingrossata, e l' endotelio anche alterato e in gran parte distrutto, Fig. 5ª.

Le piccole vene polmonari sono, come i capillari, abbastanza dilatate, e piene di sangue con una quantità straordinaria di globuli bianchi, due a tre volte più grandi dei rossi, e nella proporzione circa di 1-7. In maggior numero questi leucociti si osservano tanto nelle vene che nei capillari, e meno numerosi nelle arterie polmonari. Questa osservazione conferma l' altra fatta del sangue a fresco, e lo stato leucemico dovuto all' enorme ipertrofia della milza.

Delle alterazioni dei capillari dirò or ora descrivendo brevemente quelle del parenchima polmonare.

Nelle sezioni microscopiche delle parti più alterate dei polmoni si riscontrano a gradi diversi le lesioni della pneumonite catarrale ed interstiziale, quali sogliono osservarsi in conseguenza di malattie cardiache. I vasi capillari delle pareti degli alveoli meno alterate, che presentano cioè un lievissimo ispessimento con infiltrazione di scarsi elementi cellulari e distacco totale dell' epitelio, sono dilatati e bene appariscenti perchè pieni di sangue e sporgenti nel cavo degli alveoli. I setti interalveolari sono ingrossati, dove più dove meno, pel maggior o minor aumento del tessuto connettivo, Fig. 9ª *a*; gli alveoli, ristretti, sono inoltre occupati da essudato catarrale scarso di elementi cellulari, *b*, ma in alcuni costituito totalmente da cellule rotonde, o globuli bianchi emigrati. In mezzo, e sopra i fasci connettivali si vedono numerose sezioni di capillari sanguigni fortemente dilatati e turgidi di sangue. Tali alterazioni degli alveoli si incontrano in più punti molto avanzate, e specialmente in vicinanza delle ramificazioni bronchiali, in maniera tale che i setti interalveolari sono ancora più grossi e costituiti da tessuto fibroso senza alcun nucleo, e solo di rado si vede in essi qualche sezione di arteria polmonare, la cui parete, trasformata in tessuto fibroso, si distingue unicamente per la disposizione delle sue fibre, diversa da quella delle altre che la circondano. Le superficie dei setti fibrosi sono coperte da tessuto connettivo ora scarso ora più abbondante ed anche tanto da riempire gli alveoli, e finalmente vi sono delle isole più o meno grandi, in cui questi sono scomparsi per la retrazione del tessuto connettivo neoformato, e solo si può riconoscere la loro ubicazione dai fasci fibrosi dei setti interalveolari che in varie direzioni si trovano compresi nel tessuto connettivo. Fra queste gravi alterazioni, e quelle in cui gli alveoli serbano ancora la loro forma e i loro rapporti, benchè i setti siano ingrossati, se ne osservano altre in cui gli alveoli sono ancora pervi, ma deformati per lo stiramento delle loro pareti determinato dalla retrazione dei tramezzi fibrosi provenienti da metamorfosi del connettivo interlobulare. Nelle sottili sezioni quindi si vedono dei fasci funiformi di capillari dilatati e tortuosi, che, paralleli fra loro, vanno da un tramezzo fibroso all' altro e limitano gli spazî alveolari allungati e stretti.

Le lesioni nelle altre parti del polmone che apparivano meno alterate, sono in predominanza quelle della bronco-pneumonite catarrale, e meno avanzate quelle della flogosi interstiziale. In breve tutti i gradi delle suddescritte alterazioni del polmone si vedono osservando i tagli eseguiti dal margine inferiore al superiore, e più diffuse in vicinanza delle arterie bronchiali.

Coll' esame microscopico del fegato rilevai una grave infiltrazione adiposa; le cellule epatiche erano in gran parte sostituite da gocciole di grasso, e i nuclei delle poche cellule ancora riconoscibili si tinsero appena nelle sezioni lasciate per un giorno nella soluzione ematossilica. I rami della vena porta dilatati, e vari di essi otturati da trombo bianco, nel quale, fra i globuli più grossi vi erano pochi dei piccoli intensamente tinti. Le vene epatiche erano molto dilatate, e circondate da una quantità piuttosto considerevole di connettivo neoformato.

Nella milza nessuna speciale alterazione istologica, oltre quelle comuni della sua cronica ipertrofia.

3.

Compiuto l' esame istologico, mi diedi a cercare, più minutamente che mi fu possibile, nella letteratura medica, se altri avesse osservato tal fatto nell' uomo o negli animali, sia nel campo clinico che per via sperimentale. Comecchè numerosi siano i reperti anatomo-istologici riferibili alle lesioni del midollo allungato o dei vaghi, per quanto io ho potuto sapere, il solo Eichorst in maniera esatta e precisa ha descritto la degenerazione grassa del miocardio avvenuta per effetto del taglio sperimentale dei nervi vaghi (1). Egli vide negli uccelli (galline e piccioni), dopo la sezione dei due pneumogastrici, l' acceleramento dell' attività cardiaca ed il rallentamento caratteristico del respiro, ed a questi fatti seguire dopo due giorni apparente benessere, eccetto il suono diverso dei toni cardiaci; ma ciò nondimeno, dopo una settimana circa, avveniva inevitabilmente la morte repentina. Alla sezione cadaverica non trovò alcuna alterazione, anche microscopica dei polmoni, e vide costantemente la degenerazione grassa delle fibre del miocardio, specialmente del ventricolo sinistro, alla quale degenerazione l' A. ritiene dovuta la morte, per paralisi cardiaca consecutiva. Nei conigli trovò, ma meno evidenti, le stesse alterazioni, quando però, mercè la tracheotomia, ha potuto tenere in vita gli animali operati; senza di che essi, 12 ore dopo la nevrectomia dei vaghi, morivano con gravi lesioni polmonari. La morte però avveniva egualmente nei tracheotomizzati dopo due giorni senz' alcuna alterazione polmonare, e riscontrò una particolare alterazione delle fibre del miocardio, che ritenne per uno stadio precedente la degenerazione grassa. — Nei cani trovò lo stesso, solo che questi animali, più resistenti, sopravvivevano all' operazione più degli uccelli e dei conigli. Di questo processo degenerativo, tanto negli uccelli che nei mammiferi, l' A. trova la ragione unicamente nella paralisi delle fibre nervose trofiche del cuore decorrenti nei pneumogastrici.

(1) Die trophischen Beziehungen der Nervi vagi zu Herzmuschel. — *Berlin 1879 — Revue des Sciences Médicales, Tome XIV. Paris 1879.* Schmidt's Jahrbücher Bd. 183. S. 214. Leipzig. 1879.

Lo Zander (1) ha ripetuto le stesse esperienze negli uccelli, per le quali ebbe ad osservare il rallentamento respiratorio; la dispnea però dopo parecchie ore incominciò a diminuire, ed al 3° o 4° giorno gli animali ritornarono vivaci. L' A. considera questi fatti di alterata respirazione dovuti all' eccitazione dell' estremo centrale del vago nell' atto del taglio, e la dilatazione dei vasi polmonari all' eccitazione dell' estremo periferico per l' azione dei nervi vaso-dilatatori. Ha veduto inoltre prodursi un certo grado di edema polmonare, mai però colla istessa intensità come nei mammiferi.

Com' è chiaro, questi risultati circa le alterazioni polmonari sono in contraddizione con quelli ottenuti dall' Eichorst, il quale ha osservato, è vero, che l' alterazione polmonare nei conigli cagionava la morte dopo 12 ore dall' operazione; ma, che tali lesioni non siano dovute ad influenza diretta della paralisi dei vaghi sul polmone, lo ha dimostrato col fatto che gli animali soggettati all' esperimento e tracheotomizzati, non mostravano alcuna alterazione polmonare, e morivano invece per paralisi cardiaca. Tal fatto potrebbe trovare una conferma nella opinione di Traube, che la pneumonite in tale esperimento sia dovuta ai corpi estranei penetrati nelle vie aeree; opinione sostenuta da altri, e di recente dagli esperimenti di Gärtner (2), dimostranti che la sezione dei vaghi nella cavità toracica, rispettando i nervi ricorrenti, non dà pneumonite di sorta. Però, la rapidità colla quale morivano i conigli operati dall' Eichorst fa dubitare di tale interpretazione. Infatti per altri esperimenti negativi, nel senso che gli animali operati furono lasciati a digiuno, si son pure verificate alterazioni pulmonari, le quali quindi sono state attribuite alla saliva ed al muco boccale penetrato nei bronchi; ma per l' azione loro non si ebbero tali alterazioni da determinare la morte in così breve tempo. Oltracciò gli esperimenti di altri Fisiologi provarono che le lesioni polmonari in seguito al taglio dei nervi vaghi, possono avere ed hanno realmente altra spiegazione.

Longet attribuisce la pneumonite degli animali così operati alla ritenzione del secreto bronchiale per paralisi delle fibro-cellule dei bronchi, e conseguente ectasia di questi.

Beaunis crede che l' ostacolo alla circolazione capillare polmonare, determinato dalla maggior durata della espirazione (durante la quale la circolazione venosa è ostacolata e favorita l' arteriosa) pel taglio dei nervi vaghi, deve influire nella produzione delle lesioni polmonari.

Michaelson (3) ha studiato sperimentalmente le lesioni polmonari pel taglio dei vaghi, o dei ricorrenti. Nel 1° caso quelle hanno sede nelle parti medie ed infe-

(1) Die Folgen der Vagusdurchschneidung bei Vogeln. *Centralblatt f. die Medicin. Wissenschaft 8 febb. 1879.* Revue des Sciences Médicales T. XIV.

(2) Ueber die Vaguspneumonie. *Wien. Med. Soc.* Revue des Sc. Méd. Tome. XXVII.

(3) Beiträge zur Untersuchung des Einflusses beiderseitige Vaguslahmung auf die Lungen — *Wittich's Könisberg. physiol. Mitt.* — Revue des Sc. Méd T. XIV.

riori dei polmoni, consistono in iperemia che arriva fino alla splenizzazione, ed edema, e succedono immediatamente alla sezione dei vaghi; nel 2° è affetta in modo prevalente la base del polmone da flogosi catarrale, la quale è inoltre tardiva ad avvenire dopo il taglio dei ricorrenti. Questi esperimenti infirmano seriamente le conclusioni del *Gärtner*, mostrando la esistenza di lesioni polmonari che pel taglio dei vaghi sono attribuibili a paralisi vasomotoria.

Tutte queste osservazioni, che sono, per una certa affinità al mio caso, le principali fra le tante relative alle lesioni dei nervi pneumogastrici ed alle loro conseguenze sul cuore, polmone ed altri visceri, ho creduto bene di riportarle in questo luogo, non perchè abbiano una diretta correlazione con quanto io ebbi ad osservare nel gatto, ma solo perchè dai risultati ottenuti da questi sperimentatori potrò trarre argomenti sufficienti, benchè negativi, in appoggio ad una interpretazione patogenetica, che mi pare più soddisfacente, dei fatti che diedero argomento a questo lavoro.

4.

Per collegare, nell' ordine di causa ad effetto, tutte le lesioni osservate nel gatto, le quali son venuto piuttosto minutamente descrivendo, credo importante lo stabilire innanzi tutto, quale sia stata la prima e principale lesione che puossi ritenere la causa prossima dell' alterazione cardiaca, per poi poter derivare alcune delle lesioni del polmone, e quella della milza, del fegato ecc. Ed a tal proposito parmi assai probabile che, per la caduta che l' animale fece dal tetto della casa abbia esso battuto il muso sul pavimento del cortile, e un contraccolpo sia avvenuto fra l' arco anteriore dell' atlante e il dente dell' epistrofeo, pel quale ne seguì un processo flogistico locale, (preceduto forse da parziale lacerazione di qualcuno dei legamenti atloido-assoidei, e seguìto da flogosi della dura meninge) il quale fu molto lungo e di natura iperplastico. Alla compressione, che il tessuto connettivo fibroso neoformato esercitava progressivamente sulla sostanza nervosa del midollo spinale, specialmente nella positura in flessione della testa, parmi unicamente attribuibile il rammollimento che da esso si avanzò fino ad interessare gran parte del midollo allungato; e dico unicamente appunto perchè tale alterazione del midollo era pochissimo estesa in addietro, ed invece venne interessando la parte anteriore gradatamente, ed a misura che la compressione aumentava collo sviluppo progressivo della neoformazione fibrosa; ed inoltre perchè, se pure si volesse ammettere, contro il fatto anatomico, che fosse stata una lesione primitiva del midollo, avrebbero dovuto immediatamente insorgere fenomeni nervosi, dei quali non ne furono osservati, e il processo forse non sarebbe decorso con tanta lentezza.

Tale lesione del midollo allungato è, secondo io credo, e come or ora cercherò di dimostrare, la causa dell' alterazione del cuore con tutte le sue conseguenze.

Non posso con sicurezza dire ora quali siano stati i fenomeni morbosi che hanno

accompagnato in principio tale lesione, non avendo nulla potuto sapere malgrado tutte le suggestioni anamnestiche da me messe in opera. Il primo sintomo rilevante è stato il vomito, il quale si ripetè insistentemente per otto mesi, e varie volte quasi ogni giorno, e fu, siccome io credo, determinato da eccitazione, dapprima probabilmente esercitata sulla porzione intrarachidiana del pneumogastrico sinistro, e poi progressivamente sul midollo allungato. Da questo solo sintomo osservato poco si può dedurre circa l' alterazione del cuore, per la quale mi converrebbe accettare, applicandolo al mio caso, quanto fu esclusivamente ammesso dall' Eichorst ne' suoi esperimenti, e cioè che per il taglio (nel caso attuale supposta paralisi da compressione) del pneumogastrico, la degenerazione grassa del cuore debbasi ascrivere ad un' alterazione nutritiva del miocardio per paralisi delle fibre nervose trofiche che in detto nervo contengonsi. Ma, come ognun vede, tale spiegazione non può per me essere soddisfacente: 1° perchè la lentezza del processo morboso nel gatto non si accorda colla lestezza del taglio dei due pneumogastrici per l' esperimento; 2° la compressione del midollo in principio avvenne in basso ed a sinistra, e il conseguente processo degenerativo ivi iniziato, si propagò in modo irregolare in avanti e a destra; e quindi, a parte le altre modificazioni circolatorie, o istologiche locali, il disturbo d' innervazione ha dovuto dapprima dipendere da un solo dei pneumogastrici. Non parlo di sintomi derivanti da compressione dell' ipoglosso, non essendo stati osservati con attenzione; 3° qui certamente vi fu una fase irritativa del nervo e del midollo, e per lungo tempo l' eccitamento si è ripetuto moltissime volte e la prova ne è il vomito insistente, laddove nell' esperimento l' eccitazione è avvenuta solo all' atto del taglio; per conseguenza gli effetti spiegatisi sul polmone, cuore, stomaco, intestini ecc. debbono essere stati nell' un caso diversi che nell' altro, per durata ed intensità; 4° negli esperimenti Eichorst ebbe ad osservare la degenerazione grassa del miocardio, mentrechè nel gatto la degenerazione, da me detta *fibrinoide*, è molto diversa, quantunque anche di questa egli ne dia un cenno, avendola osservata nel coniglio, e la consideri come una fase precedente la vera degenerazione grassa; ma come di sopra ho detto non devesi così ritenere, perocchè nelle fibre di tal guisa degenerate, si conservano gli stessi caratteri fino alla loro compiuta atrofia; 5° infine la degenerazione, nel caso da me osservato, era limitata al solo ventricolo destro con rilevante atrofia, mentrechè il sinistro era alquanto ipertrofico e per niente degenerato. Per tutte queste ragioni, pur ritenendo l' importanza dell' opinione dell' Eichorst, mi sembra tale spiegazione per sè sola insufficiente a dar ragione dei fatti da me riscontrati, e quindi passo senz' altro all' esame della loro origine, valendomi dei lumi della fisiologia.

Essendomi stato impossibile lo studio minuto delle alterazioni avvenute nel midollo allungato, non posso altro affermare se non che gran parte di esso era affetta da rammollimento esteso in avanti, più a sinistra che a destra, e che tal rammollimento era stato determinato con tutta probabilità da compressione esercitata

dalla neoplasia fibrosa sviluppatasi sul corpo dell' atlante. Questa lesione del midollo, ch' è per me della massima importanza, dev' essere stata preceduta da un processo irritativo, il che io ammetto tenendo presente la natura della causa e la manifestazione del vomito ripetuto, il quale in tal caso non trova altra ragione se non nella irritazione del pneumogastrico propagata poscia al midollo allungato, e come lo prova ancora il fatto della graduata diminuzione e terminazione di esso quando per l' avanzata lesione andò diminuendo l' eccitabilità di quella parte di midollo. Per induzione mi sento inoltre autorizzato ad ammettere, che ogni accesso di vomito sia stato accompagnato da uno spasmo vascolare di più o meno durata nei rami dell' arteria polmonare, essendo oramai accertato che nel pneumogastrico vi sono pure fibre vasomotorie che si distribuiscono al polmone. Questo fatto trova, fino a un certo punto, appoggio nell' altro osservato dal Verardini ne' suoi ripetuti esperimenti, diretti a provare l' azione deprimente vasale dell' ipecacuana, la quale sostanza emetica produce ancora anemia polmonare, e ciò secondo l' A. per azione vasomotoria non per collateralità (1). Inoltre tale mia affermazione è confortata dagli esperimenti di molti fisiologi, pei quali esperimenti, benchè alle volte contradittorii, è stata messa fuor di ogni dubbio l' azione vasomotrice sul polmone del pneumogastrico, in principio sostenuta dallo Schiff e dal Moleschott; il primo dei quali particolarmente dimostrò colla sezione dei vaghi la nevro-paralisi dei vasi sanguigni polmonari, ed irritando invece i detti nervi o il midollo allungato si ebbe aumento delle pulsazioni cardiache, dovuto certamente ad accresciuto ostacolo circolatorio; e distruggendo in modo lento o irritando fortemente il midollo allungato vide seguire all' aumento delle pulsazioni cardiache una rapida diminuzione, ed infine cessare affatto i movimenti del cuore.

Dagli esperimenti dello stesso Schiff risultò che il vomito, impossibile dopo distrutto il midollo allungato, avviene durante la distruzione o il taglio di esso per l' irritazione che vi si produce. Vi ha dunque nel midollo allungato un centro speciale pel vomito, il quale secondo varii fisiologi si confonde col centro respiratorio. Rimane pure assodato da esperimenti dello stesso A. che i pneumogastrici sono il solo intermediario fra il centro nervoso bulbare e il cuore nel fatto dell' acceleramento cardiaco, sezionati i quali nervi compiutamente, l' eccitamento del midollo allungato non determina alcuna accelerazione cardiaca.

A tutti questi risultati sperimentali collegando quelli ottenuti dall' Eichorst, Zander e Michaelson, parmi logica la deduzione che, irritando o sezionando i pneumogastrici o il midollo allungato, ne possano avvenire rispettivamente acceleramento dell' attività cardiaca per azione nervosa vasomotoria con alterazione respiratoria e vomito, o rallentamento delle contrazioni del cuore e del respiro.

Questa dottrina fisiologica può secondo io credo, avere un' adeguata applica-

(1) Studî clinico-sperimentali sull' azione deprimente vasale dell' ipecacuana. Mem. dell' Acc. delle Scienze di Bologna, Serie IV, Tomo II, IV e VIII.

zione nella patogenesi dei fatti da me osservati, e tantoppiù che dopo la morte, il polmone del gatto mostrò chiazze iperemiche e punti emorragici estesi a tutta la sua superficie e nello interno di esso, ed all'esame microscopico tutti i capillari e i rami arteriosi polmonari (più o meno, o niente degenerati) fortemente dilatati. Quantunque questi fatti possano trovare la loro ragione nella flogosi cronica del polmone; quelli e questa però credo che derivino pei loro caratteri speciali dal disturbo circolatorio in seguito alle lesioni del midollo.

Dato infatti che lo stimolo esercitato prima sul vago, e poscia sul midollo dalla neoplasia fibrosa, sviluppatasi prevalentemente sul corpo dell' atlante, abbia determinato, col vomito, ischemia di una certa durata, e ripetuta del polmone, la circolazione in quest' organo ha dovuto essere certamente ostacolata. Il ventricolo destro del cuore, obbligato perciò a spingere con maggior forza il sangue nell' arteria polmonare, col ripetersi tale esagerato esercizio, si dilatò alquanto e la sua parete divenne ipertrofica, come si rileva dallo stato dei muscoli papillari, i quali pochissimo degenerati, mostravano evidentemente, del pari che le trabecole, un notevole sviluppo. Tale ipertrofia del ventricolo non poteva molto progredire stantechè, necessitato ben di frequente a superare una resistenza relativamente molto forte e che sopraggiungeva in maniera istantanea, non avvenne in esso una nutrizione regolare e proporzionata, quale sarebbesi verificata se per un ostacolo continuo e sempre crescente (vizî valvolari della mitrale, enfisema polmonare) il muscolo cardiaco avesse spiegata un' energia di funzione proporzionale all' accrescersi di quello. E per tal ragione appunto io credo che nelle fibre muscolari siasi verificata la già descritta alterazione, caratterizzata da atrofia dei prismi ed aumento della sostanza bianco-grigiastra che li tiene riuniti, e seguita poscia dalla particolare degenerazione fibrinoide. A tale degenerazione deve avere avuto pure diretta influenza la fase nevro-paralitica, ripetutamente succeduta a quella di eccitazione; il che sotto un dato punto di vista, e fino ad un certo grado giustificherebbe l' applicazione dell' opinione di Eichorst; nel caso attuale però l' azione trofica del vago sul cuore dovrebbe, secondo io penso, intendersi non come diretta ed indipendente, ma legata ad una irregolare funzionalità delle fibre del miocardio, e cioè all' avvenimento rapido di forti contrazioni, sotto la stessa influenza nervosa (irritazione del midollo allungato) che determinava lo spasmo vascolare del polmone, e seguíto poi da rilasciamento, i quali fatti han dovuto essere a lor volta causa di anormale nutrizione e degenerazione delle fibre muscolari.

Il fatto pure molto importante si è l' ipertrofia e la consecutiva degenerazione delle pareti delle arterie bronchiali. Esso, secondo me, prova che il ripetersi dell' ostacolo al corso del sangue nelle arterie polmonari sia stato di lunga durata, e la circolazione siasi inoltre andata affievolendo dal momento in cui le contrazioni del ventricolo destro per l' iniziato processo degenerativo divennero più deboli, e più ancora in seguito per la degenerazione ed atrofia delle pareti delle arterie polmonari, già anch' esse in precedenza alquanto ipertrofizzate. Tali alterazioni del

ventricolo destro e delle arterie polmonari debbono quindi essere avvenute lentamente, ed in pari tempo si stabiliva una compensazione al loro impulso circolatorio, gradatamente debilitantesi, mercè la maggiore attività delle arterie bronchiali per cui queste divennero ipertrofiche; e così ha potuto continuare la circolazione, favorita dall' influenza che le più energiche contrazioni delle arterie bronchiali spiegarono sul movimento del sangue nei capillari polmonari.

Era già stato insegnato da varii anatomici del secolo scorso, che fra le arterie bronchiali e i rami dell' arteria polmonare vi fossero numerose comunicazioni, e alcuni fra i più moderni (Adriani e Rossignol) mercè le injezioni dimostrarono questo fatto, e cioè, che dalle vene polmonari s' injettavano le arterie e vene bronchiali, e dalle arterie dei bronchi le vene polmonari; ma i vasi bronchiali non s' iniettavano dalle arterie polmonari. In questi ultimi anni, come riferisce il Cohnheim nella sua patologia, da Küttner è stato dimostrato con un attento esame che le ramificazioni dell' arteria polmonare formano svariate anastomosi coi rami delle arterie bronchiali, e perfino delle arterie pleuriche e mediastiniche.

Il Virchow pare sia stato il primo ad osservare, nei casi di ostacolo alla circolazione del sangue nelle arterie polmonari, la dilatazione delle arterie bronchiali e l' allargamento dell' area nella quale esse si distribuiscono, e ad ammettere in conseguenza per tal via una compensazione al mancato impulso dalle arterie del polmone, nel circolo di quest' organo. Parmi adunque di potere, senza dubbio, affermare che nel caso attuale di progressivo indebolimento delle contrazioni del ventricolo destro e poscia delle arterie polmonari, siasi stabilito un compenso colla conseguente ipertrofia delle arterie bronchiali, e di tanta intensità e di tal maniera da potersi mantenere il circolo polmonare, fintantochè per la consecutiva degenerazione delle arterie bronchiali, e l' ingrossamento e degenerazione della loro intima, anche l' attività loro compensativa venne gradatamente indebolendosi e producendo così quella stasi che aggravò il catarro bronco-polmonare.

La lieve ipertrofia del ventricolo sinistro, mancando qualsiasi alterazione valvolare e nell' ostio atrio-ventricolare e nell' aortico, credo debbasi attribuire alla ipercinesi cardiaca per l' eccitamento nervoso, e alla relativamente mediocre resistenza incontrata dal sangue nella grande circolazione. Se il ventricolo destro, sollecitato dall' azione nervosa, doveva superare l' ostacolo determinato dall' ischemia polmonare, non fu lo stesso del ventricolo sinistro, poichè per questo l' ostacolo periferico si riduceva alla possibile contrazione dei vasi intestinali e dei setti muscolari della milza per l' eccitamento dei vaghi (Oehl), ostacolo per altro di facile compensazione, ed inoltre alla resistenza opposta dalla difficoltà del deflusso venoso per l' ostacolo polmonare; ma anche questa difficoltà era resa meno grave, per le più forti contrazioni dapprima del ventricolo destro e poscia delle arterie bronchiali. Quindi, esagerata la frequenza dell' azione del cuore, ed essendovi anche un certo aumento di ostacolo circolatorio, il ventricolo sinistro s' ipertrofizzò alquanto, ma non patì veruna degenerazione, essendo le condizioni dell' ostacolo

circolatorio ben diverse che pel ventricolo destro. Fra i momenti etiologici di questa ipertrofia si può ancora ammettere, quale un coefficiente secondario, l' influenza diretta che l' ostacolo circolatorio polmonare, per le arterie bronchiali, ha spiegato sul ventricolo sinistro.

Riguardo alle lesioni riscontrate nel polmone, parmi che quelle dei bronchi affetti da flogosi catarrale cronica, trovando la loro causa, come sopra dissi, nel disturbo circolatorio pulmonare, diano pure appoggio alla patogenesi che sostengo come la più plausibile. Infatti s' è vero che le arterie bronchiali abbiano concorso con maggiore energia contrattiva per regolare il corso del sangue nel campo dell'arteria polmonare, la loro azione ha dovuto determinare una pressione più forte prevalentemente sui capillari proprî, i quali stanno nella mucosa dei bronchi. Per questo aumento di pressione quelli si dilatarono, e modificati perciò i processi nutritivi locali, ne seguì ipertrofia delle glandole, e catarro cronico della mucosa bronchiale. A questo stesso momento etiologico devesi attribuire l' ingrossamento dei setti interalveolari per neoformazione connettiva. Al catarro bronchiale si associò la pneumonite catarrale dovuta all' aumento di pressione nei capillari polmonari, dapprima temporanea, e poscia persistente per la progressiva paralisi del bulbo, e favorita inoltre dalla ritenzione del secreto dei bronchi le cui fibro-cellule paralizzate caddero anch' esse in degenerazione.

Relativamente alla genesi e sviluppo delle lesioni della milza e del fegato non vi è alcun fatto che mi obblighi ad uscire dallo stesso ordine di idee, e quindi sono evidentemente spiegabili per la stasi sanguigna; all' enorme ingrandimento della milza credo abbia non poco contribuito la progressiva paralisi bulbare.

Tale è il modo con cui ho creduto potermi dar ragione del complesso dei fatti osservati nel gatto, che ha dato argomento a questa mia memoria. Non voglio però nascondere il mio pensiero che altri possa credere primitiva la degenerazione del cuore per influsso nervoso trofico, ed in questa trovare la causa di tutte le altre lesioni; e se io ho preferita la suesposta interpretazione si fu per i seguenti principali motivi: 1° Che ammettendo la degenerazione parziale del cuore come immediatamente consecutiva ad un disturbo nervoso trofico per paralisi del bulbo, non potrei trovar modo d' intendere la sua netta limitazione al solo ventricolo destro. 2° Che la persistenza tanto prolungata del vomito è inesplicabile con una paralisi primitiva dei vaghi, ed anche ammettendo questa pel solo vago sinistro, e poscia la progressiva eccitazione del midollo e del vago destro, non saprei conciliare da una parte il vomito e dall' altra la degenerazione limitata del cuore, a meno che il vago sinistro non innervi che il solo ventricolo destro. Parmi ancora insostenibile l' opinione che, per analogia di quanto si osserva in certe endocarditi accompagnate da vomito, questo possa nel caso attuale ritenersi come un fatto riflesso della degenerazione del miocardio; e resterebbe poi da spiegare il rammollimento del bulbo, se non si ammette una strana coincidenza dei due fatti. 3° Che l' accertata precedente ipertrofia del ventricolo destro presuppone un ostacolo circola-

torio polmonare, non essendosi trovata altra lesione nell' apparecchio circolatorio. 4° Infine, che anche volendo ammettere che la degenerazione cardiaca sia avvenuta rapidamente dopo la cessazione del vomito per la paralisi bulbare, negli ultimi giorni di vita del gatto, oltrechè difficilmente potrebbonsi intendere le lesioni bronco-polmonari essenzialmente croniche, resterebbe sempre inesplicabile la perfetta limitazione del processo degenerativo al ventricolo destro.

Questa atrofia potrebbe, a dir vero, trovar pure una ragione sufficiente nella pneumonite interstiziale; faccio però notare che i caratteri anatomico-macroscopici, non essendo bene evidenti, fin dal principio dell' osservazione mi fecero sospettare, ma non ammettere nel polmone una lesione circolatoria, che potesse dar ragione della parziale atrofia del cuore. Infatti una pneumonite interstiziale primitiva, per le alterazioni anatomiche polmonari più rilevanti localizzate alle parti superiori dei lobi, e per lo stato della pleura viscerale per nulla ingrossata e senza altra visibile lesione, non si poteva ammettere che come conseguenza di una bronchite cronica, della cui esistenza prima della manifestazione del vomito nessuna prova potei raccogliere mercè l' accurata anamnesi da me fatta. Ma anche che così fosse stato, le lesioni della flogosi interstiziale non erano di tanta gravità da far supporre un ostacolo grave nel circolo polmonare, tale da produrre l' atrofia degenerativa del ventricolo destro; e tanto meno è da credersi che questa condizione fosse esistita tanto tempo prima, quanto era necessario perchè la lesione del cuore avesse raggiunto quel grado. Inoltre vi si oppone il colore del parenchima polmonare in quel gatto anemico, e meglio poi l' osservazione microscopica dalla quale risultò che i capillari degli alveoli, tranne di quelli alterati assai ed occlusi da connettivo neoformato (il quale d' altronde in molti luoghi era percorso da numerosi piccoli vasi, così detti *di transizione*) i capillari, dico, erano dilatati e turgidi di sangue. Anche un' altra obbiezione, e apparentemente molto seria, potrebbe aver qui luogo, e cioè che la pneumonite interstiziale abbia prodotto contemporaneamente il progressivo ostacolo circolatorio, e il vomito come fatto riflesso; ma questa ipotesi, oltrechè contradetta dalla natura delle lesioni polmonari, farebbe eziandio escludere qualsiasi rapporto fra l'alterazione del midollo allungato e quella del cuore, che pel discorso disopra parmi doversi ammettere. Per tutte queste ragioni non credo di andare errato, dicendo che l' ostacolo al circolo polmonare sia dipeso da un disturbo primitivo e ripetuto dell' innervazione vasomotoria, seguita da tutti gli altri fatti patologici suddescritti; e quindi ritenendo per ora fermo quanto di sopra ho detto circa i fatti osservati, e l' interpetrazione loro da me creduta più plausibile, vengo a concludere:

1°. Che possono avvenire, come io ebbi ad osservare in un gatto, alterazioni nutritive del cuore per disturbi vasomotori di lunga durata, determinati da lesione del midollo allungato.

2°. Che la lesione del midollo, nel caso attuale, ebbe per conseguenza il rammollimento della sostanza nervosa, preceduto però da una fase irritativa; e

per la maniera ond' essa lentamente invase ed interessò per circa due terzi il bulbo, si ebbe come manifestazione principale di alterata funzionalità il vomito, ripetuto più volte quasi tutt' i giorni per nove mesi.

3°. Che questo vomito, e pel modo com' esso avvenne e si replicò, e per la mancanza di altre lesioni negli organi digerenti, è da attribuirsi unicamente ad eccitazioni ripetute dei pneumogastrici e del midollo allungato; e la prova si ha nel rammollimento di questa parte dei centri nervosi, il quale e per la causa ond' ebbe origine e per il lungo corso delle manifestazioni morbose a cui ha dato luogo, devesi ritenere conseguenza di un processo irritativo lieve e di lunga durata.

4°. Che l' irritazione prevalentemente del pneumogastrico sinistro e poscia del midollo allungato, oltre del vomito ha determinato lo spasmo vasomotorio e quindi ischemia nel circolo polmonare, pel quale spasmo l' attività cardiaca fu di necessità esagerata per frequenza e per forza, particolarmente del ventricolo destro.

5°. Che questa funzionalità aumentata produsse l' ipertrofia del cuore, la quale, per la maggior forza spiegata dal ventricolo destro a superare l' ostacolo pulmonare, fu in questo più rilevante, e per la maniera istantanea onde questo ostacolo insorgeva fu seguìta da degenerazione delle fibre ipertrofiche del miocardo, e questa dall' atrofia del ventricolo ed orecchietta corrispondente; mentre il ventricolo sinistro divenne leggermente ipertrofico più pel fatto della frequenza delle sue contrazioni che per un correlativo ostacolo circolatorio, e perciò senza dilatazione delle sue cavità.

6°. Che pel progressivo e graduato indebolimento delle attività del ventricolo destro degenerantesi, si stabilì una graduata compensazione d' impulso nel circolo polmonare mercè la maggiore energia contrattiva delle arterie bronchiali, la quale apportò una rilevante ipertrofia della loro membrana media, seguìta pur essa da degenerazione fibrinoide delle fibrocellule, e da ipertrofia e degenerazione jalina dell' intima.

7°. Che l' attività accresciuta delle arterie bronchiali produsse un aumento di pressione nei capillari proprii e conseguente ectasia, ond' ebbe luogo il catarro cronico dei bronchi con ipertrofia delle glandole bronchiali, ed ispessimento connettivo delle pareti interalveolari.

8°. Che, per la consecutiva degenerazione delle arterie bronchiali da un lato e per la progressiva paralisi bulbare dall' altro, andò sempre affievolendosi l' attività nel circolo polmonare, e quindi si stabilì la bronco-pneumonite cronica, favorita dalla ritenzione del secreto dei bronchi per la paralisi delle fibrocellule dei loro rami più piccoli. In seguito a che, e per una emorragia alla base del cervelletto avvenne la morte dell' animale.

9°. Che la lieve ipertrofia del ventricolo sinistro riconosce, oltre l' ipercinesi per causa nervosa e il moderato ostacolo da questa stessa causa determinato nel circolo

della milza e degl' intestini, anche l' impedimento al deflusso venoso per ischemia polmonare e poi per stasi paralitica ; e il non essére stata questa ipertrofia seguìta da degenerazione come nel ventricolo destro, è con tutta probabilità da ascriversi a ciò che il ventricolo sinistro non ha dovuto spiegare come quello una forza molto maggiore per vincere un ostacolo di difficile e lenta compensazione.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª — Rappresenta una sezione trasversale della parete del cuore, eseguita alla metà circa della lunghezza fra il solco coronario e la punta, e comprende parte del ventricolo destro e parte del sinistro. Ingr. 13 v.

A, Parete del ventricolo sinistro leggermente ipertrofica.

B, Parete del ventricolo destro atrofica.

a, Lieve ingrossamento dell' esocardo.

b, Chiazze degenerative del miocardio occupate da connettivo neoformato con cellule adipose, e da fibre muscolari degenerate, ed atrofiche a gradi diversi.

c, Fasci muscolari ancora normali.

d, Sezione trasversa di muscolo papillare ipertrofico del ventricolo destro, con fasci muscolari degenerati.

e, Strati muscolari esterni del ventricolo sinistro, nei quali si estendeva per circa 2,5 mill. il processo degenerativo, che avea invaso tutta la parete del ventricolo destro.

Fig. 2ª — Mostra una piccola parte della sezione trasversa della parete del ventricolo destro, degenerata ed atrofica. Ingr. 180 v.

a, Fasci muscolari normali.

a', Fasci muscolari contenenti fibre in principio di degenerazione fibrinoide.

b, Tagli trasversi, obbliqui e longitudinali di fibre muscolari degenerate.

c, Fibre degenerate, apparentemente risultanti dalla fusione di due.

d, Tessuto connettivo con cellule adipose in sostituzione delle fibre degenerate, la maggior parte delle quali in grado avanzato di atrofia.

Fig. 3ª — Destinata a far vedere il processo di degenerazione, e di atrofia delle fibre muscolari.

a, Sezione trasversa di fibra, nella quale sono ancora visibili piccole granulazioni, avanzi di prismi muscolari. Questa fibra è molto ingrossata, e lo è

stata ancora dippiù come si rileva dallo spazio vuoto che rimane fra essa e il sarcolemma pure ingrossato.

b, Altra sezione trasversa di fibra muscolare degenerata, il cui assottigliamento, e lo spazio vuoto nel tubo di sarcolemma sono maggiori.

Fig. 4ª — Taglio attraverso il parenchima polmonare vicino al bordo superiore. Ingr. 180 v.

a, Sezione trasversa di piccola arteria polmonare dilatata e con parete ipertrofica, le cui fibro-cellule sono in gran parte degenerate.

b, Intima ingrossata per iperplasia dei suoi elementi, dei quali pochi sono riconoscibili, e gli altri tutti degenerati.

c, Sepimenti interalveolari molto grossi per iperplasia connettivale.

d, Essudato che riveste la superficie interna degli alveoli privi dell' epitelio.

Fig. 5ª — Sezione trasversa di un ramo di arteria bronchiale, tinta con ematossilina ed eosina. Ingr. 120 v.

a, Membrana media ipertrofica con elementi contrattili ancora normali.

b, Membrana degenerata ed atrofica.

d, Intima ingrossata con degenerazione jalina; ma vi esistono ancora avanzi nucleari, e l' endotelio.

Il lume dell' arteria ha la forma di triangolo irregolare, con due angoli acutissimi e il lato comune rientrante in corrispondenza di quella parte della media ancora normale, e un angolo aperto e rotondeggiante dalla parte degenerata. Ciò dipende da che la media degenerata si lasciò distendere dalla pressione interna del sangue, mentre la parte normale, contraendosi, restrinse il lume nei due angoli acuti.

e, Connettivo periarterioso che è aumentato come quello dei setti interalveolari, e percorso da molti vasellini sanguigni.

Fig. 6ª — Mostra una sezione in parte longitudinale e in parte obbliqua di un' arteria bronchiale ipertrofica, e degenerata. Ingr. 180.

a, Avventizia iperplastica.

b, Media in cui le fibro-cellule, sezionate trasversalmente, sono ben distinte: alcune di esse sono normali con nucleo bene appariscente, altre senza nucleo e di aspetto omogeneo, altre infine degenerate e trasparenti.

c, Media tagliata in senso obbliquo longitudinale; le fibre degenerate appaiono come spazî fusiformi più chiari.

d, Intima ingrossata, con degenerazione jalina.

e, Endotelio.

Fig. 7ª — Rappresenta una parte del preparato disegnato nella figura precedente, ingrandito 670 volte per far meglio vedere tutte le particolarità istopatologiche. Le lettere corrispondono esattamente.

Fig. 8ª — Frammento di media di arteria bronchiale, per mostrare lo stato granuloso delle fibro-cellule nel processo degenerativo prima di assumere l' aspetto omogeneo.

Fig. 9ª — Figura tratta da una sezione del parenchima polmonare, e che mostra il taglio trasverso di un piccolo bronco alla sua biforcazione. Ingr. 32 v.

a, Setti interalveolari molto ingrossati per iperplasia connettivale.

b, Alveoli assai rimpiccioliti per l' ingrossamento delle pareti.

c, Alveoli occlusi da connettivo neoformato.

d, Alveoli ripieni di essudato scarso di elementi cellulari, e di aspetto di albumina coagulata.

e, Tagli obbliqui di arteria bronchiale ipertrofica.

f, Taglio trasverso di arteria con trombo bianco.

g, Vena bronchiale con avventizia ingrossata e ben distinta.

h, Piccolo bronco sezionato trasversalmente poco dopo la sua biforcazione.

i, Membrana fibrosa sotto-epiteliale ingrossata.

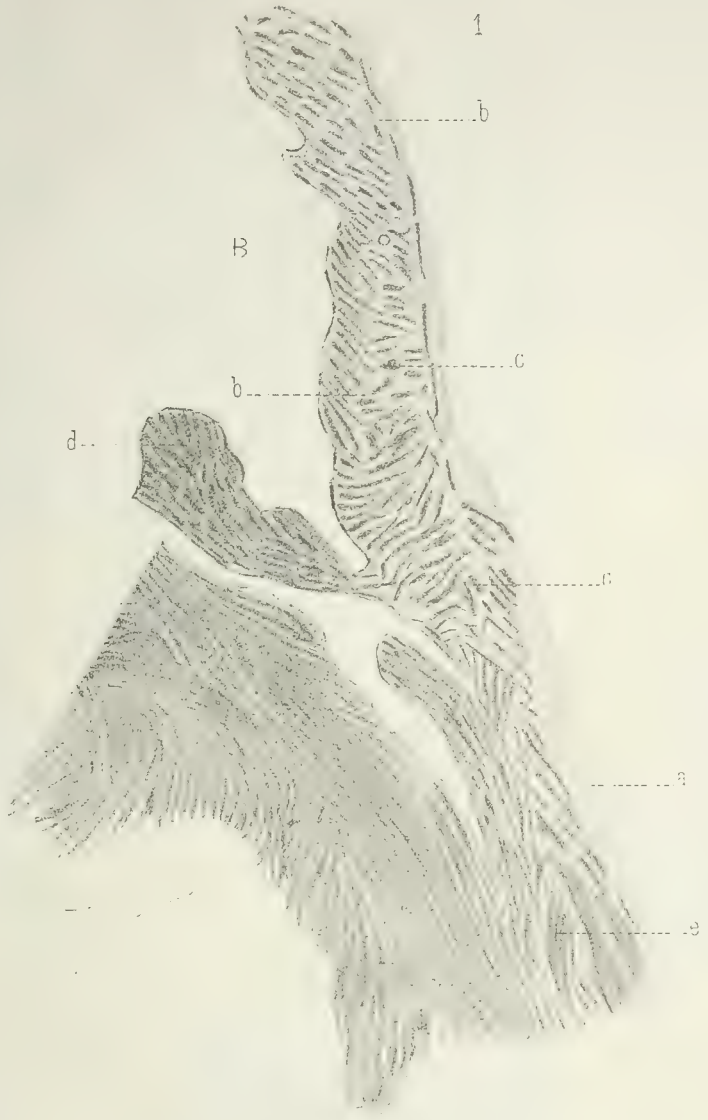
i', Strato di glandole mucose peribronchiali ipertrofico. Il maggior numero dei tubuli glandolari sono degenerati.

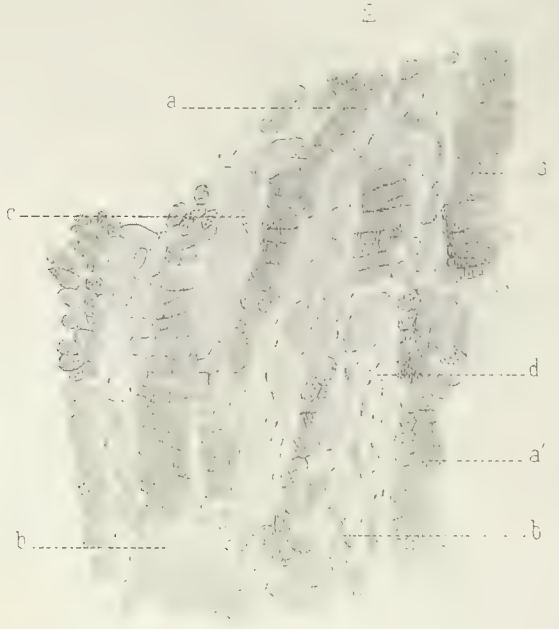
l, Strato di essudato fibrinoso ricco di elementi cellulari, che a guisa di pseudo-membrana riveste la superficie interna del bronco.

m, Essudato simile a quello degli alveoli che occupa quasi tutto il restante lume del bronco.

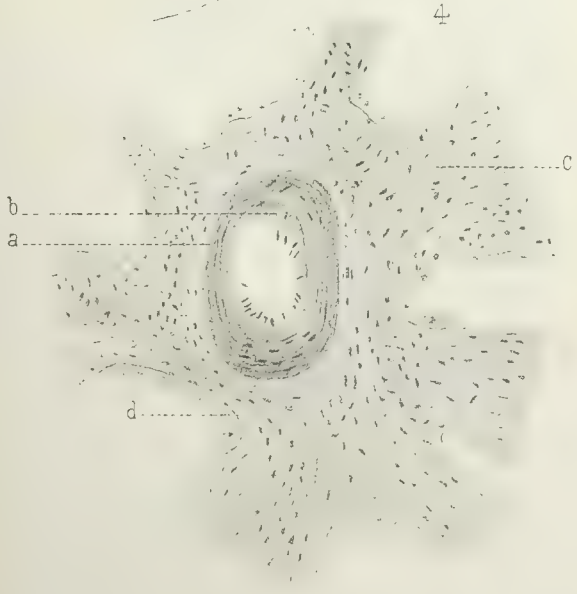
Fig. 10ª — Una parte della parete bronchiale della figura antecedente, maggiormente ingrandita 170 v.

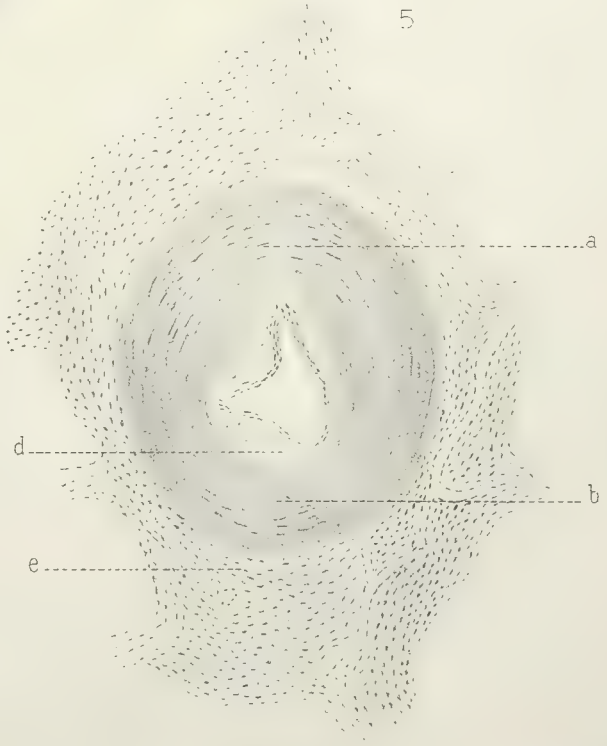
Le lettere indicano le stesse parti. È a notarsi la degenerazione quasi omogenea, e leggermente granulosa delle glandole bronchiali.

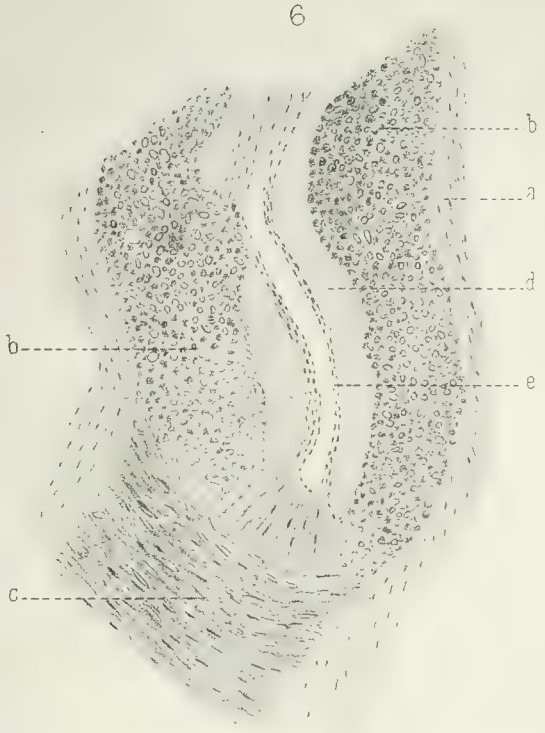

1
b
B
c
b
d
c
a
e

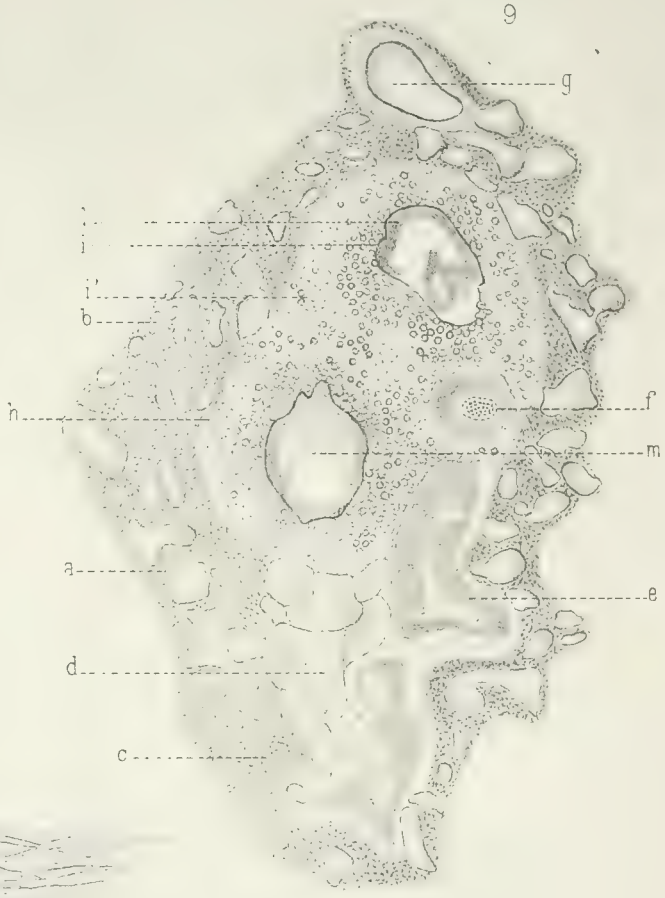

2
a
c
d
a'
b
b

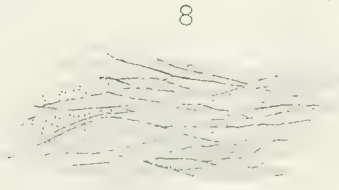
3
a


4
c
b
a
d

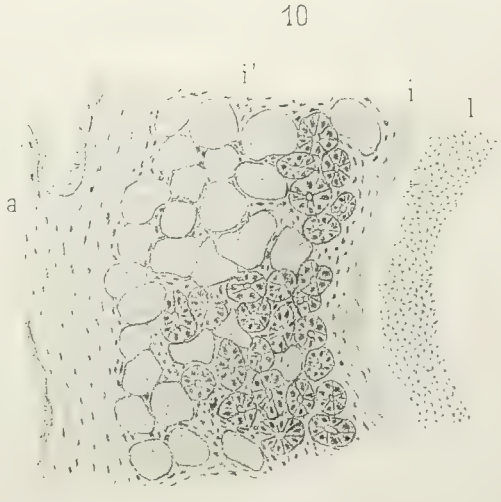

5
a
d
b
e


6
b
a
d
b
e
c


9
g
i
i'
b
h
f
m
a
e
d
c


8

7
a
b
d
e


10
i'
i
l
a

SULLA

RISOLUZIONE DELL' EQUAZIONE FUNZIONALE

$$\Sigma h_\nu \varphi(x + a_\nu) = f(x)$$

A COEFFICIENTI COSTANTI

MEMORIA

del Prof. SALVATORE PINCHERLE

(Letta nella Sessione 19 Febbraio 1888).

Il presente lavoro ha per oggetto principale la risoluzione dell' equazione funzionale

$$\sum_{\nu=1}^{m} h_\nu \varphi(x + a_\nu) = f(x) \tag{1}$$

rispetto alla funzione incognita $\varphi(x)$. Attorno a questa questione se ne raggrupperanno varie altre, quali la risoluzione di equazioni funzionali affini alla (1), lo studio di certe classi di funzioni che si presentano in questa risoluzione e l' esame di alcuni problemi funzionali che hanno stretto legame colla equazione (1). In questa memoria verrà esaminato il caso in cui i coefficienti h_ν dell' equazione (1) sono quantità costanti, mentre mi propongo di trattare in altro lavoro la medesima equazione nell' ipotesi che le h_ν siano funzioni razionali della x.

§ 1. - Un problema d' inversione d' integrale definito e sue varie interpretazioni.

1. Abbiasi una serie di potenze di z^{-1}, che rappresenti una funzione analitica di z, regolare fuori di un cerchio di centro 0 e di raggio R e nulla all' infinito: sia questa

$$A(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^{n+1}} .$$

Si prenda $z = y - x$: la funzione $A(y-x)$ sarà certamente regolare sotto la

condizione

$$|y - x| > R \,, \tag{2}$$

a soddisfare la quale si può porre sia

$$|y| > |x| + R \,, \tag{3}$$

sia

$$|x| > |y| + R \,. \tag{4}$$

Nella prima ipotesi, prendendo x interno ad un cerchio di centro 0 e di raggio σ, ed y fuori di un cerchio di centro 0 e di raggio $R + \sigma$, si ottiene per $A(x - y)$ sia lo sviluppo

$$A(y - x) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{(y - x)^{n+1}} \,, \tag{5}$$

sia l' altro

$$A(y - x) = \sum_0^\infty \frac{A_n(x)}{y^{n+1}} \tag{6}$$

dove le $A_n(x)$ costituiscono il sistema dei polinomî di Appell formati coi coefficienti a_n. (*)

Nella seconda ipotesi, prendendo y interno al cerchio σ ed x fuori del cerchio $R + \sigma$, si avrà per $A(y - x)$ sia lo sviluppo (5), sia l' altro

$$A(y - x) = \sum_0^\infty \frac{y^n}{n!} A^{(n)}(-x) \,, \tag{7}$$

indicando con $A^{(n)}(z)$ la $n.^{ma}$ derivata di $A(z)$.

2. Si consideri ora l' espressione

$$A(\psi) = \int_{(l)} A(y - x)\psi(y)dy \,, \tag{8}$$

dove l' integrazione è estesa ad una linea (l) del piano y, e $\psi(y)$ è una funzione analitica senza singolarità nei punti della linea (l); e si distinguano due casi:

a) La linea (l) sia finita od infinita (purchè in quest' ultimo caso l' integrale

(*) V. la mia Memoria: *Sur certaines opérations fonctionnelles* ecc., § 33, Acta Mathematica, T. X, p. 179, 1887.

abbia un significato e rappresenti una funzione analitica), ma il minimo modulo dei suoi punti sia superiore ad R: sia $R+\sigma$. Preso allora $|x|<\sigma$, per i punti della linea (l) è soddisfatta la (3) e si può assumere per la $A(y-x)$ lo sviluppo (5) o (6).

Posto

$$\int_{(l)} \frac{\psi(y)dy}{y-x} = \varphi(x) , \tag{9}$$

e sostituendo per la $A(y-x)$ sia la (5), sia la (6), si ha dalla (8) senz' altro se la linea l è finita, e sotto le condizioni d' integrabilità per serie se è infinita:

$$A(\psi) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{n!} \varphi^{(n)}(x) \tag{10}$$

e

$$A(\psi) = \sum_0^\infty c_n A_n(x) \tag{11}$$

con

$$c_n = \int_{(l)} \frac{\psi(y)dy}{y^{n+1}} . \tag{12}$$

b) La linea (l) sia tutta a distanza finita. Detto allora σ il massimo modulo dei suoi punti, si prenda $|x|>R+\sigma$: per i punti della linea (l) sarà soddisfatta la (4) e verranno per $A(y-x)$ gli sviluppi (5) e (7). Sostituendo questi sviluppi nella (8), si avrà

$$A(\psi) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{n!} \varphi^{(n)}(x) \tag{10}$$

e

$$A(\psi) = \Sigma\, c_n' \frac{A^{(n)}(-x)}{n!} \tag{13}$$

dove le c_n' sono date da

$$c_n' = \int_{(l)} y^n \psi(y)dy .$$

3. Se ora $f(x)$ è una funzione data, proponiamoci di risolvere rispetto alla funzione incognita $\psi(y)$ l' equazione funzionale:

$$A(\psi) = f(x) . \tag{14}$$

Questo problema è uno di quelli che si dicono *inversione d' integrale definito* e la funzione $A(y - x)$ ne è la funzione caratteristica; ora le formole testè trovate dimostrano come esso coincida con altri problemi funzionali. Infatti, secondo che si prende per $A(\varphi)$ l' una o l' altra delle sue espressioni (10)', (11) o (13) si ha da risolvere uno dei seguenti problemi:

a) Risolvere l' equazione differenziale lineare a coefficienti costanti e con infiniti termini:

$$\sum_0^\infty \frac{a_n}{n!} \varphi^{(n)}(x) = f(x) , \tag{15}$$

oppure:

b) Trovare lo sviluppo della funzione data $f(x)$ in serie

$$f(x) = \Sigma\, c_n A_n(x)$$

ordinata secondo i polinomî di Appell di un dato sistema,

o infine:

c) Sviluppare la funzione data $f(x)$ in serie ordinata per le derivate successive di una data funzione $A(-x)$.

§ 2. - Risoluzione formale del problema. Moltiplicità di soluzioni.

4. Il problema d' inversione d' integrale definito espresso dall' equazione (14) ci conduce adunque nei due casi considerati, alla risoluzione del problema *a)*, espresso dall' equazione (15). Ora, questo problema è più generale di quello dato dalla equazione (14), poichè non solo ogni equazione (14) dà luogo ad una equazione della forma (15), ma anche perchè la serie

$$\Sigma \frac{a_n}{n!} \psi^{(n)}(z)$$

potrebbe convergere anche se la $A(z)$ fosse una serie sempre divergente, epperciò senza significato. Converrà dunque cercare prima la soluzione dell' equazione (15): ora questa si risolve *formalmente* senza difficoltà col seguente metodo:

Si ponga anzitutto

$$a(t) = \sum_0^\infty \frac{a_n t^n}{n!} , \tag{16}$$

si determini poi una funzione $\chi(t)$ ed una linea d' integrazione (λ) tali che sia

$$\int_{(\lambda)} \chi(t) e^{xt} dt = f(x) . \quad (*) \tag{17}$$

La soluzione formale dell' equazione (15) sarà data da

$$\varphi(x) = \int_{(\lambda)} \frac{\chi(t) e^{xt}}{a(t)} dt \tag{18}$$

poichè derivando si ottiene

$$\varphi^{(n)}(x) = \int_{(\lambda)} \frac{\chi(t) e^{xt} t^n dt}{a(t)}$$

che sostituita nell' equazione (15) la rende formalmente verificata.

5. Risoluta così formalmente l' equazione (15), in cui si contiene l' inversione d' integrale che abbiamo preso a studiare, dobbiamo cercare in quali casi quella soluzione formale dia luogo ad una soluzione effettiva; ora noi faremo questa ricerca per il caso che la $A(z)$ abbia una forma speciale, colla quale la (14) si trasforma in quella equazione (1) la cui soluzione forma il principale oggetto di questo lavoro.

Ma prima di procedere in questa via, conviene osservare che l' equazione (15) è suscettibile di una moltiplicità di soluzioni. Infatti la (18) ci definisce una funzione che soddisfa formalmente al problema per qualunque linea d' integrazione per la quale valga la (17). Se dunque prendiamo due di queste linee, fra cui sia compreso qualche zero della funzione $a(t)$, si prevede che si otterranno due funzioni $\varphi(x)$ differenti e che per conseguenza il numero e le relazioni fra le varie soluzioni dipenderanno dagli zeri di $a(t)$.

Ciò è confermato dal fatto che la differenza fra due soluzioni della (15) soddisfa all' equazione

$$\Sigma \frac{a_n}{n!} \varphi^{(n)}(x) = 0 , \tag{19}$$

la quale, come è ben noto, ammette l' integrale sotto la forma

$$\Sigma C_\nu e^{\beta_\nu x} \tag{20}$$

dove le β_ν sono radici, prese in numero arbitrario, della funzione $a(t)$, e le C_ν sono costanti arbitrarie.

(*) Per questa determinazione, V. la mia Memoria: *Della trasformazione di Laplace e di alcune sue applicazioni*, Mem. della R. Accademia delle Scienze di Bologna. S. IV, T. VIII, 1887.

§ 3. - Forma speciale della funzione caratteristica, che conduce all'equazione (1).

6. Porremo

$$A(z) = \frac{h_1}{z - \alpha_1} + \frac{h_2}{z - \alpha_2} + \cdots\cdots + \frac{h_m}{z - \alpha_m}, \tag{21}$$

dove le $h_1, h_2, \ldots h_m$ e le $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m$ sono numeri costanti, e le α si suppongono ordinate in ordine crescente rispetto alle loro parti reali. Il numero indicato dianzi con R non è altro che il massimo modulo delle α.

Nell' integrale (8), la funzione caratteristica è ora

$$A(y - x) = \sum_{\nu=1}^{m} \frac{h_\nu}{y - x - \alpha_\nu},$$

ed i polinomî di Appell corrispondenti sono

$$A_n(x) = \sum_{\nu=1}^{m} h_\nu (x + \alpha_\nu)^n.$$

In questa ipotesi, l' equazione (14) si trasforma in

$$\sum_{\nu=1}^{m} h_\nu \int_{(l)} \frac{\psi(y)dy}{y - x - \alpha_\nu} = f(x),$$

ossia, per la (9), in

$$\sum_{\nu=1}^{m} h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) = f(x). \tag{1}$$

La funzione $a(t)$ definita dalla (16) diviene

$$a(t) = \Sigma\, h_\nu e^{\alpha_\nu t},$$

e l' equazione (1) viene risoluta formalmente dalla formola (18) trovata a § 2 e che si scrive

$$\varphi(x) = \int_{(\lambda)} \frac{\chi(t)e^{xt}}{\Sigma\, h_\nu e^{\alpha_\nu t}}\, dt : \tag{18'}$$

e di ciò persuade la semplice sostituzione di (18)' nel primo membro della (1).

Mostreremo ora come questa soluzione formale dia anche la soluzione effettiva del problema in due casi notevoli, il primo dei quali è già stato considerato dal Sig. Halphen, benchè sotto un punto di vista diverso dal nostro.

§ 4. - Caso di una funzione trascendente intera; il problema dell' Halphen.

7. Suppongasi che la funzione data $f(x)$ sia intera (trascendente in generale), e posto

$$f(x) = \Sigma \frac{k_n x^n}{n!} , \tag{22}$$

suppongasi che sia

$$k_n < \rho^n$$

dove ρ è un numero positivo; il che equivale a dire che la serie

$$\chi(t) = \Sigma \frac{k_n}{t^{n+1}}$$

converge fuori del cerchio di centro 0 e di raggio ρ. Indicando con (λ) una linea chiusa tutta esterna al cerchio ρ, si verifica immediatamente che

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(\lambda)} \chi(t) e^{xt} dt . \tag{23}$$

Ne consegue che per ogni tale funzione $f(x)$ l' espressione (18) rappresenta una funzione $\varphi(x)$ trascendente intera che dà una soluzione non più soltanto formale, ma *effettiva* dell' equazione (15). È necessario avvertire che la linea (λ) non deve passare per nessuna radice della $a(t)$.

Se si varia la linea d' integrazione (λ), la soluzione $\varphi(x)$ varierà ogni qualvolta la linea d' integrazione oltrepasserà una radice della $a(t)$, per modo che la differenza fra due soluzioni sarà, come si scorge facilmente, una funzione della forma (20).

Riassumendo, l' espressione (18) ci dà in questo caso, per ogni linea (λ) esterna al cerchio ρ e che non passi per qualche radice di $a(t)$, una funzione (trascendente in generale) intera che risponde alle seguenti questioni:

a) Risoluzione dell' equazione (15), dove $f(x)$ è della forma (22).

b) Inversione dell' integrale

$$f(x) = \int_{(l)} A(y-x)\varphi(y)dy \tag{8}$$

rispetto alla funzione φ, (l) essendo una linea chiusa qualunque esterna al cerchio R.

c) Sviluppo della funzione $f(x)$ in serie di polinomî di Appell. La (12) mostra che il coefficiente di $A_n(x)$ in questa serie è quello di x^n nello sviluppo di $\varphi(x)$ in serie di potenze.

La differenza fra due soluzioni della (15) dà una soluzione dell' equazione (19) ed uno sviluppo dello zero in serie di polinomî $A_n(x)$.

8. Merita speciale menzione il caso in cui le radici di $a(t)$, ad eccezione della radice nulla, sono maggiori di ρ in valore assoluto, nel qual caso si può descrivere una linea (λ') chiusa, tutta esterna al cerchio ρ e che non contiene nel suo interno alcuna radice di $a(t)$ diversa da zero. Indicherò con $\Phi(x)$ la funzione $\varphi(x)$ che si ottiene dalla (18) prendendo (λ') come linea d' integrazione. Questa funzione $\Phi(x)$ presenta notevoli relazioni di reciprocità colla funzione data $f(x)$. Infatti, $\frac{e^{xt}}{a(t)}$ non contenendo nel suo sviluppo per l' intorno di $t=0$ che un numero finito di potenze negative di t, seppur ne contiene, si avrà

$$\frac{e^{xt}}{a(t)} = \sum_{n=-m}^{\infty} \frac{t^n \mathbf{A}_n(x)}{n!} \tag{24}$$

dove le $\mathbf{A}_n(x)$ costituiscono il sistema di polinomî di Appell *inversi* di $A_n(x)$. Ricordando ora che i coefficienti di $f(x)$ sono dati, per la (23), da

$$k_n = \int_{(\lambda')} \chi(t)t^n dt ,$$

si trova, sostituendo lo sviluppo (24) nella espressione (18) di $\Phi(x)$:

$$\Phi(x) = \sum_{0}^{\infty} \frac{k_n}{n!} \mathbf{A}_n(x) .$$

Così pure, sostituendo nella (18) lo sviluppo

$$\frac{1}{a(t)} = \sum_{-m}^{\infty} \mathbf{a}_n t^n ,$$

si trova

$$\Phi(x) = \sum_{0}^{\infty} \mathbf{a} f^{(n)}(x) .$$

Giovandosi di queste osservazioni, si può comporre il seguente specchio che pone in evidenza le proprietà reciproche di $f(x)$ e $\Phi(x)$:

$$(A)\quad \begin{cases} f(x) = \sum_0^\infty \frac{k_n x^n}{n!} & \Phi(x) = \sum_0^\infty \frac{k_n A_n(x)}{n!} \\ f(x) = \sum_0^\infty c_n A_n(x) & \Phi(x) = \sum_0^\infty c_n x^n, \\ a(t) = \Sigma \frac{a_n t^n}{n!} & \frac{1}{a(t)} = \Sigma\, \mathbf{a}_n t^n, \\ f(x) = \sum_0^\infty \frac{a_n \Phi^{(n)}(x)}{n!} & \Phi(x) = \sum_0^\infty \mathbf{a}_n f^{(n)}(x). \end{cases}$$

9. In ciò che precede la $A(z)$ si è supposta affatto qualunque, come a § 1. Se ora diamo ad $A(z)$ la forma speciale (21), le funzioni $\varphi(x)$ ora trovate risolvono l' equazione (1) per ogni $f(x)$ della forma (22). Quando il numero ρ è minore della minima radice di $a(t)$ in valore assoluto, eccettuata sempre la radice nulla, si ottiene una soluzione $\Phi(x)$ che è legata ad $f(x)$ dalle proprietà espresse nello specchio (*A*). Queste funzioni $\Phi(x)$ sono quelle considerate dal Sig. Halphen (*); osservando che si ha per la (8)

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(l)} \sum_{\nu=1}^{m} \frac{h_\nu}{y - x - \alpha_\nu} \Phi(y) dy$$

onde

$$k_n = \sum_{\nu=1}^{m} h_\nu \Phi^{(n)}(\alpha_\nu),$$

esse sono tali che

$$(25)\qquad \Phi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(h_1 \Phi^{(n)}(\alpha_1) + h_2 \Phi^{(n)}(\alpha_2) + \cdots + h_m \Phi^{(n)}(\alpha_m) \right) \frac{A_n(x)}{n!}.$$

che è la proprietà assunta dal Sig. Halphen come punto di partenza.

§ 5. - Caso di una funzione regolare fuori di un cerchio.

10. Premettiamo l' enunciato di due proposizioni ausiliari di cui dovremo fare uso in questo paragrafo. (**)

(*) Comptes-rendus de l' Académie des Sciences de Paris, t. XCIII, p. 781, 1881.

(**) Per la dimostrazione del primo teorema, v. Scheeffer, *Ueber einige bestimmte Integralen*, ecc. p. 5 (Habilitationsschrift, Berlin, 1883). La dimostrazione dello Scheeffer si potrebbe però notevolmente semplificare facendo uso di un teorema del Prof. Morera (Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. II, t. XIX). Per la dimostrazione del secondo, v. la mia Memoria già citata: *Della trasformazione di Laplace*, § 5.

Teorema 1° - Quando una funzione analitica $\chi(t)$ soddisfa alla condizione

$$(a) \qquad \lim_{t=\infty} \chi(t)e^{-xt} = 0$$

per t reale e positivo e per ogni x la cui parte reale è maggiore di un numero reale ρ, l' espressione

$$(b) \qquad \int_0^\infty \chi(t)e^{-xt}dt$$

rappresenta per quei valori di x, una funzione analitica regolare.

Teorema 2° - Se

$$f(x) = \sum_0^\infty \frac{k_n}{x^{n+1}}$$

è una serie di potenze convergente fuori di un cerchio di centro 0 e di raggio ρ, e si pone

$$\chi(t) = \sum_0^\infty \frac{k_n t^n}{n!} ,$$

la funzione $\chi(t)$ soddisfa alla proprietà (a) e l' espressione (b) coincide, per i valori di x la cui parte reale è maggiore di ρ, colla $f(x)$ stessa.

11. Riprendiamo ora l' equazione (1) e supponiamo che la funzione data $f(x)$ del secondo membro di questa equazione sia regolare fuori del cerchio di centro 0 e di raggio ρ e nulla all' infinito, epperciò sviluppabile in una serie

$$(26) \qquad f(x) = \sum_0^\infty \frac{k_n}{x^{n+1}}$$

convergente fuori del cerchio stesso. Per il teorema 2°, e posto $\chi(t)$ eguale alla funzione intera $\Sigma \frac{k_n t^n}{n!}$, si ha

$$(27) \qquad f(x) = \int_0^\infty \chi(t)e^{-xt}dt ,$$

e la soluzione dell' equazione (1) è data formalmente dalla formola (18)' che nel nostro caso diviene:

$$(28) \qquad \varphi(x) = \int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-\bullet t}dt}{\Sigma h_\nu e^{-\alpha_\nu t}} .$$

12. Si tratta ora di intraprendere un esame più attento della espressione trovata, e cioè di vedere prima se la espressione (28) rappresenta, e per quali valori di x, una funzione analitica che dia la soluzione effettiva dell'equazione (1): poi, dimostrato che la (28) rappresenta in un certo campo del piano x una funzione analitica, di studiare se la funzione così rappresentata si possa estendere oltre al campo dei valori di x in cui è definita dall'espressione (28). Ci è necessario pertanto di entrare in alcune considerazioni particolareggiate onde poter rispondere a tali domande.

Indicheremo con $R(a)$ la parte reale di un numero complesso a qualunque; rappresenteremo con $u+iv$ la variabile complessa x, e con $L_{\alpha,\delta}$ la retta che nel piano di questa variabile, e riferita agli assi u e v, è rappresentata dall'equazione in forma normale

$$u\cos\alpha + v\,\mathrm{sen}\,\alpha - \delta = 0\,.$$

Infine supporremo per ora che la $a(t)$ non sia nulla per $t=0$.

Ciò posto, dimostreremo le seguenti proposizioni:

a) Essendo $\chi(t)=\Sigma\frac{k_n t^n}{n!}$ con $k_n \backsim \rho^n$, si potrà determinare x in modo che

$$\chi(t)e^{-xt} \tag{29}$$

tenda a zero quando t cresce indefinitamente nella direzione di argomento qualunque μ.

Infatti, posto $t=\tau(\cos\mu+i\,\mathrm{sen}\,\mu)$ ed essendo

$$k_n < M\rho_1^{\,n}$$

dove ρ_1 è maggiore di ρ per tanto poco quanto si vuole, viene

$$|\chi(t)e^{-xt}| < Me^{\tau(\rho_1 - u\cos\mu + v\,\mathrm{sen}\,\mu)}\,, \tag{30}$$

ed affinchè il limite di questa espressione sia zero basta prendere u in modo che sia

$$u\cos\mu - v\,\mathrm{sen}\,\mu > \rho_1 > \rho\,.$$

Il significato geometrico di questa diseguaglianza si è che x deve trovarsi in quello dei semipiani determinati dalla retta $L_{-\mu,\rho}$ nel quale non è l'origine: indicheremo questo semipiano con $P_{-\mu,\rho}$.

b) Ritenendo le stesse notazioni, se x è compreso nella regione comune ai semipiani $P_{-\mu',\rho}$ e $P_{-\mu'',\rho}$ e t va all'infinito con un argomento qualunque μ compreso fra μ', e μ'', l'espressione (29) tende a zero *uniformemente.*

Infatti, essendo ε e σ due numeri positivi arbitrariamente piccoli, se prendiamo x nella regione comune ai due semipiani $P_{-\mu',\rho+\varepsilon}$ e $P_{-\mu'',\rho+\varepsilon}$, avremo per la (30)

$$|\chi(t)e^{-xt}| < Me^{-\varepsilon\tau}$$

e quì potremo prendere τ_0 tanto grande che per $\tau > \tau_0$ sia $Me^{-\tau\varepsilon} < \sigma$.

c) Una funzione intera della forma

$$a(t) = h_1 e^{\alpha_1 t} + h_2 e^{\alpha_2 t} + \cdots + h_m e^{\alpha_m t}$$

ammette infinite radici che hanno per posto limite l' infinito. Ma su ogni semiretta che parte dall' origine (eccettuate alcune in numero finito), si può prendere τ_0 tanto grande che su quella retta non si trovi alcuna radice di $a(t)$ maggiore di τ_0 in valore assoluto.

Si indichi infatti con μ l' argomento di una direzione qualunque e si ponga $\alpha_\nu = \gamma_\nu + i\gamma_\nu'$. Si avrà

$$R(\alpha_\nu t) = \tau(\gamma_\nu \cos\mu - \gamma_\nu' \operatorname{sen}\mu) \qquad (\nu = 1, 2, \ldots m) .$$

Vi sarà soltanto un numero finito di direzioni in cui due delle $R(\alpha_\nu t)$ possono essere eguali, infatti se deve essere

$$\gamma_r \cos\mu - \gamma_r' \operatorname{sen}\mu = \gamma_s \cos\mu - \gamma_s' \operatorname{sen}\mu$$

ne viene per μ il valore speciale

$$\mu = \operatorname{arc\,tg} \frac{\gamma_r - \gamma_s}{\gamma_r' - \gamma_s'} . \tag{31}$$

Tolte dunque queste direzioni che sono in numero finito, vi sarà fra le $R(\alpha_\nu t)$ una massima: sia quella corrispondente all' indice s. Si potrà allora scrivere

$$a(t) = (h_s + h_1 e^{(\alpha_1 - \alpha_s)t} + h_2 e^{(\alpha_2 - \alpha_s)t} + \cdots) e^{\alpha_s t} .$$

Ma le parti reali di $\alpha_1 - \alpha_s$, $\alpha_2 - \alpha_s$,... essendo negative, posso prendere τ_0 tale che per $\tau > \tau_0$ sia

$$|h_1 e^{(\alpha_1 - \alpha_s)t} + h_2 e^{(\alpha_2 - \alpha_s)t} + \cdots| < \frac{|h_s|}{2} ,$$

onde

$$|a(t)| > \frac{1}{2} |h_s e^{\alpha_s t}| ,$$

e qui il secondo membro non è zero per nessun valore finito di t.

Le direzioni date da (31), lungo le quali si possono trovare radici di $a(t)$ per $|t|$ grande quanto si vuole, verranno dette *direzioni-limiti*. La (31) dimostra che esse sono perpendicolari alle simmetriche (rispetto all' asse reale) delle direzioni dei lati del poligono che ha per vertici i punti α_ν.

d) Se si prendono due semirette di argomenti μ', μ'', abbastanza vicine per non comprendere fra di loro alcuna direzione-limite, l' espressione

$$\frac{\chi(t)e^{-xt}}{a(t)} \tag{32}$$

converge a zero *uniformemente* quando t tende all' infinito con un argomento qualunque compreso fra μ' e μ'', per tutti i valori di x compresi nella regione comune ai due semipiani $P_{-\mu',\rho}$ e $P_{-\mu'',\rho}$.

Infatti si ha

$$\frac{\chi(t)e^{-xt}}{a(t)} = \frac{\chi(t)^{-(x+\alpha_s)t}}{h_s + h_1 e^{(\alpha_1-\alpha_s)t} + \dots},$$

dove per tutti i valori di μ compresi fra μ' e μ'' le $R(\alpha_1 - \alpha_s)$, $R(\alpha_2 - \alpha_s)$,... non divengono mai zero e perciò rimangono sempre negative. Si potrà dunque trovare un tal valore τ_0 che per $\tau > \tau_0$ e per tutti i valori di μ fra μ' e μ'', sia

$$|h_1 e^{(\alpha_1-\alpha_s)t} + h_2 e^{(\alpha_1-\alpha_s)t} + \dots| < \frac{|h_s|}{2}$$

da cui il denominatore della (32) risulta in valore assoluto

$$|h_s + h_1 e^{(\alpha_1-\alpha_s)t} + \dots| > \frac{|h_s|}{2}.$$

In quanto al numeratore della (32), sappiamo che esso converge uniformemente a zero per ogni valore di μ fra μ' e μ'' ed i valori di x presi nella regione comune ai semipiani $P_{-\mu',\rho-R(\alpha_s)}$, $P_{-\mu'',\rho-R(\alpha_s)}$: pertanto per quei valori di x converge a zero la (32), c. d. d.

13. Mediante i principî ora stabiliti, è facile riconoscere che l' espressione (28) rappresenta una funzione analitica di x. Supponiamo prima che la direzione dell' asse reale positivo non sia una direzione-limite, e che su quest' asse non si trovi alcuna radice della $a(-t)$. Indicando con α_1 quella delle α_ν che ha la minima parte reale, la funzione sotto il segno nella (28) si può scrivere

$$\frac{\chi(t)e^{-(x-\alpha_1)}}{\Sigma h_\nu e^{-(\alpha_\nu-\alpha_1)t}}$$

e quindi, per x tale che $R(x-\alpha_1) > \rho$, cioè preso x nel semipiano $P_{0,\rho+\alpha_1}$, essa tende a zero e (teor. 1°) la (28) rappresenta per quei valori di x una funzione analitica regolare, che è una soluzione effettiva dell' equazione (1).

Se invece la direzione dell'asse reale positivo contiene qualche radice della $a(-t)$, oppure è una direzione limite, si considera in luogo della (28) l' espressione

$$(28)' \qquad \int_0^\infty \frac{\chi(\tau e^{i\mu}) e^{-x\tau e^{i\mu}} e^{i\mu} d\tau}{\Sigma h_\nu e^{-\alpha_\nu \tau e^{i\mu}}}$$

dove la semiretta di argomento μ non contiene radici di $a(-t)$ nè è direzione limite, e si trova come prima che la (28)' rappresenta nel semipiano $P_{-\mu,\rho+R(\alpha_s)}$ una funzione analitica regolare che soddisfa alla (1); $\alpha_s t$ indica quella delle $\alpha_\nu t$ che ha la minima parte reale.

Risulta da ciò che la soluzione formale (28) della equazione (1) dà sempre luogo ad una soluzione effettiva.

14. Dobbiamo ora rispondere all' altra domanda posta in principio del N. 12: come si possa continuare analiticamente la funzione ora trovata fuori del semipiano in cui essa è rappresentata dalla (28). A questo effetto consideriamo un settore circolare limitato da un arco di cerchio di centro 0 e di raggio r grandissimo, e da due raggi aventi per argomenti μ' e μ''; questi ultimi presi in modo da non essere direzioni-limiti, nè comprendere fra essi direzioni-limiti, nè alcuna radice di $a(-t)$.

L' integrale di $\frac{\chi(t)e^{-xt}}{at}$ esteso al contorno del settore, sarà nullo. Ma la parte d' integrale esteso all' arco di cerchio si può (N. 12, *d*) al crescere del raggio r, rendere piccola quanto si vuole: ne risulta

$$\int_0^\infty \frac{\chi(\tau e^{i\mu'}) e^{-x\tau e^{i\mu'}} e^{i\mu'} d\tau}{a(-\tau e^{i\mu'})} = \int_0^\infty \frac{\chi(\tau e^{i\mu''}) e^{-x\tau e^{i\mu''}} e^{i\mu''} d\tau}{a(-\tau e^{i\mu''})} .$$

Ma la prima di queste espressioni dà una funzione analitica nel semipiano $P_{-\mu',\rho+R(\alpha_s)}$ e la seconda, nel semipiano $P_{-\mu'',\rho+R(\alpha_s)}$; onde nella parte comune ai due semipiani esse rappresentano la stessa funzione analitica: si può dunque concludere che la espressione del secondo membro ci dà la continuazione analitica della funzione rappresentata dal primo.

15. Se, come nel numero precedente, noi integriamo lungo due semirette di argomenti μ' e μ'', che non siano, nè comprendano fra di loro direzioni-limiti, ma che comprendano però radici della $a(-t)$ (in numero necessariamente finito) che indicheremo con $-\beta_h (h = 1, 2, \ldots k)$, l' integrale esteso al contorno del settore

ora considerato sarà eguale alla somma degl' integrali

$$\int_{(-\beta_h)} \frac{\chi(t)e^{-xt}dt}{a(-t)}$$

estesi a cerchi piccolissimi intorno alle radici $-\beta_h$. Questi integrali, nel caso delle $-\beta_h$ radici semplici, sono della forma Ce^{β_h}: tralasciandosi per brevità la modificazione assai ovvia del caso delle radici multiple. Si avrà duuque

$$(33) \qquad \int_0^\infty \frac{\chi(\tau e^{i\mu'})e^{-x\tau e^{i\mu'}}e^{i\mu'}d\tau}{a(-\tau e^{i\mu'})} = \int_0^\infty \frac{\chi(\tau e^{i\mu''})e^{-x\tau e^{i\mu''}}e^{i\mu''}d\tau}{a(-\tau e^{i\mu''})} + \sum_{h=1}^{k} C_h e^{\beta_h x} ;$$

ma gl' integrali definiti che compariscono nella formola precedente sono ambedue soluzioni effettive dell' equazione (1); perciò la sommatoria sarà soluzione dell' equazione

$$(34) \qquad \Sigma h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) = 0 ;$$

che rientra nella equazione (19). Questo risultato è consono a quello ottenuto a § 2°, poichè la sommatoria è appunto della forma (20) ivi scritta.

16. Un caso speciale degno di nota si ha quando la funzione $\chi(t)$ riesce divisibile per $a(-t)$, quando cioè il quoziente di queste funzioni è trascendente intero. In tal caso, la funzione analitica rappresentata dalla (23) si potrà continuare in tutto il campo esterno ad un cerchio di centro 0 e di raggio $\rho + |\alpha_r|$, essendo $|\alpha_r|$ il massimo modulo delle α_ν. Questa funzione è dunque sviluppabile fuori di questo cerchio in una serie

$$\Sigma \frac{c_n}{x^{n+1}}$$

e soddisfa alla relazione

$$\int_{(l)} A(y - x)\varphi(y)dy = f(x) ,$$

essendo l una linea chiusa, p. e. un cerchio di centro 0 e di raggio $l > \rho + |\alpha_r|$. Preso allora $x > R + l$, ne risulterà la $f(x)$ sviluppata in una serie di derivate della $A(-x)$:

$$f(x) = \Sigma \frac{c_n A^{(n)}(-x)}{n!} .$$

(Cfr. § 1°).

17. Abbiamo mantenuta fin qui l' ipotesi fatta in principio del N. 12, che la $a(t)$ non sia nulla per $t = 0$. Quando ciò fosse, $t = 0$ sarebbe radice di ordine necessariamente finito p, e mentre l' espressione

$$\vec{\varphi}(x) = \int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-xt}dt}{a(-t)}$$

non avrebbe significato, la espressione

$$\vec{\varphi}_p(x) = \int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-xt}t^p dt}{a(-t)}$$

avrebbe un significato nei casi e sotto le condizioni trovate precedentemente. e verificherebbe l' equazione

$$\Sigma h_\nu \vec{\varphi}_p(x + a_\nu) = f^{(p)}(x) .$$

Perciò si può prendere per espressione di $\vec{\varphi}(x)$ l' integrale indefinito p^{mo} di $\vec{\varphi}_p(x)$, determinando opportunamente le costanti arbitrarie.

§ 6. Trascendenti notevoli cui conduce la soluzione trovata.

18. L' equazione

$$\sum_{\nu=0}^{m} h_\nu \vec{\varphi}(x + a_\nu) = f(x)$$

dove $f(x)$ è una funzione regolare fuori di un cerchio di centro 0 e di raggio ρ. ammette come soluzione, per quanto si è visto, l' espressione

$$\vec{\varphi}(x) = \int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-xt}dt}{a(-t)} \tag{18}$$

dove l' integrazione è estesa lungo una semiretta di argomento μ che non passi per alcuna radice della $a(-t)$ nè sia direzione-limite per la $a(-t)$ stessa. L' espressione (18) si prende come soluzione se $x = 0$ non è radice di $a(-t)$: in caso contrario vale l' osservazione del N. 17. La (18) rappresenta una funzione analitica di x per i valori di x posti nel semipiano $P_{-\mu, \rho + R(\alpha_s)}$ e si può continuare come è stato indicato al N. 14.

Supponiamo ora che la $a(-t)$ sia sviluppabile in una serie d' esponenziali

$$a(-t) = \Sigma c_n e^{-\beta_n t} ;$$

verrà, sostituendo nella (18) e supposta lecita l' integrazione termine a termine:

$$\varphi(x) = \Sigma\, c_n f(x + \beta_n)\,. \tag{35}$$

Allorquando lo sviluppo trovato così formalmente per la $\varphi(x)$ ha anche un significato effettivo, si ottiene la soluzione della (1) sotto una forma assai degna di nota, anche per la reciprocità che apparisce fra la (1) e la (35).

19. Vogliamo ora prendere la funzione $a(t)$ sotto la forma

$$a(t) = (1 - h_1 e^{\alpha_1 t})(1 - h_2 e^{\alpha_2 t})\ldots(1 - h_m e^{\alpha_m t})\,. \tag{36}$$

In questo caso, le soluzioni delle equazioni (1) corrispondenti ammettono sviluppi della forma (35). Questi sviluppi ci condurranno ad una classe notevole di funzioni, nella quale sono contenute certe trascendenti già incontrate dal Sig. Appell per altra via (*) e che dànno una interessante generalizzazione delle funzioni Euleriane.

Nella (36) si suppongano per semplicità tutte le $R(\alpha_\nu)$ positive: inoltre nessuna delle radici di $a(t)$ sia sull' asse reale. Non sarebbe difficile togliere in tutto od in parte queste restrizioni, che noi però conserveremo per brevità e perchè esse limitano un caso che racchiude già quanto vi è d' essenziale nella teoria che vogliamo adombrare.

L' espressione (18) prende nel nostro caso la forma

$$\varphi(x) = \int_0^\infty \frac{\chi(t) e^{-xt}\, dt}{\Pi(1 - h_\nu e^{-\alpha_\nu t})} \tag{37}$$

dove $\chi(t)$ è una funzione intera come al N. 11: e ricordiamo che in forza del N. 12 si può assegnare un numero M tale che per ogni x la cui parte reale è maggiore od eguale a $\rho_1 > \rho$, sia

$$\int_0^\infty |\chi(t)|\, e^{-xt} < M\,, \qquad \text{ed anche} \qquad \int_0^\infty |\chi(t) e^{-xt}|\, t^m dt < M\,. \tag{38}$$

20. Ciò posto, distingueremo varî casi.

1° Caso - Tutte le h_ν abbiano i loro moduli minori dell' unità. La condizione

$$|h_\nu e^{-\alpha_\nu t}| < 1$$

(*) Mathematische Annalen, Bd. XIX.

sarà soddisfatta per ogni t reale e tale che sia

$$t > \frac{1}{R(\alpha_\nu)} \log |h_\nu| ,$$

e quindi, per essere $|h_\nu| < 1$, da un valore negativo di t fino a $t = +\infty$. Segue da ciò che

$$\frac{1}{1 - h_\nu e^{-\alpha_\nu t}}$$

si può sviluppare in una serie $\Sigma h_\nu^n e^{-n\alpha_\nu t}$ che converge assolutamente ed uniformemente per ogni t da 0 all' ∞, compreso il punto $t = 0$. Lo stesso avverrà dunque del prodotto di queste serie relative ai diversi valori di ν, ed indicando con

$$\Sigma C_n e^{-\beta_n t}$$

la serie prodotto e sostituendo nella (37), si potrà integrare termine a termine. Infatti, preso un numero ε piccolo a piacere, si può determinare un indice m tale che per $n \geq m$ il resto della serie precedente sia $< \varepsilon$ per ogni t da 0 (incluso) all' ∞; fissato quell' m, si ha

$$\varphi(x) = \int_0^\infty \chi(t) e^{-xt} \sum_0^m C_n e^{-\beta_n t} dt + \int_0^\infty \chi(t) e^{-xt} \sum_{m+1}^\infty C_n e^{-\beta_n t} dt$$

da cui

$$\left| \varphi(x) - \sum_0^m C_n \int_0^\infty \chi(t) e^{-(\beta_n + x)t} dt \right| \leq \varepsilon \int_0^\infty | \chi(t) e^{-xt} | \, dt$$

e per la (38) ed eseguendo l' integrazione nel 1° membro:

$$\varphi(x) - \sum_0^m C_n f(x + \beta_n) < \varepsilon M .$$

Questa diseguaglianza dimostra che la serie

$$\sum_0^\infty C_n f(x + \beta_n)$$

è convergente ed ha per somma la $\varphi(x)$: la (35) ha dunque in questo caso una esistenza effettiva.

21. Per vedere come sia formata la serie ora trovata, noto che

$$\Sigma C_n e^{-\beta_n t} = \frac{1}{\Pi(1 - h_\nu e^{-\alpha_\nu t})} = \Sigma h_1^{\lambda_1} h_2^{\lambda_2} h_m^{\lambda_m} e^{-(\lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \ldots \lambda_m\alpha_m)t}$$

dove l' ultima sommatoria è estesa a tutti i sistemi di valori interi positivi o nulli delle $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m$; e da questa risulta

$$\varphi(x) = \Sigma h_1^{\lambda_1} h_2^{\lambda_2} h_m^{\lambda_m} f(x + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \cdots \lambda_m\alpha_m) . \tag{39}$$

Se questa si riguarda come funzione delle $m + 1$ variabili x ed $h_1, h_2, \ldots h_m$, essa è regolare per tutti i valori delle h_ν minori d' uno in valore assoluto, e per x tale che $R(x) > \rho$.

Facendo in particolare $\chi(t) = 1$, si ha la formola

$$\int_0^\infty \frac{e^{-xt}\,dt}{\Pi(1 - h_\nu e^{-\alpha_\nu t})} = \sum_{\lambda_1, \lambda_m = 0}^{\infty} \frac{h_1^{\lambda_1} h_2^{\lambda_2} \ldots h_m^{\lambda_m}}{x + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \cdots \lambda_m\alpha_m} . \tag{40}$$

Queste due espressioni rappresentano la medesima funzione analitica, ma la seconda in un campo più esteso della prima: infatti la prima vale soltanto per $R(x) > 0$, mentre l' altra vale per ogni valore di x, eccettuati quelli compresi nella formola

$$\lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \cdots \lambda_m\alpha_m .$$

estesa a tutti i valori interi (positivi o nulli) delle λ. Questa funzione soddisfa all' equazione funzionale

$$\varphi(x) - \Sigma h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) + \Sigma h_\mu h_\nu \varphi(k + \alpha_\mu + \alpha_\nu) - \cdots \pm h_1 h_2 \ldots h_m \varphi(x + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots \alpha_m) = \frac{1}{x} .$$

Nel caso speciale di un solo binomio, questa equazione diventa

$$\varphi(x) - h\varphi(x + \alpha) = \frac{1}{x} , \tag{41}$$

la cui soluzione è data, per $|h| < 1$, da

$$\int_0^\infty \frac{e^{-xt}\,dt}{1 - he^{-\alpha t}} = \Sigma \frac{h^n}{x + n\alpha}$$

che non è altro che la serie ipergeometrica

$$\frac{1}{x} F\left(\frac{x}{\alpha}, 1, \frac{x}{\alpha} + 1, h\right) .$$

22. 2° Caso - Prendiamo ora a considerare il caso che alcune delle h_ν abbiano i moduli maggiori dell' unità, senza che però le radici dei binomî $1 - h_\nu e^{-\alpha_\nu t}$ si trovino sulla linea d' integrazione. In tal caso le serie considerate a N. 20 non sono più convergenti per tutti i valori di t da 0 a ∞ e quindi la formola (39) non si può più stabilire. Perciò, mentre esiste per la $\varphi(x)$ la sua espressione in integrale definito, si perde lo sviluppo in serie che valeva nel caso precedente: nonpertanto le altre proprietà della funzione si conservano. Così nel caso più semplice dell' equazione funzionale (41), la serie del secondo membro della (42) è divergente, mentre l' integrale del 1° membro rappresenta per $R(x) > 0$ una funzione analitica che soddisfa alla (41) e all' equazione differenziale delle funzioni ipergeometriche.

23. 3° Caso - Si potrebbe ora considerare il caso di alcune delle h_ν minori d' uno e delle altre uguali ad uno in valore assoluto; ma noi tralasceremo questo caso per limitarci al più interessante, vogliamo dire quello in cui tutte le h_ν sono uguali all' unità: caso che ci condurrà alla annunciata generalizzazione delle funzioni Euleriane. (*)

Supponiamo pertanto di avere

$$a(-t) = \prod_{\nu=1}^{m} (1 - e^{-\alpha_\nu t}) ,$$

dove tutte le α_ν hanno la parte reale positiva; in questo caso l' espressione (37) non ha significato perchè ognuno dei suoi fattori essendo nullo per $t = 0$, la funzione sotto al segno è infinita d' ordine m per quel valore di t: invece avrà significato l' espressione

$$(43) \qquad (-1)^m \varphi^{(m)}(x) = \int_0^\infty \frac{\chi(t) e^{-xt} t^m dt}{\Pi(1 - e^{-\alpha_\nu t})} .$$

In questo caso resta soddisfatta da sè la condizione che nessuna delle radici di $a(t)$ sia sull' asse reale.

24. Passiamo ora a dimostrare che l' espressione integrale (43) si può sostituire con una serie analoga a quella studiata nel primo caso.

A quest' effetto, dimostreremo prima il seguente:

Lemma - Il valore dell' espressione (43) tende a zero quando la parte reale di x tende a $+\infty$.

Pongo $x = \rho_1 + \zeta$, $\rho_1 > \rho$, e scrivo

$$\int_0^\infty \frac{\chi(t) e^{-xt} t^m dt}{a(-t)} = \int_0^\eta \frac{\chi(t) e^{-xt} t^m dt}{a(-t)} + \int_\eta^\infty \frac{\chi(t) e^{-(\rho_1+\zeta)t} t^m dt}{a(-t)} .$$

(*) Cfr. la mia Nota nei Comptes-Rendus de l' Acad. des Sciences de Paris, t. CXI (23 janvier 1888).

Nel primo integrale del secondo membro, $\frac{t^m}{a(-t)}$ non è infinita per $t=0$, ed ha quindi per t compreso fra 0 ed η un massimo valore assoluto; lo stesso varrà per $\chi(t)e^{-xt}$: indicando il massimo valore del prodotto con N, sarà

$$\left| \int_0^\eta \frac{\chi(t)e^{-xt}t^m dt}{a(-t)} \right| < N\eta ;$$

ed ora, impiccolendo η, il valore di N ne è indipendente e perciò si può prendere η inferiore a $\frac{\sigma}{2N}$, essendo σ una quantità positiva arbitrariamente piccola. Fissato così il valore di η, la $\frac{1}{a(-t)}$ tende ad 1 per $t=\infty$ ed avrà perciò un limite superiore L fra η e $+\infty$.

Ora avremo

$$\left| \int_\eta^\infty \frac{\chi(t)e^{-(\rho_1+\zeta)t}t^m dt}{a(-t)} \right| < L \int_\eta^\infty |\chi(t)|\,|e^{-\rho_1 t}|\,|e^{-\zeta t}|\,t^m dt ;$$

ma per le ipotesi del N. 12 la $\chi(t)e^{-\rho_1 t}$ tende a zero al crescere di t, ed ha quindi pure fra η ed ∞ un limite superiore L_1; infine

$$|e^{-\zeta t}| = e^{-R(\zeta)t} :$$

onde

$$\left| \int_\eta^\infty \frac{\chi(t)e^{-(\rho_1+\zeta)t}t^m dt}{a(-t)} \right| < LL_1 \int_\eta^\infty e^{-R(\zeta)t}t^m dt < LL_1 \int_0^\infty e^{-R(\zeta)t}t^m dt$$

talchè infine questo integrale risulta minore di

$$\frac{m!\,LL_1}{R(\zeta)^{m+1}} .$$

Essendo dunque L ed L_1 già fissati per quanto precede, si potrà prendere $R(\zeta)$ tanto grande che questa espressione sia minore di $\frac{\sigma}{2}$, e così

$$\int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-xt}t^m dt}{a(-t)}$$

si rende, per $R(x)$ abbastanza grande, minore in valore assoluto di una quantità σ arbitrariamente piccola, c. d. d.

25. Ciò posto, indicando con μ_ν numeri interi e positivi qualunque, il prodotto

$$\Pi(1 - e^{-\mu_\nu \alpha_\nu t}) \qquad \text{è divisibile per} \qquad \Pi(1 - e^{-\alpha_\nu t})$$

dando luogo all' identità:

$$\frac{1}{\Pi(1-e^{-\alpha_\nu t})} = \sum_{\lambda_\nu=0}^{\mu_\nu - 1} e^{-(\lambda_1\alpha_1+\lambda_2\alpha_2+\cdots+\lambda_m\alpha_m)t} + \frac{e^{-\mu_1\alpha_1 t} + e^{-\mu_2\alpha_2 t} + \cdots \pm e^{-(\mu_1\alpha_1+\cdots\mu_m\alpha_m)t}}{\Pi(1-e^{-\alpha_\nu t})} .$$

dove nella sommatoria l' indice λ_ν può prendere indipendentemente dagli altri tutti i valori interi e positivi da 0 a $\mu_\nu - 1$. Moltiplicando tutto per $\chi(t)e^{-xt}t^m dt$ ed integrando fra 0 ed η:

1°) il primo membro dà $\varphi^{(m)}(x)$;

2°) la sommatoria dà

$$(-1)^m \sum_{\lambda_\nu=0}^{\mu_\nu - 1} f^{(m)}(x + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \cdots + \lambda_m\alpha_m) ;$$

3°) la frazione del secondo membro dà luogo ad un numero finito di termini (in numero di $2^m - 1$) della forma

$$\int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-(x+p)t}t^m dt}{\Pi(1-e^{-\alpha_\nu t})} ,$$

dove p è una quantità della forma $\mu_1\alpha_1 + \mu_2\alpha_2 + \cdots$, la cui parte reale è positiva: se questa si prende abbastanza grande, sappiamo dal Lemma del N. 24 che il valore assoluto dell' integrale si potrà ridurre piccolo quanto si vuole: essendo dunque σ una quantità positiva presa arbitrariamente piccola, si potranno prendere le μ_ν tanto grandi che ognuno dei $2^m - 1$ integrali precedenti sia minore di $\frac{\sigma}{2^m - 1}$. Pertanto le $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_m$ si potranno prendere tanto grandi da ridurre

$$\left| \varphi^{(m)}(x) - \sum_{\lambda_\nu=0}^{\mu_\nu} f^{(m)}(x + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \cdots \lambda_m\alpha_m) \right| < \sigma ,$$

e con ciò è dimostrato che per $R(x) > \rho$, vale l' eguaglianza

$$(44) \qquad (-1)^m \int_0^\infty \frac{\chi(t)e^{-xt}t^m dt}{\Pi(1-e^{-\alpha_\nu t})} = \sum_{\lambda_1,\lambda_2,\ldots=0}^{\infty} f^{(m)}(x + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \cdots \lambda_m\alpha_m) .$$

Il ragionamento precedente dimostra oltre a ciò anche la convergenza assoluta della serie precedente, potendosi sostituire dappertutto alla $\chi(t)$ la serie formata coi medesimi coefficienti presi in valore assoluto.

26. Facendo $\chi(t) = 1$, la formola precedente si muta in

$$(45) \qquad \int_0^\infty \frac{e^{-xt} t^m dt}{\Pi(1 - e^{-\alpha_\nu t})} = m! \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \ldots = 0}^{\infty} \frac{1}{(x + \lambda_1 \alpha_1 + \cdots \lambda_m \alpha_m)^{m+1}} ,$$

e dal numero precedente è dimostrata la convergenza della serie del secondo membro per $R(x) > 0$.

§ 7. - Dimostrazione diretta della convergenza della serie precedente. Cenno sulle proprietà della funzione che essa rappresenta.

27. La serie che comparisce nel secondo membro della (45) avendo una speciale importanza, converrà dimostrare direttamente che essa converge non solo per $R(x) > 0$, ma per tutti i valori di x che non sono compresi nel sistema di numeri

$$(46) \qquad w = \lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha_2 + \cdots \lambda_m \alpha_m$$

essendo le α_ν quantità aventi la parte reale positiva, ed i numeri $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m$ essendo interi nulli o positivi.

Consideriamo in generale la

$$(47) \qquad \Sigma \frac{1}{(x + w)^k} ;$$

questa convergerà insieme a

$$(48) \qquad \Sigma' \frac{1}{w^k} \quad (*)$$

come si vede formando il rapporto fra due termini corrispondenti.

Ora si ha evidentemente

$$|w| \geq R(\lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha_2 + \cdots \lambda_m \alpha_m) ,$$

ed essendosi posto $R(\alpha_\nu) = \gamma_\nu$,

$$|w| \geq \lambda_1 \gamma_1 + \lambda_2 \gamma_2 + \cdots \lambda_m \gamma_m .$$

(*) Col segno Σ' si indica (secondo il Weierstrass) che dalla sommatoria va escluso il sistema degli indici zero. La dimostrazione qui data è, con qualche modificazione, una generalizzazione di quella che si dà per $m = 2$, nel caso cioè delle serie che servono allo sviluppo delle funzioni ellittiche trattate col metodo del Weierstrass. (Vedi p. es. Halphen, *Traité des fonctions elliptiques*, T. I, p. 358).

Sia ora γ_1 la minima fra le γ_ν, ed almeno uno degli interi λ_ν eguale ad l, e sarà

$$|w| > l\gamma_1 . \tag{49}$$

Ciò posto, aggruppo i termini della (49) nel seguente modo: prendo prima quella w in cui tutte le λ sono eguali ad uno, poi quel gruppo di quantità w in cui almeno un indice λ è uguale a 2, mentre i rimanenti sono uguali ad uno: questo gruppo comprende $2^m - 1$ termini; poi quel gruppo in cui almeno un indice è uguale a 3, mentre gli altri sono 1 o 2: questo comprende $3^m - 2^m$ termini,.... in generale quel gruppo in cui almeno un indice è uguale ad n mentre gli altri sono 1, 2,... $n-1$: questo contiene $n^m - (n-1)^m$ termini. Ma per la (49), si ha per un termine di quest' ultimo gruppo

$$\frac{1}{|w^k|} < \frac{1}{n^k \gamma_1^{\,k}} ,$$

onde per tutto il gruppo, la somma dei termini corrispondenti della (48) presi in valore assoluto sarà minore di

$$\frac{1}{\gamma_1^{\,k}} \cdot \frac{n^m - (n-1)^m}{n^k}$$

che sviluppata, dà

$$\frac{1}{\gamma_1^{\,k}} \left\{ \frac{m}{n^{k-m+1}} - \frac{m_2}{n^{k-m+2}} + \cdots + \frac{(-1)^{m-1}}{n^k} \right\} .$$

Ora è chiaro che i gruppi formati nel modo indicato esauriscono tutte le w, eccettuato quelle in cui uno degli indici è zero: indicando con Σ'' la somma fatta con questa restrizione, si avrà

$$\Sigma'' \frac{1}{|w^k|} < \frac{1}{\gamma_1^{\,k}} \left\{ m \sum_1^\infty \frac{1}{n^{k-m+1}} - m_2 \sum_1^\infty \frac{1}{n^{k-m+2}} + \cdots + (-1)^m \sum_1^\infty \frac{1}{n^k} \right\} .$$

Nel secondo membro di questa disuguaglianza abbiamo un numero finito di serie armoniche, le quali sono convergenti se l' esponente in denominatore è > 1, epperciò la condizione di convergenza della serie precedente è

$$k > m , \tag{50}$$

e se k deve essere intero,

$$k \geq m + 1 . \tag{50'}$$

In Σ'' mancano quei termini dove uno degli indici è zero: ma è chiaro che questi ci conducono ad un numero finito di serie analoghe a Σ'', ma con un numero di indici inferiore ad m, le quali per $k > m$ sono a fortiori convergenti; dunque le (50) e (50)' sono anche le condizioni di convergenza assoluta delle serie

$$\Sigma' \frac{1}{w^k} \qquad \text{e} \qquad \Sigma \frac{1}{(x+w)^k} .$$

28. Pongasi

$$(51)\quad (-1)^m m!\ \Sigma \frac{1}{(x+\lambda_1\alpha_1+\lambda_2\alpha_2+\cdots\lambda_m\alpha_m)^{m+1}} = \psi^{(m)}(x) = \psi^{(m)}(x;\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_m);$$

la funzione così definita è uniforme, regolare in tutto il piano eccettuati i punti w, e soddisfa all' equazione (1) che in questo caso è della forma

$$(52)\quad \psi^{(m)}(x) - \psi^{(m)}(x+\alpha_1) - \psi^{(m)}(x+\alpha_2)\cdots - \psi^{(m)}(x+\alpha_m) + \psi^{(m)}(x+\alpha_1+\alpha_2) + \cdots$$
$$+ (-1)^m \psi^{(m)}(x+\alpha_1+\alpha_2+\cdots\alpha_m) = \frac{(-1)^m m!}{x^{m+1}} .$$

Inoltre, dall'espressione (45), si ricava fra la $\psi^{(m)}(x;\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_m)$ e la $\psi^{(m)}(x;\alpha_2,\ldots\alpha_m)$, la relazione

$$(53)\quad \psi^{(m)}(x;\alpha_2,\ldots\alpha_m) = \psi^{(m)}(x;\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_m) - \psi^{(m)}(x+\alpha_1;\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_m) .$$

29. Posto analogamente per qualunque intero k maggiore di m

$$(54)\qquad \psi^{(k)}(x) = (-1)^k k!\ \Sigma \frac{1}{(x+w)^{k+1}}$$

la funzione $\psi^{(k)}$ gode pure delle proprietà espresse dalle equazioni (52) e (53); queste funzioni $\psi^{(k)}$ si possono riguardare come le derivate successive di una medesima funzione: ma tali derivate non ammettono l' espressione in serie convergenti della forma (47) se non per indici di derivazioni eguali o maggiori di m.

Queste funzioni dànno una generalizzazione assai ovvia delle derivate successive della funzione di Gauss $\Psi(x)$ (*), che è la derivata logaritmica della funzione Euleriana $\Gamma(x)$. Serie della forma (47) valgono in questo caso a partire della derivata prima di $\Psi(x)$, per la quale si ha, come è ben noto:

$$\Psi'(x) = \Sigma \frac{1}{(x+n)^2} .$$

(*) Gauss — *Werke*, Bd. III, p. 201.

Per $m = 2$ si otterrebbe per prima serie convergente della forma (47) la

$$\Psi''(x; \alpha_1, \alpha_2) = \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \frac{1}{(x + \lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2)^3}$$

che sarebbe la derivata seconda logaritmica della funzione O di Heine (*) e che entra a far parte della funzione $p'(x)$ nella teoria delle funzioni ellittiche, secondo la trattazione del Weierstrass. (**)

30. Se la (51) s' integra termine a termine, si ottiene una serie divergente: ma se ad ogni termine si toglie la costante $\frac{1}{w^m}$ è facile vedere che essa si riduce convergente: con ciò non si fa altro che applicare il noto procedimento del teorema di Mittag-Leffler. Integrando successivamente, ed applicando ad ogni successiva integrazione il detto procedimento del teorema di Mittag-Leffler, si giunge ad una serie convergente della forma

$$\psi(x; \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m) = \Sigma \left(\frac{1}{x - w} - r_w(x) \right)$$

dove $r_w(x)$ è una funzione razionale intera di grado $m - 1$. La funzione così ottenuta gode di proprietà espresse dalle equazioni

$$(52)' \qquad \psi(x) - \psi(x + \alpha_1) - \psi(x + \alpha_2) - \cdots + \psi(x + \alpha_1 + \alpha_2) + \cdots + (-1)^m \psi(x + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots \alpha_m) = \frac{1}{x}$$

e

$$(53)' \qquad \psi(x + \alpha_1; \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m) = \psi(x; \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m) - \psi(x; \alpha_2, \ldots \alpha_m) ;$$

ed essa, toltane una lieve differenza di forma, non è altro che la derivata logaritmica della funzione $O(x)$ del Sig. Appell (***). Nel lavoro del Sig. Appell la relazione (53)' (****) è presa come fondamentale.

Su queste funzioni, che offrono uno speciale interesse (perchè nel caso di più di due periodi, quando mancano le funzioni uniformi periodiche propriamente dette, esse vengono a conservare parecchie delle proprietà più notevoli della periodicità) basti per ora questo rapido cenno; riserbandoci di riprendere l' argomento

(*) Heine — *Handbuch der Kugelfunctionen*, Bd. I, p. 109.
(**) V. p. es. Halphen — *Traité des fonctions elliptiques*, T. I, p. 369.
(***) Mathematische Annalen, Bd. XIX, p. 84.
(****) Ivi espressa dalla corrispondente formola (4), p. 85.

e svolgere con maggiori particolari le loro proprietà. Osserviamo però fin d' ora come nella formola (54) si possa riguardare come variabile, oltre alle $x, \alpha_1, \ldots \alpha_m$, anche la k, e come si ottenga rispetto a questa variabile una nuova classe di funzioni, di cui il primo esempio è la nota funzione indicata con $\zeta(k)$ dal Riemann e da esso applicata alla teoria dei numeri primi.

Nel chiudere la prima parte di questo lavoro, faremo notare che insieme alla equazione (1) si sono implicitamente risolute negli stessi casi, altre equazioni analoghe per le quali varrebbero le stesse considerazioni fatte per la (1). Tale sarebbe l' equazione, apparentemente più generale

$$(55) \qquad \sum_{\nu=1}^{m} \left\{ h_{\nu,0}\varphi(x+\alpha_\nu) + h_{\nu,1}\varphi'(x+\alpha_\nu) + \cdots + \frac{h_{\nu,r_\nu}}{r_\nu!}\varphi^{(r_\nu)}(x+\alpha_\nu) \right\} = f(x)$$

per la quale la funzione caratteristica $A(z)$ avrebbe la forma:

$$A(z) = \sum_{\nu=1}^{m} \left(\frac{h_{\nu,0}}{z-\alpha_\nu} + \cdots + \frac{h_{\nu,r_\nu}}{(z-\alpha_\nu)^{r_\nu+1}} \right).$$

Tutte le formole di risoluzione ottenute per la (1) nelle pagine precedenti valgono anche per la (55) colle considerazioni relative, la funzione indicata con $a(t)$ essendo presentemente

$$\sum_{\nu=1}^{m} \left(h_{\nu,0} + h_{\nu,1}t + \cdots + \frac{h_{\nu,r_\nu}t^{r_\nu}}{r_\nu!} \right) e^{\alpha_\nu t}.$$

SUGLI EFFETTI DELL' ASPORTAZIONE DELLE CAPSULE SURRENALI

NEL CANE

NOTA

DEL PROFESSORE GUIDO TIZZONI

(Letta nella Sessione 19 Febbraio 1888).

In altro mio lavoro ho già fatto conoscere quali sono gli effetti che determina nel coniglio l' asportazione delle capsule surrenali, e dimostrato con lo studio di un numero non indifferente di esperimenti come in seguito a tale operazione si produca una profonda alterazione del sistema nervoso centrale avente il carattere delle lesioni discendenti.

Le ragioni che mi spinsero ad allargare al cane questi miei studi si furono le seguenti: 1° per vedere se i fatti relativi alle lesioni dell' asse cerebro-spinale, studiati nel coniglio, si ripetessero in altre famiglie di animali, acquistando così una significazione più generale; 2° per operare in animali nei quali si potessero più facilmente determinare delle lesioni isolate del simpatico e stabilire in tal modo se a queste piuttosto che alla mancata funzione delle capsule surrenali si dovessero le lesioni accennate del sistema nervoso centrale.

Due soli furono i cani operati per questo studio, non permettendo i mezzi di cui dispone il nostro Laboratorio che si moltiplicassero questi esperimenti come facemmo per il coniglio e come sarebbe stato nostro desiderio.

L' operazione anche nel cane venne condotta per la regione lombare e fu sempre limitata alla capsula surrenale sinistra, essendo oramai istruiti, per la prova fatta nel coniglio, che le lesioni dell' asse cerebro-spinale si verificano tanto per l' asportazione di una sola quanto per quella di tutte e due le capsule surrenali. Incisa la pelle nella regione lombare, spostata all' interno la massa dei muscoli sacro-lombari, diviso il quadrato dei lombi, facilmente si mette allo scoperto l' estremo anteriore del rene e la respettiva capsula surrenale, che tirata verso la ferita da un uncino e separata con accurata dilacerazione dalle sue aderenze coi tessuti vicini, dopo aver legata e incisa l' arteria e la vena capsulare, con una certa facilità viene asportata. In ambedue i casi le operazioni, condotte sotto la narcosi

combinata da laudano e da cloroformio e secondo i precetti della moderna antisepsi, riuscirono assai spedite, e le capsule furono asportate per intiero col loro involucro fibroso perfettamente integro.

Di questi due animali, uno vive tuttora e in buonissima salute, come vive tuttora un altro piccolo cane operato piuttosto di recente (circa due mesi) della medesima operazione. L' altro invece dei due cani primi operati, dopo essere stato in perfetta salute per 13 mesi, presentò dei fenomeni nervosi gravissimi, del tutto paragonabili a quelli offerti dal coniglio in seguito alla stessa operazione, e che lo condussero rapidamente alla morte.

Dapprima questo cane ci si mostrò meno vivace, più melinconico dell' ordinario; stava quasi tutto il giorno sdraiato nella sua cuccia, prendeva pochissimo cibo o lo rifiutava del tutto; aveva affanno e di tanto in tanto qualche colpo di tosse. Dopo qualche giorno questi fenomeni si aggravarono, specialmente quelli che accennavano a un senso di spossatezza dell' animale, il quale non si alzava più dalla sua cuccia e mal si reggeva sulle gambe, facendo appena qualche passo, barcollando, se lo si obbligava a camminare. Quando poi l' animale tornava a sdraiarsi nella sua cuccia, si vedeva benissimo che l' arto anteriore sinistro era paralitico e che perciò rimaneva costantemente come massa inerte sotto il corpo.

La temperatura dapprima non sembrò modificata, e la prima misurazione rettale fatta alle 4 pom. del 10 di luglio segnò infatti 39,7; ma nei due giorni successivi, quando si aggravarono ancora i fenomeni presentati dall' animale ed a segno che per mantenerlo in vita si dovè ricorrere alla alimentazione forzata, la temperatura del corpo, pure misurata nel retto, andò gradatamente discendendo a 38,6 - 38,5 - 38,3.

Ai 12 di luglio il quadro morboso che fin qui abbiamo descritto fu grandemente modificato dalla insorgenza di fortissime e frequentissime convulsioni cloniche, accompagnate da gemiti quasi continui e da veri urli.

Ai 13 di luglio l' animale, sdraiato sopra un fianco, giace nella sua cuccia nel più completo abbandono; ha di tanto in tanto scosse convulsive dei 4 arti che sono estesi e rigidi; la testa è piegata all' indietro per mediocre opistotono; la respirazione è rumorosa, irregolare, col vero tipo della respirazione a periodi o di Cheyne-Stokes. Al più piccolo tocco fatto in qualsiasi parte del corpo comincia a tremare e si ridestano accessi convulsivi fortissimi. Per questa ragione si lascia di prendere la temperatura rettale, come si deve metter da parte la nutrizione artificiale perchè l' animale non riesce più a deglutire, probabilmente per lo stato paralitico dei muscoli della faringe. Muore a ore 9 pom. di questo giorno 12 luglio.

Alla sezione si nota in generale un forte dimagrimento; il grasso è per buona parte riassorbito, i muscoli assai pallidi. Del resto, salvo la mancanza della capsula surrenale sinistra asportata, non si rileva alterazione nessuna nè nei visceri della cavità toracica, nè in quelli della cavità addominale, e solo si può osservare una

dilatazione forte delle cavità del cuore e della vescica orinaria, quest' ultima dipendente forse da uno stato di paralisi del detrusore.

Invece, anche al semplice esame macroscopico, apparisce grandemente alterato il sistema nervoso centrale che presentasi ovunque più molle ; rammollimento che nel midollo è più accentuato nella regione cervicale e dorsale che nella lombare, e che in molti punti accoppiasi alle più svariate modificazioni di forme della sostanza grigia.

L' esame attento della parte operata poi, che vedete riprodotta nella fotografia che vi presento, ci dimostrò che l' operazione non poteva avere esito migliore.

Appena una linea sottilissima, resa leggermente infossata da tre briglie cicatriziali, indicava sulla superficie peritoneale il posto nel quale si trovava l' organo asportato; e delle parti vicine al punto operato solo una glandula linfatica del cordone preaortico, che con le sue radici partiva dall' accennata cicatrice, mostravasi alterata per leggera tumefazione. Dissecato il peritoneo, spostato sul rene destro un pezzo del tronco della cava per metter meglio allo scoperto i rami del simpatico che nasconde dietro di sè, preparato questo nervo e il plesso addominale che forma, nel modo più accurato possibile, vedemmo, come vi dimostra l' altra fotografia che vi presento, che, dal lato destro tutto era normale, ganglio semilunare, rami che questo fornisce alla capsula destra, ganglietti che risiedono sul corso di questi rami, plesso renale; e che dall' altro lato, invece, i rami numerosi che partono dal ganglio semilunare sinistro in parte andavano a finire, insieme all' arteria capsulare, ridotta a duro e sottile cordoncino, alla cicatrice dei muscoli.

Misurate nel loro diametro maggiore le due capsule surrenali, quella asportata e quella lasciata in posto, dopo che ebbero subìto lo stesso trattamento, si trova: per la capsula sinistra mm. 20, per la capsula destra mm. 23. Non possiamo peraltro attribuire a questa piccola differenza a favore della capsula lasciata in posto la significazione di una ipertrofia compensativa, avendo nel cane riscontrato anche normalmente una differenza fra le due capsule, e più frequentemente in vantaggio della capsula destra, più raramente della sinistra.

Lo studio microscopico che facemmo successivamente sui pezzi raccolti e convenientemente conservati ci confermò che tanto gli organi toracici che quelli addominali di questo cane erano perfettamente normali, ci dimostrò che nessuna alterazione si aveva nel simpatico addominale sia di quello del lato destro che di quello del lato sinistro, salvo una leggera sclerosi dei piccoli tronchi nervosi che erano direttamente impegnati nella cicatrice, e finalmente ci mise nel caso di rilevare meglio le alterazioni del sistema nervoso centrale già notate alla sezione.

Per lo studio particolareggiato del sistema nervoso centrale, dopo un conveniente induramento con liquido di Müller e con alcool, mettemmo in pratica con molto vantaggio i metodi di ricerca microscopica proposti dal Weigert. Da tale studio risultò che in questo caso si avevano alterazioni profondissime del cervello, del midollo oblungato e del midollo spinale.

Nel cervello è evidentissima l' alterazione e la parziale distruzione del reticolo di fibre nervose midollari della corteccia, e sia di quelle sottilissime che decorrono quasi paralelle alla superficie del cervello, sia di quelle più grosse che camminano perpendicolarmente o in varie direzioni nella sostanza grigia e che formano le varie reti più profonde, come è evidentissimo nella sostanza bianca sottostante lo stato varicoso e la distruzione parziale delle fibre nervose che la compongono. Nella Memoria estesa determinerò con precisione quale delle varie zone del cervello presenti maggiori alterazioni, e farò conoscere, ciò che oggi senza il soccorso di figure mi riuscirebbe difficile, come dal cervello la lesione del sistema nervoso passi al midollo spinale attraverso il bulbo. Per oggi mi preme solo di richiamare l' attenzione sull' esistenza di queste alterazioni, e di determinare con maggiore esattezza quale sia la loro sede nel midollo spinale.

Confrontata anzitutto la detta lesione nei vari segmenti del midollo spinale, si trova che questa va gradatamente diminuendo d' estensione e d' intensità a misura che dalla regione cervicale si scende verso la regione lombare. Nel cane adunque come nel coniglio abbiamo nel midollo spinale una lesione discendente.

L' alterazione del midollo spinale poi interessa tanto la sostanza bianca quanto la sostanza grigia, e, per il trovarsi sempre in punti determinati e costanti, ha il carattere delle lesioni sistematiche. Nella sostanza bianca per ordine di frequenza nelle varie sezioni del midollo, per gravezza e antichità della lesione, troviamo alterati: 1° i cordoni posteriori; 2° la parte più interna e corticale dei cordoni anteriori; 3° la zona sotto-meningea dei cordoni laterali. Quella che non manca mai in nessuna delle sezioni del midollo si è la lesione dei cordoni posteriori che sembra incominciare dai cordoni di Goll ed estendersi successivamente ai cordoni cuneiformi, giacchè nelle parti più basse, nella porzione lombare del midollo spinale nella quale le alterazioni sono in grado molto minore che nelle porzioni più alte, la lesione dei cordoni posteriori è limitata solo ai cordoni di Goll.

Nella sostanza grigia, al pari di quanto accade nel coniglio, anche nel cane la lesione ha principio dalla commissura grigia, dal dintorno del canal centrale, e da questo punto si diffonde verso il corno anteriore e posteriore che corrisponde al lato operato, e per la distruzione delle fibre che s' incrociano nella commissura bianca anteriore finisce per interessare anche le corna del lato opposto a quello operato, l' anteriore specialmente. Dove poi l' alterazione è maggiore, cioè verso la parte alta della regione dorsale, abbiamo a diverse altezze osservate varie modificazioni di forma della sostanza grigia, che potete vedere benissimo nei preparati che vi presento. In una, per la distruzione completa dei cordoni posteriori e del corno posteriore del lato sinistro, il corno posteriore del lato destro è venuto ad accostarsi alla linea mediana e la figura di un' H che presenta la sostanza grigia nel midollo normale, è venuta ad assumere invece quella dell' Y. In altro punto si vede che la sostanza grigia nella sua disposizione conserva l' aspetto di un' H, nel quale manca peraltro la metà di una delle branche di questa lettera, quella

che corrisponde al corno porteriore sinistro, e che quella che rappresenta il corno anteriore di questo stesso lato si è fatta molto sottile in confronto di quella del lato opposto, che pure è impiccolita. In altro punto manca completamente la commissura grigia, e la sostanza grigia è ridotta a due linguette di tessuto, delle quali quella che corrisponde al lato sinistro è molto più sottile di quella del lato destro, e in alcune sezioni appena visibile, incompleta nella sua parte posteriore che corrisponde al corno posteriore. Finalmente, nel punto di massima alterazione, la parte sinistra della sostanza grigia è ridotta ad un piccolo ammasso irregolare, mentre la destra lascia appena riconoscere il suo corno anteriore fortemente atrofico e il suo corno posteriore tutto deformato e spostato verso la linea mediana, per il rammollimento dei cordoni posteriori. Invece, come abbiamo detto, dove la lesione è minore, come nella regione lombare, l' alterazione della sostanza bianca si limita ai cordoni di Goll per i cordoni posteriori, a pochi ranghi di fibre nervose nella regione corticale interna dei cordoni anteriori; e per la sostanza grigia alla distruzione delle fibre nervose che sono in vicinanza del canale centrale e alla parziale alterazione, allo stato varicoso, di alcune di quelle che formano il reticolo delle rimanenti porzioni della sostanza grigia.

Finalmente, sempre riguardo alla sede dell' alterazione nel midollo spinale, dobbiamo notare come questa interessi di preferenza il lato operato. Se si osservano anche macroscopicamente alcune sezioni del midollo spinale, si è colpiti dalla loro asimetria per esser divenuta assai più piccola la parte che corrisponde a quella operata, nel caso nostro alla sinistra. E tale impiccolimento avviene, tanto a spese della sostanza bianca, come della grigia, per quanto in quest' ultima ciò accada, come abbiamo detto, non esclusivamente ma di prevalenza nella parte del midollo spinale che corrisponde a quella operata in confronto dell' altra.

Il processo che porta alle alterazioni descritte nel sistema nervoso centrale, consiste in un rammollimento, in una degenerazione primitiva delle fibre nervose con distruzione corrispondente delle cellule nervose. Questo avviene tanto per la sostanza bianca quanto per la grigia. Nella prima infatti si vedono fibre dilatate senza cilindro dell' asse, o col cilindro dell' asse rigonfiato e disposto a spire, fibre ridotte a veri tubi vuoti, gocciole di mielina che occupano il posto di queste fibre. Nella sostanza grigia si vedono le sottili fibre nervose che costituiscono il fino reticolo di quella, tutte irregolari, varicose, e, nei punti nei quali l' alterazione è maggiore, tale reticolo è sostituito da goccie di mielina di varia grandezza; le cellule gangliari piccole, atrofiche, ridotte considerevolmente di numero; solo in punti molto circoscritti, nei quali l' alterazione è evidentemente di data più antica, di contro alle alterazioni descritte dagli elementi nervosi, si ha un aumento della nevralgia.

Adunque nel cane la distruzione della parte nervosa del midollo non è accompagnata, come nel coniglio, da considerevole infiltrazione dei globuli bianchi che non permettono di determinare esattamente, come accade per il primo di questi animali, i punti nei quali ha sede questo processo.

Lo studio di questo caso dimostra pertanto:

1° che dopo l' asportazione delle capsule surrenali si ottiene nel cane come nel coniglio la morte dell' animale sotto lo stesso quadro morboso e con le stesse alterazioni anatomiche del sistema nervoso centrale;

2° che tali alterazioni anatomiche mettono in luce i rapporti che passano fra le capsule surrenali, o fra il vicino sistema del simpatico, e punti determinati del midollo spinale (cordoni posteriori e specialmente cordoni di Goll, zona periependineale e sistema commissurale in genere);

3° che questi effetti si ottengono anche quando una sola capsula surrenale è stata asportata;

4° che le alterazioni funzionali e la morte dell' animale avvengono quando sono trascorsi molti mesi dalla praticata operazione, tanto da potersi escludere che le une e l' altra riconoscano come causa l' influenza diretta del traumatismo od un processo morboso accidentale di natura infettiva.

Finalmente non possiamo tacere, che qualunque sarà per essere la spiegazione che si dovrà dare a questi fatti, che si mettono in rapporto, cioè, con la lesione del simpatico prodotta nella operazione o con la soppressione della funzione delle capsule surrenali, non verrà ad essere menomamente diminuita la loro importanza per la fisiologia e per la patologia. Non fu mai prodotta infatti un' alterazione così profonda del sistema nervoso centrale senza agire direttamente sopra di esso, come non fu mai dimostrato che il quadro del morbo di Adison possa trovare la sua spiegazione nelle alterazioni secondarie dei centri nervosi, vuoi che queste si producano per la mancata funzione delle capsule surrenali, vuoi che derivino dallo stimolo anormale che esse, invase da un processo patologico, determinano sui nervi che vi accorrono.

RICERCHE
SULL' ISTOLOGIA NORMALE E PATOLOGICA DEL TESTICOLO

PEL DOTTOR FLORIANO BRAZZOLA

NOTA II.

LA CARIOCINESI NEL TESTICOLO NORMALE

(Letta nella Sessione 26 Febbraio 1888).

Dopo aver studiato la composizione anatomica del tubulo seminifero, trovo conveniente esaminare con maggiori particolari la cariocinesi nel testicolo normale. Questo studio è necessario, inquantochè, mentre da una parte deve essere la miglior guida nelle ricerche sulla spermagenesi, deve dall' altra essere di base nelle indagini sul testicolo in condizioni morbose.

Non ho bisogno d' insistere sull' importanza che la cariocinesi ha nello studio della spermagenesi. Gli spermatozoi infatti non essendo e non potendo essere altro che derivazioni cellulari, devono necessariamente svilupparsi da quegli elementi che continuamente si riproducono, e perciò la cariocinesi mostrandoci appunto quali sono le cellule che incessantemente si rinnovano, deve fornirci i migliori dati per accertare la funzione dei singoli elementi del tubulo seminifero ed il loro nesso genetico, ed essere così la migliore guida nello studio della spermagenesi.

Nè minore deve essere l' importanza di questo studio per le indagini sul testicolo in preda a processi morbosi, specialmente nello studio del processo infiammatorio ed in quello della neoformazione cellulare in genere, poichè così si potrà avere un giusto termine di confronto, lo studio cioè del modo di comportarsi degli elementi proprî del testicolo in cui la cariocinesi si nota attivissima in condizioni fisiologiche, e quello degli altri elementi, endotelî vasali, cellule fisse del connettivo, leucociti ecc., confronto stato finora tenuto non troppo in conto.

La cariocinesi nel testicolo fu già trattata da diversi autori, ed il Sertoli fu il primo che la studiò esattamente; egli infatti precisò pel primo gli elementi in cui essa si nota, e ne descrisse i rapporti coi diversi stadî della evoluzione spermatica.

Il Flemming (1) aveva già notata la cariocinesi nel testicolo normale; egli però si limitò a studiarla nelle cisti seminifere della salamandra. Più tardi il Klein (2) la studiò nel canalicolo seminifero di diversi mammiferi; siccome però egli ammette che le cellule contenute nel canalicolo siano tutte della stessa specie, così non precisò bene gli elementi in cui si nota e tanto meno i rapporti che ha colla genesi degli spermatozoi. Il Krause (3) si occupò pure dello stesso argomento, ma anche lui non seppe precisare gli elementi in cui la cariocinesi si osserva, nè i rapporti che la stessa ha colla produzione spermatica. Egli notò la divisione indiretta del nucleo nelle cellule dello strato germinativo e ritenne che per la continua divisione nucleare non seguìta da quella del protoplasma si formino in direzione centripeda delle colonne cellulari che si trasformano in spermatogemme, i cui nuclei diventano nuclei di spermatocisti poi spermatoblasti ed infine spermatozoi. Venne poi il lavoro di Sertoli (4), il quale, come dissi, precisò gli elementi in cui la cariocinesi si nota, ne indicò i rapporti nei quali essa sta colle diverse fasi di sviluppo dei nemaspermi e ne trasse delle conclusioni esattissime e sempre più appoggianti la sua opinione sulla spermagenesi. Sertoli fa notare come la cariocinesi si noti solo nelle cellule mobili ed in quegli elementi che continuamente si riproducono nella formazione spermatica, cellule germinative e seminifere di 3° stadio; nelle cellule di sostegno non notò alcun accenno di divisione indiretta del nucleo. Il Dott. Biondi (5) nel suo lavoro sulla spermagenesi parla pure di cariocinesi, ma egli non fa che dei semplici cenni. Veramente egli parla di divisione cariocinetica e di fenomeni cariocinetici solo nelle cellule madri, mentre nelle sue cellule staminali, quelle da cui originerebbero tutti i membri di una colonna, non parla di cariocinesi, solo dice che in " un determinato periodo il nucleo della cellula staminale diviene più grosso e granuloso, si strozza e divide in due parti. „ Legge (6) fa pure solo un cenno sulla cariocinesi, accettando del resto tutte le vedute del Sertoli. Il Brown (7), il Benda (8) e tutto recentemente anche l' Ebner (9) se ne occuparono di nuovo; nella parte essenziale però questi autori non fecero altro che confermare pienamente le osservazioni di Sertoli.

Atteso poi i pareri discordantissimi degli autori sulla composizione anatomica del canalicolo seminifero ed atteso l' importanza che lo studio della cariocinesi nel testicolo normale ha, sia per la spermagenesi che per le ricerche sul testicolo

(1) Archiv für mikroskopische Anatomie. Bd. XVIII, 2.
(2) Centralblatt für die med. Wissenschaften, 1880, N. 20.
(3) Idem 1881, N. 20.
(4) Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Serie II, Vol. VIII.
(5) Archivio per le Scienze Mediche, Vol. X, N. 8.
(6) Bullettino della R. Accademia Medica di Roma, Anno XII, N. 5, 1886.
(7) On the spermatogenesis in the rat. - Quart. Journal micros. Sc., 1885.
(8) Sitzungsbericht d. phys. Gesellsch. in Berlin 1886-87. - Arch. f. mik. Anat. 1887.
(9) Archiv. f. mikr. Anat. Bd. XXXVI. Heft. 2. 1888.

morbosamente alterato, trovai necessario, dopo quanto ho riferito nella prima nota, ritornare sull' argomento in modo più particolareggiato prima di ricavare delle conclusioni generali sulla composizione anatomica del tubulo seminifero e sulla spermagenesi, e prima di passare allo studio di alcune questioni anatomo-patologiche.

Tecnica.

Già ricordai nell' altra mia nota le difficoltà che s' incontrano nelle ricerche istologiche del testicolo, difficoltà le quali dipendono dall' essere la composizione anatomica del tubulo seminifero direttamente legata alla produzione spermatica e diversa a seconda degli stadî di evoluzione degli spermatozoi. Nello studio della cariocinesi poi bisogna raddoppiare di rigore e di cure, per avere una fissazione energica degli elementi nel loro stato, per così dire, ancora vivente, per conservare le proprietà morfologiche ed i rapporti dei singoli elementi, e fare dei tagli in serie affine di poter seguire i varî stadî della evoluzione spermatica.

Cercando sempre di poter soddisfare a queste condizioni, esperimentai i principali metodi che la tecnica moderna del microscopio insegna per queste ricerche, nell' intento anche di stabilire un confronto tra i diversi metodi.

Il testicolo veniva preparato seguendo le norme generali che già indicai nella prima nota. Tolto dall' animale ancora vivente od appena ucciso, veniva tagliato in piccoli pezzi, era poscia messo nei diversi liquidi fissativi e di indurimento a seconda del caso e del processo seguìto, e quindi incluso in celloidina od in paraffina usando le norme e precauzioni ricordate, e sezionato disponendo i tagli in serie.

Il metodo che anche nello studio speciale della cariocinesi mi diede i migliori risultati, fu quello proposto recentemente dal Flemming, apportandovi le modificazioni di Podwyssozki, e seguendo le norme che indicai nella prima nota, alla quale rimando per i particolari della tecnica.

Oltre questo metodo ne esperimentai diversi altri, e trovo conveniente passarli brevemente in rassegna. Dapprima esperimentai altre sostanze coloranti ed altri processi di colorazione su pezzi fissati nel liquido di Flemming. Tra le sostanze che meglio corrispondono, devo ricordare la saffranina in soluzione acquosa concentrata, ed il violetto di genziana in soluzione acquosa al 1 per % ed anche le due colorazioni successive.

Dai pezzi fissati nel liquido di Flemming si hanno pure buone preparazioni usando il processo proposto da Gram (1) pei microrganismi in genere, processo che dai lavori di Bizzozero (2), Nissen (3) e Podwyssozki (4) fu dimostrato pre-

(1) Fortschritte der Medicine, 1884, N. 6.
(2) Virchow' s Archiv 1885. - Zeitsch. f. wis. Mikros. 1886, Bd. III.
(3) Archiv f. mikros. Anat. 1886, Bd. XXVI.
(4) Beiträgen z. path. Anat. und Phys. v. Ziegler und Nauwerck, Bd. I.

ziosissimo anche per lo studio della cariocinesi. Le sezioni, fissate e trattate come sopra, sono lasciate per mezz' ora e più nell' acqua distillata, quindi trattate colla soluzione Ehrlich di violetto genziana, poscia colla soluzione iodo-iodurata come alle indicazioni che dà il Gram. Le preparazioni riescono anche più dimostrative quando si ricorra ad una seconda colorazione coll' eosina. Se poi si ricorre ad un' ulteriore colorazione colla saffranina, si hanno dati preziosi per lo studio della sostanza nucleare; i granuli di sostanza cromatica, come le mitosi si colorano in rosso, la sostanza acromatica debolmente in bleu.

Tra gli altri metodi che esperimentai ricorderò quello proposto da Bizzozero (1) pei pezzi induriti nell' alcool che mi diede buonissimi risultati (soluz. Ehrlich violetto genziana — soluzione iodo-iodurata — acido cromico 1 $^0/_{00}$ — alcool); quello di Rabl (2) (fissazione nella miscela cromo-formica — coloraz. ematossilina e saffranina); quello di Van Beden (3) (fissaz. coll' acido nitrico al 3 $^0/_0$); quello di Carnoy (4) (alcool assoluto, ed acido solforico — verde metile); quello di Gilson (5) (fissaz. bicloruro di mercurio — verde metile); quello di Tizzoni (6) (liquido Müller — carmino alluminoso Pisenti); quello di Baumgarten (7) (acido cromico — fuxina e bleu di metilene); non che quelli di Mayzel e Arnold e di Bizzozero (soluz. di colori di anilina nell' acido acetico o nella soluzione di cloruro di sodio) pei preparati a fresco. I migliori preparati però si hanno sempre dai pezzi fissati col liquido di Flemming e colorati con uno dei primi processi ricordati; gli altri metodi possono servir come termine di confronto o per appurare qualche particolarità sul modo di comportarsi della nucleina.

Osservazioni.

Nel testicolo degli animali in pieno possesso delle loro facolta riproduttive, come ho cercato di dimostrare nella Nota sulla composizione anatomica del tubulo seminifero, esistono due specie di cellule ben distinte sia morfologicamente, che funzionalmente. Le une, *cellule spermatiche o rotonde*, dànno luogo per successiva divisione e differenziazione cellulare agli spermatozoi, presentandosi successivamente quali cellule germinative, preparatorie (seminifere di 1° e 2° stadio), madri (seminifere di 3° stadio), figlie (nematoblasti) e finalmente spermatozoi. Le altre, cellule di Sertoli, fanno l' ufficio di organo di sostegno e forse hanno una parte

(1) Loc. cit.
(2) Morphol. Jahrb. Bd. X, Heft 2, 1884.
(3) Archiv de Biologie, 1883, T. IV.
(4) La Cellule, I e II, f. I, 1886, pag. 212.
(5) Idem pag. 57.
(6) Bullettino delle Scienze Mediche di Bologna, 1884.
(7) Zeitschrift f. Wissenschaf. Mikros. Bd. I, 1884. - Tuberkel und Tuberkulose.

nel completare lo sviluppo dei nemaspermi; esse sono per nulla un prodotto di regressione, sibbene elementi proprî costitutivi del canalicolo seminifero.

I caratteri morfologici di questi elementi, la loro ubicazione ed i loro rapporti furono da me già studiati e trovo inutile il ritornarvi sopra. Nell' occuparmi però in modo speciale della cariocinesi, mi sarà necessario far qualche richiamo del primo lavoro e ciò per mostrare la successione dei singoli elementi ed il loro nesso genetico.

Passando pertanto alla parte che più davvicino ci interessa, dirò innanzi tutto che nel canalicolo seminifero, sia degli animali giovani e non ancora atti alla fecondazione che in quelli in pieno possesso delle loro facoltà riproduttive, la moltiplicazione cellulare avviene per cariocinesi. Vi hanno però capitali differenze a seconda che si tratta degli uni o degli altri.

Nei neonati, negli animali giovani, negli animali in genere in cui la produzione spermatica non è ancora incominciata, noi vediamo che le cellule del contenuto dei canalicoli seminiferi si moltiplicano per cariocinesi, e la divisione cellulare è attivissima (Fig. I). Il fenomeno però in questi animali si vede qua e là sparso, senza, a quanto pare almeno, una regola determinata. Vediamo che i singoli elementi, tanto degli strati più periferici che centrali, vanno moltiplicandosi passando per tutte le fasi più tipiche della cariocinesi, mentre i canalicoli vanno sempre più acquistando dimensioni maggiori, finchè arriviamo alla differenziazione cellulare che deve portare allo sviluppo delle facoltà riproduttive.

Appena l' animale è atto alla fecondazione, appena si vanno differenziando le cellule rotonde e l' elemento di Sertoli, la cariocinesi, per così dire, si localizza, e si localizza in certi elementi cellulari, si localizza in certi tratti del canalicolo seminifero, corrispondenti a determinati stadî della evoluzione spermatica.

Noi infatti, come abbiamo in parte già visto, troviamo che i fenomeni di cariocinesi non si notano in tutti gli elementi del contenuto dei canalicoli senza una norma, sibbene solo in quelli che continuamente si riproducono per la formazione degli spermatozoi, inoltre non si trovano ovunque ed irregolarmente sparsi lungo il canalicolo seminifero, ma solo in determinati tratti, corrispondenti a certi stadî di evoluzione dei nemaspermi.

La serie dei fenomeni cariocinetici, e quindi della moltiplicazione cellulare in genere incomincia nelle cellule germinative. Questi elementi, come abbiamo visto, si trovano alla periferia del canalicolo, a contatto della membrana propria, fra questa e le cellule a piede. Esse si riscontrano in tutta la lunghezza del canalicolo, ma non ovunque nella stessa quantità e cogli stessi caratteri. In quei tratti di canalicolo in cui i nemaspermi maturi sono completamente discesi e nelle cellule figlie incominciano le prime modificazioni che devono portare alla formazione dei nemaspermi di una nuova generazione, e nei quali le cellule germinative si possono ritenere nell' inizio del loro primo stadio, le vediamo rare, appiattite, proprio attaccate alla parete, con protoplasma omogeneo, con nucleo molto allungato, pal-

lido, che si colora leggermente colla saffranina e contenente pochissima sostanza cromatica. In altri punti, dove l' evoluzione spermatica è appena un po' più avvanzata, essendo testa e coda già ben differenziate, queste cellule appariscono più numerose, più grandi, con nucleo maggiormente traente allo sferico, sebbene ancora piuttosto ovoidale, a membrana nucleare ben netta e contenente qua e là diversi granuli di sostanza cromatica. Il nucleo diventa sempre più ricco di sostanza cromatica, la quale va mano mano disponendosi in filamenti; finchè nei tratti di canalicolo in cui i filamenti spermatici sono completamente sviluppati e stanno riuniti in fascio sulle cellule a piede, oppure stanno per abbandonare la parete, vediamo queste cellule passare per tutte le fasi della divisione indiretta.

Nel topo e nella cavia la divisione cellulare nello strato periferico, vale a dire nelle cellule germinative, incomincia nello stadio sopra ricordato della evoluzione spermatica, cioè nei tratti in cui i filamenti spermatici sono completamente sviluppati e stanno riuniti in fascio sull' elemento di Sertoli e si continua mentre i nemaspermi completano il loro sviluppo. In altri animali, toro specialmente, incomincia anche prima. La divisione cellulare però avviene con molta rapidità, inquantochè i tratti di canalicolo in cui si nota il fenomeno sono molto corti. Le forme cariocinetiche si possono accompagnare in tutte le loro fasi evolutive, dal gomitolo, alla corona, alla stella, alla piastra equatoriale, alle corone e stelle figlie e così via. Il piano di divisione nella maggioranza dei casi è parallelo alla membrana propria del canalicolo; vi hanno però delle eccezioni, sebbene piuttosto rare, in cui la divisione avviene secondo l' asse radiale. (Fig. III e IV). I rapporti che le cellule germinali in questo stadio dell' evoluzione spermatica hanno cogli altri elementi già li conosciamo, vale a dire nel secondo strato abbiamo le cellule madri, nel terzo le cellule figlie appena formate e disposte in senso raggiato in quattro o cinque file. L' elemento di Sertoli appare chiaramente e si vede in rapporto più o meno diretto coi fasci di spermatozoi.

Continuando così la moltiplicazione nelle cellule germinative, vediamo nei tratti di canalicolo corrispondenti allo sviluppo completo, alla discesa di una generazione di spermatozoi ed allo iniziarsi nelle cellule figlie delle prime differenziazioni che devono portare alla formazione di una nuova generazione di spermatozoi, delle cellule rotondeggianti, piuttosto fornite di scarsa quantità di protoplasma, con nucleo molto ricco di sostanza cromatica, le quali formano come una corona nella parte periferica del canalicolo, proprio quasi a contatto della parete, le cellule che indicai col nome di *cellule preparatorie* (seminifere di 1° e 2° stadio), le quali sono indubbiamente derivate dalla divisione indiretta delle cellule germinative. In questi elementi, durante tutto il periodo in cui nelle cellule figlie avviene la trasformazione in spermatozoi, non si notano per nulla fenomeni di cariocinesi. Piuttosto noi vediamo come questi elementi dapprima siano quasi a contatto della membrana propria, al di sotto della estremità periferica delle cellule di sostegno, e che poscia gradatamente vanno sempre più guadagnando una posizione centrale, ed acquistando di-

mensioni maggiori. La sostanza cromatica è piuttosto sempre in abbondanza, solo notiamo che, mentre avvengono le differenziazioni sopra ricordate, essa si atteggia a filamenti più o meno serrati, finchè in quei tratti di canalicolo in cui gli spermatozoi sono completamente sviluppati e riuniti in fascio sulle cellule di sostegno e le cellule madri hanno dato luogo alla produzione delle cellule figlie, questi elementi, per differenziazione cellulare, acquistano i caratteri delle cellule madri.

Nelle cellule madri (seminifere di 3° stadio), ed io le prendo nel loro primo stadio per accompagnarle man mano nelle loro modificazioni, noi notiamo due periodi di evoluzioni. In un primo periodo abbiamo solo fatti di differenziamento cellulare, press' a poco come abbiamo visto nelle cellule preparatorie; in un secondo momento subiscono attivissimi fenomeni di cariocinesi e dànno luogo alla produzione delle cellule figlie o nematoblasti di Sertoli.

Le cellule madri, appena differenziatesi come tali dalle cellule preparatorie pel processo sopra ricordato, presentansi come elementi piuttosto tondeggianti, a protoplasma abbondante, con nucleo grande e formato da discreta quantità di sostanza cromatica atteggiata a granuli e filamenti irregolari. Queste cellule vanno ingrossando ed acquistando sempre più maggiore quantità di sostanza cromatica, i filamenti si rendono sempre più manifesti e si rilasciano, e gli elementi cellulari acquistano gradatamente maggiori dimensioni e prendono una posizione più centrale, e, mancando così lo spazio, devono disporsi su più strati. In quei tratti di canalicolo poi in cui i nemaspermi hanno la testa completamente formata, incominciano a presentarsi i fatti della divisione cariocinetica.

Le prime modificazioni che subiscono le cellule madri, periodo di differenziazione, avvengono in tutto il periodo di tempo che decorre dalla formazione delle cellule figlie, al completarsi della testa del nemasperma.

Nei tratti di canalicoli poi in cui i nemaspermi hanno la testa completamente formata, le cellule madri subiscono attivissimi fenomeni di cariocinesi e possiamo in un sol campo microscopico, sia in sezioni longitudinali del canalicolo che in sezioni trasverse, accompagnare il processo in tutte le sue fasi evolutive (Fig. II, V, VI e VII). Si vede infatti come ad un tratto in cui le cellule madri si presentano allo stato di riposo, ne segue uno in cui il nucleo presentasi in forma di glomerolo serrato, il quale va allentandosi, finchè arriviamo ad un tratto in cui si notano tutte le fasi della divisione nucleare, glomerolo, corona, monaster, mezza botte, diastro ecc. Il succedersi di queste fasi si può vedere benissimo nelle Fig. II e V prese ad un ingrandimento piuttosto piccolo, e nelle Fig. VI e VII prese a maggiori ingrandimenti. Nella Fig. VI a sinistra troviamo delle cellule madri in riposo ($c\text{-}m^R$) i cui nuclei vanno gradatamente assumendo la forma a glomerolo, a corona, a stella. Nella Fig. VII poi troviamo a sinistra la divisione cellulare più avanzata, mezza botte, diaster, divisione cellulare già completata, e gradatamente portandosi verso destra, vediamo i nuclei delle cellule figlie passare allo stato di riposo. Il piano di divisione è secondo l' asse radiale.

In questi tratti di canalicolo la divisione cellulare è attivissima, quasi sorprendente, essa però si compie in un tempo brevissimo, in quanto che mentre vediamo che moltissimi e lunghi sono i tratti di canalicolo in cui le cellule madri si trovano allo stato di riposo, molto brevi sono invece i tratti in cui si nota la cariocinesi.

Completata la divisione cellulare nelle cellule madri, arriviamo a quei tratti di canalicolo in cui gli spermatozoi sono completamente sviluppati e si vanno riunendo in fascio tra il protoplasma dell' elemento di Sertoli. Quì le cellule madri si sono completamente trasformate in cellule figlie, pel processo di cariocinesi sopra ricordato, mentre le cellule preparatorie si sono differenziate in cellule madri di una nuova generazione di spermatozoi.

Le cellule figlie così formate (nematoblasti), si presentano dapprima ancora sotto forma di glomerolo più o meno serrato, poscia sembra passino allo stato di riposo, per subire quindi una serie di modificazioni che devono portare allo sviluppo degli spermatozoi. Fenomeni di cariocinesi nelle cellule figlie non se ne hanno, si notano invece profonde modificazioni nel modo di comportarsi della sostanza cromatica e nella forma; modificazioni le quali conducono gradatamente alla formazione delle singole parti del nemasperma. Il nucleo si porta verso quella parte periferica del protoplasma che guarda la membrana propria del canalicolo e cambia forma, allungandosi in generale ed acquistando una forma più o meno ovoidale simmetrica od assimetrica. Qui abbiamo differenziazioni cellulari molto diverse a seconda delle specie animali, e se volessi entrare nei particolari, dovrei svolgere l' argomento ancora molto controverso dell' istogenesi degli spermatozoi, cosa che non posso fare in questa Nota. Per quello che riguarda la cariocinesi ci basta il dire che nelle cellule figlie non si notano fenomeni di divisione indiretta del nucleo e di moltiplicazione in genere, e che esse vanno gradatamente differenziandosi in spermatozoi.

Nell' elemento di Sertoli, non vi ha alcun indizio di cariocinesi; il nucleo si presenta sempre ed in qualunque tratto del canalicolo con tutti i caratteri del più assoluto riposo. Esso infatti appare ovunque liscio, chiaro, omogeneo, quasi senza alcuna traccia di sostanza cromatica, facendo astrazione di un grosso nucleolo e qualche accenno di filamenti che mettono il nucleolo in rapporto colla membrana. Questo elemento costitutivo del canalicolo però, non si presenta coi caratteri di assoluta stabilità e, come pel primo ha dimostrato il Sertoli e come abbiamo visto, presenta caratteri alquanto diversi a seconda degli stadî di evoluzione spermatica. In quei tratti di canalicolo in cui i nemaspermi sono completamente sviluppati e stanno riuniti in fascio e disposti nel senso raggiato nella parete del canalicolo, l' elemento di Sertoli apparisce manifestissimo ed in diretto rapporto coi fasci di nemaspermi. La parte dell' elemento che meglio appare è il nucleo, il quale trovasi per lo più in vicinanza della parete; ha l' aspetto di un nucleo vescicolare, di forma più o meno rotondeggiante, non raramente però anche traente all' ovoidale o persino con un leg-

giero accenno ad una forma poliedrica o triangolare. La membrana nucleare è abbastanza manifesta; il contenuto però quasi non reagisce ai metodi di colorazione, per cui apparisce trasparente, quasi omogeneo, e solo notiamo un grosso nucleolo, il quale si colora intensamente, non che qualche accenno di sostanza cromatica che a guisa di reticolo va dal nucleolo alla membrana nucleare. Il protoplasma è finamente fibrillare, e si porta verso il lume del canalicolo, impigliando nelle sue delicatissime maglie i filamenti spermatici e cacciandosi tra gli elementi circostanti, assumendo così l' elemento nel suo insieme una forma cilindro-conica più o meno ramificata ed irregolare. Manca una membrana cellulare.

Nei tratti di canalicolo in cui l' evoluzione spermatica è alquanto progredita, e i filamenti spermatici incominciano a perdere i loro rapporti coll' elemento a piede, per portarsi verso il lume del canalicolo, l' elemento di Sertoli, per l' ingrossamento delle cellule germinative e per la loro divisione e moltiplicazione, viene spostato un po' verso il lume del canalicolo, ed il suo protoplasma si riduce; il nucleo però apparisce ancora chiaramente ed il nucleolo è intensamente colorato. Completata poi la divisione cellulare nelle cellule germinali ed allontanandosi sempre più i nemaspermi dalla parete per discendere nel canalicolo, l' elemento di Sertoli subisce una specie di metamorfosi regressiva, sicchè quasi più non appare, e solo il nucleo sta a ricordarlo. Anche il nucleo poi sembra si riduca, il nucleolo si tinge più debolmente e così pure la sostanza nucleare, e questo elemento, essendo per così dire in questo stadio cessato il suo ufficio, subisce una specie di metamorfosi regressiva, caratterizzata anche dalla presenza di gocciole di grasso.

Arrivati poi ad un tratto di canalicolo in cui i nemaspermi sono completamente discesi o quasi, e che nelle cellule figlie sono già incominciate le prime modificazioni che devono condurre alla formazione della testa del nemasperma, le cellule di Sertoli tornano ad apparire chiaramente non solo, ma si vede che il loro protoplasma trovasi in diretto rapporto con quello delle cellule figlie, in modo da formare quasi una massa protoplasmatica sola. Il nucleo vedesi molto chiaramente, grosso, alcune volte di forma allungata, ed in generale piuttosto distante dalla membrana propria del canalicolo. In quei tratti di canalicolo poi in cui gli spermatozoi sono quasi completamente sviluppati e che nelle cellule madri si compiono i fatti di cariocinesi che devono portare alla formazione delle cellule figlie, le cellule di Sertoli appariscono difficilmente, poichè per l' attivissima divisione cellulare il protoplasma viene fortemente compresso, cacciato per così dire tra elemento ed elemento. Appare però sempre il rapporto coi filamenti spermatici, i quali incominciano ad unirsi in fascio; il nucleo poi si vede chiaramente, ha una posizione piuttosto periferica ed il nucleolo si tinge fortemente. Nello stadio poi in cui gli spermatozoi sono completamente sviluppati e portandosi tra le cellule figlie vanno riunendosi in fascio tra il protoplasma dell' elemento di Ser-

toli, questo ci si torna a presentare coi caratteri che abbiamo visto sopra nel corrispondente stadio di evoluzione spermatica. Tutte queste modificazioni, osservate pel primo dal Sertoli ed ultimamente confermate da altri autori, tra cui ricordo specialmente l' Ebner, dipendono probabilmente da condizioni meccaniche.

Nell' elemento di Sertoli dunque non abbiamo neppure alcun accenno di fenomeni cariocineti; questo elemento mostra delle modificazioni a seconda degli stadî di evoluzione spermatica, modificazioni però le quali sono, per la maggior parte almeno, dipendenti da ragioni meccaniche.

Le figure cariocinetiche che si notano nel canalicolo seminifero rappresentano tutte le fasi di divisione nucleare, quali sono state descritte in questi ultimi tempi in moltissimi processi di neoformazioni cellulari sia fisiologiche che patologiche. Abbiamo bene esplicate le prefasi, le metafasi e le anafasi coi caratteri più tipici della ordinaria divisione nucleare indiretta. Noi vediamo infatti il nucleo dallo stato di riposo, vale a dire da chiaro, liscio, scolorato o quasi, passare gradatamente allo stato di glomerolo, corona e stella madre, piastra equatoriale, stadio fusiforme, stelle, corone e glomeroli figli e finalmente allo stadio di cellule figlie in riposo (Fig. VIII, IX, X, XI, XII, XIII). I filamenti cromatici si vedono molto chiari ed appaiono evidentemente formati dai nuclei sferici di Pflitzner, Balbiani, Van Beneden. I filamenti acromatici si vedono pure chiaramente, sovratutto nelle piastre equatoriali e nello stadio fusiforme. Trovo inutile entrare in particolari sulle fasi e modalità del processo cariocinetico nel testicolo dei mammiferi, inquantochè, come si può vedere dalle figure, non diversifica punto da quanto è universalmente conosciuto.

Da ciò che sopra si è detto il nesso genetico dei singoli elementi costitutivi del canalicolo e quindi degli spermatozoi, appare abbastanza chiaro. Le cellule germinative per divisione cariocinetica dànno luogo alla produzione delle cellule preparatorie, le quali per successiva differenziazione cellulare si trasformano in cellule madri; queste, in un primo periodo di tempo, mostrano fatti di differenziamento cellulare, poscia passano per le diverse fasi della divisione cariocinetica e formano così le cellule figlie, le quali per una serie di modificazioni e di differenziazioni si trasformano direttamente in spermatozoi. Gli spermatozoi pertanto originano dalle cellule rotonde; l' elemento di Sertoli fa l' ufficio di organo di sostegno ed, a quanto pare almeno, ha anche una parte nel completare lo sviluppo dei nemaspermi.

Una questione però ci si presenta subito innanzi: la provenienza delle cellule germinative. Noi abbiamo visto che l' evoluzione spermatica incomincia nelle cellule germinative, ed abbiamo potuto accompagnarla in tutti i suoi stadî, almeno fino all' istogenesi del nemasperma. Ne resta ora da indagare, per quanto ci sarà dato, la provenienza delle cellule spermatiche in genere, questione tuttora insoluta.

L' origine delle cellule spermatiche ha sempre attirato l' attenzione ed è sempre rimasta senza una spiegazione sicura. Il V. Ebner infatti ritenne (nel primo lavoro),

come molto probabile che le cellule rotonde situate nel suo Keimnetz derivassero dai globuli bianchi del sangue. Sertoli giustamente non può accettare questa opinione ed ammette come verosimile, senza però poterlo dire in modo assoluto e ritenendo anzi necessario altri studî, che originino da speciali elementi da lui riscontrati qua e là negli angoli lasciati dall' unione di due o tre lamelle cellulari costituenti la membrana. Krause, Renson, Legge non accettano queste vedute del Sertoli e ritengono l' elemento da lui invocato come le basi delle cellule di sostegno. Afanassiew le ritiene cellule fisse completamente estranee alla spermagenesi. Swan e Masquelin per spiegare l' origine delle cellule spermatiche invocano gli ovuli primordiali maschili attivi, dalla cui divisione farebbero derivare le cellule spermatiche. Gli ultimi autori prendono le mosse dalle loro cellule staminali, dalle quali incomincia la moltiplicazione cellulare e quindi l' evoluzione spermatica, senza entrare particolarmente, per quanto mi sappia almeno, nella questione della genesi di queste cellule staminali. Il V. Ebner, nel suo ultimo lavoro, conferma gli elementi descritti da Sertoli qua e là negli spazî lasciati dall' unione di due o tre lamelle cellulari, ma egli li ritiene per globuli banchi, quali si riscontrano negli altri epitelî ed endotelî, e non vi attribuisce alcun ufficio nella spermagenesi. La questione, come ripeto, è molto difficile ad essere risolta, possiamo fare delle supposizioni più o meno fondate, ma sono necessarî altri studî.

La prima possibilità sarebbe che parte dei nuclei delle cellule germinative, dopo la divisione cariocinetica, passassero allo stato di riposo, per aspettare un nuovo periodo di evoluzione spermatica e subire ulteriori fatti di cariocinesi. Ad una osservazione accurata però questo fatto non sembra del tutto probabile, inquantochè queste cellule germinative si possono accompagnare per certe fasi evolutive, le quali farebbero piuttosto pensare che alcune delle così dette lamelle endoteliali della membrana propria del tubulo, si trasformassero in cellule germinative. Infatti nei tratti di canalicolo in cui nelle cellule figlie incominciano le prime modificazioni che devono portare alla formazione dei nemaspermi ed in cui le cellule germinali si trovano proprio nelle loro prime fasi evolutive, le vediamo rare, appiattite, proprio attaccate alla parete, con protoplasma omogeneo, con nucleo molto allungato, pallido, che si colora leggermente colla saffranina e contenente pochissima sostanza cromatica. In altri punti dove l' evoluzione spermatica è appena un po' più avvanzata, essendo testa e coda già ben differenziate, queste cellule appariscono più numerose, più grandi, con nucleo maggiormente traente allo sferico, sebbene ancora piuttosto ovoidale, a membrana nucleare ben netta e contenente qua e là diversi granuli di sostanza cromatica. Il nucleo acquista sempre più una forma rotondeggiante e si ingrandisce, diventando più ricco di sostanza cromatica, finchè nei tratti di canalicolo in cui gli spermatozoi sono completamente sviluppati, queste cellule passano attraverso alle fasi della cariocinesi. Che le cellule della parete, in certi stadî della evoluzione spermatica, presentino una disposizione che parla in favore di fenomeni di moltiplicazione, come primo aveva fatto notare il Sertoli,

non può essere revocato in dubbio; ultimamente poi l' Ebner, non ostante le grandissime difficoltà che si incontrano in questa ricerca, ne diede anche le prove; perciò io sarei piuttosto inclinato a ritenere con Legge che le così dette lamelle endoteliali della membrana partecipino alla formazione delle cellule spermatiche, trasformandosi in cellule germinative.

Dopo quanto si è detto, se gettiamo uno sguardo sulle opinioni dei diversi autori sulla composizione anatomica del tubulo seminifero e sulla spermagenesi, possiamo facilmente formarci un concetto della esattezza o meno delle diverse vedute.

Come ho già accennato nell' altra Nota, i pareri sono molto discordanti e si possono nel miglior modo riassumere in due grandi gruppi. Alcuni autori infatti ammettono nel tubulo seminifero una sola specie di cellule, cellule rotonde, da cui originerebbero gli spermatozoi; altri invece riconoscono due specie di cellule ben distinte sia morfologicamente che funzionalmente, cellule rotonde e cellule a piede. In questo secondo gruppo però abbiamo delle sottoscuole, inquantochè gli uni ammettono lo sviluppo dei nemasperni dalle cellule rotonde, gli altri dalle cellule a piede; altri infine chiamano in atto tutte e due le specie di cellule.

Io non intendo già confutare ad uno ad uno i lavori dei singoli autori, prima di tutto perchè andrei troppo per le lunghe e mi allontanerei dal mio intento, secondariamente perchè dopo quanto ho detto, una critica specializzata sarebbe completamente superflua. Io mi limito pertanto a riassumere in gruppi le principali opinioni emesse ed a farne qualche considerazione generale.

L' opinione degli autori i quali ammettono che nel canalicolo seminifero vi sia una sola specie di cellule da cui per successiva moltiplicazione e differenziazione derivino gli spermatozoi (Wagner, Kölliker, Schaefer, Klein, Wiedersperg, Biondi) non ha bisogno di molte parole per essere confutata. L' esistenza dell' elemento di Sertoli non può menomamente essere messa in dubbio. La natura cellulare di questo elemento caratterizzato benissimo da un nucleo, da un nucleolo e da una massa protoplasmatica, elemento che si presenta con determinati rapporti e caratteri corrispondenti a determinati periodi di evoluzione spermatica, fu così bene provata, che non può sollevarsi alcun dubbio sulla sua esistenza e tanto meno ritenerlo un prodotto artificiale o di regressione, inquantochè si trova anche nei tratti di canalicolo in cui nelle cellule figlie incominciano appena le prime differenziazioni che devono condurre allo sviluppo degli spermatozoi. Abbattuta questa premessa, trovo inutile entrare in particolari. Del resto, prescindendo anche dall' elemento di Sertoli, le obbiezioni che si possono fare al modo onde questi autori, ed intendo i più moderni, descrivono l' evoluzione spermatica, non sono certo di poco valore e d' altronde da quanto si è detto appaiono troppo chiare da loro stesse.

Anche l' opinione degli autori i quali ammettono la genesi degli spermatozoi dalle cellule a piede, dai così detti spermatoblasti, sia che ammettano una genesi

diretta (Ebner (1), Pouchet), che una genesi indiretta (Neumann, La Vallette S. George, ecc.), appare subito non conforme a verità. Siccome l' elemento di Sertoli si trova sempre nel più assoluto riposo, così non potrà mai essere il formatore degli spermatozoi. L' attività cellulare, come abbiamo visto, è limitata alle cellule rotonde, e devono appunto essere questi elementi da cui originano i nemaspermi. Colla produzione spermatica naturalmente devono di continuo andar distrutti degli elementi cellulari, i quali dovranno essere riparati; ora la cariocinesi, mostrandoci appunto come l' attività cellulare sia limitata alle cellule rotonde, ci dà la prova palmare della genesi dei nemaspermi da questi ultimi elementi. D' altra parte abbiamo potuto seguire tutta la fase evolutiva.

Resta dunque l' opinione degli autori i quali riconoscono nel canalicolo seminifero le due specie di cellule ed ammettono la genesi degli spermatozoi dalle cellule rotonde. Questo modo di vedere è appunto quello conforme a verità, e ne abbiamo avuto, a quanto spero, prove sicure. Prescindendo da alcune piccole differenze sull' interpretazione della composizione anatomica del tubulo seminifero, e sulla modalità dell' evoluzione spermatica, una sola discrepanza vi è fra questi autori, discrepanza la quale riguarda i rapporti dell' elemento di Sertoli colle cellule figlie e spermatozoi, se cioè vi sia un semplice impigliamento delle cellule figlie nel protoplasma delle cellule a piede (Sertoli, Merkel ecc.), oppure vi sia una vera coniugazione, una copulazione tra i due elementi (Sovaen e Masquelin, Gruenhanger, Benda ecc.). Questa discrepanza però non ha tutta quell' importanza che a tutta prima sembrerebbe, almeno per quanto riguarda la composizione anatomica del tubulo seminifero e la cariocinesi; è questione che si riferisce specialmente all' istogenesi del nemasperma.

L' elemento di Sertoli non resta certamente del tutto inattivo nella produzione spermatica, e per lo meno prende una parte attiva nei processi nutritivi che si compiono nell' interno dei canalicoli seminiferi, ed ha una certa parte nella maturazione dei nemaspermi. Se esista una vera copulazione dei due elementi oppure un semplice impigliamento delle cellule figlie e spermatozoi nel protoplasma dell' elemento di Sertoli è questione molto difficile a risolversi. Il parlare però di una vera copulazione nello stretto senso della parola, forse non è troppo razionale, inquantochè i nuclei non si mettono per nulla in rapporto, d' altra parte poi è certo che i protoplasmi si mettono in rapporto di continuità, ed i nemaspermi differenziatisi dalle cellule figlie, completano il loro sviluppo nell' elemento di Sertoli. Del resto i lavori di Sertoli sono quelli che più esattamente riproducono la composizione anatomica del tubulo seminifero ed il processo dell' evoluzione spermatica, e d' altronde anche i lavori di Brown, di Benda ed il recentissimo di Ebner non fanno altro che confermare nella parte esenziale le osservazioni di Sertoli.

(1) Nel primo lavoro.

Conclusioni.

Da quanto sopra si è detto io ricavo pertanto le seguenti conclusioni.

Nel canalicolo seminifero attivo vi hanno due specie di cellule ben distinte fra loro sia dal punto di vista morfologico che funzionale: cellule rotonde o spermatiche ed elementi o cellule di Sertoli.

La moltiplicazione cellulare nel canalicolo seminifero, sia durante il periodo di accrescimento che durante quello di attività sessuale, avviene per cariocinesi.

Negli animali non ancora atti alla fecondazione, i fenomeni cariocinetici non presentano un' ubicazione speciale, nè si succedono con leggi determinate.

Negli animali in possesso delle loro facoltà riproduttive invece il fenomeno, per così dire, si localizza e si localizza in certi elementi cellulari ed in certi tratti del canalicolo seminifero, corrispondenti a determinati stadî della evoluzione spermatica. La cariocinesi infatti, come fece pel primo notare il Sertoli, non si nota in tutti gli elementi del canalicolo senza una norma, sibbene solo in quelli che continuamente si riproducono per la formazione degli spermatozoi; inoltre non si trova ovunque ed irregolarmente sparsa lungo il canalicolo, ma solo in determinati tratti, corrispondenti a determinati stadî della evoluzione spermatica.

La prima serie dei fenomeni cariocinetici incomincia nelle cellule germinative e veramente nei tratti di canalicolo in cui i nemaspermi sono completamente sviluppati e stanno riuniti in fascio sulle cellule a piede, oppure stanno per abbandonare le pareti, e si continuano nel periodo di tempo in cui i nemaspermi completano il loro sviluppo. Come prodotto finale della divisione cellulare, abbiamo la produzione delle cellule preparatorie o seminifere di 1° stadio.

Le cellule preparatorie (seminifere di 1° e 2° stadio), non subiscono fenomeni di cariocinesi, esse invece per successivo differenziamento cellulare si trasformano direttamente in cellule madri. Le cellule preparatorie incominciano a presentarsi nei tratti di canalicolo corrispondenti allo sviluppo completo ed alla discesa di una generazione di spermatozoi, non che allo iniziarsi nelle cellule figlie delle modificazioni che devono portare alla formazione di una nuova generazione di spermatozoi, ed hanno completato il loro differenziamento, trasformandosi così in cellule madri (seminifere di 3° stadio), nei tratti di canalicolo in cui questa nuova generazione di spermatozoi è completamente sviluppata e gli spermatozoi sono riuniti in fascio sull' elemento di Sertoli.

L' altra serie di fenomeni cariocinetici avviene nelle cellule madri (seminifere di 3° stadio). Queste passano per due periodi evolutivi. In un primo periodo, che decorre dal momento di loro differenziazione al momento in cui la generazione precedente di nemaspermi è completamente discesa e le cellule figlie si sono già differenziate in nemaspermi colle loro parti accennate (formazione della testa), su-

biscono fatti di differenziamento cellulare. Nei tratti di canalicolo poi in cui i nemaspermi hanno la testa completamente formata, esse subiscono attivissimi fenomeni di cariocinesi e dànno luogo alla produzione delle cellule figlie. La divisione cellulare è completata quando arriviamo in quei tratti di canalicolo in cui gli spermatozoi sono completamente sviluppati e stanno riuniti in fascio sull' elemento di Sertoli.

La divisione cellulare, sia nelle cellule germinative che nelle cellule madri, è attivissima; essa però si compie in un tempo molto breve, poichè, mentre sono molto lunghi i tratti in cui questi elementi si trovano allo stato di riposo, sono invece molto brevi i tratti in cui si nota la cariocinesi.

Nelle cellule figlie (nematoblasti), non si hanno fatti di cariocinesi; questi elementi si differenziano direttamente in spermatozoi.

L' elemento di Sertoli pure non presenta fenomeni cariocinetici. Esso si presenta ovunque coi caratteri degli elementi in riposo; esso però presenta delle modificazioni nella forma a seconda degli stadî evolutivi degli spermatozoi, modificazioni le quali dipendono, probabilmente almeno, da ragioni meccaniche.

Queste conclusioni poi servono ad appoggiare sempre più quelle dedotte nella prima nota, cioè:

Gli spermatozoi originano dalle cellule rotonde, dalle cellule figlie o nematoblasti. Le cellule rotonde infatti sono le sole che presentano fenomeni di cariocinesi e gli spermatozoi, quali derivati cellulari, non possono aver origine che da quelli elementi che continuamente si rinnovano, cioè dalle cellule spermatiche. Queste infatti si presentano nel loro primo stadio sotto forma di cellule germinative, le quali per divisione cariocinetica generano le cellule preparatorie e queste per successiva differenziazione si trasformano in cellule madri. Le cellule madri poi in un primo periodo di tempo mostrano fatti di differenziamento cellulare, poscia presentano le diverse forme di divisione cariocinetica del nucleo e dànno luogo alla produzione delle cellule figlie, le quali si trasformano direttamente in spermatozoi.

Questi processi di divisione e differenziazione cellulare nòn avvengono contemporaneamente in tutta la lunghezza del canalicolo, ma si succedono secondo determinate leggi, per modo che ogni tratto del canalicolo corrisponde ad un determinato stadio di evoluzione spermatica.

L' elemento di Sertoli non prende parte attiva alla produzione degli spermatozoi, mancando in esso qualunque accenno a fenomeni di cariocinesi. Esso però prende certamente parte nei processi nutritivi che si compiono nell' interno dei canalicoli seminiferi e probabilmente ha una parte nel completare la maturazione dei nemasperma.

In ogni tratto del canalicolo seminifero vi sono due ordini di elementi; l' uno è fatto da elementi che vanno trasformandosi in spermatozoi; l' altro da elementi in via di preparazione, destinati a sostituire quelli che vanno mano mano differenziandosi o trasformandosi nella produzione spermatica. Così la spermagenesi può continuare senza interruzione.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Le preparazioni furono ottenute tutte col processo Flemming, apportandovi le modificazioni ricordate. — Fissazione nella soluzione cromo-osmio-acetica — Indurimenti nell' alcool — Inclus. in celloidina — Prima colloraz. colla soffranina Pfitzner-Flemming — Seconda coloraz. coll' acido picrico — Olio garofani — Balsamo.

Significato delle lettere adoperate nella spiegazione delle Figure.

c-s — Elemento di Sertoli.
e-g — Cellule germinative.
c-p — Cellule preparatorie o seminifere di 1° e 2° stadio.
c-m — Cellule madri o seminifere di 3° stadio.
c-f — Cellule figlie o nematoblasti.
s-p — Spermatozoi.
g-g — Gocciole di grasso.

Fig. I^a — Sezione longitudinale di canalicolo seminifero in cui non è ancora incominciata la produzione spermatica — Cavia di 7 giorni — Moltissimi degli elementi sono in cariocinesi — Obb. 8 — Oc. 3, Koristka — Tubo non allungato — Camera lucida Abbe-Zeiss. — Disegno ricavato all' altezza del tavolino del microscopio. × 400.

Fig. II^a — Sezione trasversale di un canalicolo di topo in pieno possesso delle facoltà riproduttive. Corrisponde ad un tratto in cui gli spermatozoi sono quasi completamente sviluppati. Le cellule madri si vedono in preda ad attivissima divisione cariocinetica. In alcuni punti (*c-m*^{R}) sono ancora allo stato di riposo; in altri si sono completamente trasformate in cellule figlie (*c-f*^{I}); la maggior parte però trovansi nelle varie fasi della divisione indiretta — Obb. 6, Oc. 3, Koristka. × 200.

Fig. III^a e IV^a — Sezioni longitudinali di tubulo seminifero di topo. Corrispondono a tratti di canalicolo in cui gli spermatozoi, raggiunta la loro completa maturazione, stanno per abbandonare la parete. Nelle cellule germinative troviamo i caratteri più tipici della divisione cariocinetica.

Fig. III^a — ricavata coll' Obb. 8, Oc. 3, tubo non allungato. × 400.

Fig. IV^a — ricavata coll' Obb. $^1/_{16}$, Oc. 3, tubo non allungato. × 750.

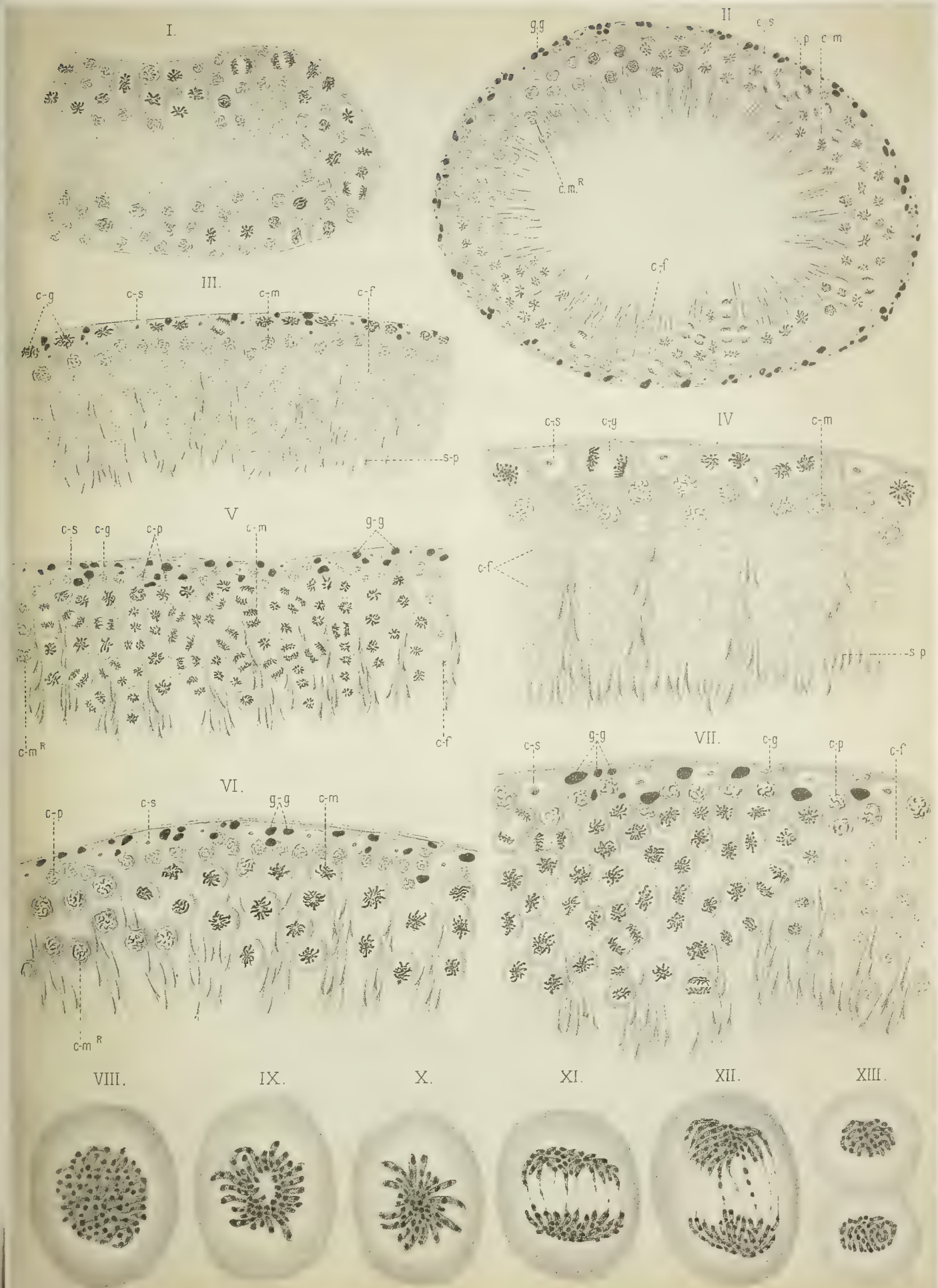
Fig. V^a, VI^a e VII^a — Sezioni longitudinali di tubo seminifero di topo, corrispondenti a tratti in cui gli spermatozoi sono quasi completamente sviluppati, come alla Fig. II^a. Le cellule madri mostrano le diverse fasi della divisione cariocinetica, che deve portare alla produzione delle cellule figlie.

La Fig. V^a (Obb. 8, Oc. 3, Koristka. × 400) serve come preparazione d'insieme e ci mostra come le cellule madri passino successivamente dallo stato di riposo (c-m^R) a quello delle diverse fasi della cariocinesi ed infine alle cellule figlie (c-f).

La Fig. VI^a (Obb. $^1/_{12}$, Imm. omog. Korist., Oc. 2. × 550) ci mostra ad un maggior ingrandimento il passaggio dallo stato di riposo a quello delle prime fasi cariocinetiche.

La Fig. VII^a (Obb. $^1/_{16}$, Imm. omog. Korist., Oc. 3. × 750) ne mostra invece il passaggio dalle meta ed anafasi della cariocinesi alle cellule figlie.

Fig. VIII^a, IX^a, X^a, XI^a, XII^a e XIII^a — Fasi di evoluzione cariocinetica nelle cellule spermatiche. (Dalla forma a gomitolo madre, alla forma di gomitoli figli) — Obb. $^1/_{20}$, Imm. omog. Reichert, Oc. 3, tubo allungato — Disegno ricavato sul tavolo di lavoro. × 2500).


I.
II
g.g
c.s
p
c.m
c.m.R
c.f
III.
c-g
c-s
c-m
c-f
s-p
IV
c-s
c-g
c-m
c-f
s p
V
c-s
c-g
c-p
c-m
g-g
c-m R
c-f
VI.
c-p
c-s
g-g
c-m
c-m R
VII.
c-s
g-g
c-g
c-p
c-f
VIII.
IX.
X.
XI.
XII.
XIII.

DELLA INFEZIONE SETTICOEMICA

SPECIALMENTE DI QUELLA

DETERMINATA DALLO STREPTOCOCCO PIOGENO

Ricerche batteriologiche e sperimentali

PER IL

Professor GUIDO TIZZONI

E IL

Dott. STEFANO MIRCOLI

(Lette nella Sessione del 29 Aprile 1888).

Lo studio della setticoemia, specialmente di quella determinata dallo streptococco piogeno, è lungi dall' esser completo. In generale regnano non poche incertezze intorno ai parassiti che posson dar luogo a questa infezione, alla via per la quale penetrano nell' organismo, al quadro clinico che determinano; in particolare poco si conosce riguardo alla capacità dello streptococco a determinare da solo la setticoemia, molte divergenze si hanno tuttora sugli effetti da esso prodotti negli animali. Per le quali divergenze appunto, mentre da taluni sarebbero identificati streptococchi di origine diversa (eresipela, suppurazione ad esempio), da altri verrebbero ammesse, invece, tante varietà di questi parassiti quante furono le forme morbose da cui vennero isolati. Questo essendo lo stato della questione, crediamo utile riferire alcuni casi di setticoemia che abbiamo potuti studiare in questo anno, e a complemento di queste ricerche far conoscere insieme i risultati sperimentali che abbiamo ottenuti coi parassiti raccolti dalle nostre osservazioni, particolarmente collo streptococco piogeno.

In questo lavoro vogliamo soltanto riassumere brevemente le cose principali da noi osservate, rilasciando ad una Memoria più estesa di entrare in modo particolareggiato nello studio dei fatti, d' illustrarli con figure, e di metterli a confronto con quelli che sullo stesso argomento vennero già pubblicati. Quattro sono i casi di setticoemia che noi abbiamo potuti studiare, e di questi, due ci furono offerti dalla squisita gentilezza del chiarissimo Prof. Murri, due potemmo raccogliere per la intelligente liberalità della Direzione di questo Ospedale Militare Principale. Volendo poi nella parte sperimentale confrontare l' azione degli streptococchi ottenuti dalla maggioranza di questi casi di setticoemia con quelli di altre infezioni (difterite, eresipela), dovemmo alle prime osservazioni aggiun-

germe altre, al fine d' isolare anche questi streptococchi quando, come per il caso dell' eresipela, non potemmo valerci di quelli già raccolti da altri.

Osservazione 1ª — Giovane di 18 anni, il quale in seguito a piccola escoriazione presso il ginocchio sinistro, che presto erasi ricoperta di crosta, presenta: artriti suppurative multiple, specie del ginocchio, dell' anca sinistra, delle due articolazioni omero-scapolari; edema di tutto l' arto sinistro, a cui tien dietro una vasta suppurazione della coscia che apresi spontaneamente all' esterno; segni di pericardite, di endocardite, di nefrite; e, insieme a queste localizzazioni, il quadro generale della setticoemia. La malattia cominciò ai 24 di Ottobre 1887 e terminò con la morte ai 2 di Febbraio del 1888. La sezione dimostrò: una vasta suppurazione nella coscia sinistra che andava fino alla fossa iliaca dello stesso lato; artrite suppurativa del ginocchio e dell' anca sinistra con distruzione completa delle superfici articolari e scomposizione delle rispettive articolazioni; forme identiche, ma a grado meno avanzato, in altre articolazioni, come nell' omero-scapolare destra. Pei visceri poi, infiammazione lobulare di ambidue i polmoni, a forma disseminata, pericardite iperplastica di data recente, endocardite generalizzata con inspessimento, verrucosità a vario grado nelle diverse valvule, miocardite fibrosa, nefrite subacuta.

In questo caso adunque avevamo una forma di setticoemia con la localizzazione primitiva alle articolazioni e con localizzazioni secondarie al cuore, ai reni.

Lo studio batteriologico di questa osservazione dette i seguenti resultati. Il sangue raccolto dalla vena della piegatura del braccio il giorno 6 Novembre 1887, quando l' ammalato presentava febbre alta e gli altri caratteri di una grave infezione, dette una cultura pura di streptococchi.

Ripetuto questo esame il giorno 14 Novembre 1887, quando la febbre era di molto diminuita e le varie localizzazioni si erano andate maggiormente accentuando, si ebbe resultato negativo.

Sterile rimase pure l' urina raccolta il giorno 3 e 16 Dicembre 1887, per quanto contenesse a quell' epoca una discreta quantità d' albumina e cilindri granulosi.

Il pus, raccolto dall' interno dell' ascesso della coscia nel momento stesso nel quale erasi fatto strada allo esterno, dette una cultura pura di streptococchi.

Dalle culture fatte coi pezzi freschi raccolti dal cadavere si ebbe, per il rene solo lo streptococco, per il polmone, invece, una cultura dello pneumococco di Fränkel, come ce lo provarono, e le proprietà biologiche del parassita isolato, e la sua azione patogena negli animali.

L' esame batteriologico adunque ci dimostrava che in questo caso avevamo un' infezione settica determinata da uno streptococco, e solo da questo; come ce lo provarono, e l' esame del sangue, e quello di una delle principali localizzazioni della malattia, della suppurazione della coscia. Solo negli ultimi momenti della malattia, alla primitiva infezione se ne aggiunse un' altra, quella del polmone per lo pneumococco di Fränkel, che affrettò certamente se non fu causa diretta della morte di questo ammalato.

Osservazione 2ª — In questa osservazione si trattava di un giovane soldato che fu accolto il 18 Febbraio 1888 nell' Ospedale Militare Principale per tonsillite. Presentava, infatti, ingrossamento delle tonsille, massime della sinistra, peraltro senza traccia di suppurazione, forte arrossamento dell' uvola, del velo del palato, pilastri ecc. Nei giorni successivi al suo ingresso nell' Ospedale, l' ammalato migliorò considerevolmente, ma ai 4 di Marzo si riacutizzò l' infiammazione delle tonsille, vennero in scena febbre altissima, adinamia profonda, e tutti i fenomeni generali di un' infezione settica, per la quale l' inferno morì ai 6 dello stesso mese. Alla sezione si trova: ingrossamento delle tonsille, con chiazze necrotiche alla superficie dell' amigdala sinistra, specie nei punti nei quali erano state praticate delle scarificazioni, infiltrazione infiammatoria lungo i vasi linfatici del collo dal lato sinistro, con formazione qua e là di ascessetti migliari, degenerazione parenchimatosa al primo stadio del fegato, leggero ingrossamento della milza, che presentasi più molle del normale, assai ricca di polpa, molto spappolabile.

Dal parenchima delle tonsille, tanto della destra quanto della sinistra, dai piccoli ascessi che seguono i vasi linfatici del lato sinistro del collo, del fegato e della milza si ottiene una cultura pura di streptococco.

Anche in questo, come nel caso precedente, avevamo quindi un' infezione settica determinata dallo streptococco, la quale peraltro, anzi che alle articolazioni, aveva avuto il suo focolaio primitivo alle tonsille.

Osservazione 3ª — Riguarda una donna che in seguito a forte raffreddamento presentò il quadro clinico del reumatismo poliarticolare con complicante endocardite, solo, mostrando qualche particolarità nei fenomeni generali che accompagnarono la malattia, specie nell' andamento della febbre. Ai 29 di Gennaio dell' anno corrente, circa un mese dall' inizio della malattia, l' ammalata morì. L' autopsia dimostrò: in generale, nelle articolazioni interessate dal processo morboso, aumento della sinovia, che appariva leggermente intorbidata, forte iniezione della sinoviale; e nelle ultime articolazioni prese dalla malattia, come in quella del ginocchio destro, qualche piccolo punto di condromalacia, corrispondente a quelle parti nelle quali era maggiore l' iniezione del limbus sinoviale; nel cuore, endocardite ulcerosa della mitrale e inspessimenti parziali della tricuspidale e delle sigmoidee aortiche; nella milza grosso infarto emorragico, in parte rammolito; e finalmente nella cavità del cranio un essudato della pia madre della convessità, che presentavasi bastantemente consistente, come una neoplasia connettiva della pia madre infiltrata di siero.

Di questo caso furono fatte culture, dal sangue preso dal vivo dalla vena della piegatura del braccio 4 giorni prima della morte, dalla milza, dalla valvula mitrale, dall' essudato meningeo, dal liquido raccolto nell' articolazione del ginocchio destro, che, come abbiamo detto, fu l' ultima presa dal processo morboso, e da quello raccolto dal ginocchio sinistro nel quale il processo trovavasi oramai in risoluzione.

I risultati di questo esame batteriologico furono i seguenti. Dal sangue rac-

colto dal vivo, dalla valvula mitrale si ottiene lo streptococco insieme allo stafilococco piogeno aureo ed albo; dall' essudato meningeo, dalla milza, dalla sinovia del ginocchio destro lo streptococco e lo stafilococco albo; rimase sterile il liquido raccolto dal ginocchio sinistro. Riguardo alla proporzione di questi diversi parassiti, le culture piatte ci hanno mostrato, in generale, che le colonie degli stafilococchi erano in numero considerevolmente minore di fronte a quelle degli streptococchi. Delle varie parti studiate poi, trovammo nella mitrale il numero maggiore di colonie di stafilococchi, per quanto fossero sempre molto al disotto di quelle degli streptococchi; nel sangue e nella meninge si avevano appena 3-4 colonie di stafilococchi per un numero considerevole di quelle degli streptococchi. Nella milza tale differenza era anche maggiore, in modo che in molte culture piatte si sviluppava appena, in mezzo ad un numero grandissimo di colonie di streptococchi, una di stafilococco. Finalmente nella sinovia del ginocchio destro le colonie dello stafilococco erano in proporzione anche minore, tanto che nelle varie culture che furono fatte alcune non ne contenevano nessuna, altre appena una.

In questo caso adunque avevamo un' infezione mista da streptococco e stafilococco, peraltro con prevalenza del primo sul secondo, infezione che si presentava con i caratteri clinici del reumatismo articolare acuto complicato da endocardite, e nella quale, per la grandissima predominanza degli streptococchi sugli stafilococchi isolati dall' articolazione ultima interessata dal processo morboso, devonsi con molta probabilità riportare alla presenza di quei parassiti i dolori, le lesioni articolari.

Osservazione 4ª — Oggetto di questa osservazione fu un giovane soldato che, dopo aver presentato bruciore e arrossamento della congiuntiva dell' occhio sinistro, mostrò edema ed infiltrato sanguinolento della palpebra e congiuntiva di questo lato, exoftalmo, adinamia profonda, delirio, carpologia, paralisi faringea. Dopo anche l' occhio destro si fece prominente, e in breve tempo (circa 4 giorni dal primo inizio della malattia) accadde la morte.

Alla sezione le cose di maggior rilievo da notarsi furono; scarso essudato fra la dura e la pia madre, raccolto specialmente lungo il corso dei vasi venosi, nella fossa sfenoidale sinistra; essudato purulento sottocongiuntivale con edema ed infiltrazione purulenta del cuscinetto adiposo retrobulbare; infiltrato emorragico dei polmoni con ascessi di varia grandezza, dei quali la massima parte piccolissimi, situati subito sotto la pleura; endocardite di antica data della mitrale, delle sigmoidee aortiche e delle tricuspidale, più intensa in alcuni pizzi delle due prime valvule; degenerazione grassa acuta parziale del fegato, limitata specialmente ad alcuni punti della sua faccia convessa, tumore acuto di milza, nefrite parenchimatosa.

L' esame batteriologico fatto coi pezzi raccolti da questo caso dette: dallo scarso essudato della meninge stafilococco aureo, albo e citrico, dal polmone fegato e milza solo lo stafilococco aureo, nulla dalle valvule mitrale, tricuspidale e sigmoidee aortiche.

Trattavasi adunque in questo caso di un' infezione settica semplice determinata dal solo stafilococco, infezione che ebbe probabilmente la sua porta d' ingresso dalla congiuntiva e dall' orbita e il suo focolaio principale alla meninge, come ci venne dimostrato dalla storia clinica ed anatomica non solo, ma anche dal fatto che dall' essudato della meninge furono raccolte le tre varietà dello stafilococco aureo, albo e citrico, mentre nelle altre parti si trovò la prima di queste solamente.

Per raccogliere lo streptococco che il Löffler ha ritrovato nella difterite accanto ad un bacillo (streptococcus articulorum), abbiamo studiato un caso grave e rapidamente mortale di questa malattia che ci fu offerto dal chiarissimo prof. Loreta. Da questo caso isolammo il bacillo di Löffler e lo streptococco, sia dalle tonsille invase dal processo difterico, sia da un focolaio necrotico, che si presentava come un piccolo ascesso, della parte più profonda dell' amigdala.

Per lo streptococco della eresipela ci valemmo di culture pure offerteci dallo Istituto d' Igiene della R. Università di Roma.

Prima di passare allo studio dei caratteri biologici e delle proprietà patogene dei parassiti da noi isolati nelle quattro osservazioni di sopra riportate, e che ci valse a provare come realmente appartenessero in ogni caso allo streptococco piogeno ed allo stafilococco piogeno aureo, albo e citrico, vogliamo far rilevare quanta grande sia l' importanza di tali osservazioni per la conoscenza della causa, del quadro clinico e anatomo-patologico della così detta setticoemia spontanea, e della comunanza che regna fra malattie che allo studio della clinica e al tavolo della sezione appariscono così diverse.

Queste quattro osservazioni ci dimostrano infatti:

1° Che, come si hanno infezioni locali (suppurazione) per azione separata o combinata degli stafilococchi e degli streptococchi, così possono aversi infezioni setticoemiche semplici prodotte, cioè, da stafilococchi o da streptococchi solamente, oppure infezioni miste determinate insieme da stafilococchi e streptococchi:

2° Che di queste infezioni, quella da streptococco, sembra verificarsi con una certa frequenza, tenuto conto del numero dei casi d' infezione pura di questa parassita e d' infezione mista da streptococchi e stafilococchi, con predominanza dei primi, che in poco tempo abbiamo potuto raccogliere; perciò essa ha diritto di avere il suo posto nel quadro della setticoemia:

3° Che queste infezioni da streptococco decorsero in Bologna quando negli Ospedali e nella pratica privata si avevano vari casi d' eresipela e di febbre puerperale, malattie che oggi è stato riconosciuto essere egualmente prodotte da streptococchi, i quali, se non vogliano ritenersi del tutto identici a quello piogeno da noi studiato, sono almeno a questo molto vicini:

4° Che per prodursi la setticoemia, tanto quella da streptococco o da stafilococco, quanto la mista, non c' è sempre bisogno che si abbiano sul corpo delle soluzioni di continuo, potendo la porta d' ingresso del virus esser rappresentata

delle vie naturali di assorbimento o da soluzioni di continuo impercettibili; per la qual cosa rientrano nel campo della setticoemia molte malattie interne che nascono come spontanee:

5° Che nella infezione setticoemica il sangue raccolto dal vivo può dimostrare la presenza degli streptococchi o di questi misti agli stafilococchi, ciò che se serve in patologia a provare come in tale infezione i parassiti possano passare dal focolaio primitivo nel sangue, può valere altresì a rischiarare nella clinica i casi di diagnosi dubbia e a dare un criterio più certo per la prognosi:

6° Che la infezione da streptococco piogeno può presentarsi col quadro clinico più diverso (artrite suppurata, reumatismo articolare, angina), per modo tale che a riguardo della genesi possano esser riunite alcune malattie che nel campo clinico e al tavolo anatomico si presentano con caratteri molto differenti.

7° Che per il quadro clinico e anatomico della malattia, grande differenza passa fra la setticoemia da streptococco e quella da stafilococco, la prima avendo un andamento più lento, attaccando più facilmente il cuore, le articolazioni, la seconda portando alla morte in modo più rapido e, per l'azione necrotizzante maggiore degli stafilococchi sugli streptococchi, dando luogo più facilmente a focolai suppurativi negli organi, specie nel polmone:

8° Che fra gli emuntori dell'organismo a cui fa capo lo streptococco deve annoverarsi il rene, nel quale può rinvenirsi questo parassita anche 4 mesi circa dall'inizio della malattia:

9° Che i resultati ottenuti sulla presenza e predominanza grandissima degli streptococchi sugli altri parassiti nel liquido delle articolazioni di recente attaccate da processo reumatico, e sulla mancanza di essi, invece, in quelle nelle quali il processo stesso era in risoluzione, valgono a dimostrare, con qualche probabilità, che il reumatismo articolare sia prodotto dallo streptococco piogeno; ciò che verrebbe anche appoggiato da una specie di elettività che questo parassita, tanto nelle infezioni naturali quanto nelle sperimentali, mostrerebbe per il cuore.

10° Che la infezione da streptococco è compatibile nello stesso individuo con quella dello pneumococco di Fränkel, senza nessuna modificazione del tipo proprio a ciascuna di esse o attenuazione del virus dal quale sono sostenute.

In una seconda parte del nostro studio ci siamo occupati dei caratteri biologici e dell'azione patogena dei parassiti da noi isolati. Ammettendosi infatti dalla maggioranza degli scienziati 5 specie di streptococchi, e cioè, lo streptococcus pyogenes, lo streptococcus erysipelatos, il pyogenes malignus, l'articulorum e il septicus, si rendeva necessario di determinare mediante queste ricerche a quale delle accennate specie dovesse riportarsi lo streptococco da noi isolato, e se in rapporto alla diversità della sorgente dalla quale veniva preso il materiale esistessero in questo

parassita delle differenze apprezzabili. In tal modo sperimentando collo streptococco proveniente dal pus di ascesso della coscia, con quello isolato dal contenuto sieroso e purulento delle articolazioni, con quello preso da affezioni difteriche e con quello ottenuto dalla eresipela, venivamo a portare ancora il nostro contributo ad una questione più generale, tuttora molto dibattuta, se cioè la classazione sopra accennata sia realmente giustificata da differenze apprezzabili esistenti fra gli streptococchi di varia provenienza, come ammetterebbe taluno, oppure se tutti od alcuni di questi streptococchi, il piogeno e l' erysipelatos specialmente, devono ritenersi, come vorrebbero altri, per uno stesso identico parassita che porta ad effetti diversi a seconda del grado di sua attenuazione e di molte altre circostanze.

Per lo stafilococco ci limitammo solo a confermare, con lo studio dei caratteri delle culture e del suo potere patogeno, che esso apparteneva realmente allo stafilococco piogeno descritto dagli A., essendo le ricerche su questo parassita tutte concordi e oramai complete.

Per quello che si riferisce alle culture ottenute cogli streptococchi di varia provenienza da noi isolati, avemmo a convincerci ben presto che nessuna differenza esisteva fra di loro. Ciò potemmo confermare, tanto con culture in tubi su vari mezzi di nutrizione, liquidi e solidi, quanto con lo studio delle varie fasi di sviluppo delle colonie eseguito su culture a goccia pendente. Le culture di streptococchi di tutti questi nostri casi corrispondevano in generale a quelle descritte per questo parassita, nè si poterono mai apprezzare quelle piccole differenze notate da qualche osservatore fra talune specie di esso come fra il pyogenes e l' erysipelatos. In un lavoro più completo faremo conoscere alcune particolarità che abbiamo potuto rilevare nello sviluppo e nelle culture di questo parassita, e sulle quali finora non venne portata l' attenzione. Per adesso ci limiteremo a far conoscere, che in culture piatte in gelatina le colonie si presentavano come piccole sfere giallo-bruniccie a superficie granulosa, a contorno irregolare, dal quale molto spesso si staccavano piccole catenule; che in agar queste colonie si presentavano a forma d' intreccio di catenule, il quale alcune volte si faceva attorno ad un centro più compatto, giallo-bruniccio; che in tubi di agar inclinati a becco di clarino o in siero di sangue solidificato le culture di questo parassita apparivano come una fina punteggiatura molto simile a quella di una cultura dello pneumococco di Fränkel solo che più opaca, più bianchiccia; e finalmente, che nella cultura in gelatina al 10 % si aveva lungo la puntata d' innesto, dapprima come una polvere bianca finissima, quindi delle piccole colonie sferiche, più lontane, più staccate, più grosse nelle parti basse del tubo, più piccole, maggiormente confluenti nella parte alta del medesimo; colonie le quali terminavano alla superficie della gelatina, al dintorno del canale d' innesto, in un alone delicato, bianco grigiastro, a contorno irregolare, sfrangiato, non superiore nel suo diametro a 1-2 mill., disseminato, specie nella sua periferia, di piccoli punticcini biancastri. In tubi di agar la cultura per puntata era più ricca che in gelatina, l' alone

della superficie più largo, le colonie lungo il solco più confluenti, in modo che spesso formavano come una bandelletta a bordo seghettato. Sulle patate questo parassita non cresceva anche se mantenuto per molto tempo nel termometro alla temperatura di 35° C. Tanto nelle culture piatte quanto in quelle in tubi l' accrescimento di tali culture si arrestava assai presto, anche se mantenute per lungo tempo nel termostato, nè mai avveniva la liquefazione della gelatina.

Tutti questi caratteri biologici, come sopra è stato rilevato, corrispondono a quelli già assegnati, in generale, allo streptococco. La sola differenza che abbiamo potuto notare fra lo streptococco delle nostre osservazioni e quello delle varie forme finora conosciute consisteva in una maggiore rapidità di sviluppo del primo nei vari mezzi di nutrizione di fronte agli altri. Già dopo 10 ore le culture in mezzi liquidi, nel brodo ad esempio, cominciavano ad intorbidarsi, e nelle culture in agar fatte per puntata, nello stesso spazio di tempo, cominciava a farsi appariscente per fino pulviscolo biancastro il solco praticato dall' ago ; egualmente negli innesti in tubi di gelatina lo sviluppo della cultura dopo 18-20 ore si faceva appariscente per quanto non fosse compiuto che al 3°-5° giorno. Questa è la sola differenza che abbiamo potuto osservare fra lo streptococco da noi isolato e quello studiato da altri ; per questa peraltro non ci crediamo autorizzati a fare del primo una classe a parte.

Per sperimentare sugli animali ci siamo serviti di culture in brodo peptonizzato vecchie da 1 a 4 giorni, iniettando una quantità di cultura che variava da $^1/_2$ a 2 c.c., e introducendola per varie vie, e cioè, per il sangue, per la pleura, per il pericardio, per il polmone.

A - Iniezioni sottocutanee. — Numerosissimi furono gli esperimenti di questa serie. Esporremo dapprima i resultati da noi ottenuti cogli streptococchi raccolti dai tre casi sopra riportati, poi quelli che avemmo dallo streptococco dell' eresipela e dallo streptococco isolato dalla difterite. Quando usammo materiale molto fresco (2ª-4ª generazione), ai fenomeni infiammatori locali che riferiremo più in basso, tenevano dietro nel coniglio dei fenomeni generali setticoemici gravissimi, che in breve tempo (1-3 giorni) conducevano a morte l' animale. Ed in questi casi, coll' esame batteriologico e con l' esame microscopico, quando questo fu praticato, si poteva dimostrare la presenza degli streptococchi in cultura pura nel sangue raccolto dal cuore, nella milza (che presentavasi molto ingrossata) nel fegato, reni, ecc. Di questo ci potemmo meglio convincere tutte le volte (Oss. 1ª) che da uno stesso caso si poteva avere del materiale fresco a più riprese, e si poteva perciò confrontare meglio negli effetti il materiale di recente isolato con quello di cul-

ture conservate da un certo tempo, per quanto mantenute nel termostato e convenientemente rinnovate.

Quando si adoperava invece materiale più vecchio (circa dalla 6ª gen. in poi), allora si aveva nel coniglio la predominanza dei fenomeni locali su quelli generali; dapprima forte arrossamento della pelle, quindi infiltrazione infiammatoria, suppurazione del tessuto connettivo sottocutaneo, e formazione di una raccolta purulenta, nella quale solo per un certo tempo era dimostrabile colla cultura la presenza degli streptococchi. È da avvertirsi poi che molto diversa era nei singoli casi la grandezza del focolaio suppurativo, e che mentre in alcuni esperimenti questo era facilmente rilevabile perchè raggiungeva nel corso di alcuni giorni proporzioni non indifferenti (quelle di una noce avellana od anche più), in altri si limitava, invece, ad una suppurazione piana, che in forma di un picco o strato duplicava appena il tessuto connettivo sottocutaneo, e che poteva facilmente sfuggire ad un' osservazione superficiale. Inoltre si notava alcune volte che il focolaio primitivo della suppurazione, che risiedeva nel punto dell' innesto, si continuava con altri piccoli ascessi, disposti come a corona di rosario lungo il corso dei vasi linfatici, e che non di rado una forte iniezione dei vasi linfatici ed una infiltrazione di siero nelle maglie del tessuto connettivo si estendeva dal dintorno delle raccolte purulente in parti assai lontane.

Alcune volte, per quanto non frequentemente, abbiamo ottenuto nel coniglio, colla iniezione sottocutanea di queste culture, solo un arrossamento transitorio della pelle senza traccia di suppurazione.

Fatto l' innesto nell' orecchio del coniglio, e tanto di quelli albini quanto di quelli a pelame colorato, mediante punture semplici praticate coll' ago della siringa Tursini, qualche volta abbiamo avuto solamente l' arrossamento forte dell' orecchio, che progrediva con bordo netto, rilevato, verso la base dell' orecchio stesso, e che risolveva in 2-3 giorni con disquamazione dell' epidermide; ma più spesso, anche con questi esperimenti, abbiamo ottenuto l' infiltrazione infiammatoria e la suppurazione della parte operata.

Finalmente, in alcuni dei nostri animali operati con iniezioni sottocutanee accadde di osservare che, indipendentemente dalla gravezza dei fenomeni locali presentati dagli animali, si manifestava un dimagrimento molto considerevole e progressivo di questi, che li conduceva a morte in 20-40 ed anche più giorni, a partire dall' epoca nella quale era stata praticata la iniezione. Fatta la sezione non si ritrovavano più streptococchi nè nel punto operato nè in altre parti, ma facilmente si facevano rilevare negli organi, nel cuore in specie, gli effetti della pregressa infezione.

Già la sezione degli animali morti per setticoemia acuta dimostrava l' aumento considerevole del liquido contenuto nel pericardio, nel quale la cultura rilevava poi la presenza degli streptococchi; e insieme all' aumento di questo liquido un inspessimento ed opacamento dei foglietti del pericardio, nonchè un opacamento

ed inspessimento dello endocardio, principalmente di quello della valvula mitrale. In animali morti in epoca più lontana dalla praticata operazione, anche più manifesta era questa azione dello streptococco sul pericardio e sul cuore. Nel corso dei nostri numerosi esperimenti abbiamo potuto raccogliere diversi casi nei quali si aveva una pericardite classica non solo, ma nei quali, anche all' esame macroscopico, si potevano rilevare nella grossezza dei ventricoli dei piccoli focolai di microcardite in forma di ascessetti migliari, e nell' endocardio, specie in quello della mitrale, numerose scabrosità e rilevatezze grigio-giallastre.

Il microscopio poteva poi dimostrare, nei casi nei quali la morte non era avvenuta troppo tardi, che i focolai di miocardite avevano per centro un accumulo di streptococchi, e che le lesioni del pericardio e dell' endocardio stavano pure in rapporto colla presenza di questo parassita.

Nelle cavie abbiamo ottenuto colla iniezione sottocutanea gli stessi effetti che nel coniglio, qualunque fosse il materiale raccolto dalle nostre osservazioni che si adoprava; solo avemmo a notare in questi animali una suscettibilità locale e generale per il virus iniettato minore che nel coniglio. Così fu maggiore il numero dei casi nei quali si ebbe nella parte operata, invece di focolai suppurativi molto appariscenti, un semplice arrossamento della pelle, più rari quelli che morirono con forme di setticoemia acuta.

Fra questi avemmo un caso molto classico e diremo anche eccezionale per la simultanea diffusione del processo infettivo a quasi tutte le sierose del corpo, nel quale, insieme a lesioni del cuore e del pericardio molto accentuate, si ebbe una pleurite bilaterale e una peritonite diffusa fibrino-purulenta.

Nei topi bianchi, leggeri furono sempre i fenomeni locali; ma, per quanto si formassero poche goccie di pus nel punto della iniezione, tutti gli animali morirono nel 10°-15° giorno di esperimento, senza che la sezione dimostrasse lesioni apprezzabili degli organi e l' esame batteriologico rilevasse una diffusione del processo infettivo.

B - Iniezione nel sangue. — Per conoscere meglio gli effetti di questo virus penetrato dal focolaio primitivo nel sangue, lo introducemmo direttamente nel circolo, facendo iniezioni di piccola quantità di cultura nella giugulare del coniglio. Anche in questa serie di esperimenti, se si adoprava materiale raccolto di recente, si aveva assai prontamente la morte dell' animale per setticoemia acuta, e coll' esame batteriologico si poteva allora dimostrare la presenza degli streptococchi in cultura pura nel sangue preso del cuore e nei vari organi. In questi esperimenti una volta abbiamo potuto ottenere dei piccoli focolai corticali di necrobiosi nel rene, a forma triangolare, evidentemente di origine embolica. Nei casi invece nei quali si adoprò del virus raccolto da un tempo maggiore, ottenemmo la morte assai più tardi, ed allora potemmo notare alla sezione, oltre un dimagramento notevole dell' animale, le lesioni di cuore di cui sopra abbiamo tenuto parola. Fra questi casi una volta potemmo raccogliere una pericardite classica con aderenze molto estese delle due pagine del pericardio.

Praticando una frattura dopo aver fatta l'iniezione dello streptococco nel sangue, si ebbe, nel punto nel quale era accaduta la soluzione di continuo delle ossa, un focolaio di osteomielite, e nel midollo di questa parte, che appariva giallastro e più molle del rimanente, trovammo dei veri accumuli dello streptococco. Non riuscimmo mai a riprodurre sperimentalmente l'osteomielite quando la frattura si faceva precedere o succedere ad una iniezione di streptococchi nel connettivo sottocutaneo.

*C - **Iniezioni nella pleura.*** — Dei conigli così operati, alcuni non risentirono niente della operazione, ed uccisi dopo un certo tempo non lasciarono scorgere nessun' alterazione nella parte operata od in altre parti. Altri morirono invece dopo pochi giorni della praticata operazione, e mostrarono alla sezione un' infiammazione intensissima della pleura dal lato iniettato con diffusione al pericardio; ed allora queste due sierose apparivano molto ingrossate, con superficie villosa, e in buona parte adese nei loro due foglietti per uno strato grosso di essudazione fibrino-purulenta. Nel polmone corrispondente alla parte ammalata di solito non si notò che uno stato congestivo. In un caso finalmente nel quale l'animale non mostrò risentire niente di questa operazione, e fu ucciso trascorso un certo tempo da questa, si trovarono valide aderenze della pleura del lato operato, fatte da briglie di connettivo come quelle che tanto di frequente si rinvengono nell' uomo.

*D - **Iniezioni nel pericardio.*** — Per questa operazione gli animali morirono assai presto (2-3 giorni), e mostrarono alla sezione una pericardite essudativa con essudato solido e aderenze dei due foglietti del pericardio. Da questa sierosa il processo infettivo si estendeva alcune volte alla pleura, dava facilmente focolai necrobiotici al miocardio, e interessava in ultimo tutto l'organismo, come lo dimostravano il reperto microscopico e batteriologico dei vari organi (fegato, milza).

*E - **Iniezioni nei polmoni.*** — Le iniezioni di culture di streptococco praticate in trachea, anche se in quantità discreta, riescirono sempre senza effetto.

Gli esperimenti eseguiti per confronto con lo streptococco isolato da focolai difterici e con quello dell' eresipela dettero i seguenti risultati.

Con la iniezione sottocutanea di culture in brodo peptonizzato dello streptococco che nella difterite accompagna di frequente il bacillo di Löffler, avemmo sempre focolai di suppurazione come con quello isolato dalle nostre tre osservazioni, e la morte dell' animale a vario tempo della praticata operazione.

Con la iniezione dello streptococco dell' eresipela sotto la pelle, ottenemmo alcune volte un induramento infiammatorio in vicinanza del punto operato, sul corso dei linfatici, il quale alla sezione si mostrò costituito per la massima parte da una neoformazione infiammatoria solida e da poco pus infiltrato nelle sue maglie, altre volte si formò invece un piccolo ascesso nel punto della iniezione come per gli streptococchi che servirono negli esperimenti precedenti. Anche noi, come altri, notammo talora che il rossore della pelle il quale comparisce dopo

l' iniezione dello streptococco della eresipela è più pronto, più intenso, più transitorio di quello prodotto dallo streptococco isolato dal pus; ma non ci sembra che questo fatto debba costituire una sostanziale differenza dal momento che gli effetti ultimi di questi parassiti sono frequentemente gli stessi.

Questi resultati sperimentali ci permettono adunque di concludere :

1° Che lo streptococco da noi isolato dalle tre osservazioni sopra riportate era sempre lo stesso, presentando non solo gli stessi caratteri morfologici e biologici, ma anche lo stesso potere patogeno.

2° Che tale azione patogena si dispiega sia nei conigli come nelle cavie e nei topi bianchi, per quanto a grado diverso.

3° Che i conigli risentono di questo virus, tanto se iniettato sotto la pelle, quanto se inoculato nel circolo o nelle sierose (pleura, pericardio); non ammalano invece se l' inoculazione è fatta nel polmone.

4° Che gli effetti di questo virus possono limitarsi a quelli di un' infezione locale nel punto nel quale è stata praticata l' inoculazione, oppure dar luogo ad una infezione generale, alla setticoemia.

5° Che gli effetti locali da noi ottenuti colla inoculazione sotto la pelle dello streptococco raccolto dalle tre osservazioni riportate, contribuiscono a risolvere la controversia che esiste su questo punto fra gli scienziati, dimostrando con la formazione di focolai suppurativi che questo parassita deve essere effettivamente ritenuto come piogeno.

6° Che la produzione della setticoemia sta in rapporto col grado di attività del virus e con l' attenuazione che esso gradatamente subisce nella sua vita saprofitica al pari di altri parassiti.

7° Che per tale attenuazione ci si può render ragione della diversità dei resultati finora ottenuti nell' esperimento con questo streptococco.

8° Che passato lo streptococco nel circolo questo dispiega un' azione elettiva sul cuore, per la quale si sono potute ottenere negli animali forme di pericardite, endocardite, miocardite che finora non si era riusciti a riprodurre senza speciali artifizî.

9° Che fra lo streptococco piogeno, quello dell' eresipela e quello isolato dalla difterite, non esistono nell' azione patogena studiata sugli animali sostanziali differenze, come non ne esistono nei loro caratteri biologici, per cui anzi che specie distinte possono ritenersi tutte e tre come gradi diversi di attenuazione di una stessa specie. La possibilità di focolai suppurativi secondari nell' eresipela, e quella di una generalizzazione di questa malattia, oramai bene accertata con lo studio di alcuni casi, appoggerebbero questa asserzione.

Con questi nostri studî adunque noi siamo riusciti a riprodurre negli animali la stessa forma morbosa osservata nell' uomo; l' affezione locale coi focolai di suppurazione, la setticoemia, le lesioni secondarie al cuore.

Nello stesso tempo abbiamo dimostrato ancora una volta di più, che fra sup-

purazione e setticoemia non c' è che un passo, e che, data l' esistenza di un focolaio suppurativo, l' aversi o no la setticoemia dipende dal grado di attività o di attenuazione del virus e dalle condizioni proprie all' individuo o alla parte ammalata.

Finalmente, non possiamo tacere che i nostri studi, come rendono ragione della frequenza con la quale l' endocardite la pericardite si associano a certe malattie, spiegano ancora come possano aver origine certe affezioni di cuore che rivestono tutto il carattere di malattie primitive. Se si ammette infatti questa facilità con la quale lo streptococco attacca il cuore, si comprende ancora come per l' esistenza di un focolaio suppurativo, al quale non si dette grande importanza, possano aversi in quell' organo delle piccole lesioni, dalle quali può aver principio un vizio cardiaco che solo più tardi si fa appariscente quando il compenso viene a mancare.

In un' ultima parte delle nostre ricerche abbiamo preso a studio il modo di comportarsi, di resistere dello streptococco, di fronte ad alcuni agenti, specialmente agli agenti fisici.

Abbiamo voluto vedere dapprima quello che accadeva di questi parassiti lasciati a lungo nel pus. A questo fine, in un tubo sterilizzato, abbiamo raccolto con metodo antisettico dall' ammalato della Oss. 1ª una certa quantità di pus, e dopo aver dimostrato con culture d' isolamento che non conteneva che streptococchi, l' abbiamo lasciato nel termostato a 35° C. Fatti esperimenti ed osservazioni microscopiche con questo pus, a distanza varia dal giorno nel quale fu raccolto, osservammo che nei primi giorni (5-6 circa) dava negli animali nei quali era inoculato forme acute di setticoemia e la morte, dopo solo fenomeni locali suppurativi, e ancora più tardi (26° giorno circa) più niente.

Occorre appena di far notare come per escludere l' influenza del disseccamento fosse stata raccolta una buona quantità di pus (8-10 c.c.); il quale perciò, anche quando non dava più nessun resultato, conteneva sempre alla sua superficie una colonna di siero di una certa altezza.

Anche gli innesti di questo pus nei mezzi ordinari di cultura rimasero sterili dopo 26 giorni dacchè esso era stato preso dall' uomo. A spiegare questi risultati le ricerche microscopiche dimostrarono che nel pus mantenuto fuori dell' organismo i globuli bianchi si caricano rapidamente degli streptococchi, i quali poco a poco perdono la proprietà di colorarsi coi colori di anilina e così si distruggono.

Tutto questo prova che fuori dell' organismo, come nell' organismo stesso, gli streptococchi dei focolai suppurativi subiscono per influenza dei globuli bianchi un' attenuazione della loro virulenza ed in ultimo la loro distruzione completa.

Per studiare l' influenza della bassa temperatura sullo streptococco, furono messe

diverse culture in brodo di questo parassita sotto la neve, e saggiate a vario tempo, fino a 41 giorni. Entro questo termine trovammo sempre mediante l' innesto conservato il potere vegetativo dal parassita preso a studiare, e con l' esperimento fatto, sia con le culture stesse state sotto la neve, sia con le generazioni successive da quelle ricavate, trovammo conservato ancora il potere patogeno. Molto leggeri furono peraltro i fenomeni di reazione locale e assai piccoli gli ascessi prodotti negli animali con queste culture, e in modo da far pensare che l' influenza della bassa temperatura avesse portato ad una attenuazione del virus se questo stesso fatto non si verificasse egualmente, come abbiamo accennato, per influenza della vita saprofitica.

Studiammo ancora la resistenza dello streptococco alle alte temperature, e trovammo che una temperatura di 58°, 60°, 61° C, per un' ora ritarda ma non impedisce lo sviluppo degl' innesti fatti colle culture di questi parassiti, essendo un tale ritardo maggiore per le culture vecchie che per le giovani. A 62° C per un' ora rimasero sterili invece tutte le culture, qualunque fosse la loro età.

Per quello che si riferisce alla influenza del disseccamento, trovammo che dopo 22 giorni alcune goccie di cultura di streptococco che erano state disseccate avevano conservato il loro potere vegetativo e patogeno; invece rimasero sterili dopo 30 giorni di disseccamento. Anche in questo caso, per ciò che si riferisce al potere patogeno, solo fatti molto leggeri si osservarono nella parte operata degli animali; ma non potendo escludere qui pure l' attenuazione che avviene naturalmente nelle culture per influenza della vita saprofitica, non possiamo attribuire una tale attenuazione solo al fatto del disseccamento.

Peraltro nessuno può disconoscere l' importanza dei resultati da noi ottenuti col disseccamento, valendo essi a dimostrarci come l' infezione per lo streptococco possa farsi anche col mezzo dell' aria.

SUL CONTEGNO E SULL' AZIONE

DEGLI

ZUCCARI NELL' ORGANISMO

RICERCHE

del Prof. PIETRO ALBERTONI

(Lette nella Sessione del 18 Marzo 1888).

Le sostanze di uso più comune e largo nell' alimentazione giornaliera sono talvolta poco od insufficientemente studiate riguardo al loro modo di comportarsi e all' azione che esercitano nell' organismo. Fra queste crediamo siano da annoverare gli zuccari. Il loro consumo è copioso, sia che vengano introdotti come tali, sia che si formino nel tubo gastro-enterico per trasformazione dell' amido.

Fra gli zuccari quello che ha maggiore importanza è certo il glucosio, poi si deve considerare il maltosio, che insieme al glucosio si forma nel tubo gastro-enterico e può come tale entrare nell' assorbimento, il levulosio e lo zuccaro di canna, i quali vengono assunti cogli alimenti ed anche assorbiti.

Questo studio oltre la fisiologia interessa anche la patologia in riguardo alla patogenesi del diabete mellito.

1. Assorbimento del glucosio.

Vari autori hanno eseguito esperienze sull' assorbimento del glucosio, ma tutte però in condizioni speciali ed artificiali dell' animale. Funke (1), e von Becker (2) introducevano in anse intestinali legate soluzioni di zuccaro e trovavano che l' assorbimento del medesimo era in diretto rapporto colla concentrazione del liquido e diminuiva colla durata; così da una soluzione contenente gr. 0,242 zuccaro, nella prima ora erano assorbiti gr. 0,123 zuccaro, e nella seconda solo gr. 0,021.

Smith Meade (3) ha studiato l' assorbimento dello zuccaro nello stomaco delle

(1) Lehrb. d. Physiol. I, pag. 243. 1855.
(2) Zeitschr. f. wissensch. Zool. V. p. 123. 1854.
(3) Du Bois Reymond's Arch. 1884 e Centralbl. 1885, pag. 260.

rane alle quali legava il piloro, assicurandosi previamente che lo stomaco fosse vuoto.

Impiegò lo zuccaro in sostanza e in soluzioni del 16,8 - 28,5 e 40,4 pct., che introduceva nello stomaco in quantità determinate e dopo un certo tempo dosava quello rimasto e così quindi la quantità assorbita.

Dietro l' uso dello zuccaro in sostanza l' assorbimento era in principio più rapido, che per l' uso di soluzioni e più rapido per soluzioni concentrate che per allungate. Era quasi completo in 24 ore e lo stomaco dopo l' assorbimento conteneva più liquido di quello che vi era stato introdotto.

Anrep (1) ha fatte esperienze simili a queste nei cani portanti una fistola gastrica, ai quali chiudeva il piloro mediante un pallone di gomma che era introdotto attraverso la fistola.

Riferisco una delle sue esperienze :

Cane 2 - piloro chiuso, stomaco lavato. Si iniettano 10 gr. glucosio sciolto in 60 c. c. acqua. Dopo ore 1,30 si raccoglie il contenuto dello stomaco e contiene gr. 6,408 glucosio.

Tappeiner (2) in cani e gatti a cui legava il piloro trovò un insignificante assorbimento di glucosio in 3 ore; così in una esperienza ne iniettava gr. 1,73 e dopo ore 3,30 ne ricavava gr. 1,63.

È evidente che queste esperienze dimostrano appena che il glucosio viene assorbito dallo stomaco e dall' intestino, ma non ci dànno nessuna idea della quantità e dei limiti di quest' assorbimento, specialmente in condizioni naturali. Alcune di esse tentano di stabilire che questo assorbimento è regolato dalle leggi fisiche della densità del liquido, ma sono del tutto insufficienti.

Pertanto mi sono prefisso lo scopo di determinare la rapidità e l' intensità dell' assorbimento del glucosio introdotto nel tubo gastro-enterico in soluzioni di varia concentrazione e in condizioni naturali. Queste esperienze devono servire di base ad uno studio sulla diffusione, l' azione e l' uso del glucosio. Animali d' esperimento furono cani, tenuti a digiuno per circa 24 ore, perchè lo stomaco fosse vuoto. Questi animali per le condizioni del tubo gastro-enterico si avvicinano moltissimo all' uomo.

Dopo aver data la soluzione zuccherina che era assunta spontaneamente dall' animale, od iniettata nello stomaco con una sonda, si lasciava passare un determinato periodo di tempo e si sacrificava l' animale con iniezione d' aria nelle vene. Il contenuto dello stomaco era raccolto a parte e per impedirne il passaggio nel duodeno si collocava subito una legatura sul piloro. A parte si raccoglieva poi il contenuto dell' intestino tenue.

(1) Du Bois Reymond's Archiv. 1881.
(2) Centralbl. f. Med. Wiss. 1881, pag. 854.

La maggior parte del liquido ingerito (circa $^2/_3$ della massa somministrata) si trovò sempre nello stomaco con gli stessi caratteri fisici di prima, salve leggere modificazioni. Il tenue conteneva di solito pochi c. c. di liquido denso, gialliccio, simile a quello che si rinviene ordinariamente nei cani a digiuno.

Si determinava la quantità di glucosio contenuto in questi liquidi e così si stabiliva quanto se n' era assorbito.

A tale scopo il liquido dello stomaco era filtrato e trattato con acetato neutro di piombo, nuovamente filtrato, allontanato l' eccesso di piombo con corrente di H^2S e filtrato. Si aveva così un liquido limpidissimo, puro, che solo talvolta dava una leggerissima reazione di biurete.

In questo liquido si dosava il glucosio col reattivo di Fehling.

Il trattamento con acetato neutro di piombo e H^2S non porta perdite e la presenza di una traccia di peptone non ha influenza sulla determinazione quantitativa del glucosio col reattivo di Fehling, come ho verificato con speciali esperienze.

Riferisco in dettaglio alcuni esperimenti che riassumo poi in un quadro.

Esperienza 9ª - Glucosio chimicamente puro gr. 100, acqua distillata c. c. 400 si scioglie a caldo; il volume della soluzione è 460 c. c., densità 1084 a 16° C.

Cane di Kgr. 20,500, digiuno di alimenti e bevande da 19 ore. Prende spontaneamente la suddetta soluzione di glucosio. Dopo un' ora si sacrifica con iniezione d' aria nella vena giugulare.

Si trovarono nello stomaco c. c. 475 di liquido giallo, come la soluzione, un po' torbido per saliva senza residui di cibo o di corpi estranei. Il liquido ha la densità di 1050 a 14° C.

Si tratta con acetato neutro di piombo che forma un insignificante precipitato. Si filtra e si allontana l' eccesso di piombo con H_2S. Si filtra di nuovo e si ha un liquido limpido, di reazione lievemente acida, non dà precipitato per la neutralizzazione con soda e dà una dubbia reazione di peptone.

In questo liquido col reattivo di Fehling si trovano gr. 38,50 di glucosio chimicamente puro.

Nel tenue si sono trovati 100 c. c. di liquido intensamente colorato per bile. Esso venne liberato dalle sostanze estranee trattandolo successivamente con acetato neutro di piombo, sublimato corrosivo e carbone animale. Ebbesi così un liquido puro su cui riuscì benissimo la reazione di Fehling, mediante la quale si trovarono gr. 2,5 glucosio.

Esperienza 10ª - Glucosio chimicamente puro gr. 100, acqua distillata c. c. 400. Densità della soluzione 1086, volume c. c. 460.

Cane di Kgr. 22,5, digiuno affatto da tre giorni. Si somministra colla sonda la detta soluzione.

Si sacrifica dopo un' ora mediante iniezione di aria per la giugulare. Si colloca subito una legatura sull' esofago e sul piloro.

Nello stomaco si trovano c. c. 520 di liquido, coi caratteri della soluzione somministrata con un po' di muco e saliva e di reazione neutra. La densità del liquido dopo filtrato per separare il muco che sopragalleggiava è di 1053 a 15° C.

Si tratta il liquido dello stomaco come nel caso precedente; dopo rimosso il solfuro di piombo colla filtrazione, il liquido acido alcalizzato con soda, si intorbidò e venne nuovamente filtrato e ridotto a 1000 c. c. Ripetute ed esatte determinazioni col liquido di Fehling hanno dato gr. 39,30 glucosio.

Nell' intestino si trovano circa 10 c. c. di liquido intensamente colorato per bile. Si precipita con acetato neutro di piombo, si filtra e si fa bollire con carbone animale, si acidifica il liquido e si precipita con H_2S, si filtra e si alcalinizza. Il liquido contiene gr. 0,80 glucosio.

Esperienza 11ª - Cane grosso, vecchio, di Kgr. 19, digiuno dalla sera precedente, cioè da circa 20 ore.

Si dànno per bocca colla sonda gr. 100 di glucosio chimicamente puro sciolto in 400 c. c. d' acqua comune. Volume della massa c. c. 450, densità 1083.

Immediatamente dopo, il cane ebbe una scarica alvina acquosa.

Si uccide dopo un' ora iniettando aria per la vena giugulare.

Nello stomaco si trovano c. c. 420 di liquido, della densità di 1054.

L' intestino tenue è pieno di liquido chiaro, in quantità di c. c. 250, densità 1018, il che spiega la diarrea avuta dal cane.

Il contenuto dello stomaco venne trattato come nel caso precedente e diede gr. 41,81 glucosio.

Il liquido intestinale venne trattato con acetato neutro di piombo, filtrato, trattato con H_2S, e di nuovo filtrato. Si ebbe così un liquido limpido, senza altre sostanze oltre il glucosio, per cui la reazione di Fehling riuscì benissimo. Conteneva gr. 2,32 glucosio.

Esperienza 13ª - Grosso cane di Kgr. 18, digiuno da 24 ore.

Glucosio puro gr. 100, acqua distillata c. c. 700; il volume della soluzione è c. c. 755, la densità areometrica 1050. Si dà per bocca con sonda.

Si sacrifica l' animale dopo un' ora e si trovano nello stomaco c. c. 425 di liquido torbido, con molto muco; filtrato attraverso tela ha la densità di 1042.

Nell' intestino molto liquido, c. c. 210, colorato per bile e con muco in sospensione.

Il liquido dello stomaco viene trattato con acetato neutro di piombo e dà un debole precipitato, che cresce molto con acido acetico, allontanato l' eccesso di piombo con H_2S e filtrato ebbesi un liquido limpidissimo, incoloro, c. c. 1,5 riducono 10 c. c. del reattivo, corrispondenti a gr. 0,05 glucosio; essendo 1000 c. c. la quantità del liquido si ha che esistevano gr. 33,33 di glucosio nello stomaco.

Il liquido intestinale viene ripetutamente trattato con acetato di piombo e bicloruro di mercurio. Si ha così un liquido leggermente gialliccio, sul quale riesce benissimo la reazione di Fehling. Vi si riscontrano gr. 1,79 glucosio.

ANIMALE	GLUCOSIO DATO	ACQUA DI SOLUZIONE	DENSITÀ DELLA SOLUZIONE	VOLUME DELLA SOLUZIONE	DURATA DELLA ESPERIENZA	LIQUIDO TROVATO NELLO STOMACO	DENSITÀ DEL MEDESIMO	GLUCOSIO CHE CONTIENE	LIQUIDO TROVATO NELL'INTESTINO	GLUCOSIO CHE CONTIENE
1. Cane di Kgr. 12	100 gr. glucosio commerciale = gr. 83,33 glucosio puro	100 c. c.	1,208	—	1 ora	80 c. c.	—	gr. 29,00	—	—
2. Cane di Kgr. 10	Idem	100 c. c.	1,208	—	1 ora	90 c. c.	—	gr. 30,00	—	—
3. Cane di Kgr. 14	Idem	300 c. c.	1,094	—	1 ora	290 c. c.	—	gr. 20,7	10 c.c. di liquido	—
4. Cane di Kgr. 14	50 gr. chimic. puro	350 c. c.	1,050	395 c. c.	1 ora	240 c. c.	—	gr. 2,10	pochi c c.	gr. 0,02
5. Cane di Kgr. 8	50 gr. puro	50 c. c.	—	—	1 ora	c. c. 27 con resti d'alimento	—	gr. 19,82	c. c. 26	gr. 4,70
6. Cane di Kgr. 30	40 gr. puro	160 c. c.	—	—	1 ora	100 c. c.	—	gr. 6,90	c. c. 25	gr. 1,80
7. Cane di Kgr. 13	100 gr. glucosio commerciale = gr. 83,33 glucosio puro	400 c. c.	1,069	—	3 ore	—	—	gr. 13,028	c. c. 35	gr. 1,65
8. Cane di Kgr. 12	50 gr. puro	—	1,050	—	1 ora	—	1032	—	—	—
9. Cane di Kgr. 20,500	100 gr. puro	400 c. c. acqua distillata	1,084	460	1 ora	475 c. c.	1050	gr. 38,50	100 c. c.	gr. 2,5
10. Cane di Kgr. 22,5	100 gr. puro	400 c. c. acqua distillata	1,085	460	1 ora	520 c. c.	1053	gr. 39,30	10 c. c.	gr. 0,80
11. Cane di Kgr. 19	100 gr. puro	400 c. c. acqua comune	1,083	450	1 ora	420 c. c.	1054	gr. 41,81	250 c. c.	gr. 2,32
12. Cane di Kgr. 20	100 gr. puro	400 c. c. acqua comune	1,082	460	1 ora	450 c. c.	1052	gr. 41,81	180 c. c.	gr. 1,10
13. Cane di Kgr. 18	100 gr. puro	700 c. c. acqua distillata	1,050	755	1 ora	425 c. c.	1042	gr. 33,33	210 c. c.	gr. 2,79
14. Cane di Kgr. 22 con ambedue i vaghi tagliati al collo da 24 ore.	100 gr. glucosio commerciale = gr. 83,33 glucosio puro	400 c. c.	1,069	460	1 ora	265 c. c.	1046	gr. 15,6	200 c. c.	gr. 9,23

Tutte queste esperienze dimostrano che la rapidità e intensità di assorbimento del glucosio è assai grande e maggiore di quanto si poteva supporre dalle esperienze finora conosciute, limitate all' esame dell' assorbimento intestinale e gastrico. Infatti dalla tabella precedente risulta che in un' ora si assorbono 60-65 gr. glucosio; nelle ore successive l' assorbimento è straordinariamente inferiore. Così nella esperienza 7ª dopo tre ore lo stomaco conteneva ancora gr. 13 glucosio, mentre in altre esperienze simili dopo 1 ora ne conteneva 30 gr. Quindi quando l' organismo si è saturato fino ad un certo grado con glucosio ne assorbe meno.

L' assorbimento si verifica tanto da soluzioni più dense, che da soluzioni meno dense del sangue; soltanto da queste è un po' maggiore e scaturisce dal confronto delle esperienze 4ª e 5ª, 12ª e 13ª.

La densità del liquido rimasto nello stomaco è sempre diminuita ed inferiore a quella del sangue totale, ma superiore alla densità del plasma. Fra la quantità di glucosio e di acqua che scompare dallo stomaco non vi ha rapporto; scompare assai più glucosio che acqua, tanto se il liquido è più denso che meno denso dell' acqua. Così per esempio nell' esperienza 13ª in rapporto alla quantità di acqua che lo stomaco conteneva (c.c. 425) si dovevano trovare gr. 56 glucosio, invece di 33.

È probabile che l' assorbimento avvenga nello stomaco stesso, che contiene sempre quasi l' intera massa di sostanza non riassorbita. Questo è anche dimostrato dall' esperienza 14ª nella quale per il taglio dei vaghi, essendovi incontinenza pilorica, l' intestino conteneva assai più liquido e glucosio che in tutte le altre e l' assorbimento complessivo è stato eziandio maggiore.

2. Azione degli zuccari sulla circolazione.

Prima delle mie esperienze circa un' azione degli zuccari sulla pressione sanguigna nulla si conosceva su quest' argomento.

a) Azione sulla pressione sanguigna.

Io aveva già trovato (1) che il saccarosio ed il glucosio iniettati nel sangue in quantità moderate producono un aumento di pressione sanguigna che si manifesta subito ed oscilla da 15-40 mm. Hg., e dura finchè il sangue non si è liberato dell' eccesso di zuccaro. Il grado dell' innalzamento non cresce colla quantità di zuccaro iniettato, ma bensì la durata, perchè l' organismo naturalmente impiega in questo caso un tempo maggiore per eliminare l' eccesso di zuccaro. Leo v. Brasol parecchi anni dopo la mia comunicazione e certo senza conoscerla ha riferite delle esperienze sul glucosio che confermano completamente queste mie.

Oggidì si sa che insieme al glucosio nel tubo intestinale si forma una grande

(1) Giornale della R. Accad. di Medicina di Torino Vol. 29 pag. 178, 1881 e Centralbl. f. Med. Wiss. 1885 pag. 117.

quantità di *maltosio*. Era interessante indagare se anche il maltosio avesse questa capacità di elevare la pressione sanguigna. Mi sono quindi procurato del maltosio puro che ho iniettato nelle vene dei cani e verificai che esso produce lo stesso aumento di pressione e di frequenza del polso, quale determinano il glucosio e il saccarosio. (Vedi Fig. 1 e 2).

Esperienza 1ª - Cagna robusta di gr. 5100. Si è applicato un manometro a mercurio all' arteria femorale destra, la pressione sanguigna media è di 145 mm. con escursioni sistoliche respiratorie valide. Si iniettò per la vena femorale sinistra una soluzione di zuccaro, cioè 45 gr. di zuccaro di canna in 70 gr. d' acqua. L' animale non parve accorgersi dell' iniezione, ma trascorsi pochi secondi la colonna mercuriale saliva più alto di prima, cioè a 180 mm., le escursioni sistoliche erano più pronunciate e la pressione sanguigna si manteneva approssimativamente alla stessa altezza 180 mm. Mentre prima dell' iniezione le oscillazioni dovute alla respirazione erano molto pronunciate, dopo l' iniezione erano quasi del tutto scomparse. Questo risultato si mantenne eguale ed immodificato per 15 minuti, e dopo si sospese l' esperienza. L' animale stava benissimo.

Esperienza 2ª - Cane robusto, sano, digiuno, di Kgr. 6,200. Si vuota la vescica col catetere.

Si sottraggono 30 gr. di sangue e dopo alcuni minuti si applica il manometro a mercurio alla carotide.

ORE	PRESSIONE	
12,35	120-140 mm. Hg.	Iniezione per la vena giugulare di 17 gr. di glucosio puro sciolto in acqua tiepida, il volume della soluzione è di 30 c.c.
12,36	120 „	
12,37	140-160 „	
12,39	150-160 „	lievi escursioni respiratorie
12,41	160 „	
12,44	150-160 „	
12,49	150 „	
12,54	140-160 „	
12,59	130-150 „	escursioni respiratorie forti

Esperienza 3ª - Cane robusto di gr. 8400. Si inietta sotto la cute 1 centigr. di curaro e si mantiene la respirazione artificiale. L' animale perde tutti i movimenti e la coscienza.

Si applica il manometro all' arteria femorale destra e si trova una pressione media di 220-230 mm. Hg.

Si iniettano per la vena femorale gr. 18 di *glucosio* purissimo, sciolto in acqua tiepida, il volume della soluzione è di 20 c.c.

Appena fatta l' iniezione la pressione discende a 180 mm. per forse 1 minuto, ma riprende subito a salire, raggiunge il livello primitivo e tosto lo sorpassa per 20 minuti circa la pressione media raggiunge i 280 mm., e di quando in quando 300 mm. Scorsi altri 20 minuti circa la colonna mercuriale cominciò a discendere si portò esattamente al livello che aveva prima dell' iniezione, cioè intorno a 220 mm.

Esperienza 4ª - Cagnetta di gr. 5650. Si vuota la vescica.

ORE	PRESSIONE		
10,20	128	mm. Hg.	oscillazioni respiratorie ampie, regolari. Iniezione nella vena giugulare di 20 gr. *maltosio*, sciolto in 20 c.c. acqua.
10,21	148	„	
10,23	149	„	
10,25	150	„	
10,28	147	„	
10,30	145	„	
10,34	138	„	
10,40	130	„	

Il *coniglio* si comporta in maniera un po' diversa dal cane, perchè in esso l' aumento di pressione spesso manca e pare verificarsi solamente quando prima di iniettare il glucosio la pressione era bassa ed inferiore al normale.

Riassumo in un quadro le sette esperienze da me fatte nei conigli.

PESO DELL'ANIMALE	PRESSIONE NORMALE MEDIA	POLSO	GLUCOSIO INIETTATO	PRESSIONE DOPO IL GLUCOSIO	POLSO DOPO IL GLUCOSIO	OSSERVAZIONI
gr. 1000	120-130 mm.	—	gr. 6 in 20 c. c. acq.	120-130	—	Forte poliuria e glicosuria
gr. 1400	110 mm.	—	gr. 7 in 14 c. c. acq.	110	—	In mezz' ora 40 c. c. urina
gr. 2000	140 mm.	—	gr. 9 in 16 c. c. acq.	140	—	—
gr. 3000	90 mm.	—	gr. 8 in 8 c. c. acq.	100	—	—
gr. 2490	60 mm.	—	gr. 3	80	—	Dopo si è iniettata acq. semplice e la pressione non si è modificata.
gr. 1200	94 mm.	—	gr. 5 in 5 c. c. acq.	96	—	—
gr. 2380	109 mm.	64 in 15"	gr. 5 in 5 c. c. acq.	134	57 in 15"	—

Riguardo al meccanismo con cui si produce l' aumento di pressione ho potuto determinare quanto segue:

1° Che l' aumento non dipende da costrizione dei piccoli vasi sia per influenza sul centro vasomotore sia per influenza diretta sui vasi medesimi, perchè in realtà i vasi si dilatano colla iniezione di glucosio e perchè la pressione sale egualmente nei cani a cui sia stato tagliato il midollo sotto il calamus, od anche il midollo e i vaghi, come nelle seguenti esperienze:

Esperienza 15ª - In una cagnolina di Kgr. 4 si è scoperto lo spazio occipito-atlantoideo e tagliato il midollo. Esce molto sangue per lesione di vasi dello speco vertebrale.

Si vuota la vescica.

Si applica il manometro all' arteria femorale: la pressione oscilla fra 48-60 mm., media 52 mm.

Per la vena femorale si iniettano lentamente 14 gr. glucosio puro, il volume del liquido è di 20 c.c. Appena fatta l' iniezione le escursioni della colonna mercuriale divennero straordinariamente ampie e la pressione cominciò a innalzarsi, oscillando fra 60-120 mm. Dopo 3 minuti dall' iniezione la pressione media è a 115 mm., le escursioni sistoliche si sono moderate e non oltrepassano i 10 mm., la frequenza del polso è aumentata.

Dopo 11 minuti dall' iniezione la pressione media è di 60 mm.

In seguito la pressione scende a 40 mm.

Si iniettano per la vena femorale 20 c.c. d' acqua comune senza vedere nessuna modificazione.

Si sospende la respirazione artificiale e si lascia applicato il manometro, ma non si vede nessun innalzamento nella pressione.

Nella vescica si trovano 18 c.c. d' orina scolorata come l' acqua e contenente molto glucosio.

Il midollo venne tagliato alcuni millimetri sotto il calamus.

Esperienza 16ª - Cane giovane, sano, robusto, di Kgr. 4,550.

Si scopre il midollo sotto il calamus e si taglia, si tagliano i vaghi simpatici al collo e si mantiene la respirazione artificiale. Si vuota la vescica, si applica un manometro all' arteria femorale, la pressione oscilla sempre fra 80-100 mm., mai sopra, nè sotto.

Alle ore 1,16 pom. iniettano per la vena femorale gr. 14,50 glucosio, il volume della soluzione è 40 c.c. Nel momento che si fa l' iniezione la pressione s' innalza a 130 mm. e tosto scende a 60 mm.

ORE	PRESSIONE
1,18	oscilla fra 90-100 mm.
1,20	„ 110-130 „
1,21	„ id. „
1,22	„ 100-110 „
1,25	„ 90-110 „
1,26	„ 80-100 „
1,27	„ id. „

Ore 1,28 si iniettano per la vena femorale 30 c.c. d' acqua semplice: nessuna modificazione, neppure transitoria, della pressione.

Ore 1,40 la pressione oscilla fra 80-100 mm.

Ore 1,47 si sospende la respirazione artificiale. In vescica si trovano 70 c.c. d' orina che contiene gr. 5,250 glucosio.

2° Che l' aumento di pressione non dipende da paralisi del tono dei vaghi, perchè si ottiene anche a vaghi tagliati e perchè quando la pressione è già innalzata per l' iniezione del glucosio si eleva ulteriormente se si tagliano i vaghi.

Bisogna adunque ricercare nel cuore stesso le cause dell' aumento di pressione. La frequenza maggiore dei battiti cardiaci non è almeno il fattore essenziale e necessario, perchè in cani a vaghi tagliati la pressione cresce per l' iniezione di glucosio senza che il polso si faccia più frequente.

Invece è l' aumento dell' escursione sistolica che mantiene l' elevamento della pressione. Questo fatto venne messo fuori di dubbio mediante esperienze nelle rane, nelle quali si scriveva il battito cardiaco colla pinzetta di Marey, poi si bagnava il cuore con una soluzione 1 % di glucosio. L' elevamento della sistole riuscì evidentissimo. (Vedi Fig. 3).

Si può pensare che l' aumento della pressione sanguigna si produca anche perchè lo zuccaro richiami acqua nel sangue e ne aumenti la massa; ma d' altra parte piccole quantità di zuccaro (4-8 gr.) non possono poi dar luogo ad aumento considerevole di detta massa, mentre esse aumentano certo la pressione. E la dilatazione dei vasi compenserebbe ad oltranza l' accrescimento della massa circolante.

Si deve escludere con sicurezza che i descritti fenomeni dipendano dalla febbre, la quale viene provocata da iniezioni di liquidi nel sangue (Stricker-Albert), perchè sono immediati e durano finchè esiste lo zuccaro nel sangue.

b) Azione sulla frequenza del polso.

La frequenza del polso aumenta nello stesso tempo che cresce la pressione sanguigna e in rapporto di 20-40 pulsazioni per minuto, secondo gli animali,

per iniezione di 15-30 gr. di glucosio, di maltosio o saccarosio.

Essa dura finchè l' eccesso di zuccaro scompare dal sangue.

Nei conigli non si verifica quest' aumento di frequenza del polso e neppure nei cani ai quali siano stati tagliati i vaghi al collo.

Era interessante indagare se la somministrazione di zuccaro per bocca all' uomo producesse qualche modificazione del polso.

Ecco le esperienze eseguite a tale scopo.

1. Giovane robusto d' anni 26. — Ore 3 pom. distanza da un pasto leggero cinque ore. Polso in piedi, ma tranquillo 72 al minuto. — Alle 3 ingerisce una soluzione di 100 gr. zuccaro di canna in 300 c.c. d' acqua. Alle 3,7′ bisogno d' orinare. — Alle 3,15 pulsazioni 84 seduto. — Alle 4 pom. pulsazioni 72 seduto.

Per vedere quale effetto potesse esercitare la semplice acqua ingerita, alle 4,38 prende 300 c.c. acqua nelle stesse condizioni ed alle 4,55 le pulsazioni sono 68.

2. Uomo d' anni 38, sempre seduto. — Ha mangiato da 6 ore e poco. Seduto da alcuni minuti, alle 3 pom. polso 56, prende 90 gr. zuccaro di canna in 100 c.c. d' acqua.

ORE	POLSO
3,04 pom.	56 sempre seduto
3,06 „	56 „
3,19 „	56 „
3,22 „	58 „
3,25 „	60 „
3,30 „	57 „
3,40 „	60 „
4,— „	58 „
4,20 „	64 „
4,22 „	62 „
4,25 „	66 „
4,32 „	66 „
4,40 „	64 „
5,— „	Emissione copiosa d' orina pallida.

3. Giovane studente d' anni 23. Digiuno, seduto. Ore 9,30 ant. Polso 73. — Prende 100 gr. zuccaro di canna in 350 acqua.

ORE	POLSO	
9,50 ant.	78 seduto	
10,05 „	77 „	
10,17 „	76 „	
10,35 „	76 „	
10,45 „	76 „	
11,— „	74 „	
11,12 „	76 „	
11,40 „	74 „	
1,15 „	65 „	per confronto beve c.c. 350 acqua
1,30 „	64 „	
1,40 „	64 „	
2,— „	64 „	

4. Studente d' anni 22.

ORE	POLSO	
2,25 pom.	70	stomaco vuoto. Prende 100 gr. zuccaro canna in 100 c.c. acqua.
2,30 „	70	
2,35 „	68	
2,40 „	68	un po' di nausea
2,50 „	66	
2,55 „	68	
3,— „	70	
3,10 „	72	
3,20 „	74	
3,30 „	74	
3,40 „	74	
3,50 „	76	
3,55 „	75-76	

5. Lo stesso dell' esperienza 3ª. — Ore 10 ant. digiuno, polso normale 70, stomaco eccellente, lieve ipertrofia di cuore.

ORE	POLSO	
10,04 ant.	70	beve 100 gr. zuccaro in 300 c.c. acqua
10,09 „	78	
10,15 „	81	
10,20 „	81	
10,25 „	78	
10,32 „	74	
10,50 „	74	
11,— „	76	
11,12 „	80	
11,32 „	74	
12,08 „ pom.	70	

6. Uomo d' anni 40, ha mangiato un po' da alcune ore. Polso normale 55.

ORE	POLSO	
1,48 pom.	55	beve 100 gr. zuccaro in 200 c.c. acqua
1,50 „	55	
2,— „	55	nausea
2,20 „	50	
2,30 „	56	
2,35 „	59	
2,48 „	55	
3,— „	62	
3,20 „	58	
3,35 „	60	
3,48 „	60	
4,10 „	58	

Anche lo zuccaro preso per bocca può adunque nell' uomo determinare un lieve aumento di frequenza del polso, che si manifesta più o meno presto a seconda di varie circostanze accidentali e secondarie. Nelle esperienze in cui vi è stata un po' di nausea in seguito alla bevanda zuccherina il polso ha tardato a rendersi più frequente.

Gli alimenti amidacei e zuccherini che noi consumiamo in larga scala esercitano certo una simile azione e per analogia anche le altre, cioè l' aumento di pressione e di velocità della circolazione. Così si spiegano certi fenomeni fisiologici consecutivi ai pasti.

c) Azione sui vasi e sulla velocità della circolazione.

L' azione che il glucosio esercita sui vasi venne determinata mediante esperienze sui cangiamenti di volume degli organi e sulla quantità di sangue fluente da una vena nell' unità di tempo.

Ad un piccolo cagnolino sano e robusto si fece una iniezione di curaro per la vena giugulare. Ebbesi immobiltà completa, senza alcun disturbo della funzione cardiaca.

Si applicò l' oncometro di Roy al rene sinistro, mettendolo in comunicazione con un manometro ad acqua. Erano evidenti escursioni respiratorie irregolari, abbassamenti ed innalzamenti della pressione dovuti a cangiamenti locali del lume dei vasi, lievissime oscillazioni corrispondenti alle pulsazioni cardiache.

Abbiamo iniettato per la vena giugulare 10 gr. glucosio puro sciolto in altrettanta acqua. Un minuto dopo l' iniezione la colonna del manometro cominciò a salire e in pochi secondi crebbe tanto da uscire il liquido dal manometro, per cui l' aumento fu superiore ai 10 centimetri.

Il volume del rene era adunque molto aumentato per dilatazione dei suoi vasi, che infatti alla diretta ispezione vennero trovati turgidi e rossi.

In un altro cane curarizzato si è misurato il volume della zampa anteriore col pletismografo di Roy in comunicazione con un manometro ad acqua. La colonna manometrica segnava 180 mm. e dopo l' iniezione di 10 gr. di glucosio nella vena giugulare la colonna salì a 220 mm., rimanendovi a lungo e portandosi fino a 230 mm.

La quantità di sangue che esciva da una vena in un determinato periodo di tempo era raddoppiata in seguito all' iniezione di moderate quantità di glucosio. Ricorderò a mo' d' esempio una sola esperienza.

Un cagnolino di Kgr. 5,100, giovane viene curarizzato.

Dal moncone periferico della giugulare destra in cui è stata introdotta una cannula di vetro si ottengono c.c. 13 di sangue in 17″, il tempo è misurato mediante un metronomo. Si iniettano per il moncone centrale della stessa giugulare 10 gr. glucosio, sciolto in acqua, in tutto c.c. 40. Dopo 3-4 minuti si cava nuovamente sangue dal moncone periferico della giugulare e se ne ottiene 25 c.c. in 17″, cioè il doppio che prima dell' iniezione del glucosio.

Passati 12 minuti circa dall' iniezione di glucosio si cavò ancora sangue dal moncone periferico della giugulare e ne uscirono c.c. 20 in 17″.

Si conclude adunque che il *glucosio produce una forte dilatazione dei vasi.*

La velocità dell' intera circolazione è molto aumentata dal glucosio per cui dal moncone periferico della giugulare si può vedere uscire sangue di colorito rosso-vivo, arterioso, a forte getto, ed in quantità straordinariamente maggiore che prima dell' iniezione di glucosio.

3. Influenza degli zuccari sulla secrezione urinaria.

Già in varî autori si trova espressa l' idea che nel diabete l' aumento straordinario della diuresi dipenda dalla eliminazione dello zuccaro.

Speciali ricerche su quest' argomento vennero però eseguite solamente in questi ultimi anni da Richet e da Moutard-Martin (1) e da me (2). Richet e Moutard-Martin hanno veduto che iniezioni di glucosio, di saccarosio e di lattosio nel sistema venoso generale dei cani producono immediatamente glicosuria, poliuria, azoturia. Per far nascere una poliuria notevole bastava una piccola quantità di glucosio, cioè circa gr. 0,50 per 1 Kgr. in peso dell' animale.

Non si può attribuire la diuresi all' acqua impiegata come dissolvente dello zuccaro, perchè con delle iniezioni acquose anche 10 volte più considerevoli, non vi ha aumento apprezzabile della secrezione orinaria.

L' iniezione di gomma produceva un effetto opposto all' iniezione di zuccaro, perchè questa sostanza in quantità, relativamente poco considerevole, di 2 gr. per Kgr. in peso dell' animale, diminuisce di quasi la metà la poliuria provocata anteriormente da un' iniezione di zuccaro. Continuando ad iniettare la gomma si finisce per sospendere completamente la secrezione orinaria.

Nel Marzo 1881 in una breve comunicazione all' Accademia di Medicina di Torino (3) presentata dal Mosso, insieme ad altri fatti io descrivevo quest' azione degli zuccari sulla secrezione urinaria, che avevo studiato indipendentemente da Richet e Moutard-Martin.

L' intensità e la durata della poliuria varia secondo la quantità dello zuccaro iniettato.

Anche nell' intestino si trova del liquido in casi di esagerate iniezioni di zuccaro.

La poliuria e la glicosuria non dipendono certo da irritazione del midollo allungato, che potrebbe veramente essere seguita da tali fenomeni: infatti succede egualmente nei cani ai quali siasi tagliato il midollo sotto il calamus.

Non si possono neppure attribuire all' aumento di pressione sanguigna, perchè si vedono nei conigli egualmente intense senza che la pressione si modifichi.

(1) Compt. r. T. 89 e 90, 1880.
(2) Luogo citato.
(3) Giorn di quest' Accad. V. 29 pag. 178.

La dilatazione dei vasi renali, l'aumento della velocità della circolazione determinate dal glucosio valgono a rendere ragione in parte della poliuria.

Maggiore importanza deve avere l'accumulo di acqua in circolazione. Perchè secondo le esperienze di Brasol 2 minuti dopo l'iniezione nel sangue di soluzioni di zuccaro del 30-40%, soltanto la metà si trovava ancora in circolazione, il resto era già passato nei tessuti, mentre d'altra parte per passaggio di acqua dai tessuti al sangue questo si era enormemente diluito. La sua concentrazione dopo l'iniezione era ancora solamente 31-80 % di quella osservata immediatamente prima, mentre l'acqua iniettata collo zuccaro non avrebbe potuto produrre che una diluzione del 6-8 %.

Il maltosio che non era stato oggetto d'esame, nè per parte degli autori francesi, nè nella mia precedente comunicazione, meritava una speciale attenzione per la ragione, già accennata, che si forma in così cospicua quantità nel tubo gastroenterico.

Esso non si differenzia dal glucosio in quanto alla poliuria che produce e passa in parte nelle orine. Il sangue non ne ritiene che una determinata quantità e ne elimina l'eccesso.

Confermo quindi completamente i risultati di Dastre e Bourquelot (1) che il maltosio iniettato nel sangue viene usufruito dall'organismo, quantunque forse non così facilmente e completamente come il glucosio.

(1) Compt. Rendu T. 98 pag. 1604.

ANIMALE	ZUCCARO INIETTATO	ACQUA	ORINA RACCOLTA	ZUCCARO EMESSO COLL'ORINA
Cane di gr. 8400 curarizzato. Vescica vuotata con catetere	glucosio puro gr. 18	acqua c. c. 18	Orina raccolta in 25 m. dall'iniezione c. c. 65	Glucosio contenuto gr. 5,94
Coniglio di gr. 1000 normale, vescica vuotata prima	glucosio gr. 6	acqua c. c. 20	Orina raccolta in 1[2 ora dall' iniezione c. c. 40. Nella 1[2 ora seguente c. c. 5	—
Cane di gr. 6200 digiuno, normale	glucosio puro gr. 17	acqua c. c. 17	Orina raccolta in 28 min. dall' iniezione c. c. 69	Glucosio contenuto gr. 5,17
Cane di gr. 5500 digiuno, normale	glucosio puro gr. 12	acqua c. c. 12	Orina uscita dal catetere fisso in vescica in 20 m. una goccia. Nei primi 26 m. dall'iniezione 27 c. c. Nei 14 m. successivi c. c. 8	Glucosio contenuto in tutta l'orina gr. 3,15
Cane di gr. 6000 vescica vuota	maltosio gr. 20	vol. della soluzione c. c. 35	In 40 minuti c. c. 43 orina	—
Stesso cane, alcuni giorni dopo	glucosio gr. 20	id. c. c. 30	In 40 minuti c. c. 35	—
Cagna di gr. 4900	glucosio gr. 3,75	id. c. c. 15	In 15 minuti c. c. 9	gr. 0,45
Cane di gr. 4550	glucosio gr. 14,70	id. c. c. 40	In 31 minuti c. c. 70	gr. 5,25

4. Morfina e cloralio nella glicemia.

L' oppio e la morfina sono usati nel diabete; e per ciò io ho tentato un esame dei loro effetti nella glicemia artificiale.

Nei cani ai quali siasi iniettata prima una dose modica di morfina nel sangue, il glucosio non produce più innalzamento della pressione ed aumento della frequenza del polso. La poliuria e la glicosuria succedono meno facilmente per dosi piccole di glucosio; ma per le dosi elevate non si ha differenza.

Anche il cloralio può impedire l' aumento di pressione dovuto agli zuccari, e non ha influenza alcuna sulla poliuria e glicosuria.

Questi risultati spiegano come Richet e Moutard-Martin non abbiano scoperto l' azione degli zuccari sull' apparecchio circolatorio. Essi infatti hanno esperimentato in cani morfinizzati o cloralizzati e curarizzati.

CONCLUSIONE

La quantità di glucosio che può essere assorbita nel tubo gastroenterico in condizioni naturali è, secondo esperienze fatte nei grossi cani, di 60-65 gr. in un' ora. L' assorbimento avviene tanto da soluzioni più dense, che da soluzioni meno dense del sangue; ed in questo secondo caso esso è alquanto più notevole. Nella prima ora dopo la somministrazione la quantità di zuccaro assorbito è straordinariamente maggiore che nelle successive.

La densità del liquido che si trova nello stomaco è sempre diminuita ed inferiore a quella del sangue.

La quantità di acqua che rimane nello stomaco non è proporzionale a quella dello zuccaro.

L' accumulo di zuccaro nel sangue induce delle modificazioni funzionali dell' apparecchio circolatorio, che sono eguali per qualsiasi quantità di glucosio, di maltosio o di saccarosio, ma solo durano un tempo differente, cioè fino a quando è scomparso l' eccesso di zuccaro. Nei cani per iniezioni intravenose di detti zuccari la frequenza del polso aumenta di 15-20 pulsazioni al minuto, e l' aumento non si ha se i vaghi sono tagliati, per cui dipenderebbe da diminuzione del tono centrale dei vaghi.

Nell' uomo la somministrazione di zuccaro di canna per bocca (100 gr.) fa pure crescere la frequenza del polso di 6-8 battute al minuto, e l' effetto si manifesta dopo 15' od 1 ora a seconda che lo zuccaro abbia o no prodotto nausea, perchè in quest' ultimo caso si ha prima un rallentamento.

La pressione sanguigna sale per il glucosio, il maltosio e saccarosio di 15-20 mm. Hg. Non dipende da eccitazione dei centri vasomotori, nè da paralisi dei vaghi, perchè la pressione aumenta egualmente se il midollo e i vaghi sono tagliati. Invece si può attribuire ad aumento dell' attività sistolica del cuore, come si vede facendo agire direttamente soluzioni (1 %) di glucosio sul cuore di rana.

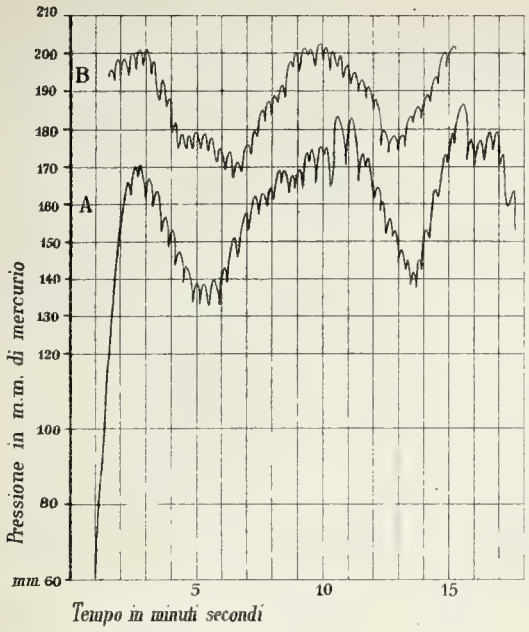
Gli zuccari dilatano i vasi, come dimostra l' aumentato volume degli organi, verificato per il rene e la zampa col metodo di Roy, e l' aumento nella quantità di sangue che scola dalla stessa vena nell' unità di tempo, quantità che è il doppio del normale. La velocità della circolazione è molto cresciuta.

La poliuria e la glicosuria sono egualmente intense, tanto per l' iniezione nel sangue di glucosio, che di maltosio, e si possono attribuire alla dilatazione dei vasi renali, che l' oncometro di Roy ci ha fatto scoprire, ed all' azione dello zuccaro sui canalicoli orinari.

Il maltosio viene assimilato nella stessa quantità del glucosio e questo conferma i risultati di Dastre e Bourquelot.

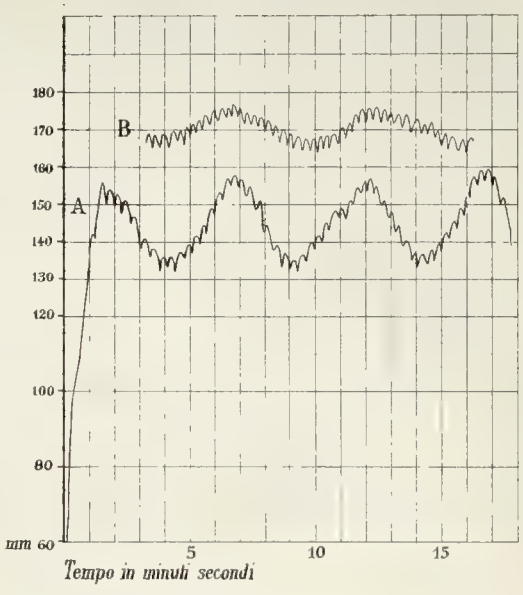
La morfina e il cloralio impediscono la manifestazione degli effetti degli zuccari sul circolo, ma hanno pochissima influenza sulla poliuria e glicosuria.

Fig. 1.



Cane di Kg. 6,330 Injezione di gr. 20 di maltosio in 20 c.c. d'acqua.

Fig. 2.



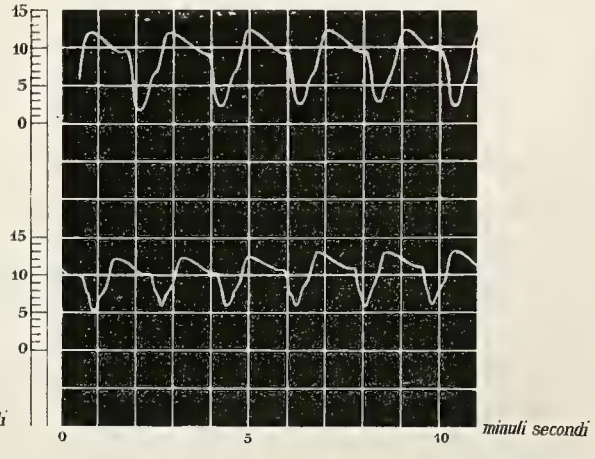
Cane di Kg 5,650 Injezione di gr. 20 di maltosio in 20 c.c d'acqua

Azione del maltosio sulla pressione sanguigna e sulla frequenza del polso
A.A. Tracciati presi avanti l'injezione del maltosio.
B.B. i medesimi dopo l'injezione.

Fig. 3.

Tracciato normale ottenuto a cuore avviluppato in una leggerissima membranella animale a guisa di sacchetto ripieno di soluz. fisiolog. di Na.Cl. (5‰)

Tracciato ottenuto dopo aver tolta la soluz. di Na.Cl. e sostituita una soluzione acquosa di glucosio (1%)



Tracciati cardiografici di rana ottenuti con la pinzetta del Marey.

Queste ricerche dimostrano che gli zuccari non devono unicamente essere considerati come alimenti, ma anche come agenti che modificano lo stato funzionnale dell' organismo nel senso descritto. Il cuore per eseguire i suoi movimenti ritmici ha bisogno, anche in condizioni ordinarie, non solo di apparecchi appositi, ma di stimoli, di agenti irritanti, che eccitino al lavoro questi apparecchi. Lo zuccaro che si trova sempre nel sangue rappresenta uno di questi agenti irritanti.

Gli zuccari che entrano nel sangue ad ogni pasto esercitano sul circolo un effetto eccitante opposto a quella deprimente di alcuni prodotti degli albuminoidi, derivati dei peptoni (peptina di Albertoni, peptossina di Brieger), i quali si possono formare nel processo digestivo.

Cohnheim scrive giustamente " l' accumulo di zuccaro nel sangue è il centro di tutti i fenomeni del diabete. „ Noi quindi producendo artificialmente questo accumulo mediante iniezione di glucosio o di maltosio nelle vene possiamo riprodurre tutti i detti fenomeni e studiarli.

Le modificazioni quantitative della secrezione urinaria (poliuria, glicosuria, iperazoturia) e quelle dell' apparecchio circolatorio (aumento di pressione e di frequenza del polso, dilatazione dei vasi e accresciuta velocità di circolazione) si producono egualmente ed in maniera transitoria nell' uomo diabetico, cioè ad ogni novello accumulo di glucosio nel sangue. Qui l' accumulo sta in rapporto colla introduzione dell' alimento. Un altro ordine di ricerche è naturalmente quello di stabilire, perchè nel diabetico il glucosio si accumula nel sangue.

SOPRA IL MUSCOLO EPISTERNALE

E LE SUE ANATOMICHE INTERPRETAZIONI

NOTA

DEL PROF. LUIGI CALORI

(Letta nella Sessione del 29 Aprile 1888).

Nel Decembre del 1867 descrissi sotto il nome di muscolo episternale (1) quel muscolo anomalo, già conosciutissimo, da certi chiamato toracico, da certi sternale, retto sternale, *sternalis brutorum*, da Verga muscolo anomalo del petto (2) e recentemente da Testut presternale (3). G. F. Meckel scrive che fra i muscoli soprannumerari del tronco l'episternale è quello forse che si offre più frequentemente, ed in oltre ch'egli trovasi assai spesso (4); ma osservazioni fatte da Hallett (5), da Gruber (6), da Turner (7) e da Wood (8) hanno dimostrato il contrario, ed io dal 1833

(1) Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Serie II, Tomo VII, Bologna 1867, pag. 364.

(2) Il muscolo anomalo dello sterno. Nota di A. Verga nei Rendiconti del R. Istituto Lombardo, Vol. II, pag. 269, Milano 1865.

(3) Les anomalies musculaires chez l'homme. Paris 1884, pag. 74.

Tanto la denominazione di episternale come quella di presternale sembrano a prima giunta le più soddisfacenti, se non che il muscolo non è sempre situato sopra o davanti lo sterno, ma sì sul gran pettorale, di guisa che gli si aggiusterebbe meglio di ogni altra la denominazione di muscolo anomalo superficiale della regione toracica anteriore.

(4) De duplicitate monstrosa. Halae et Berolini, 1815, pag. 38. — Manuale d'Anat. gener. descrit. e pat. del corpo um. Versione ital. con note di Giambatta Caimi. T. II. Milano, 1825, pag. 363.

(5) Edimburgh Med. Journal, Vol. 69, an. 1848, pag. 11 e segg. Hallett nella relazione delle anomalie del sistema muscolare occorsegli negli anni 1846-47 dice d'averlo trovato una volta in 15 cadaveri, così che potrebbe porsi quasi sette volte su cento.

(6) Die supranumeraren Brustmuskeln. Mém. de l'Acc. Imp. de Saint-Petersbourg, Serie VII, Tomo III, 1861, pag. 12-15, Tav. II, Fig. 3ª. Gruber l'ha trovato cinque volte in 95 cadaveri.

(7) On the musculus sternalis, in Jour. of Physiol. and Anat. N. 2 May 1867, pag. 247-48. Turner l'ha trovato 21 volte in 650 cadaveri: dunque tre in quattro volte su cento.

(8) Proc. of Roy. Soc. of London. Tom. XV, pag. 231-243, Tomo XVI, pag. 490 e segg. 1867. Wood l'ha trovato sette volte in 175 cadaveri: dunque quattro volte circa su cento.

Egli è chiaro che le mie osservazioni fanno l'episternale anche più raro.

in qua in 160 cadaveri di ambo i sessi, ma più di uomini, chè di donne solo 52, non l' ho trovato che quattro volte, di qualità che desso è certamente un' anomalia molto rarissima.

La prima volta che il vidi, fu in una vecchia; ed era semplice od unico. Aveva il suo tendine di origine confuso con il tendine della porzione o capo sternale di ciascun muscolo sternocleidomastoideo. Discendeva a destra, e con quattro corde tendinee terminava inserendosi nelle cartilagini costali destre dalla terza alla sesta. Io ho detto essere questo episternale semplice od unico, e non unilaterale, stante che essendo unito al tendine interno o sternale di ciascun muscolo sternocleidomastoideo, dal quale tendine sembra originare, non che dalla parte media del manubrio dello sterno, e discendendo da detta parte, o da sinistra a destra dove termina, viene come ad appartenere a tutti e due i lati, onde non può chiamarsi unilaterale, come, per esempio, i descritti e rappresentati con Figure da Abr. Kaau Boerhaave (1), da A. von Haller (2) e da altri.

Feci la seconda osservazione sul cadavere di un uomo muscolosissimo nel Marzo del 1866, ed il muscolo era doppio, cioè uno era da un lato e l' altro dall' altro lato. Entrambi nascevano dal manubrio dello sterno con un piatto tendine confuso ed unito superiormente con quello del capo sternale corrispondente de' muscoli sternocleidomastoidei, come nel caso delineato da I. C. Wilde (3). I due tendini degli episternali non si decussavano, come talvolta incontra, andando il destro a sinistra ed il sinistro a destra, ma discendevano dal lato loro paralleli lungo la linea media della faccia anteriore dello sterno fin sotto la terza articolazione condrosternale, e misuravano ciascuno la lunghezza di 72 millimetri e ciascuno erane lungo 15. Da principio questi tendini erano divergenti, ma discendendo si avvicinavano e venivano a contatto, tanto da confondersi in una lista o nastro medio aponeurotico, e giunti al punto suddetto divergevano novellamente, e dalla estremità inferiore della loro divergenza muovevano i due ventri, i quali discendendo davanti i muscoli grandi pettorali continuavano a divergere, talmente che al loro termine distavano l' uno dall' altro 65 millimetri. Sifatta disposizione degli episternali somiglia molto alla ritratta dal Gruber (4). I ventri poi erano piatti, fatti a guisa di piramide lunga e stretta, larga nell' apice 9 millimetri e nella base 28. Il ventre dell' episternale destro era lungo 114 millimetri, e s' inseriva nella cartilagine della sesta costola vera; quello dell' episternale sinistro era

(1) Comm. Petrop. Vol. IV, pag. 259, Tab. XI, Fig. 2ª.

(2) Icon. anat. corp. hum. Fas. VI, Gottingae 1750, Fol.°, pag. 47, Tab. n. — Elem. Physiol. Tom. III, Lausannae 1766, in 4°, pag. 72.

Tanto nella Fig. di Haller quanto in quella di Boerhaave l' episternale unico tiene il lato sinistro.

(3) Comm. Acad. Scient. Imper. Petropolitanae. Tom. XII an 1711. Ob. 4 De muscolo singulari gemino sternum superiacente, pag. 320, Tab. VIII, Fig. 5

(4) Op. cit. Tav. II, Fig. 3ª.

lungo 91 millimetri semplicemente, e terminava nella cartilagine della quinta costola vera: ambidue in fine si univano con l' aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome in corrispondenza della parete anteriore della vagina dei muscoli retti.

Il terzo caso di muscolo episternale mi fu offerto da un feto maschio a termine deforme negli arti superiori, del quale feci nel 1886 l' anatomia che esposi davanti questo dotto Consesso (1). Fra le molte anomalie muscolari che vi trovai, fu pur quella di un muscolo episternale doppio, cioè uno da un lato e l' altro dall' altro lato, notabile per non poche particolarità; imperocchè il destro, il quale era, secondo il costume, più grande e ragguardevole del sinistro, componevasi di due porzioni ben distinte per origine ed inserzione, cotal che avrebbonsi potuto considerare come due muscoli episternali situati da un lato solo, uno superiore minore nascente dal tendine di un muscoletto anomalo e dal manubrio dello sterno, e terminante alla terza cartilagine costale, altro inferiore maggiore nascente dalla parte inferiore del manubrio detto, e terminante nella quinta e sesta cartilagine costale e nell' aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome. Tale duplicità da un lato solo è pure stata osservata qualche altra volta; anzi nel medesimo lato è stato veduto il muscolo diviso in tre o quattro porzioni (2). Una descrizione e Figura di muscolo episternale distinto a destra in due porzioni ci offre il Boerhaave, Op. cit., Tab. XII, ed altra pur bella figura di muscolo episternale doppio dall' un lato e dall' altro con una assai minuta ed accurata descrizione ci ha dato recentemente H. I. Halbertsma nella sua monografia *De musculus thoracicus*. In questo caso il muscolo era sviluppatissimo, e andava di conserva con un' altra anomalia, cioè che la porzione sternocostale del muscolo gran pettorale non nasceva dallo sterno che superiormente, e nel restante dalle costole presso la loro unione condrocostale, così che essa porzione distava dallo sterno per quanto era la lunghezza delle cartilagini costali corrispondenti, ed il vuoto veniva occupato dall' episternale, che sembrava col suo forte sviluppo compensare quel difetto (3). Anche il caso da me descritto era accompagnato dalla mancanza di un tratto non piccolo della porzione sternocostale sopradetta (4), così che fra i due casi ha certa somiglianza, come semplicemente per la duplicità con il Boerhaaviano. L' episternale sinistro poi è semplicissimo, nè ha verun nesso con lo sterno; e nasce tanto dalla fascia che copre il muscolo grande pettorale del medesimo lato, come dalle

(1) Memorie dell' Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, Serie IV, Tomo VII, 1886, pag. 5 — Vedi Tav. II, Fig. 2ª. Colgo qui l' occasione di correggere un errore dello scrivano, il quale ha apposto la lettera *b* in cambio della lettera *l* al muscolo episternale sinistro, come leggesi nella spiegazione della citata Figura.

(2) Vedi Meckel: De duplicitate monstrosa cit., pag. 39.

(3) De musculus thoracicus doon H. I. Halbertsma in Verslagen en mededeelingen derkoninklike Akademie van wetenschappen. Afdeeling naturkunde, twaalfde deel.A msterdam 1861, pag. 166 e seg. Plaat II.

(4) Vedi la Figura citata *g*, *h*, *m*, *n*, Tav. II.

carni di quest' esso. L' origine dalla detta fascia non è certamente cosa nuova, come nuovo non sarebbe il nascere ch' ei facesse dal tessuto connettivo interstiziale dei fasci muscolari del gran pettorale, ma l' origine anche dalle carni di questo muscolo è, per quanto ne so, nuova. Egli è ben vero che gli autori parlano del confondersi che fa talvolta l' episternale con il gran pettorale nella sua origine ed anche nella sua terminazione, ma nessuno scrive che le carni di esso gran pettorale si continuino con le carni di quello.

L' origine dell' episternale dal gran pettorale viene poi comprovata dalla quarta osservazione che mi sortì di fare nel principio di Marzo 1888 sopra il cadavere di un giovane di 24 anni morto di tubercolosi polmonale nello Spedale della Vita. Il muscolo era doppio, cioè uno da un lato e l' altro dall' altro lato, e posto davanti la porzione sternocostale del gran pettorale presso la sua origine sternale (vedi la Figura). L' episternale destro *h* era, secondo il solito, più grande del sinistro e di forma non so se mi dica piramidale o triangolare. Egli rappresenta il ventre inferiore di un muscolo digastrico, il cui ventre superiore è rappresentato dal ragguardevole fascio *c* ben distinto del muscolo grande pettorale sinistro *a*. Il tendine *g* intermedio ai due ventri è situato davanti la parte superiore del corpo dello sterno, nè ha alcun nesso con quest' osso, come non ne ha con quello del capo sternale de' muscoli sternocleidomastoidei, essendone dilungato per più della lunghezza del manubrio. Tale tendine è un po' curvo, ed è piatto, e discende obliquamente da sinistra a destra davanti la detta parte del corpo dello sterno, ed è lungo 26 millimetri e largo 5. Al suo lato destro un poco al di dietro gli si appicca, fatto aponeurotico, il largo fascio carneo *f*, pertinente al muscolo grande pettorale destro; particolarità che talvolta occorre quando i due grandi pettorali si uniscono davanti lo sterno, potendo in tal caso l' unione avvenire non per carni, ma per un tendine od aponeurosi intermedia, avendosi così un muscolo digastrico inserito negli omeri. Con l' aggiunta poi del fascio divisato *f* si genera l' imagine di una stella a tre raggi d' ineguale lunghezza e larghezza, l' inferiore dei quali è il muscolo episternale destro *h*. Il quale muscolo ha un ventre piatto, lungo 70 millimetri, largo nella base 35, e nell' apice 14. Il muscolo termina inserendosi alla quinta e sesta cartilagine costale, e continuandosi nella aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome. Questa disposizione è molto importante, avvegnachè conduce l' episternale destro ad avere un rapporto d' origine o d' inserzione nell' omero, e ad essere una ripetizione della porzione addominale *b*, *c*, del gran pettorale, così bene sviluppata in questo individuo da ambo i lati. Io ho cercato negli Autori che mi è venuto fatto di consultare, se essi avessero notata una varietà simile alla descritta; ma mi è parso che no. Parlano solo di connessioni con le fibre tendinee originali del gran pettorale dallo sterno, ma lo dicono connesso altresì con quest' osso (1), di guisa che non fanno

(1) Vedi Handbuch der muskellehre des menschen von D. I. Henle ecc. Zweite auflage. Brunschweig 1871, pag. 98, 99. — M. Sternalis.

che confermare, se bene ho inteso, quanto registrò l' Albino, che l' episternale non era inserito solo nello sterno, ma *etiam conjunctus principio pectoralis* (1). — Il muscolo episternale sinistro *k* è piramidale, ed ha il tendine di origine *i* lungo e stretto, il quale incomincia in corrispondenza della terza articolazione condrosternale sinistra dalla fascia che copre il muscolo grande pettorale sinistro, e non ha inserzione nel corpo sternale, ma solo per tessuto connettivo lassamente vi aderisce. Il suo ventre è lungo 40 millimetri, largo nella base 21, nell' apice 4. Termina alla cartilagine della quinta costola vera e nella parete anteriore della vagina del muscolo retto. Noterò che con la presenza di questi due muscoli episternali va di conserva in questo individuo la mancanza dei due muscoli piramidali dell' addome.

I quattro casi di muscolo episternale riferiti comprovano quanto è stato detto da parecchi anatomici amare l' episternale di essere piuttosto appaiato, che solitario. Oltre a questo indurrebbero a far credere essere desso più frequente nell' uomo che nella donna, ma per molte più osservazioni degli autori sembra indubitato non avere il sesso parte alcuna nella più o meno frequenza dell' anomalia. Essi poi non ne presentano certo tutte le varietà; nè io qui vorrò divisarle, e mi limiterò a ricordar quelle che possono fare al fatto per le varie interpretazioni od omologie del muscolo proposte e seguite dagli autori. Portal (2) ed altri vi hanno trovato qualche intersezione tendinea trasversale, così che l' episternale somigliava il muscolo retto addominale. Isenflamm ha osservato andare il capo sternale dello sternocleidomastoideo senza ogni qualunque inserzione al manubrio dello sterno, e continuarsi direttamente nel tendine superiore del muscolo episternale (3) di guisa che questo muscolo era come un secondo ventre dello sternomastoideo, avendosi così un muscolo digastrico: la quale osservazione conviene con la più antica di Bourienne, per la quale l' episternale apparisce come un prolungamento del muscolo sternocleidomastoideo (4). Afferma il Weitbrecht avere veduto l' episternale, sorpassato il principio del muscolo retto, terminare con il suo tendine d' inserzione per massima parte nella prima intersezione del muscolo retto addominale medesimo (5), di qualità che si avrebbe un muscolo esteso dal processo mastoideo del temporale al pube. È pure notato che non nella detta intersezione del muscolo retto, ma nell' aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome s' inserisce: onde che nel primo caso il muscolo sarebbe eminentemente poligastrico, e chiamerebbesi mastoido-pubico, e nel secondo trigastrico, al quale converrebbe la denominazione di mastoido-ileo-pubico, o più

(1) Historia musculorum hominis. Petropoli 1775, pag. 292.
(2) Journ. de médec. chir. pharm. ecc. par Roux, Avril, Tom. XXXIX, 1773, pag. 312.
(3) Isenflamms und Rosenmüllers, Beiträge für der Zergliederungskunft B. II, H. I, pag. 92.
(4) Journal de médec. et chir. pharm. ecc. par Roux, Tom. XXXIX, Janvier 1773, pag. 15.
(5) Comm. Petrop. Vol. IV, pag. 259.

brevemente di masto-pelvico. Non è d' uopo avvertire che questa disposizione o continuità dei tre muscoli in discorso è molto lontana dall' essere costante, trovandosi non di rado l' episternale tutto solo, privo cioè di ogni commercio od unione con il tendine dello sternomastoideo e l' aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome, nascendo dallo sterno e terminando nel medesimo, o vero presso la quinta o sesta, od anche settima articolazione condrosternale ; non avendo talvolta nessun nesso con le ossa, e posto superficialmente sopra il grande pettorale aderendo a questo muscolo con la sua origine ed inserzione, e, rispetto a questa, all' aponeurosi dell' obliquo esterno addominale (1).

Un tempo fu creduto che l' episternale fosse muscolo accessorio al retto dell' addome, e per così dire questo muscolo stesso che prendeva la sua origine molto in alto, come nei bruti, e quindi fosse simile allo *sternalis brutorum*, confondendosi così due anomalie distintissime, quella della origine molto alta del retto addominale, la quale pure occorre nell' uomo (2), con quella dell' episternale. Già Albino ha notato che noi siamo bensì usi dirlo continuazione del retto, per andare ch' egli fa sopra questo, ma in realtà ne è separato (3). Ed. Sandifort ha ciò ripetuto (4) ed appresso la generalità degli anatomici. L' osservazione surriferita di Weitbrecht, la quale sembra appoggiare questa confusione, non è stata, che io sappia, confermata dagli osservatori che sono venuti di poi, i quali affermano che non nella prima intersezione del retto, ma nella vagina del muscolo medesimo l' episternale s' inserisce. L' argomento desunto dalla presenza d' intersezioni tendinee trasversali nell' episternale non ha valore, quando si considera che intersezioni tendinee consimili occorrono pure anomalamente in altri muscoli, come nello sternocleidomastoideo, e nell' obliquo esterno dell' addome (5). La situazione in fine dell' episternale superficialissima, e la profonda del retto dell' addome recata in mezzo da G. F. Meckel (6), vietano di confondere insieme i due muscoli, e di accogliere la divisata omologia. Nessun mammifero ha, secondo che dicono, presentato fin qua un muscolo simile all' episternale dell' uomo, ed Halbertsma (7) ponendo che sia assolutamente negato il muscolo agli animali, ha potuto dire che l' episternale è muscolo anomalo *sui generis*, muscolo senza omologo, solo solo della specie umana, la quale perciò verrebbe contrassegnata da così fatta anomalia.

(1) Vedi Abr. Kaau Boerhaave in N. Comm. Petrop., Tom. II, pag. 263 e segg. Tab. XII.

(2) Vedi Boerhaave che ne ha dato nell' opera citata una bella Figura, la quale è la 1ª della Tav. XI, dove si vede l' origine del retto destro cominciare dalla cartilagine della terza costola, ma nasce talvolta anche più in alto, e perfino dalla clavicola. Vedi Portal, Tableau chronol. d' Anat. et de Chirur. Tome VI, P. 1. Paris 1723, pag. 143.

(3) Historia musculorum hominis. Petropoli 1775, pag. 291.

(4) Exercitationes academicae. Cap. VI. Lugduni Batav. 1783, pag. 82 e segg.

(5) Vedi Testut op. cit. pag. 82.

(6) Op. cit. pag. 49.

(7) Op. cit. pag. 175.

G. F. Meckel ha detto che l' episternale è una ripetizione più o meno perfetta del muscolo retto dell' addome e dello sternocleidomastoideo, i quali due muscoli egli spessamente unisce, o si estende per lo meno dall' uno all' altro (1). Si è già veduto che l' episternale non può essere ripetizione, o ciò che torna un medesimo dire, ritratto di esso retto, e sarebbe superfluo rinnovarne qui i contrarii argomenti. Non ho d' uopo notare, chè ognuno sel vede, che l' episternale non si unisce mai al retto, ma semplicemente alla parete anteriore della sua aponeurotica guaina. Quanto poi ad essere egli ripetizione o ritratto dello sternocleidomastoideo non si saprebbe concedere, poichè qual carattere ha l' episternale in comune con lo sternocleidomastoideo? Forse quello di appartenere ai muscoli lunghi, ma desso non è sempre tale, provandolo la Figura datane dall' Haller citata di sopra. Forse perchè è unito con il tendine sternale del muscolo sternocleidomastoideo; ma questa unione, assai lontana dall' essere costante, può tutto al più farlo considerare come un prolungamento, una parte dello sternocleidomastoideo; ma una parte di un organo non ripete o ritrae l' organo cui appartiene, salvo che l' organo non fosse, per esempio, come un rene, composto. Forse il terminare che fa fisso in due o tre capi nelle costole e nell' aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome? Ma questo è proprio anche di altri muscoli vicini, come il grande serrato, il pettorale maggiore e minore, il triangolare dello sterno: senza che una sì fatta terminazione non è costante. Per queste ed altre ragioni, facili a recarsi in mezzo, parmi che l' omologia Meckeliana neppur essa sia ammissibile.

Wilde preparando i muscoli della regione toracica anteriore, ebbe veduto un muscolo singolare gemino, così egli lo chiama, il quale non bene ancora scoperto misegli davanti alla mente la questione, se le fibre di quello fossero a riferirsi al platismamyoides, o vero rappresentassero un altro muscolo, e commetteva la soluzione del quesito a più accurato esame anatomico, che rispondeva con la descrizione quale ho riportata di sopra (2) e quindi, com' è chiaro, vietava ogni qualunque somiglianza con il platismamyoides. Turner (3) per contrario ha de' nostri dì pensato che l' episternale debba considerarsi come un muscolo sottocutaneo soprannumerario, il quale ricorda il molto estendersi che fa talvolta in basso il platismamyoides davanti il muscolo gran pettorale: lo che posto, non sarebbe vero che l' episternale non trovasse riscontro in alcun muscolo dei mammiferi; chè il troverebbe con il loro pannicolo carnoso, di cui egli non sarebbe che un vestigio, un rudimento. Questa omologia viene appoggiata dai casi ne' quali l' episternale non è attaccato a nessun osso, ed è superficialissimo, casi già menzionati di sopra; nessun di essi però reca essere il muscolo adeso alla superficie interna del co-

(1) Manuale di Anat. gener. descritt. e patol. del corpo umano, versione ital. con note di Giambatta Caimi, Tom. II. Milano 1825, pag. 364.

(2) Op. cit. l. c.

(3) Op. cit. l. c.

rio. Casi contrari infine non mancano dissuadenti l' interpretazione od omologia discorsa.

Ultimamente il Testut (1) ha escogitata una novella interpretazione od omologia dell' episternale, o com' ei lo chiama, presternale, definendolo per un residuo non iscomparso di un grande obliquo esterno addominale primitivo simile a quello dei serpenti, esteso dal processo mastoideo del temporale alla pelvi, che io chiamai superiormente masto-pubico, comprendente in sè lo sternocleidomastoideo, l' episternale, e l' obliquo esterno dell' addome; imperocchè in quei rettili l' obliquo esterno addominale nasce con i suoi fasci più anteriori dal processo mastoideo, e andando posteriormente nella regione ventrale forma come un muscolo retto addominale superficiale. Questi fasci più anteriori rappresenterebbero il muscolo sternocleidomastoideo, e il retto addominale superficiale, secondo che sembra, l' episternale; e così lo sternocleidomastoideo e l' episternale sarebbero porzioni del grande obliquo o obliquo esterno dell' addome. Infatti, dice Testut, la situazione dello sternocleidomastoideo e dell' obliquo esterno addominale è, rispetto al comune integumento, simile, trovandosi entrambi sotto l' aponeurosi superficiale; simile è pure la direzione delle loro fibre, siccome quelle che in entrambi sono oblique dall' alto al basso e dallo esterno allo interno; simile la loro inserzione, dell' uno cioè all' osso innominato ed alla linea alba, dell' altro alla clavicola ed allo sterno, che viene considerato al torace come la continuazione della linea alba medesima. In fine le fibre d' inserzione dei due muscoli sulla linea media sono spesse volte continue. La formazione degli arti superiori od anteriori fa che il muscolo grande obliquo primitivo si scinda per la loro interposizione in due porzioni, una superiore od anteriore, l' altra inferiore o posteriore: la prima è lo sternocleidomastoideo, la seconda l' obliquo esterno addominale. La porzione intermedia che le due porzioni unisce, diventando inutile si atrofizza e scompare, ma talvolta permane e costituisce il muscolo episternale, così che questo muscolo, come è stato detto di sopra, altro non sarebbe che la detta porzione del grande muscolo obliquo addominale primitivo non iscomparsa.

A questa interpretazione od omologia, la quale è certo molto speciosa e seducente, parmi stiano contro le considerazioni seguenti. E innanzi tratto quantunque tra lo sternocleidomastoideo e l' obliquo esterno dell' addome abbia l' interposizione degli arti superiori, nondimeno la continuità fra i due muscoli non è affatto tolta, se è vero, come opinò il Meckel e tiene il Testut, che al torace lo sterno sia continuazione della linea alba addominale. E ciò posto, viene secondamente che l' episternale sia situato più superficialmente dei detti due muscoli, siccome quello che è situato al di sopra o al davanti dello sterno, o in altri termini al davanti della linea alba toracica, continuazione dell' addominale. In terzo luogo il sito dello sternocleidomastoideo e dell' obliquo esterno dell' addome non è il medesimo

(1) Op. cit. pag. 84 e segg.

rispetto al comune integumento. Dice il Testut che ambidue sono posti sotto l' aponeurosi superficiale. Sì, ma lo sternocleidomastoideo è coperto anche dal platismamyoides, e più dal foglio superficiale della fascia cervicale, il quale foglio lo comprende in una guaina fibrosa. In quarto luogo, se la direzione delle loro fibre è egualmente obliqua, la forma dei due muscoli è differente. L' obliquo esterno dell' addome è un muscolo largo, ma lo sternocleidomastoideo è un muscolo lungo, onde piuttosto che al detto obliquo sarebbe a paragonarsi all' episternale, o meglio al retto addominale, essendo questo pur rinchiuso in una guaina aponeurotica. Si aggiunga che quella porzione del foglio superficiale della fascia cervicale estesa dal margine interno di un muscolo sternocleidomastoideo al margine interno dell' altro potrebbe considerarsi come una linea alba cervicale, e così la somiglianza divisata riuscirebbe più intera. Per le quali considerazioni non si saprebbe di leggieri accogliere l' interpretazione od omologia dell' episternale proposta dal Testut.

Come l' unione, anzi continuazione che non di rado rinviensi, del tendine dell' episternale con quello del capo sternale del muscolo sternocleidomastoideo ha ingenerata in non pochi la credenza che l' episternale sia un' appendice, un prolungamento dell' ultimo muscolo menzionato, così l' unione e continuazione di esso episternale con il muscolo grande pettorale dimostrata dalle due ultime osservazioni surriferite pare debbano potere farci facoltà di considerarlo come un' appendice, una pertinenza, un accessorio del gran pettorale medesimo. Alcuno potrebbe credere che avendo G. F. Meckel unita la descrizione del gran pettorale con quella dell' episternale nell' Articolo secondo del Capitolo sui muscoli anteriori del tronco (1), abbia avuto in mira di considerare l' episternale come una pertinenza del grande pettorale, e sia quindi autore della suindicata omologia, ma così credendo non si apporrebbe; chè già si è visto aver egli tenuto tutt' altro avviso. La somiglianza dell' episternale con la porzione sternocostale del gran pettorale sembra confortare l' omologia, e tale somiglianza ci si fa manifesta, considerando che l' episternale si attacca al margine superiore della quinta, sesta e talvolta settima cartilagine costale; ed attaccandosi all' aponeurosi del muscolo obliquo esterno dell' addome, od alla parte anteriore della guaina del muscolo retto, ne ritrae la porzione addominale, della quale porzione è pure una ripetizione evidentissima, così che quando potesse guastare la somiglianza per non avere l' episternale la qualità di muscolo largo propria del gran pettorale, non verrebbe meno per codesta ripetizione, o pel largo fascio di esso gran pettorale disposto e connesso, come nella Figura. E con le porzioni sternocostale e addominale ha poi l' episternale in comune gli uffici, quelli cioè di elevare le dette cartilagini e di tendere quella parete anteriore della prefata guaina, alla quale strettamente aderiscono le intersezioni tendinee del retto addominale medesimo; tensione giovevolissima a rendere più fermo il punto fisso delle dette intersezioni. So bene che a stabilire sì fatta omologia poco o punto

(1) Manuale di Anat. cit., Tom. II, pag. 363.

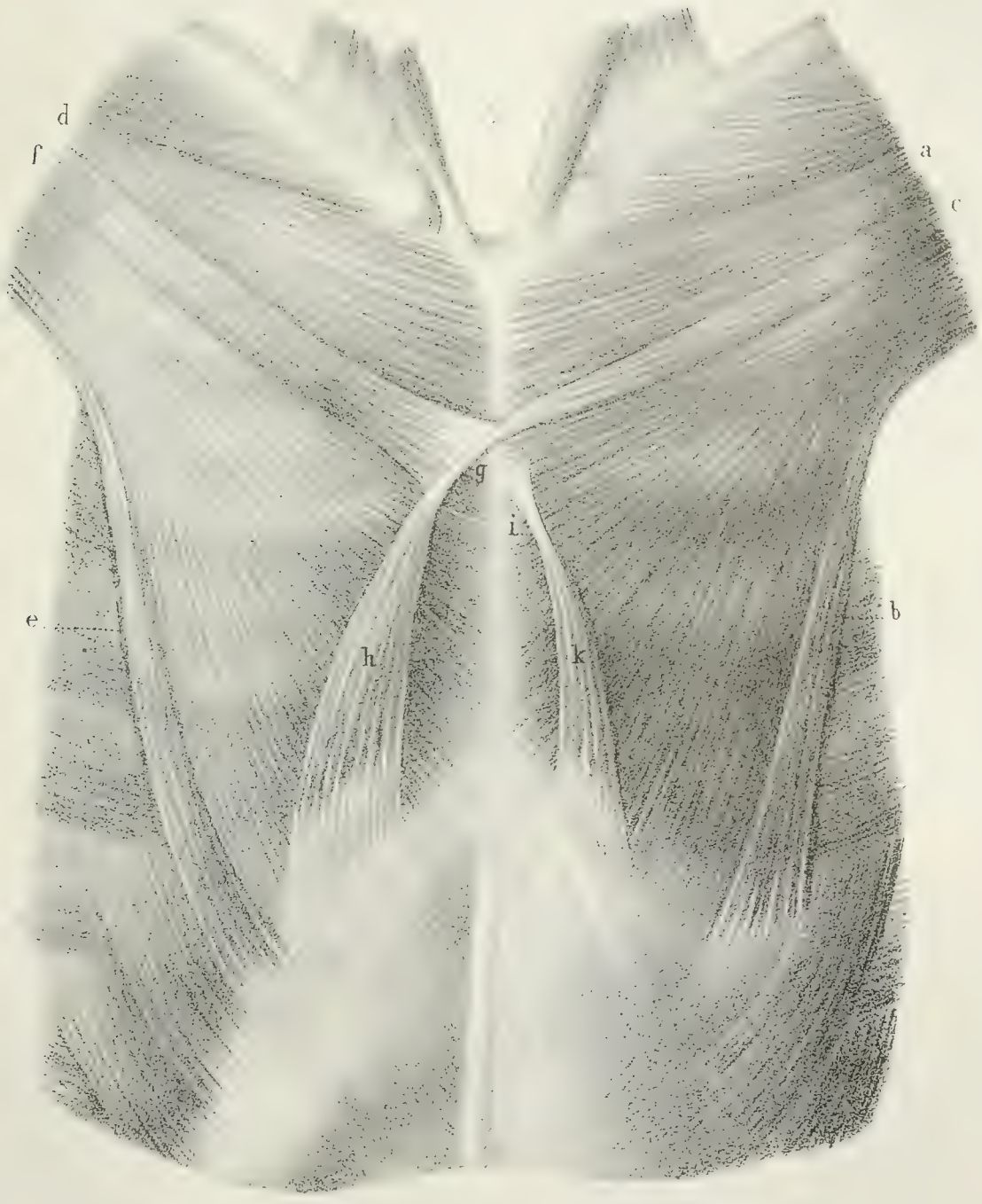
valgono due osservazioni, e neppur varrebbero moltiplicandole con i casi ne' quali il tendine superiore dell' episternale è connesso con le fibre tendinee originali della porzione sternale del gran pettorale; imperocchè hannosi non pochi fatti contrari indubitati, come apparisce dalle cose discorse superiormente: onde che tale omologia si trova nelle condizioni delle altre. Nello stato attuale delle nostre cognizioni un' omologia conveniente con tutte le varietà dell' episternale non è escogitabile; un' omologia, dirò così, generale non è, a parer mio, possibile, stante che tali varietà sono disparatissime, e come differenze essenziali costituenti, direi quasi, altrettanti muscoli distinti, e quindi naturalmente impossibili ad essere egualmente interpretati. Ma se la miologia dei mammiferi fosse stata sì largamente studiata come quella dell' uomo, e non si fosse nè normalmente nè anomalamente mai incontrato in esso loro un muscolo analogo all' episternale, potrebbesi entrare nel pensamento di Halbertsma, che l'episternale fosse un muscolo anomalo *sui generis*, un' anomalia mu colare solamente dell' uomo.

SPIEGAZIONE DELLA FIGURA

Dimostra il muscolo episternale in un coi muscoli della regione anteriore del torace e della parete anteriore superiore dell' addome. Riduzione alla metà del vero.

a, muscolo gran pettorale sinistro tagliato presso l' ascella.
b, suo fascio addominale.
c, fascio che col suo tendine *g* serve di origine all' episternale *h*. Questo muscolo e il detto fascio costituiscono un muscolo biventre.
d, muscolo gran pettorale destro tagliato come il sinistro.
e, suo fascio addominale.
f, largo fascio che va ad appiccarsi alla faccia posteriore del tendine *g*.
g, questo tendine.
h, muscolo episternale destro.
k, muscolo episternale sinistro avente il suo tendine di origine in *i*.

L. Calori – Muscolo episternale.



E. Contoli dis.° dal vero e in pietra.

lit. G. Wenk-Bologna.

SULLA FORMAZIONE DELLA GRANDINE

E

SUI FENOMENI AD ESSA CONCOMITANTI

MEMORIA

DEL PROF. LUIGI BOMBICCI

(Letta nella Sessione del 26 Febbraio 1888).

Indice degli argomenti.

Introduzione.

1. Correlazioni fra le sferoedrie della grandine e le analoghe di moltissime altre specie minerali. (Con uno schema della triplice morfologia delle cristallizzazioni).
   Cenno sulla configurazione ad aghi, a fiocchetti, a cirri, e a stellette niviformi, a grani e sferule di tipo *grandinoide*, del silicato di calcio nel vetro comune.
2. Vecchie e nuove teorie sulla formazione della grandine.

La teoria proposta nella presente Memoria.

3. Il primo dei fenomeni determinanti la grandinata.
4. Considerazioni sulla costituzione micro-cristallina dei cirri e delle nubi, negli strati dell'atmosfera, a 0° e sotto 0°, data dal convertirsi del vapor acqueo in prismetti elementari di ghiaccio. Le osservazioni direttamente istituite dal Tissandier.
5. Sulla formazione di granuli globulari, secchi, di acqua congelata, negli strati molto freddi dell' atmosfera.
6. Spiegazioni, mercè la teoria proposta, dei fenomeni inerenti ai temporali grandiniferi, ed insufficientemente spiegati fin ora. Indice di tali fenomeni.
7. L' azione delle foreste, sopratutto montane, nel fenomeno delle grandinate.
8. Riassunto.
9. Provvedimenti per attenuare i danni delle grandinate.

Indice dei nomi degli Autori citati in questa Memoria.

ABICH	BRAVAIS	FARADAY	LUVINI	SECCHI
ARAGO	BREWSTER	FAYE	MARIOTTE	SPRING
BABINET	BUNSEN	FORBES	MOUSSON	THOMSON
BELLANI	CANTONI	FRAUENHOFER	OLTREMARE	TISSANDIER G.
BELLI	COLLADON	GLAISHER	RÉCLUS	TYNDALL
BERTRAND E.	COULON	HELMHOLTZ	SAUSSURE	YOUNG
BIANCONI	DELLA CASA	HUYGHENS	SCHWEDOFF	VOLTA.

INTRODUZIONE

Se coloro che fino ad oggi cercarono la vera spiegazione dell' origine della grandine si fossero basati su questo concetto: *I grani di grandine direttamente dipendono da uno dei tre tipi di cristallizzazione che la specie minerale Acqua consegue, al pari di moltissime altre specie minerali conosciute;* se, per comprendere come possa cristallizzare sferoedricamente l' acqua nelle alte e fredde regioni dell' aria, oltre che in minimi prismetti o in piccole stellette esagonali, avessero pensato ad investigare in qual modo tante altre sostanze cristallizzino sferoedricamente nel suolo, colle due tipiche modalità che vorrei poter chiamare *grandinoide e nevoide*, in ragione delle disposizioni loro globose, sferoidali, discoidali e lamellari, *fibroso-raggiate* e *zonate concentricamente*, io sono convinto che la teoria della meteora sarebbe ormai formulata esattamente, e fors' anco si sarebbero trovati dei mezzi idonei a menomarne gli effetti, bene spesso disastrosissimi.

Scopo di questa Memoria della quale, nove anni or sono, accennai il concetto in altra pubblicazione (Nuovi studj sulla Poligenesi, Bologna 1880), ed inviandone copia, in piego suggellato, all' Accademia dei Lincei, nel Giugno 1883, si è il dimostrare che la grandine deve riguardarsi *siccome uno dei moltissimi casi di cristallizzazione sferoedrica;* e che per la teoria della sua formazione possono giovar sommamente le nozioni delle circostanze che nel regno minerale determinano le sferoedrie propriamente dette.

1. Correlazioni fra le sferoedrie tipiche della grandine e le analoghe di moltissime altre specie minerali.

L' acqua è una stupenda specie minerale della quale non occorre citare qui le proprietà e l' alta importanza nei fenomeni tutti del nostro pianeta.

Ad essa, *del pari che ad una ricca serie di altre specie minerali* spetta quella triplice modalità di aggregazione delle particelle cristalline cui feci poc' anzi allusione; che cercai di illustrare ampiamente, nel 1880, con apposito scritto (1), e che concisamente riassumerò in questo scritto, dandone un prospetto schematico di complemento.

(1) Bombicci — Sulle sferoedrie ecc. V. Mem. dell' Accad. delle Scienze dell' Istituto di Bologna. — Nuovi studi sulla poligenesi dei minerali cristallizzati, 1880.

Su di tale concetto, esso pure da me accennato in altra occasione (1), si fondano le considerazioni che qui oggi presento.

Non avvi ragione alcuna di considerar la grandine come uno speciale e singolare fenomeno, come un effetto di cause *esclusivamente* attive sull' acqua che si congela nelle regioni delle nubi.

La grandine null' altro ci presenta che uno dei tanti casi della sferoedria cristallina; insieme alla conferma della triplice modalità di adunamento molecolare polisintetico, inerente alla materia inorganica.

Se la caduta della grandine veste l' apparenza di un fenomeno straordinario o eccezionale, ciò dipende dalla sua grandiosità e dalla sua frequenza; dipende dal recar molto danno agli interessi dell' uomo; e dal non sorgere in mente che sia possibile il coordinare in un solo concetto due fenomeni, vicini bensì fra loro per l' indole, ma lontanissimi per gli ambienti dove si compiono: la generazione, cioè delle masse globulari o sferoedriche nei vasti cumuli e nembi di vapore acquoso percorrenti gli alti e freddi strati dell' atmosfera; e la generazione delle pisoliti di altri minerali cristallizzati, nei loro serbatoi terrosi, stratificati, sedimentari, nelle acque scorrenti, nelle bellette sommerse, nelle ganghe intrise, nei magmas amorfi, tanto alla superficie quanto nelle parti addentrate della crosta terrestre.

I globetti della grandine (2), stanno nella morfologia cristallogenica dell' acqua, alle stellette della neve ed ai prismi esagonali piramidati di ghiaccio (3) come le masse sferoedriche o globulari di molti ossidi, solfuri, solfati, fosfati, arseniati, carbonati, borati, silicati, cloruri, fluoruri, e di taluni corpi indecomposti (V. lo schema a pag. 147), stanno rispettivamente, ai singoli cristalli di tali sostanze, ed ai sistemi piani, stellati, delicati e tenuissimi, che pur vi si riscontrano.

Nulla di più imponente, di più frequente, di più variato, ed espressivo di correlazioni fra i fenomeni morfologici della materia, che tali sferoedrie, nel campo della fisica molecolare; nondimeno nulla di più trascurato, se non ignorato dai cultori di questo ramo di studî. (4)

(1) Bombicci — Sopra alcune recenti pubblicazioni di cristallografia. Esame critico ecc. Mem. Accad. Bologna 1868. V. pag. 39 e seguenti.

Idem — Nuovi studi sulla poligenesi dei minerali. Mem. Accad. Bologna 1879-80. V. pag. 748 e seguenti.

(2) Avvertenza — Per ispeditezza e precisione di linguaggio, e per la evidente opportunità di dar nomi proprii alle cose che pur avendo caratteri specifici e distintivi ne rimasero prive, chiamerò nel corso di questo scritto *gragnuoli* quei grani o chicchi di grandine, o di gragnuola che i francesi chiamano *grêlons*.

(3) Bell' esempio della forma prismatica e bipiramidata dell' acqua ghiacciata venne offerto da grossi pezzi di gragnuola descritti dal P. Secchi, che il 26 Agosto 1876 caddero a Grottaferrata presso Roma (V. Fig. molto ingrandita nella Tav. II).

(4) Difatti, nelle descrizioni che si hanno delle forme della grandine, quella p. es. così esatta

Il tipo sferoedrico, quale lo considero e lo definisco, offre il più alto interesse nella teoria della grandine, imperocchè questa ne dà costantemente una multiforme e classica manifestazione. Esso è il risultato della più semplice e più generale maniera di attrazione della materia ponderabile, per la quale si vedono conformati a sfera gli astri, e si suppongono conformate a sfera le molecole vibranti delle masse vaporose o liquide, e dei corpi vetrosi o colloidali.

Se non che, nelle sferoedrie cristalline, all' attrazione sferogenica attiva sulla materia ponderabile obbediscono, non già una ad una, isolatamente, le singole molecole chimiche della sostanza dei corpi inorganici, ma quelle particelle fisiche e quelle individualità di ordine complesso che si costituiscono iniziali e integranti nel fenomeno della cristallizzazione. Ed invero, fra le strutture monopoliedriche, normali dei singoli cristalli, e le sferoedriche, pigliano posto come casi speciali e ben definiti per maggiore semplicità ed evidente regolarità geometrica le forme dette *mimetiche*, *pseudo-cubiche* o *pseudo-isometriche*, colle rispettive geminazioni di più cristalli, i quali si compenetrano nelle direzioni degli assi di simmetria.

Di tali geminazioni polisintetiche dànno esempio fra tanti, la Phyllipsite, l' Armotoma, la Levyna e l' Augite.

Nella Phyllipsite, le tre forme distinte, alla lor volta multiple per poligeminazione, si dispongono fra loro come i tre assi del sistema cubico, isometrico; questi tre assi eguali e perpendicolari sarebbero assi di tre zone omologhe di forme *spettanti ad altro sistema.*

È pertanto indubitato che i cubi, i rombododecaedri, gl' icositetraedri ecc., così costituitisi, mentre dal punto di vista esclusivamente geometrico sono forme monometriche, sono invece, dal punto di vista fisico e strutturale, veri cristalli tetragonali, esagonali, ortorombici, o clinoedrici, a seconda del sistema proprio dei singoli cristalli concorrenti nella poligeminazione avvenuta.

Ne segue che il fatto interessantissimo della pseudo-cubicità è una gradazione di più fra la condizione unitaria dei cristalli e quella della loro sferoedria. Esso è una *sferoedria prodotta da cristalli monopoliedrici* in sei, o otto, o dodici, o ventisei direzioni prestabilite, invece che da semplici allineamenti rettilinei di particelle, divergenti *in ogni direzione*, come i raggi di una sfera ed in numero illimitato, o infinito teoricamente.

La riunione di sei poliedri ortorombici o clinoedrici, con valori vicini a 60° e 120°, quindi di *forme limiti* verso il tipo esagonale, conduce ad un fatto di *pseudo-esagonalità*, esso pure frequentissimo nel regno minerale. Una *pseudo-tetrago-*

data dall' Abich, si hanno le espressioni più significative della sferoedria, ma non se ne fa trasparire veruna generalizzazione. Si allude a leggi generali che si dicono ignorate, e riserbate ai posteri; e si guarda verso le nuvole, piuttostochè nel campo delle attività generatrici di strutture analogamente sferoedriche delle roccie nella crosta terrestre.

nalità potrebbe esser data dalla sintesi di zone ortorombiche; ebbi occasione nel „ Corso di Mineralogia „ pubblicato nel 1873 (V. pag. 167) di far cenno di tali fatti molto interessanti, allora pochissimo conosciuti, o creduti trascurabili nella storia fisica dei cristalli.

In una breve nota del Sig. E. Bertrand di Parigi, in data 1882, sono descritte alcune osservazioni sui fenomeni ottici delle lamine sottili di *sferoliti*. L' A. non fa parola della struttura dei globuli esaminati; ma si sottintende che doveva essere raggiata. Il fatto più importante che emerge dalla ricerca del Bertrand è questo: si possono distinguere otticamente le sferoliti con carattere *positivo*, da quelle con carattere *negativo*, adoprando la mica $\frac{1}{4}$ d' onda. Le sostanze sferolitiche uniassi dànno soltanto degli anelli; le biassi posson dare la croce di ombra più o meno nettamente, ma giammai gli anelli. (Compt. Rend. de l'Acad. des Sciences. Fevr. 1882. Paris).

Il prospetto schematico qui unito dimostra come possa intendersi la triplice morfologia tipica nelle naturali cristallizzazioni.

Nelle sferoedrie la rapidità di aggregamento è indotta dalla circostanza che tutte le direzioni casualmente prese dalle particelle prime e concorrenti possono essere efficaci, tutte possono servire all' incremento simultaneo degli sferoidi, trattandosi di una infinità di direzioni convergenti ad ogni centro attrattivo. Invece, nei cristalli unitari richiedesi la iso-orientazione o le speciali orientazioni delle emitropie e dei geminati; quindi un lavoro meccanico, molecolare, che ha un coefficiente di tempo vieppiù alto, a misura che nelle soluzioni la saturità va degradando, coll' accrescersi dei cristalli.

Ma se la sostanza di cui si tien conto non sia facilissima a cristallizzare è chiaro che i singoli cristallini sospesi o cadenti, non potranno assettarsi in gruppi stellati se non ad una condizione: che la sospensione ne sia lunghissima; e che ne sia lentissima la caduta; in altri termini, che sia molto denso o viscoso il mezzo nel quale essi si formarono.

Tali condizioni si realizzano nelle masse vetrose in fusione, allorchè poco a poco vi si vanno realizzando e radunando sia i tetraedri e gli ottaedri regolari e rifulgenti di rame puro, come nell' avventurina di Murano, sia i prismetti ad estremità acuminate di quei silicati cristallizzabili che generalmente appartengono al tipo RSO^3, del pirosseno di calcio, la *Wollastonite*.

Le particelle iniziali di questi silicati, alle quali già serviva di solvente il silicato alcalino più fusibile, e strutturalmente colloidale, lentamente si avvicinano e si adunano, pur rimanendo sospese a misura che son generate dalla reazione chimica. Scendono con estrema lentezza, e solitamente non arrivano a toccare il fondo. Ebbene: in tali circostanze, che in ordine al rame metallico ed ai silicati cristallizzati, ripetono nelle masse vetrose (salvo le non eccessive differenze delle

densità rispettive), il meccanismo della generazione di prismi, di aghi e di fiocchi di neve, per parte dell' acqua cristallizzata in seno all' aria, si formano cristallini capillari ovvero fascetti dendritici, palmati, stellati, irraggianti, delicatissime verghette lanceolate o piumate, semplici o multiple, fra loro disgiunte, ovvero riunite in sistemi raggianti, o in fasci divergenti a forma di tromba; ovvero in grani poliedrici, ed infine, in globosità a struttura raggiata, a zone concentriche. Sono queste disposizioni quelle che tutte precisamente riproducono le morfologie omologhe della neve e della grandine e che possono vedersi disegnate nella tavola che accompagna l' opuscolo della conferenza che tenni all' Ateneo Veneto nel 1884, intitolata: " Cristallizzazioni nel vetro e nell' atmosfera. „

SCHEMA DELLA TRIPLICE MORFOLOGIA DELLE CRISTALLIZZAZIONI NATURALI

I Tipo: **Monopoliedrico**

(Es. *un romboedro di Spato d' Islanda*).

Nei singoli poliedri cristallini la simmetria dell' assettamento molecolare è subordinata a un dato sistema di assi.

Tutte le particelle concorrenti a costituirli *si orientano con i loro elementi omologhi in un generale parallellismo*, con equidistanza dei loro piani reticolari.

Vi si effettuano emitropie e geminazioni diverse, talvolta adducenti ai sistemi sintetici della *pseudocubicità*.

Es. C Diamante ottaedrico . . . . . .
» S Solfo nativo ottaedrico . . . . . .
» H^2O Ghiaccio in prismi. . . . . .
» SiO^2 Quarzo in prismi piramidati. . . . . .
» FeS^2 Pirite in cristalli cubici, ecc. . . . . .
» Cu^2O Ziguelina in ottaedri . . . . . .
» Fe^2O^3 Oligisto in romboedri . . . . . .
» $CaCO^3$ Aragonite in prismi . . . . . .

Questo tipo è dei tre il più abbondantemente rappresentato nelle rocce cristalline, nelle geodi, ecc.

Esempi di altri minerali nei quali si osservano le tre morfologie c. s.:

Stibina	Manganite	Copiapite	Stronzianite
Orpimento	Pirolusite	Allumogene	Witherite
Millerite	Vauquelinite	Allumite	Malachite
Przibramite	Rutilo	Hayesina	Azzurrite
Zincite	Cassiterite	Baritina	Campilite
Göthite	Selenite	Celestina	Hureaulite

II Tipo: **Esagonolaminare** (NEVOIDE)

(Es. *una stelletta di Neve*).

La simmetria di assettamento delle particelle cristalline, si costituisce in tre direzioni diagonali, in un piano a perimetro esagono; ossia secondo i sei raggi dell' esagono regolare.

Ne risultano configurazioni di lamelle sottili, esagonali, poligemine, che possono dirsi *nevoidi*, nei corpi cristallizzati.

. . . . . Grafite in lamelle a sei lati . . . . . .
. . . . . Solfo in lamelle monocline . . . . . .
. . . . . Neve in stellette esagonali . . . . . .
. . . . . Tridimite in lamelle c. s. esilissime . .
. . . . . Marcasita in lamelle c. s. polisintetiche
. . . . . Tenorite in lamelle a sei lati . . . . . .
. . . . . Ematite rossa e Göthite c. s. . . . . .
. . . . . Aragonite in lamelle stellate, ecc. . . .

Questo tipo suol essere nascosto, mascherato, dall' aggregazione dei suoi elementi, in sistemi più complessi, addossati *a pila*, o *con varie orientazioni*. Nel primo caso tendono al I tipo; al II tipo nel secondo caso.

Non di raro si aggruppano in verticilli di apparenza florale, in sistemi spirali o elicoidi. — Stupendo es. ne diedero i grandi fiori di neve, come corolle polipetale, della nevicata del Dicembre 1873, in Italia e in Francia.

III Tipo: **Sferoedrico** (GRANDINOIDE)

(Es. *un gragnuolo di Grandine o una pisolite*).

Gli elementi prismatici del I tipo si aggruppano intorno ad un punto centrale, con uno sviluppo prevalentissimo in lunghezza, come i raggi di numero infinito in una sfera.

Ne risultano configurazioni globulari, o tondeggianti, con struttura fibroso-raggiata; posson dirsi di modalità *grandinoide*.

. . . . . Diamante sferico a struttura raggiata.
. . . . . Solfo nativo in sferoidi c. s.
. . . . . Gragnuoli (grani di grandine) c. s.
. . . . . Globuli e sferoidi di Quarzo c. s.
. . . . . Marcasita e Pirite in sfere, c. s.
. . . . . Calcotrichite in globuli c. s.
. . . . . Ematite rossa in sfere, mammelloni c. s.
. . . . . Aragonite in pisoliti c. s.

Questo tipo è frequentissimo in natura, specialmente dove si producono rapide precipitazioni, concrezioni ecc., e condizioni di durevole movimento.

Seguono es.

Wavellite	Cacoxeno	Dufrenite	Amfiboli
Mullicite	Tricalcite	Atlasite	Epidoto (var.)
Tavistochite	Afanese	Buratite	Miche (var.)
Cabrerite	Erinite	Idrodolomite	Cloriti (var.)
Tagilite	Evansite	Hayesina	Zeoliti (var.)
Liroconite	Sferite	Zippeite	Prehnite
Globosite	Barrandite	Oxalite	Calamine, ecc.

Devesi tuttavia notare che in questi tre tipi il primo: *monopoliedrico,* e il terzo: *sferoedrico,* sono i più largamente frequentemente e vistosamente prodotti; il secondo, *stellato,* è talvolta nascosto dall' aggregazione dei suoi elementi piani che si addossano a pila, facendo passaggio al primo tipo; ovvero si addossano con orientazioni rispondenti ad un numero indefinito di piani massimi di una sfera, facendo passaggio al tipo secondo. Quindi la configurazione stellata può intendersi come *di transizione.* Nella neve essa è classicamente presentata, ma lo stesso fenomeno della neve può dirsi intermedio nell' indole sua fra la liquidità delle pioggie e la solidità delle masse di ghiaccio e dei grani duri e tenaci di grandine.

Lascio questo argomento delle sferoedrie dicendo che un nuovo e stupendo esempio di solfo nativo sferoedrico è presentato da una pallottola grossa come una galla, e aderente ad un bel rombottaedro multiplo, quasi limpido e puro di solfo nativo (Tav. I, Fig. 1ª), quale può vedersi nelle collezioni del Museo mineralogico universitario di Bologna.

La tavola I dà idea di alquanti esemplari istruttivamente *sferoedrici.*

2. Vecchie e nuove teorie sulla formazione della grandine.

Suppongo perfettamente note a quelli che s' interessano al soggetto di questa Memoria le principali ipotesi che si proposero dagli antichi e dai moderni pensatori, per l' origine delle grandinate. Ricorderò adunque rapidamente che oggidì la teoria del Volta può dirsi del tutto abbandonata; che il Saussure, considerando la formazione del nevischio e derivandone quella della grandine, diceva: " che il *grésil,* „ formatosi di estate nelle più alte regioni dell' atmosfera si cangia in grandine „ sol quando attraversa strati aerei abbastanza caldi per contenere acqua in forma „ liquida, e poi altri strati abbastanza freddi per congelare quest' acqua „ ; e che la teoria del Faye, mentre comprende ottimi elementi per una completa dottrina della grandine, fondandosi sull'ipotesi di turbini discendenti verso terra da regioni molto alte, spiega incompletamente i caratteri costanti del fenomeno. Invece può mantenersi in un posto d'onore la teoria del Bellani (1), che riconosce nella grandine l' aggregamento, *per vera cristallizzazione,* di una o più gocciole d' acqua, gelate successivamente, e formanti il nucleo bianchiccio, opaco e molle, avvolto in diversi strati di ghiaccio più duro e trasparente.

Se non che, limitandosi il Bellani a considerare nella formazione della grandine il congelamento puro e semplice di gocce " *formatesi come nelle pioggie comuni*

(1) V. Memoria sulla grandine di Angelo Bellani — Opuscoli matem. e fisici — Tomo III — Milano 1834.

(v. pag. 95, Mem. cit.), *e riscontranti, cadendo, un freddo molto più intenso;* ritenendo come inerente, quindi inevitabile, nei gragnuoli la presenza di una crosta limpida e dura, mentre se ne vedono, sebben più di raro, di quelli che al pari di tanti e tanti noduli fibroso-raggiati di minerali sferoedrici, hanno assai più trasparente e compatta la parte centrale che non l' involucro e la crosta superficiale; infine, trovandosi Egli costretto a cercare nuove e complicate ipotesi per ispiegare mercè le tensioni della elettricità atmosferica nelle nubi la causa prima del freddo intensissimo voluto dalla sua teoria, negli strati *meno alti di quelli in cui si formerebbe la pioggia,* deve ammettere implicitamente che le tensioni elettriche sieno necessariamente precedenti alla formazione dei gragnuoli, la causa dovendo sempre preceder l' effetto, e lascia inesplicate talune delle più singolari particolarità del fenomeno. Egli pure, mantiene così separato dai più comuni processi di formazione naturale delle sferoedrie, quello della grandine, quasi fosse di genere assolutameote diverso.

Un grandissimo merito della Memoria del Bellani sta indubbiamente nella copia di belle e importanti osservazioni che vi sono registrate, e nell' analisi critica che l' A. vi fa delle idee e delle teorie che la precedono sul complicato soggetto, segnatamente opponendosi all' opinione, sostenuta anche dal Volta, che la meteora possa derivare immediamente dal congelamento del vapor acqueo piuttosto che delle esse gocce di acqua liquida e piovente.

La teoria recente del Prof. Oltramare di Ginevra (basata sullo stato di superfusione delle gocce, e sulle tensioni elettriche nelle nubi temporalesche grandinifere supposte costituite di vapor acquoso, freddo per molti gradi sotto 0°, con elettrizzazione fortissima di ciascuna molecola di acqua ecc.) venne dimostrata inapplicabile.

Ed invero essa non spiega come le molecole di acqua (che dovrebber esser vere goccie) possano restar liquide a molti gradi sotto 0°, mentre che, nulla impedendone la dilatazione necessaria al congelamento, questo dovrebbe aver luogo, invece dello stato di superfusione; tanto più in un ambiente agitatissimo, dove esse gocce sono inevitabilmente spinte le une contro le altre. Non ispiega come, sebbene immerse in un mezzo saturo di umidità possano acquistare forti tensioni elettriche; non ispiega il ripetersi delle scariche folgoranti e nemmeno la causa refrigerante per la supposta superfusione; non rende conto delle forme multiple, bernoccolute, dei gragnuoli voluminosi; molto meno del prodursi le grandinate soltanto nei mesi estivi, e salvo poche eccezioni, nelle ore calde e pomeridiane del giorno.

Il Colladon, pure di Ginevra, crede molteplici le cagioni delle gragnuole; ammette in certi casi i turbini di Faye, escludendo la generalità del moto vorticoso di rotazione, e così l' intervento delle tensioni elettriche. Ma quando considera le nubi temporalesche *separabili in masse distinte*, isolate elettricamente fra loro; quando invoca la discesa verticale di colonne di aria, che fredde e secche produrrebbero

la divisione in colonne, pur verticali, delle nubi medesime, e così in tanti conduttori fra i quali scoccherebbero le scariche di elettricità, si allontana tanto, a parer mio, dalla realtà del fenomeno, nelle sue ordinarie manifestazioni, da togliere alla teoria che preferisce gran parte della sua applicabilità.

Nella teoria del Prof. Schwedoff (Révue scientifique, 9 Dic. 1882 — Physique du Globe — Origine de la grêle), si ammette proveniente la grandine dagli spazi interplanetari, al pari delle pietre meteoriche.

Io non so come si possa concepire nello spazio vuoto del cielo, ed oltre i limiti di una atmosfera estremamente rarefatta, estremamente secca, un' abbondantissima condensazione di vapor acqueo in acqua, che si farebbe solida per cristallizzazione!

D' altra parte, se il fenomeno della grandine fosse *extratellurico* non sarebbe, come è, intimamente connesso al regime delle stagioni ed alle periodicità di altri fenomeni della meteorologia atmosferica.

Il Prof. Schwedoff si dimanda:

„ Pourquoi ne grêle-t'-il pas en hiver, tandis que le vraies météorites tombent „ dans toutes saisons? Pourquoi ne grêle-t'-il pas sur la Lune, puisque s' il y „ grêlait il y aurait des vapeurs?

A tali due quesiti l' A. risponde in modo evasivo, ossia non risponde affatto; ed altrettanto avviene per le altre due obbiezioni. „ Comment se peut-il que la „ glace des grélons prenne la forme d' une sphéroide tout en restant solide? — „ Comment se fait-il que la même glace se cristallise toujours, en restant solide? „

Nell' ordine d' idee che svolgo in questo scritto la risposta a tali obbiezioni è completa, è evidente, è semplicissima; ma se il fatto naturale delle sferoedrie, di cui feci nota la grande importanza, resti ignorato e trascurato, allora la risposta risulta pressochè impossibile; la teoria dello Schwedoff ce ne dà la prova (V. per altre considerazioni critiche su questa teoria, la Nota finale, pag. 175).

In una semplice citazione che nei „ Comptes rendus „ dell'Accademia di Francia si fa di una Memoria del Coulon (7 Marzo 1881) sulla grandine, si riassume l' idea dell' A. così:

„ Tous se passe come si les gouttelettes d' eau liquide se trouvaient congelés „ par leur passage à travers une couche d' air glacé, puis à travers une couche „ d' air saturé d' humidité qu' elles condensent en partie à leur propre surface, „ sous forme de givre, se deposant par couches concentriques. „

Così il pensiero dell' A. si dimostra vicinissimo alla spiegazione che io credo vera, della formazione iniziale dei grani di grandine.

Dirò, per ultimo, della recentissima teoria del Prof. G. Luvini (Boll. meteor., Maggio 1885. Serie II, vol. 5°).

Il chiarissimo Autore adotta l' idea che le fulminazioni, nelle nubi, inducano

nelle goccie liquide lo stato sferoidale; e stabilisce come principio fondamentale della sua teoria che:

Se una goccia di acqua, sospesa e investita dal fulmine, passa allo stato sferoidale, *mentre si fa il vuoto intorno ad essa,* può congelarsi istantaneamente, scendendo di molti gradi sotto zero.

Egli riferendosi ad esperienze di Franklin, di Beccaria, di Bonnier, per affermare la produzione di quel vuoto, ammette che i grossi chicchi di gragnuola sieno dati dalla saldatura di molti altri minori, dovuti al congelamento *delle goccie.*

A me sembra che questa teoria, non basata sopra apposite e dirette osservazioni, non spieghi l'assenza delle grandinate in un infinito numero di temporali fortemente folgoreggianti, in quelli notturni, in quelli di primavera e di autunno, in quelli delle Antille, etc.; e che sia contradetta dal non vedersi mai generato un granulo di acqua gelata dalle fortissime scariche elettriche delle macchine di Armstrong, delle odierne generatrici di elettricità, delle esplosioni vulcaniche.

Essa non può nemmeno render conto della quasi perfetta sferoedria, a strati concentrici ed a struttura raggiata, dei gragnuoli; molto meno della disposizione a prismi piramidati, attorno un centro granelloso, quale si osservò più volte, nelle grandinate disastrose, fenomenali, quella per es. di Grottaferrata presso Roma, che citerò di nuovo nelle pagine successive.

D'altra parte, se la nube temporalesca sia alquanto alta, negli strati cioè a 0° di temperatura, le scariche elettriche si produrrebbero fra elementi acquei già fatti solidi per la semplice azione del freddo; e non riesce comprensibile una violenta folgorazione nella massa della nube, tale da produrre, un nembo immenso di gragnuola, in un tempo relativamente brevissimo.

Sino dal 1788, il Pinazzo di Mantova, si riferiva, in una sua dissertazione sulla formazione della grandine, all'elettricità, vedendo possibile che questa, facendo *svaporare il calorico,* provocasse il congelarsi dell'acqua.

LA TEORIA CHE PROPONGO

3. Il primo dei fenomeni determinanti la grandinata.

La teoria che quì ardisco di proporre, della quale taluni elementi ricordano quelli di altre teorie, ma che parmi tuttavia nuova ed originale nel suo complesso, può riassumersi così:

Abbiasi un' area limitata di suolo, atta per natura, condizione e posizione geografica a scaldarsi fortemente sotto i raggi del sole; da essa si solleverà nell' atmosfera una colonna d' aria calda. Questa colonna trarrà seco del vapore acqueo; e per la sua temperatura e rarefazione, e per la spinta delle masse di aria fredda affluenti a rimpiazzarla alla base, fors' anco per il moto turbinoso che può acquistar facilmente, e bene spesso pel suo dipartirsi da posizioni già molto alte, di altipiano o di montagna, perverrà a tale altezza da incontrare una temperatura assai più bassa di 0°.

Ma ad altezze minori, dove la temperatura è vicina a 0°, dove già si distendono i vapori di acqua che vi pervengono colle colonne aeree ascendenti (1), si generano nubi stratiformi e moltitudini di cirri. Se l' aria vi è fredda sotto 0°, i cirri e le nubi divengono veri sciami di cristallini elementari, fini, tenuissimi, di ghiaccio; e questi si radunerebbero in fascettini di prismi, in fiocchetti nevosi o in piccole stelle esagonali, ogniqualvolta potessero cadere senza liquefarsi, come suole avvenire nei mesi invernali, quando nevica.

(1) Secondo il Liais, il vapor acqueo sale fino ad 11 chilom. di altezza; ma la zona di abituale condensazione in Europa, starebbe fra 2...3 chilometri.

Si sa, inoltre, che l'aria, a 0°, può ritenere fino a 5 gr., per m. c. di vapor acqueo; che a 10 ...30°, può contenerne da 10...15 grammi, e che a 100°, ne satura il proprio volume.

Lo spessore degli strati, carichi di vapor acqueo, trovasi per lo più di 450...500 metri; può arrivare a 5000 m., come lo strato che Bixio e Barral attraversano nel 1850.

Sopra Teneriffa suol essere di soli 300 m.

4. La costituzione micro-cristallina dei cirri e delle nubi, negli strati dell'atmosfera, a 0° e sotto 0°.

Huyghens, Mariotte, Brewster, Arago, Young, Frauenhofer, Babinet, Bravais, desunsero la natura cristallina di quelle nubi da considerazioni teoriche; alpinisti ed aeronauti ne ebbero diretta, pratica, e positiva la dimostrazione; può dunque ritenersi per cosa certa che le masse di vapore acqueo sollevatesi negli alti strati dell'atmosfera, dove la temperatura suol essere inferiore a 0°, tendono a convertirsi in nubi, o sciami, di minutissimi cristalli di acqua, in forma di aghetti o prismetti di minime dimensioni.

Credo superfluo l'insistere su di questo argomento; mentre parmi interessantissimo il notare che le nubi di acqua cristallizzata, s'incontrarono talvolta dagli aeronauti e dagli ascensionisti ad altezze variabili da 1200 ad 8000 metri.

Nell' opuscolo del Tissandier: " Observations météorologiques en ballon, Paris 1879 „ l'autore descrive una nube da esso attraversata il 6 Febbraio 1873, a soli 1200 metri dal suolo, avente uno spessore di circa 420 metri, con — 2° di temperatura. A questa nube sovrastava una corrente di aria relativamente caldissima perchè di 17°,5 sopra 0°. Appena che il pallone si fu immerso in quella nube, videsi che sugli abiti, sulla barba, sul volto delle persone, e su tutti gli oggetti della navicella, si precipitavano miriadi di finissimi prismetti e rapidamente si generavano cristallizzazioni simili a pagliette d' aspetto adamantino. Tutto cuoprivasi come di una fitta brinata. I conduttori metallici davano frattanto, eletzandosi, fortissime scintille.

Può dunque ammettersi che tutto il vapor acqueo che perviene alle altezze dove la temperatura è sotto 0°, vi cristallizzi. Se non che, avvenuta la solidificazione, formatisi i prismetti iniziali, questi tendono a cadere; e scesi appena negli strati men freddi di aria, tenui qual sono, si liquefanno, si rarefanno di nuovo in vapore, si risollevano o si dileguano per diffusione.

Allorquando la nube generatasi per cristallizzazione negli strati sotto 0° è visibile, sia per essere bene illuminata dal sole, sia per essere traguardata nel senso di un considerevole spessore ecc., essa può parere immobile, perchè è relativamente e momentaneamente immobile quell' area nella quale il freddo produce la condensazione del vapor acqueo e i cristallini di ghiaccio.

Se mentre questi cristallini discendono e spariscono, altri se ne producono, l'assieme della nube conserverà la sua posizione e la sua figura; se tutto il sistema discende, obbedendo alla gravità, o se viene investito da una corrente aerea sopra 0°, esso può sparire ad un tratto; e se il vapore così reso diafano e rarefatto, ascende ancora verso strati più alti e più freddi, può ad un tratto riprodursi, colla complessiva cristallizzazione, e col congelamento, l'apparizione della nube di prismi.

Dato un siffatto ambiente di minimi poliedrini, quasi allo stato nascente, *perciò prontissimi ad aggregarsi fra loro per attrazione molecolare ed a saldarsi tenacemente per via di rigelo*, ogniqualvolta da più alti strati (che possono appartenere alla stessa nube che si considera) vi scendano minimi granuli o ghiacciuoli, questi *diverranno i primi embrioni della grandine*, purchè la temperatura loro sia molto bassa, tale sia cioè da indurre sulle loro superficie, istantaneamente, un velo continuo ed avvolgente di ghiaccio.

Nello spessore della nube cristallifera, i primi grani di grandine si andranno ingrossando con rapidità, per opera di strati concentrici con disposizione raggiata, e costituiti dai prismetti che essi vanno incontrando da ogni parte, spostandosi, ruotando e trovandosi investiti dalle correnti variabili di questi stessi minimi cristalli.

Un processo formativo di agglomerazioni cristalline di neve, analogo a quello che suppongo inerente alle gragnuole, fu osservato pure dal Tissandier nella sua ascensione aerostatica dell' 8 Novembre 1868 (1). A 2000 metri di elevazione si vedevano i minimi cristalli nevosi saldarsi insieme, cadendo gli uni sugli altri, donde la formazione di fiocchi nevosi voluminosissimi. — Nell'ascensione del 29 Novembre 1875 lo stesso osservatore constatò che le stellette più regolari, più brillanti e pure di acqua cristallizzata formavano, a 1500 metri, uno strato di circa 150 metri di spessore, colla temperatura di 0°; mentre a soli 700 metri cadevano fiocchi di neve, con temperature di 2 e 3 gradi sotto 0°.

A questa notizia fa seguito una osservazione che c' insegna di quanto anche il Tissandier nel pensare alle origini della grandine siasi avvicinato al vero, senza peraltro afferrarlo: ivi è detto: „ ..... Si la petite aiguille de la glace des „ hautes régions vient à descendre, à tomber dans une nuage de vapeur à — 2°, „ semblable à celui que nous avons traversé et où des cristaux se formaient sur „ nos vêtements, sur la nacelle, ne pourra-t'-elle pas y determiner, comme le „ faisait l' aérostat, un ébranlement moléculaire et devenir le centre d' une congelation plus importante, pour arriver à former le grêlon avec le concours de „ manifestations électriques particulières? — Les faits bien constatés sont encore „ trop rares pour qu' il soit possible de présenter ces hypothèses autrement que „ sous une forme dubitative; mais tels qu' il sont ils permettent d' affirmer que „ les nuages à glace jouent un rôle important dans la plus part des phénomènes „ aeriens, etc. „.

Perchè tal concetto coincidesse col vero, bisognerebbe che lo spazio dove la cristallizzazione era tanto attiva, fosse stato invaso non da aghi di neve, ma da granuli d' acqua congelata, ed a temperature molto inferiori a 0°. Senza questo, invece di nuclei a strati concentrici, a struttura sferoedrica, dovevano prodursi

(1) Vedi opuscolo citato.

fiocchetti e intrecciamenti nevosi. Bisognerebbe pure che per forte e prolungata traslazione e così per sufficiente soggiorno in quello spazio, i granuli iniziali avessero potuto aumentare di volume, in seno della stessa nube temporalesca.

Nel caso citato mancavano queste necessarie condizioni. Tale mancanza non sussiste nella teoria che propugno. Difatti, se pensiamo al vapor acqueo che la colonna aerea, calda, ascendente, rapidamente trae fino agli strati altissimi e freddissimi sovraincombenti, dovremo persuaderci che esso non cristallizzerà regolarmente, che non potrà produrre prismi nè stellette; bensì, per il noto effetto delle basse temperature e delle solidificazioni quasi istantanee, esso formerà **granuli**, o **nucleetti**, per agglomerazione confusa, e ciò che si costituirà necessariamente, non sarà neve ma una sabbia *acquea, e secca ad un tempo*; sarà una moltitudine di particelle dure ed informi, di cui la *tormenta* alpina, i *nevischi* estivi sulle alte montagne, e quelli invernali, come il *grésil* dei francesi, talvolta istruttivissimi in proposito, possono darci un' idea.

5. La formazione di granuli globulari secchi, di acqua congelata, negli strati alti e molto freddi dell' atmosfera.

A proposito di ciò che precede, ecco un fatto narrato dal Colladon di Ginevra:

Il 19 Gennaio 1881 alle 11 $^1/_2$ antimeridiane, mentre il cielo era oscurissimo, e dopo alcuni lampi, cadde un rovescio di minuto nevischio, in granuli (grésil), dei quali i più grossi avevano 5 o 6 millimetri di diametro, erano duri, tenaci, regolarmente sferici, e dai loro movimenti sul suolo si dedusse che fossero ancora fortemente elettrizzati.

Questi granuli, osserva il Colladon, dovevano esser freddissimi; imperocchè sebbene il termometro segnasse + 0°,5, anche i più piccoli resistevano per alcuni secondi prima di liquefarsi.

Dunque, in quel giorno invernale, una corrente o una colonna di aria umida, che probabilmente la violenza del vento spingeva fin da plaghe calde e lontane, potè arrivare a contatto di uno strato *non molto elevato* ma freddissimo di aria, e produrre una rapida congelazione; ed i granuli, generatisi in un ambiente privo di sciami di prismetti nevosi, non potendo sostenersi abbastanza a lungo nell' aria, cadevano a terra senza divenir grossi gragnuoli, e senza perdere la loro iniziale modalità.

Allorquando, invece, i granuli secchi, vetrini, cadono sullo sciame sottostante di prismi, o di aghi, già dotati di speciali attitudini d' aggregazione reciproca, ac-

cadono ben altri fenomeni. Su di essi, che rappresentano in certo modo una vera semenza della grandine che si va preparando, si addensano, subitamente, strati concentrici, sferoedrici e fibroso-raggiati, di prismetti elementari. — Al tipo *stellato*, che direi d'indole invernale, della cristallizzazione *calma* dell'acqua, si sostituisce il tipo *sferoedrico*, d'indole concitata ed estiva.

La nube si addensa in un nembo, in una valanga enorme atmosferica di gragnuoli; si abbassa poco a poco, perchè sostenuta, nel tempo stesso in cui è sospinta, da un vento gagliardo, che in parte devesi attribuire alla forte rarefazione che la colonna aerea ascendente indusse; e descrive una trajettoria curva, che agli osservatori cui sovrasta può parere *una direzione* rettilinea. La nube segue dunque una risultante, obbedendo all'impulso potente di quel vento, ed alla gravità. Essa procede, quasi strisciando sugli strati sottostanti di aria, e sostenendosi come fanno gli aquiloni tirati dalla rispettiva cordicella. — Intanto nella parte più bassa si accumulano i gragnuoli più pesanti, ed il nembo, tende a farsi più denso, più fosco, più scuro; e grado a grado si deprime, si allunga, si fa stretto e *cometiforme;* spinge davanti a sè, nella sua imminente caduta un cuscino di aria compressa, che appena rasenterà la superficie del suolo sarà vento impetuoso, precursore caratteristico della grandinata; e questa, finalmente, si scatenerà obliqua e fatta disordinata dalle ultime resistenze dell'aria, in forma di dejezione allungatissima, in una zona di territorio che potrà avere ben demarcati confini.

Ma nell'affluire dei prismetti della nube nevifera sui granuli discendenti e freddissimi generati in alto, le cariche elettriche già distribuite sulle miriadi di quelli aghetti che vanno saldandosi in globi di crescente diametro, *riduconsi sulle superficie di questi globi;* ivi acquistano perciò un potenziale tanto maggiore di quanto si è diminuita la capacità elettrica della superficie loro concessa. La nota secchezza degli strati freddi dell'aria sotto 0°, dove tutto il vapor acqueo può farsi congelato e solido, impedisce che si disperdano le forti cariche che le dette superficie potranno acquistare; quindi l'origine delle scariche elettriche che sono costanti compagne delle nubi temporalesche e delle grandinate, dopo la loro costituzione e nell'ultima loro fase. — Anzi, nel costituirsi dei grani più grossi e pesanti, rapidamente separati dalla gravità da quelli che hanno minore la massa e maggiore la distanza, accade che in essi il potenziale elettrico si aumenta in ragione della diminuita superficie su cui le cariche sono distribuite; donde la possibilità delle scariche interne che tendono ad uniformare il potenziale elettrico in tutta la nube, e in generale l'esaltarsi dell'apparato temporalesco. Ciò rende la nube paragonabile, non più ad un insieme di conduttori isolati fra loro, ma ad un solo ed immenso conduttore.

Dunque i fenomeni elettrici seguaci fedeli delle nubi grandinifere, nelle quali si manifestano con i lampeggiamenti che le solcano, ed a cui forse sono paragonabili quei bagliori di luce che s'irradiano nelle soluzioni saline super-sature,

mentre cristallizzano repentinamente (1), possono intendersi dovuti ad azioni consecutive alla prima fase formativa della grandine. Sono fenomeni la cui crescente intensità è coordinata col progressivo accrescimento dei gragnuoli e col discender verso terra, delle parti più dense della nube, ormai fattasi temporalesca. Su tale proposito converrebbe riprodurre qui le idee che in una conferenza tenuta nella Università di Liegi, e riportata nel N. 7 del Periodico " La Révue scientifique „ (12 Agosto 1882) vennero svolte dal Sig. W. Spring, sulla sede dei temporali, e sulla loro origine. Ma è spiacevole necessità il doverlo fare di volo, per ragione di brevità.

L'Autore premette una critica dotta e severa delle spiegazioni che fin' ora si diedero per le tensioni elettriche le quali colla nota ed imponentissima intensità generano appunto i più spiccati fenomeni dei temporali; descrive alquante sue personali osservazioni fatte sulle montagne ad altezze di circa 2200 metri, e per le quali trovandosi immerso nelle nubi temporalesche, mentre si formava la grandine e si sviluppavano forti cariche di elettricità, verificava essere *affatto secca* la gragnuola durante il periodo della massima violenza della sua caduta e dei fenomeni elettrici concomitanti; questi fenomeni s' indebolivano quando le gocce d' acqua si aggiungevano alla grandine; cessavano quando l' acquazzone si sostituiva alla grandinata. Il prof. Spring ritiene molto giustamente che la tensione elettrica non si accumuli sulla così detta *superficie della nube*, che è una idealità, un' astrazione, bensì sulla superficie secca dei grani di grandine formatisi nelle regioni dell' aria, la cui temperatura è ben al disotto di 0°.

Ecco le sue parole: " L' origine de l' éléctricité peut se trouver en ma-
„ jeure partie dans l' anéantissement de surface libre qui accompagne la formation
„ des grêlons, ainsi que dans le frottement de ceux-ci contre l' air sec..... les
„ grêlons prenant l' une des éléctricités, le frottoir, ou l' air atmosferique, prenant
„ l' autre éléctricité. „

„ Chaque grêlon, depuis le plus petit jusqu' au plus gros, *n' est donc que le*
„ *resultat de l' union par régel d' un grand nombre de cristaux de grêsil*..... mais
„ pendant que ces cristaux microscopiques se reunissent ainsi par milliards et

(1) Una nube costituita essenzialmente di cristallini nevosi o di ghiaccio può dirsi analoga, in ordine alla generazione della grandine, ad una soluzione sopra-satura di un sale atto a cristallizzare rapidamente. L' incentivo della cristallizzazione in una nube siffatta potrebbe esser fornito sia dallo stato elettrico dei singoli cristalli necessariamente non uguali, non equidistanti, non egualmente spinti nella risultante del loro movimento; sia da polveri meteoriche che agirebbero come nuclei di condensazione iniziale; sia, e molto più comunemente, dal sopraggiungere in uno strato inferiore della nube, dove la gravità ha addensato il complesso dei piccoli cristalli, sopra-saturandone in certo modo lo spazio da essa nube occupato, di granuli o fiocchetti nevosi, cadenti dagli strati superiori.

I fenomeni di rapida cristallizzazione con disposizione raggiata, con svolgimento di elettricità e di bagliori luminosi nelle soluzioni sopra-sature di solfato sodico, offrono delle analogie non trascurabili in questo indirizzo di considerazioni.

„ subissent le régel en des blocs de glace, il y a une surface libre énorme qui „ disparat dans un corps non conducteur de l' éléctricité, la glace; et en pré- „ sence d' un autre corps non conducteur l' air sec..... À cet engloutissement „ énorme de surface doit correspondre un developpement très-grande d' éléctricité: „ le frottement des grêlons contre l' air pourra l' augmenter encore si toute-fois „ l' éléctricité qu' il developpe est de même sens..... Le veritable siège de l' élé- „ ctricité des orages, le veritable lieu de sa production sous forte tension, se „ trouve dans les parties froides et sèches de l' atmosphère, où la condensation „ de la vapeur n' à pas lieu sous forme de globules liquides, mais bien sous „ forme de cristaux solides. „

Ciò premesso, io credo che la teoria che da nove anni sto pensando, e corredando di osservazioni, ci dia ragione dei fenomeni concomitanti alle grandinate, nella guisa più semplice, chiara e naturale. La ritengo perciò preferibile alle altre fino ad oggi proposte.

6. Spiegazioni, mercè la nuova teoria qui esposta, dei seguenti fenomeni, inerenti ai temporali grandiniferi.

A - Varietà di conformazione, di struttura e di grossezza nei gragnuoli.
B - I fenomeni elettrici nelle nubi senza temporali. I così detti *lampi di caldo.*
C - Il rumore che si ode quando è imminente la grandinata.
D - Il freddo intensissimo che sempre consegue alle grandinate.
E - I goccioloni che ne sono i precursori abituali, come degli acquazzoni estivi.
F - Il vento detto « vento di grandine » che precede la caduta della gragnuola sul suolo.
G - La velocità fino a sessanta chilometri all' ora delle nubi temporalesche, in direzioni che pajono ascendenti e rettilinee.
H - Gli strappi a brandelli della parte inferiore della nube grandinifera.
I - La localizzazione o delimitazione, in lunghe striscie, delle aree investite dalle gragnuole.
K - La rarità estrema dei temporali grandiniferi nei mesi invernali e nelle ore notturne. La non rara periodicità diurna dei temporali grandiniferi, se molto localizzati.
L - La deficienza di grandinate nei temporali sotto i tropici, o nelle regioni delle pianure, o prossime al mare.
M - La possibile alternanza di pioggia e di grandine, o la concomitanza loro, durante un medesimo temporale.

A - La varietà di conformazione di struttura e di grossezza nei gragnuoli.

Il tipo della forma de' gragnuoli, può ravvisarsi, anche in teoria, nello sferoide di rivoluzione; ed il tipo della loro struttura nella concentricità di strati, avvolgenti un nucleo con disposizione fibroso-raggiata.

Non di raro nei gragnuoli si realizzano esattamente siffatte condizioni.

La grandinata descritta da Abich che l' osservò nel 1869 a Bely-Klutche nel

Caucaso dà un bell' esempio della forma sferica, congiunta ad una regolare struttura raggiata, in gragnuoli di straordinaria grossezza (Fig. 1ª e 2ª, Tav. II).

Ma il più delle volte, pur mantenendosi la detta struttura interna, varia moltissimo la conformazione esteriore. La variabile modalità dei primi nucleetti; le saldature di più grani, venuti a contatto, in un gragnuolo multiplo; la parziale fusione durante la traslazione e la discesa, e il parziale rigelo alla superficie mentre cadono a terra, lo spezzarsi facile dei pezzi più voluminosi, il prodursi di rilievi poliedrici, veri cristalli di ghiaccio, alla superficie dei singoli gragnuoli fanno assumere alla grandine molte e distinte forme, ma sempre tondeggianti, se non son frantumate.

Fra i due estremi, lo sferoide liscio come le pisoliti di Aragonite (Tav. I, Fig. 20ª), e l'assieme di grossi e bei prismi esagoni piramidati, divergenti da un centro comune (Tav. II, Fig. 4ª) come i gruppi di prismi della stessa Aragonite (Tav. I, Fig. 24ª e 25ª) possono aversi nei gragnuoli le forme discoidi o lenticolari (Tav. II, Fig. 5ª) a cercine e ad armilla, con sferule centrali (Fig. 6ª); possono vedersene le superficie scabre, come nelle pelli sagrinate (Fig. 7ª) o come a bernoccoli (Fig. 8ª); e con rilievi di minute piramidi (Fig. 9ª); ovvero irte di cristalli distinti e assai regolari (Fig. 4ª citata). Nella struttura interna può vedersi quasi opaco e sferico il nucleo centrale, limpida la massa avvolgente (Fig. 10ª); ovvero limpido invece il centro, opaca la periferia (Fig. 11ª); talvolta i pezzi di grandine cadono informi, simili a masse di vetro infrante (Fig. 12ª); e nell' interno possono vedersi per trasparenza i nuclei sferici a struttura raggiata. Ne danno esempio quelli che caddero presso il lago Pavin il 21 Agosto 1877 (Bert - Rev. scient. 1880 - Fig. 13ª, 14ª e 15ª). Se cadendo e incontrando brusche variazioni di temperatura, o urtando sul suolo, i gragnuoli si spezzano, ne risultano forme conoidi, piramidate, affusate, ogivali ecc., ed anche irregolarissime (Fig. 16ª, 17ª, 18ª, 19ª e 20ª) a ciò concorrendo le inerenti sfaldature, secondo piani diametrali e i consecutivi disgregamenti, con liquefazioni più o meno protratte.

Quello che veramente importa di notare su questo proposito si è che *nel regno minerale, a ciascuna delle forme acquistate dalla grandine può trovarsi una forma esattamente corrispondente, dello stesso identico tipo.*

La tavola Iª presenta di questo fatto alquanti esempii istruttivi.

Poco importa per la teoria che qui propongo il tener conto del volume dei gragnuoli, come per la dottrina della genesi dei cristalli, poco interessa se questi divengono o no voluminosi, o se restano piccoli, e solo visibili col microscopio.

Nondimeno giova l' osservare che i gragnuoli molto grossi possono dimostrarci una più lunga permanenza in seno della nube nella quale essi acquistavano strati concentrici vieppiù numerosi ed estesi, e potevano saldarsi gli uni agli altri, col-

l'aiuto degli urti reciproci e *del rigelo.* — Dunque posson significare, sia un considerevole spessore dello strato di condensazione cristallina e di generazione sferoedrica nelle regioni *meno alte* dell' atmosfera dove formasi il temporale grandinifero; sia una rapida propulsione delle nubi temporalesche, per opera di venti poderosi e veloci; vale a dire, una spinta verso maggiori distanze di caduta, dei singoli gragnuoli, ed un prolungamento delle occasioni favorevoli al loro aggregarsi per contatto e per rigelo.

Difatti, se ne videro e se ne vedono di tutte le dimensioni, dalle minime del nevischio granulare alle globosità grosse come noci e come manderini, agli aggregati bernoccoluti, grossi come un pugno chiuso. I pesi citati dagli Autori pei grossi gragnuoli sono di 200 a 300 grammi. Altrettanto ha luogo nelle pisoliti, *ne' confetti di Tivoli*, negli arnioni di ogni specie. Bene spesso cadono a terra spezzati, come segmenti di sferoidi, o si infrangono sul suolo: donde, colle conformazioni precedentemente citate, una diminuzione eventuale del loro primitivo volume.

B – I fenomeni elettrici nelle nubi senza temporale. I così detti *lampi di caldo*, da chiamarsi invece: « *lampi di freddo.* »

Delle tensioni elettriche nelle nubi, delle folgorazioni interne, e sopratutto della concomitanza o della posteriorità loro alla formazione e caduta della grandine, ho già fatto parola, purtroppo concisamente.

I fenomeni elettrici nell' atmosfera daranno sempre soggetto a lunghi studî; e per quelli che appariscono nelle sere di estate, nelle nubi lontane all' orizzonte, senza tuoni e temporali, confesso di non ricordarmi se taluno abbia dato alla scienza la spiegazione completa dello spettacolo stupendo. Il vastissimo e rapido corruscare dei cumuli lontani; l' istantaneo guizzare fra essi, di abbaglianti linee multiformi di luce elettrica, col simultaneo lampeggiare in punti opposti dell' orizzonte con un silenzio quasi misterioso e solenne, non può identificarsi al temporale, fulminante e tuonante. Il volgo chiama quei lontani e taciti bagliori " *lampi di caldo* „, e gli scienziati li attribuiscono a temporali distanti da esser solo visibili in parte, o pei loro riflessi, sopra l'orizzonte, dando così la ragione del non sentirsi il rumore del tuono. Ma per mio conto credo che non si senta il cupo rimbombo dei tuoni per la semplice ragione che dove le nubi così lampeggiano *non tuona*, nè scoccano i fulmini propriamente detti, ossia le grosse scintille, generate da forti tensioni fra due conduttori lontani e sopratutto fra le nubi e il suolo sottostante. In tali nubi suppongo uno sciame fitto, addensato di piccoli conduttori, ciascun dei quali si elettrizza sia per attrito o per altra causa ad esso inerente, sia per induzione; acquista una polarità; si mette in equilibrio con i più vicini mercè lo scambio di minime scintille; e subendo l' influenza dello stato elettrico dominante nelle regioni estreme o periferiche del conduttore complessivo (la nube), si comporta in questo come ciascun corpuscolo di limatura di ferro e ciascuna losanghetta di stagnuola si comportano nei così

detti " Quadri scintillanti di Franklin. „ Questi quadri, secondo la mia idea, rappresentano benissimo lo stato fisico di una nube con lampeggiamenti elettrici senza temporale; se non che, una tal nube si deve supporre abbastanza elevata nell' atmosfera per risultar costituita dai detti piccoli conduttori allo *stato solido;* questi essendo semplicemente altrettanti granuli di acqua congelata sotto 0°, e continuamente rinnovata nella sua stessa sostanza dalle fusioni e riproduzioni dei granuli stessi; tutto ciò in un mezzo assai rarefatto, quindi favorevole alle diffusioni della elettricità in forma di pennacchi luminosi, di bagliori, di sprazzi; ed al disegnarsi istantaneo, con sempre nuove variazioni di curve irregolari, e di quelle righe vividissime per la rapida trasmissione della luce elettrica in punti contigui le cui direzioni sono ad ogni istante mutate.

In quegli adunamenti di cristallini e di granuli di acqua congelata, lo stato elettrico di continuo si suscita, si rinnuova, si deprime, si esalta, si compone, a seconda del regime di formazione, di aggregamento o di scissione, di moto e di urto, di disfacimento e di rigenerazione di quei minimi cristallini. Non vi è il temporale; non vi possono essere, che per rara eccezione, nel caso per esempio di rapida discesa della nube, le grosse scariche elettriche, i fulmini, i tuoni. Ed avuto riguardo al fatto che i lampeggiamenti dipendono essenzialmente dallo stato gelido, cristallino in regioni altissime e sotto 0°, degli elementi della nube che è loro sede esclusiva, dico che sarebbe più esatto chiamarli, anzichè *lampi di caldo*, veri *lampi di freddo.*

C - Il rumore che si ode quando è imminente la grandinata.

Il rumore che si ode quando una grandinata è imminente, e che vien paragonato da molti a quello che potrebbe prodursi agitando un sacco di noci, è verosimilmente la somma dei rumori prodotti dal reciproco precipitarsi dei gragnuoli gli uni sugli altri (nell' ultima fase formativa del nembo grandinifero), *collo scoppiettio delle scintille elettriche che scoccano da gragnuolo a gragnuolo*, allorquando la tensione potè raggiungere un certo grado, mutandosi incessantemente le distanze durante il moto della nube.

D - Il freddo intensissimo che sempre consegue alle grandinate.

È questo uno dei più rilevanti fenomeni che si associano alla caduta delle gragnuole estive. Cade la grandine; un freddo intenso invade l' aria ambiente e il termometro immerso nello strato dei gragnuoli può scendere di alquanti gradi sotto zero.

Non credo che per ispiegare questo freddo occorra ideare condizioni eccezionali atmosferiche, e molto meno che si debba desumerne l' originaria provenienza dagli spazi interplanetari della grandine che arriva a noi (teoria di Schwedoff, V. nota finale).

Basta riflettere:

1° che la grandine producesi in regioni abbastanza alte perchè la temperatura vi si trovi normalmente sotto 0°. Nello strato temporalesco cadono sciami immensi di granuli generatisi in regioni ancora più alte e più fredde. Ricordiamo che il Glaisher trovò, nella sua ascensione del 1863, ad 8000 metri di altezza, — 21° di freddo;

2° che se le forti tensioni elettriche derivano nelle nubi temporalesche dall' assettamento di quei prismi in gragnuoli, ciò significa che l' attrito, il moto di attrazione, l' urto di adesione e di saldatura, *si trasformarono, anzichè in calore, in elettricità;* donde una possibile sottrazione di calore termometrico in ragione diretta della tensione elettrica costituitasi.

Durante la caduta dei gragnuoli una incipiente liquefazione superficiale e l' evaporazione del velo liquido che ne consegue, assorbono pure alla lor volta una quantità di calorico dall' aria. Ma la causa, a parer mio prevalente sta nella stessa impetuosa discesa del nembo grandinifero e dello sciame di gragnuola; imperocchè questo sciame *aspira e spinge ad un tempo verso la superficie del suolo* parte dell' aria freddissima degli alti strati donde esso proviene; come viene aspirata e spinta l' aria nelle trombe eolie, o nelle macchine soffianti, delle fonderie.

Circa all' effetto fisiologico di quest' abbassamento di temperatura è facile l'avvertire come esso debba riuscir più sensibile alle persone in seguito al brusco passaggio dalla temperatura già esistente nelle ore calde delle giornate estive, e pochi istanti prima che la grandine cada sul suolo, ad un freddo di circa 0°; vale a dire con una differenza, subitaneamente prodottasi, di 15° o 20°, in media.

E - I goccioloni che sono i precursori abituali della grandine come degli acquazzoni estivi.

I prismi aggregati in fiocchi nevosi e le prime sferule di gragnuola che dalla nube temporalesca scendono verso terra, appena s' immergono negli strati d' aria, vieppiù caldi, si liquefanno.

A ciò può contribuire il calore d' attrito prodottosi nella caduta loro. Quei fiocchi, quei gragnuoli che si liquefanno completamente poco prima di toccar terra non avendo tempo di sparpagliarsi in goccioline per la troppo breve resistenza dell' aria, arrivano come grossi goccioloni e come precursori della grandinata; ma talvolta lo sono dei soli acquazzoni temporaleschi estivi.

Ma anche la rapida fusione dei fiocchi nevosi e di gragnuoli poco voluminosi già raccolti e addensati in nembi può dar luogo ai goccioloni. Il fenomeno sarebbe inerente agli strati non molto alti nè molto freddi dell' atmosfera.

È diffatti assai comune il caso di una fina grandine, mescolata alla pioggia che precede, dopo i primi goccioloni d' avviso, la scarica più violenta e copiosa della grandinata in massa.

F - Il vento « *vento di grandine* » che precede la caduta della gragnuola sul suolo.

In seguito a tali osservazioni è facile il rendersi ragione di quel vento, cotanto singolare e riconoscibile per l' indole sua, che si chiamò " vento di grandine „ perchè suol precedere l' irrompere delle grandinate. L' aria incontrata dalla nube addensatissima, gravida di gragnuola ed in via di piombare precipitosamente a terra, viene compressa in ragione diretta della velocità di quelle masse cadenti. Spinta a loro dinanzi, forma un' onda condensata che al pari di un enorme cuscino elastico, ben presto sfiora, rasenta e spazza la superficie del terreno che *obliquamente incontra;* attestando con tale obliquità caratteristica l' obliquità stessa della discesa verso terra della meteora imminente.

La poca altezza degli strati d' aria che partecipano a tale fenomeno e la compressione assai violenta cui furono assoggettati, spiegano la sensazione di caldo e di afa, che tal vento suol produrre ad intervalli. Rendesi perciò, ancor più sensibile, il forte abbassamento di temperatura che già spiegammo nel precedente periodo.

G - La velocità fino a sessanta chilometri all' ora delle nubi temporalesche.

Dal percorso, in media, delle nubi temporalesche, gravide di tempesta e cariche di elettricità, fu calcolato che la loro velocità di traslazione potesse giungere a 60 chilometri all' ora.

Probabilmente questa velocità, paragonabile a quella dei nostri treni diretti, non è frequente; sopratutto è variabile nelle diverse fasi di cadaun temporale, accrescendosi essa notabilmente nel periodo di abbassamento del nembo grandinifero; ossia quando il nembo oltre all' essere spinto dal vento, è accelerato dalla gravità, che chiama a terra lo sciame di gragnuoli proiettato nell' arco discendente della sua traiettoria.

H - Gli strappi o brandelli della parte inferiore della nube grandinifera.

Due circostanze intervengono per produrre nella regione inferiore di una nube grandinifera quelle stracciature, quelle frangie, quelle frastagliature che non furono peranco spiegate con certezza:

1° La rapida liquefazione dei fiocchetti e degli aghetti nevosi, fors' anco dei piccoli granuli, nella parte inferiore della nube già grandinifera e temporalesca, arrivata per progressiva discesa negli strati aerei men freddi di 0°, e il risalire in forma di piccole correnti ascendenti di una parte del vapor acqueo prodottosi in seguito alla liquefazione suddetta.

2° Il moto di veloce traslazione della nube grandinifera. L' attrito con l' aria,

della sua superficie inferiore, dove appunto i fenomeni ora citati inducono differenze di densità e di struttura, produce strappi e lacerazioni della massa e l' apparenza (fors' anco la realtà) di brani discendenti e striscianti che non tardano a dileguarsi.

I - La localizzazione o delimitazione in lunghe striscie delle aree percosse dalle gragnuole.

Questa particolarità delle grandinate può dirsi conosciuta da tutti; è una delle più caratteristiche, ed anche in diretta relazione col carattere dei danni prodotti dalle gragnuole, e colle norme per averne un compenso dalle Società assicuratrici.

Nella stessa guisa con cui vien ridotto allungato e fusiforme un corpo molto cedevole o rammollito o semifluido, dal moto rapido *e accelerato* di un mezzo scorrevole nel quale si trovi sommerso, così la nube grandinifera, spinta rapidamente dal vento, ormai sollecitata nella sua discendente parabola dalla gravità, e dovendo pur vincere la resistenza dell' aria, tende a farsi affusata o ellissoidale, ad assottigliarsi, ad acquistare una configurazione che dirò *cometiforme*.

Vi sarà senza dubbio un nucleo più addensato cui farà seguito una lunga coda di materia più rarefatta. Sarà perciò molto lunga e relativamente strettissima l' area nella quale cadranno i grani di grandine, giunto che sia il momento del loro precipitarsi sul suolo.

Risulta molto facile e chiara così la spiegazione *in ordine al moto della nube cadente*, del fatto frequentissimo di riscontrare investite dalla grandine lunghe e ristrette striscie di territorio, e del vedersi bene spesso le zone da essa devastate e nettamente distinte da altre limitrofe e completamente illese.

K - La rarità estrema dei temporali grandiniferi nei mesi invernali e nelle ore notturne. La non rara periodicità diurna dei temporali grandiniferi, se molto localizzati.

Secondo l' idea che sostengo, le colonne d'aria *che ascendono calde e umide verso regioni altissime dell'atmosfera* a produrvi il nevischio granulare, la gelida semenza di gragnuoli entro le nubi di aghi e di prismetti nevosi, non possono generarsi che su plaghe fortemente scaldate dal sole, e nelle ore del mattino o del meriggio. Ciò evidentemente esige, come condizione *sine qua non*, un sole cocente e mattinate lunghe; ossia le stagioni della primavera inoltrata e dell' estate.

Quelle colonne debbono costituirsi sopra aree circoscritte e non vaste, di terreni nudi, rocciosi, cui possano affluire liberamente masse di aria più condensata, e di vapor acqueo meno rarefatto.

Queste condizioni tendono a indurre nella distribuzione geografica dei temporali grandiniferi quella ristretta delimitazione, che può dirsi generalmente nota.

I temporali che riversano la grandine sul suolo nelle ore prime del mattino o della sera sono rarissimi, e si può sempre intendere la loro provenienza da

plaghe lontane, per forza di venti poderosi; perciò generatisi in ore assai distanti da quella della loro crisi finale.

Il fatto è dunque perfettamente spiegato; anzi, alla sua volta, esso conferma la teoria, perchè in alcun altro senso potrebbe darsene una esplicita ragione.

Qui nel Bolognese, e chissà in quanti altri luoghi, durante vari anni e nei primi mesi caldi, si è potuto notare un interessante fenomeno; quello della periodicità giornaliera dei temporali, bene spesso accompagnati da grandine.

Dai primi di maggio a circa metà di agosto il cielo era, nelle ore del mattino, sereno, splendido. Verso il mezzogiorno comparivano altissimi cirri, nubecole bianche che si facevano vie più fitte; poi il cielo diveniva nuvoloso, poi si annunziava un temporale; tuonava, cadevano i goccioloni e quindi la grandine; si scaricava infine qualche fulmine, si diradavano le nuvole, riapparivano le plaghe azzurre ed il sole, e tornava bello, sereno il rimanente del giorno.

Sembra cosa certa che in qualche data plaga non lontanissima di paese dove il calor solare scaldando fortemente il suolo, faceva salire molto in alto aria e vapor acqueo, tutti i giorni poteva ripetersi il fenomeno. Quest' aria e questo vapore, descrivendo una breve curva ascendente tendevano a ridiscendere appena raffreddatisi alla massima altezza raggiunta. Le prime porzioni di vapor acqueo condensatesi formavano i primi cirri, sicuramente nevosi; proseguendo la condensazione si accumulavano le nubi, probabilmente costituite di prismetti nevosi, di vapori vescicolari e di goccioline liquide a seconda della temperatura degli strati vie più bassi che incontravano; ed allorquando su tali nubi si precipitavano gli sciami di granuli congelati scendenti dalle più alte regioni si costituivano le condensazioni sferoedriche, ma senza forti propulsioni; quindi i gragnuoli cadevano con limitata grossezza, accompagnati per lo più dalla pioggia, mentre nella nube più addensata scoccavano poche scariche elettriche e rumoreggiava moderatamente il tuono.

L - La deficienza di grandinate nei temporali sotto i tropici o nelle regioni delle pianure o prossime al mare.

Il Réclus si rivolge questa prima dimanda (V. La Terre, T. II, pag. 435). " Perchè la caduta della gragnuola è un fenomeno cotanto raro sotto i tropici o „ almeno nelle regioni della pianura ? „

Colla esposta teoria è facile la risposta: perchè nelle regioni citate producesi cotanto vasto e perenne il moto ascensionale delle masse d'aria calda, ed è perciò così intenso e continuo il rinnovarsi degli strati alti dell' atmosfera e l' agitarvisi di correnti, che restano impedite o almeno in sommo grado contrastate le condizioni essenziali della meteora; vale a dire, prima, lo slanciarsi in alto da plaghe riscaldate di suolo, limitate da aree relativamente fredde, di colonne d' aria calda e di vapor acqueo, alla lor volta limitate tutt' all' intorno; seconda, il salire di

queste a considerevole altezza, incontrandovi bassissime e congelanti temperature; terza il ricadere dei gragnuoli di nevischio prodottisi, sopra una nube, più bassa e sottostante, tutta formata di prismi elementari di ghiaccio.

Questo vale implicitamente a dare risposta all' altra domanda dello stesso insigne geografo " perchè durante un secolo ha grandinato una sola volta all' A- „ vana? „ Si può, infatti, ritenere che ben difficilmente, nel cielo dell'Avana una colonna di aria molto calda possa localizzarsi fra strati freddissimi, essendo vastamente scaldata l' aria in quella latitudine, e troppo alti gli strati atmosferici di bassissime temperature; è dunque ben difficile che se una colonna di aria calda e di vapori acquei pur si eleva fino a questi strati, possa poi, ricadendo in forma di granuli di nevischio, incontrare strati relativamente bassi, calmi *e pur freddi,* occupati da nubi di cristallini di ghiaccio.

Infine, chiedendosi pure il Réclus: „ perchè la zona delle grandinate nei climi „ temperati è sempre molto più stretta di quella dell' uragano? „ si può rispondere che mentre per la formazione della grandine si esigono certe speciali circostanze sulla terra e nell' aria, certi rapporti di temperatura e con certi gradi di intensità che alla lor volta richiedono una circoscrizione assoluta nel campo della loro azione complessiva, rendendosi dunque soltanto possibile il fenomeno dove l' assieme di tali condizioni può realizzarsi, l' uragano non esige che una grande rarefazione dell' aria alla superficie del suolo, e un moto potente ascensionale con traslazione rapida e consecutiva di un' immensa colonna aerea, per generarsi.

Ciò che diciamo per le grandinate potrebbe fors' anco valere a spiegarci perchè d' inverno manchino quasi completamente i temporali, con fenomeni di elettricità atmosferica. Basta l'ammettere che questi fenomeni sieno normalmente dovuti allo stato elettrico dei poliedri solidi di acqua cristallizzata, e che la tensione (donde le scariche folgoranti), dipenda dalla rapida, quasi istantanea aggregazione e saldatura di tali poliedri in fiocchi o in globetti di ghiaccio, per comprendere che la condizione fondamentale, del subitaneo giungere negli alti strati atmosferici di masse o correnti di vapor acqueo, *con aria calda e rarefatta,* non può avvenire nella stagione in cui la superficie terrestre suol essere fredda e congelata sopra grandi estensioni, anche nelle zone temperate.

M - La possibile alternanza di pioggia e di grandine, o la concomitanza loro, durante un medesimo temporale.

Da molteplici cause, che facilmente si avvertono, può derivare la contemporaneità o l' alternanza delle piogge dirotte e delle grandinate, sopra una data superficie di suolo.

Possono, difatti, gli strati alti e freddi dell' aria, ma pur sottostanti a quelli dove si preparano e si svolgono le fasi di un temporale grandinifero, essere investiti da vapori che genereranno, con improvvisi nuvoloni, violenti acquazzoni, in

ciò favoriti dallo sciame grandinigeno o grandinifero che funzionerà da refrigerante e da condensatore. Ovvero, l'abbassarsi della nube temporalesca, e già grandinifera, fino a tuffar lo sciame dei gragnuoli e dei fiocchi cristallini in un ambiente men freddo, donde la liquefazione pronta e copiosa di tali elementi, e la pioggia che ne sarà la conseguenza. Ovvero i gragnuoli men grossi, meno compatti e meno rigidi potranno liquefarsi in gocce dopo di essersi separati dalla nube temporalesca, cadendo, e prima di toccare il suolo; ovvero l'area occupata, in alto, dalla detta nube, potrà essere investita da correnti o da vortici di aria calda, intermittenti, o dalla irradiazione di calore da superficie sottostanti di terreno nudo di vegetazione.

In tutti questi casi potrà aversi la pioggia insieme alla grandinata o alternativamente. L'effetto sarà facilitato se le tensioni elettriche saranno deboli nella nube; se la generazione dei granuli secchi, di nevischio, sovraincombenti alla nube che essi possono far diventare gravida di grandine e sede di temporale si esaurirà prontamente.

Può anche avvenire che tutta l'acqua cristallizzata nel cumulo temporalesco o in uno strato elevato di nubi si disciolga, per il suo abbassarsi, e per l'incontro di correnti poderose d'aria calda. In tal caso avrebbe potuto formarsi la grandine, ma non si avrà che pioggia; questa sarà peraltro accompagnata da subitanei abbassamenti di temperatura, dovuti sopratutto alla sottrazione dell'aria ambiente di tutto quel calore che fu impiegato alla liquefazione dei cristalli, ed alla parziale evaporazione dell'acqua liquida derivatane.

Io credo che un tal fenomeno avvenga tutte le volte che nei mesi caldi sentesi indotto un freddo intenso e repentino nell'aria da una pioggia improvvisa, di ordinaria portata; quel freddo fa generalmente supporre che sia caduta la grandine a piccola distanza o avvenuto qualche straordinario turbamento atmosferico.

7. L'azione delle foreste, sopratutto montane, sul fenomeno delle grandinate.

Fra le importanti conclusioni che possono trarsi dalla nuova teoria tiene sicuramente il primo posto questa:

Le foreste, segnatamente quelle sui monti, costituiscono un ostacolo possente alla formazione della grandine.

Se non che il senso di tale affermazione è alquanto diverso da quello fin ora supposto od ammesso.

Le foreste non agirebbero colle loro innumerevoli punte di rami e di foglie, solamente a guisa di scaricatori sulla elettricità delle nubi. Imperocchè vedemmo che questa elettricità, invece di star fra le cause, sta fra gli effetti del temporale grandinifero.

Esse impedirebbero invece, sul suolo da esse coperto, la formazione di colonne

ascendenti di aria caldissima, capaci di raggiungere alti livelli nell' atmosfera ed ivi farsi col vapore ad esse concomitante, fomiti di cristallizzazioni sferoedriche di semenze grandinigene e di gragnuole.

Le foreste sui monti possono altresì interrompere, o frenare, o deprimere colla loro azione frigorifera, *sensibilissima anche a grandi altezze dell' aria che loro sovraincombe,* il movimento e la portata di colonne calde ascendenti, formatesi nelle regioni circonvicine, o dirette sulle aree che esse stesse rivestono.

È probabile ancora che la mitezza indotta nei salti di temperatura dalle boscaglie, giovi nel medesimo senso. Ad ogni modo, circa alle due prime funzioni adesso indicate credo non possa sussistere alcun dubbio; la secolare esperienza autorizza e conforta una tale convinzione.

NOTA, a proposito del fenomeno descritto dal Colladon (pag. 155).

Il chiarissimo Prof. di Ginevra riferisce ad *una forte elettrizzazione* dei piccoli granuli *secchi* di acqua congelata, e supposti freddissimi, il curioso fenomeno del lor saltellare in varie direzioni, nell' atto di rimbalzare sul suolo, o di urtarsi fra loro.

Non credo che ciò possa attribuirsi all'essere quei gragnuoli elettrizzati. Mi pare più naturale il supporre che questo fenomeno derivi dal succedersi delle seguenti condizioni:

1ª La crosta che rapidamente formasi sui nuclei confusamente cristallini di ciascun granulo, li comprime e li costringe, perciò, a liquefarsi e a ridursi in istato di superfusione;

2ª In questo stato il congelarsi, solidificarsi e *dilatarsi* dell'acqua, avverrebbe istantaneamente, quasi con esplosione, se la resistenza della crosta potesse esser vinta; ora, questa è vinta diffatti allorquando, cadendo sul suolo, i gragnuoli in parte si fendono.

3ª L' aumento istantaneo del volume del nucleo, produce lo stesso effetto del rapido ritorno, al volume normale, deformato da un urto, nelle palle elastiche; ossia del loro rimbalzare sulle superficie urtate.

8. Riassunto.

Per intendere, adunque, la formazione della grandine nessuna ipotesi di condizioni eccezionali, necessarie, deve intervenire; imperocchè nulla avvi in tale fenomeno, di straordinario o di esclusivo; nessun privilegio compete all' acqua pel generarsi delle sue sferoedrie.

Le sferoedrie dell' acqua traggono il loro nascimento nei vasti cumuli, o nembi, di vapore acquoso, lassù nei freddi e alti strati della atmosfera, in piena analogia di quelle di *altri ossidi*, e di altri composti minerali, che si sviluppano nei depositi terrosi, stratificati, di sedimento, nelle bollette sommerse, nelle ganghe intrise, nei *magmas* amorfi, tanto alla superficie quanto nelle parti addentrate della crosta terrestre.

La modalità sferoedrica per aggregamento di particelle cristalline, nelle direzioni radiali di una sfera riproduce in conclusione, per mezzo di elementi solidi poliedrici, la isotropia delle masse liquide. La cristallizzazione da me chiamata " *sferoedrica* „, caratterizzata dalla struttura raggiata e dalla forma globulare o sferica delle masse, (talvolta variolitica, mamillonare, cilindroide, ecc.) è una delle espressioni della tendenza che possiedono le masse, capaci di cristallizzare, a disporsi *isotropicamente* attorno di un centro comune; questa tendenza comincia a palesarsi nelle goccie e nei globetti dei liquidi scorrenti sulle superficie *che essi non bagnano*, per giungere alle forme *pseudo-cubiche o pseudo-isometriche;* le quali già vedemmo date dall' assettamento, nelle direzioni degli assi esaedrici, o ottaedrici o dodecaedrici, di sei, di otto o di dodici elementi poliedrici, appartenenti ad uno qualunque degli altri gruppi di forme.

La sferoedria è possibile in qualsiasi corpo suscettibile di cristallizzare: ossia, è possibile, ed è effettivamente frequentissima, in tutti gli aggregati di particelle che, in altre condizioni e per iso-orientazione secondo linee di simmetria, potrebbero generare, invece, intorno ad assi coordinati di zone, i poliedri unitari, e i geminati dei cristalli comuni.

Sono incentivi alla sferoedria: 1° la rapidità degli assettamenti e la supersaturazione dei mezzi generatori dei cristalli; 2° la presenza di corpuscoli agglomerati, atti a servir di nuclei centrali ai complessi raggiati e sferoidali.

Quando negli aggregati tendenti alla sferoedria si costituiscono tre predominanti direzioni, come assi di simmetria ed in piani fra loro normali, le sferoedrie prismatico-raggiate fanno passaggio alle forme pseudo-cubiche.

I tre tipi morfologici della cristallizzazione (*tipo sferoedrico, tipo discoidale stel-*

lato, tipo unitario o normale) son presentati da quasi tutte le più notevoli specie cristalline del regno minerale.

Le correlazioni più intime sussistono fra le sferoedrie della grandine, e le modalità che potrebbero dirsi *grandinoidi* di un gran numero di specie minerali propriamente dette.

La grandine adunque è semplicemente lo *stato sferoedrico dell' acqua congelatasi;* come i cristalli di ghiaccio naturali e artificiali in prismi esagoni bi-piramidati, simili a quelli del quarzo, ne sono lo stato unitario e normale di cristallizzazione; come le stellette di neve ne sono la modalità discoidale-stellata.

Fra le specie minerali, si hanno forme e disposizioni stellate, le quali potrebbero dirsi *nevoidi*, in quest' ordine d' idee.

Le teorie che finora si proposero e si discussero sull' origine della grandine, sono combattute da obbiezioni e contrastate da circostanze di fatto; esse non possono d' altronde riferirsi che a talune delle più cospicue particolarità del fenomeno complesso dei temporali grandiniferi.

Invece, tutte le particolarità fisiche, strutturali e morfologiche della grandine, tutti i fenomeni precursori, concomitanti e consecutivi delle grandinate, le circostanze di periodicità, di topografia, di stato fisico delle nubi e via dicendo, e così le obbiezioni opposte alle altre teorie, *possono spiegarsi completamente colla teoria qui proposta;* la quale serve analogamente a spiegare tutte le conformazioni *grandinoidi e nevoidi* di altre sostanze minerali, eliminandosi qualunque idea di privilegi e di eccezioni, a favore di quella specie minerale ben definita che si chiama Acqua.

Ciò che nelle regioni alte dell' atmosfera determina la *sferoedria* (invece delle altre due modalità di tipo di cristallizzazione) consiste: nel precipitarsi che fa una moltitudine di granuli secchi e freddissimi, d' acqua congelata o di altra materia attenuata, negli strati più bassi, men freddi e relativamente umidi, occupati da nembi di aghetti nevosi in via di formazione, tendenti a saldarsi insieme per via di rigelo.

Quei granuli, penetrando nelle legioni di aghi nevosi, avvolti di vapor acqueo s' incrostano di ghiaccio e divengono i nuclei di rivestimenti concentrici, fibroso-raggiati, o sferoedrici d' acqua congelata; ossia dei gragnuoli di grandinate che si vanno così preparando.

Il vapore acqueo viene recato a grandi altezze dell' atmosfera, e perciò in regioni dove è molto bassa la temperatura, da colonne di aria calda e rarefatta, ascendenti da plaghe di territorio fortemente scaldate dall' azione del sole.

Perciò il fenomeno non può accadere che di estate e di giorno; ma può, in-

vece, in certi luoghi e in certe epoche estive, assumere temporaneamente, una tal quale periodicità.

Lo stato elettrico dell' aria può influire sulla formazione della grandine solamente in ragione del qualsiasi grado di carica elettrica che nei singoli prismetti nevosi dipende dall' attrito coll' aria durante le loro traslazioni in balìa del vento; risultandone reciproche attrazioni e orientazioni. Ma le fortissime cariche elettriche delle nubi temporalesche, grandinifere e le folgorazioni concomitanti e consecutive alle grandinate, sono la *conseguenza necessaria* della formazione dei grani di grandine. Esse rappresentano il portato definitivo del saldarsi insieme dei prismetti nevosi e dei piccoli grani, in grani più voluminosi; diminuendosi perciò enormemente la superficie dell' acqua solida cristallizzata su cui le cariche elettriche stavano in origine distribuite.

Mentre le teorie che già si avevano sui fenomeni delle grandinate, e specialmente sulla elettricità delle nubi temporalesche, avevano suggeriti per diminuire i disastri da essi fenomeni minacciati, taluni provvedimenti affatto inefficaci, può sperarsi che in seguito alla nuova idea sulle tensioni e le scariche elettriche delle nubi grandinifere e sulle genesi di queste, si riesca a qualche efficace e razionale sistema di difesa, o di prevenzione.

Il rigelo, interpretato come fenomeno dipendente non solo dalla temperatura di solidificazione ma, benanche, dalla iso-orientazione delle molecole, sulle superficie contigue del ghiaccio, in cui si produce, è un elemento essenziale nella formazione dei grani sferoidali e bene spesso multipi della grandine. Sembrami di esser in grado di affermare che nella teoria del rigelo le orientazioni cristallogeniche e l' ufficio dell' acqua come solidale nella formazione dei cristalli di diverse sostanze, vanno prendendo un rilevantissimo significato.

9. Provvedimenti per menomare i danni delle grandinate.

Da molti anni si è fatta allarmantissima in Italia la frequenza e la intensità dei disastri cagionati dalle grandinate. Si hanno fino a 40...50 violenti gragnuole, in ogni trimestre estivo.

Nulla di più desiderabile che il diminuire, possibilmente, colla loro violenza il loro maleficio.

Fintantochè si ritenne che lo stato elettrico delle nubi fosse la principale delle condizioni necessarie per il formarsi della grandine; o almeno, che ne venisse

favorita la intensità di questo fenomeno, le sole pratiche per mitigarne gli effetti disastrosi si ridussero a cercare il modo di scaricare nel suolo la elettricità delle nubi temporalesche; quindi l'analogia dei così detti *paragrandini* con i veri parafulmini per il principio su cui si basavano e per l' effetto definitivo che dovevano procurare.

Essendo sbagliato il concetto che indicava gli scaricatori della elettricità atmosferica come preservatori dalla gragnuola, la loro assoluta inefficacia risultava inevitabile. — La elettricità dei temporali *non essendo la causa ma invece l' effetto della formazione della grandine,* fors' anco dei prismetti e dei fiocchetti di neve, il cercare di scaricare le nubi per evitare quel flagello, siccome fecero, ad esempio, il Tholard, a Tarbes nei Pirenei francesi, e il Beltrami di Rivalta (nel 1823), può equivalere a cercare di affievolire il tuono per difendersi dal fulmine.

Ma se la formazione della grandine deriva realmente dal sollevarsi e dal pervenire a grandi altezze, di correnti calde di aria e di vapor acqueo, più facilmente che altrove generate, nei nostri climi, sulle superficie nude e scagliose delle montagne e sulle coste litorali; inoltre, dalla rapida e sferoedrica cristallizzazione dell' acqua, se uno stato particolare di condensazione paragonabile ne' cumuli di aghi e di fiocchi nevosi, alla supersaturazione delle soluzioni saline, è presunto come condizione *sine qua non* pel prodursi del fenomeno, risulta chiaramente additato l' indirizzo pratico da seguirsi per iscongiurare i danni della grandine.

Converrà diminuire per quanto si possa le superficie nude, scagliose e brulle del suolo, con rimboschimenti, con coltivazioni.

Inoltre; *converrà disturbare violentemente quello stato peculiare di condensamento cristallogenico.*

Probabilmente, basterà di rarefare quei cumuli e recarvi ad un tratto un disequilibrio termico o meccanico per paralizzare l' effetto temuto; a patto peraltro di operare sopra un numero bastevole di punti ed un numero sufficiente di volte. Non si tratta di diminuire d' una piccola frazione la predisposta energìa del fenomeno, *bensì di ottenere una sensibile riduzione dell' indole sua.*

Io son davvero dolente di non sentirmi in grado di proporre provvedimenti ben calcolati e di provata efficacia, tali cioè da potersi mettere immediatamente in pratica nei nostri paesi e pei nostri campi; od almeno in via di esperienza.

Mi limito a suggerire due cose; sottintendendosi sempre, per questo e per altri interessi anche più rilevanti il rimboschimento sui monti e sulle linee litorali:

1° Far arrivare nella nube temporalesca, od almeno nella sua maggior possibile vicinanza, alcune cariche di materie aventi fortissimo potere esplodente, e predisporle in modo che lo scoppio avvenga appunto quando si trovano al punto culminante della loro ascensione. La mia idea potrebbe formularsi così: *far abortire la meteora e fulminare la nube prima che questa partorisca la grandine, e divenga fulminatrice.*

Non so dire se meglio convenissero a tale intento i proiettili delle odierne potentissime e perfezionate artiglierie, le quali in tale impiego sostituirebbero, in singolar modo, un carattere nobilmente benefico e solidale con i veri interessi del paese, al carattere detestabilmente sanguinario ed economicamente disastroso che loro adesso unicamente spetta; o se potessero bastare le spolette adoperate pei fuochi d' artificio, ma appositamente migliorate e lanciate a maggiori altezze, profittando delle alture, che specialmente in Italia, sovrastano alle più ampie vallate e alle più ubertose pianure; ovvero se fosse preferibile il far giungere alla nube la sostanza detonante, e farvela esplodere mediante qualche aerostato. Tuttavia spero che una volta trovato giusto il principio, possa il talento di qualche meccanico, di qualche ingegnere, di qualche scienziato rivolgersi allo studio di un potente congegno per muover guerra ai temporali, piuttostochè ai popoli; per fare del bene, piuttosto che favorire le stragi.

2° Costituire nelle provincie più soggette al flagellante fenomeno dei consorzi di agricoltori e di possidenti, appunto per provvedere, nell' interesse comune, alle esperienze ed alle pratiche destinate a menomare il disastro.

Si tratta, in un paese come il nostro, di poche linee strategiche in questa guerra contro il flagello della grandine; si tratta di dar battaglia per pochi giorni dell' anno, e *soltanto presso quelle aree che sono fatalmente preferite dal flagello stesso, che segue in ogni plaga direzioni quasi determinate;* anzi, presso quelle sole aree sulle quali stendonsi le messi, i vigneti, gli olivi.

Ricordiamo che i temporali grandiniferi avvengono nei nostri climi soltanto nelle ore diurne; talvolta con una notevole periodicità, risultandone quasi facile il seguirne l' andamento in ciascuna stagione, il prevederne le direzioni, ed il calcolarne le altezze medie sul suolo cui sovrastano. D' altra parte sarebbe affatto superfluo il darsi pensiero di quelli che accennano a luoghi incolti, di quelli che si generano in periodi di tempo ne' quali non si hanno minacciate nè compromesse le raccolte di reale importanza. Rimangono dunque limitatissimi il tempo e lo spazio in cui i provvedimenti suggeriti dovrebbero normalmente ed energicamente mettersi in azione.

Tenuto conto del danno che in talune provincie agricole italiane può esser recato dalle grandinate, credo che la spesa per siffatto genere di tentativi sperimentali, e poscia per un regolare impianto di quelle provvidenze che si fosser trovate le più efficaci, le più semplici, e le meno dispendiose, risulterebbe insignificante; nè dovrebbe mancare il concorso benaugurato del Governo, come non manca per concessione di strumenti e di apparati agli Osservatorî di Meteorologia.

Alle reti di tali Osservatorî, in Italia ne abbiamo due, estese e crescenti, spetterebbe il còmpito di far noto il regime dei temporali grandiniferi e di segnalarne la formazione, l' andamento nei singoli casi; acquistando con ciò un titolo reale di benemerenza.

Comunque sia, se avvi una probabilità di giungere a menomare il danno delle grandinate, questa probabilità non può a meno di dipendere dalla conoscenza della natura vera del fenomeno. Senza conoscer bene il nemico che si deve combattere è difficile l' ottenerne vittoria. Sarei perciò sommamente lieto se avessi saputo agevolare la prima risoluzione del problema scientifico della formazione della grandine; se fossi riuscito ad affrettare quel giorno benaugurato in cui — data una Esposizione mondiale — nella galleria dell' Agricoltura, si vedessero, come burberi-benefici, di ferro o di bronzo, accanto agli aratri ed alle seminatrici, riconciliati e solidali per il bene vero delle genti, quei grossi e brutti cannoni che il genio della carneficina inventò per iscagliare orrendamente la morte, e per immolare le vite dei giovani vigorosi e baldi, elementi primi di forza e di prosperità nelle nazioni civili, ad intenti che le aberrazioni del senso morale alimentano e che l' Umanità maledice e condanna.

NOTA

Il Prof. T. Schwedoff, avverte subito la insufficienza degli sforzi di moltissimi scienziati, anche eminenti, per decidere sull'origine delle grandinate e ne rileva che è d'uopo cercar tale origine negli spazi cosmici. Dopo di essersi occupato a lungo della grossezza dei gragnuoli per dedurne la impossibilità che i più voluminosi (5.....6 Kgm. di peso) si sieno formati in seno all' aria, calcola la quantità di ghiaccio che può cadere nelle grandinate desumendolo dallo spessore degli strati, per affermare che nelle altre precipitazioni acquee dell' atmosfera *non cade che la decima parte di tale quantità.*

L'Autore peraltro, tenendo conto dello spessore dello strato di grandine, non tien conto della sua estensione in superficie; quindi del suo volume, risultandone erroneo e affatto vano questo dato comparativo. La grandine suol cadere sopra ristrettissime striscie di territorio ed ivi si accumula; la neve, la pioggia scendono per lo più sopra aree incomparabilmente più vaste; la precipitazione della grandine *si esaurisce in pochi istanti*, la pioggia e la neve, possono durare per molte e molte ore di seguito.

Un altro errore viene commesso dall' Autore quando afferma che il ghiaccio *non può aver altra temperatura che 0°,* e che ciò non si verifica per la grandine, imperocchè questa cade con temperature molto più basse di 0°, per esempio di 13° sotto zero. L' acqua solida (ghiaccio), può divenir più fredda, dopo di essersi congelata a zero, nello stesso modo con cui il solfo, il piombo, il bismuto divengono più freddi scendendo alle temperature dell' ambiente, dopo di essersi solidificati, o congelati rispettivamente a 110° a 325° etc. E la temperatura di — 13°, può spiegarsi agevolmente per la grandine senza ricorrere all' ipotesi della provenienza sua dagli spazi del cielo, riflettendo che i poliedrini elementari suoi componenti scendono da strati alti dell' atmosfera dove a circa otto chilometri fu notata la temperatura di — 21°, e che turbinando nell' aria, poi cadendo, subiscono oltracciò una rapidissima evaporazione.

Passa l' Autore a considerare la configurazione dei grani della grandine stessa. Offre al lettore alquante figure di questi grani, trascrivendo un brano della descrizione data da Abich della grandine caduta il dì 8 Giugno 1869 nel Caucaso. Trascrivo questo brano anch' io perchè fornisce un appoggio di più alla teoria che propongo. " La régularité des glaçons et l' originalité de leur structure „ imprimaient à ces corps un intérêt tout particulier. Un tiers de tous le grêlons „ tombés étaient des *spheroides parfaits* qui par leur forme aussi bien que par „ leur grosseur rassemblaient aux mandarins (Vedi fig. 1ª e 2ª, Tav. II). Le type „ commun à tous ces corps, trahissait l' existence d' une loi générale de leur

„ formation, et presentait, dans certains exemplaires, des variétés, lieés entre elles
„ par des formes intermediaires, et qui rappelaient les variétés des quelques types
„ du monde organique. „

Questa nota descrittiva rivela nel Prof. Abich una vera ammirazione per le apparenze imitative di produzioni organiche, realizzatesi nell' acqua che cristallizzandosi gela; ammirazione che forse sarebbe diventata entusiasmo se questo chiarissimo scienziato avesse veduto i fiori stupendi, come enormi e candide rose, come corolle fenomenali con larghi petali di ghiaccio, formatisi in terra, per la nevicata del Gennaio 1880 (1).

Altre consecutive descrizioni per parte dello Schwedoff non fanno che addimostrare nei chicchi di grandine i tipi di forme ad arnioni, a sferoidi, a discoidi, ad ellissoidi, e ad aggregati più o meno multipli o bernoccoluti, *che spettano a tutte quante le possibili e conosciute sferoedrie de' minerali terrestri.*

Io credo che basti la ostensione di esempi sferoedrici come quelli rappresentati nelle tavole I^{a} e II^{a}, per distruggere il significato della legge che a tale riguardo fu così espressa dallo Schwedoff: " la superficie esterna di un gragnuolo
„ sferoidale è una superficie di equilibrio o di livello di una massa fluida dotata
„ di rotazione intorno al suo asse. „

Questa legge è applicabile alle masse fluide e ruotanti; quindi può esser vera in altri casi speciali; ma non è applicabile al caso dei grani di grandine e dei minerali sferoedrici; o almeno lo è astrattamente.

In questi, la figura di sferoide, o altra figura di rivoluzione, vi è indotta puramente dall' *attrazione verso di un centro comune* delle particelle cristalline e *già solide.*

A pag. 746 del lavoro dello stesso Schwedoff si trova un altro errore. Egli dice:

" L' esperience nous enseigne que pour former un cristal regulier, de dimen-
„ sions tant soit peu considerables, un liquide a besoin d' un répos parfait et
„ prolongé. — Quant à l' eau on a beau prendre toutes les precautions possibles
„ pour la preserver contre les courants internes et les variations brusques de la
„ temperature pendant sa congelation, on n' arrive qu' à des cristaux de diménsions insignificantes et qui ont la forme de prismes hexagones et jamais celle
„ de pyramides. Il s' ensuit, à moin qu' on ne veuille faire aucun cas de la phy-
„ sique, que la formation d' un cristal pyramidal de glace de 15 à 20 millimetres
„ d' epaisseur dans l' espace de quelques minutes, quelque heures tout au plus

(1) V. nella Riv. scientif. italiana l' opuscolo: La singolare configurazione verticillata a grandi corolle florali della neve cristallizzata. Bombicci, Firenze 1881.

V. Scienza popolare ecc. dello stesso Autore. Bologna 1883.

V. Bombicci — Nuovi studî sulla poligenesi dei minerali ecc. Mem. Accad. — Bologna 1880 — P. I.

„ et au milieu de la force d' une témpête, doit être considerée comme un fait
„ pour le moin miraculeux. Or comme le miracule n' est pas du domaine de la
„ raison, nous sommes réduits à chercher l' origine de la grêle en dehors de notre
„ planête, dans l' espace interplanetaire. „

Qui l' errore consiste nel riferirsi, come ben si comprende, per parte dell' Autore alle cristallizzazioni delle sostanze saline disciolte in una soluzione, ed alla formazione dei veri cristalli regolari (monopoliedrici), anzichè delle modalità sferoedriche. Veramente in questo caso, quanto più calmo e prolungato è il processo, tanto più i cristalli risultano belli, nitidi e grossi. Ma questo processo cristallogenico non è quello che presiede alla formazione dei cristalli di acqua, nè dei grani di grandine. L' acqua non deve separarsi, molecola a molecola, da un solvente; non deve vincer resistenze di fluidi circumambienti alle particelle sue primordiali poliedriche; deve semplicemente obbedire alle attrazioni ed alle azioni orientatrici, che si eccitano fra le sue particelle contigue; essa può generare ad un tratto quasi istantaneamente i suoi cristalli, sopratutto se in istato di superfusione; nello stesso identico modo col quale in pochi istanti si formano i cristalli voluminosi di bismuto o di antimonio nelle masse fuse di antimonio o di bismuto, e quelli di solfo nello solfo liquefatto. In altro lavoro ho paragonato la istantanea cristallizzazione di date sostanze e in condizioni speciali a veri fenomeni di *esplosione*. Sarebbero *esplosioni per condensamento, o esplosioni negative* (1). D' altronde anche nella genesi dei cristalli per via delle soluzioni, è facile ed elegante l' esperienza del subitaneo incremento di un ottaedro di allume tuffato in una soluzione saturata a caldo dello stesso sale, raffreddatasi al punto da dar luogo al copioso precipitarsi di minime particelle saline, visibili perchè brillanti. L' ottaedro cresce e divien voluminoso a vista d' occhio; se non che le sue faccie son coperte da rilievi ottaedrici; non sono liscie, non sono levigate. Nulla perciò di più naturale che il rapido accrescersi di un prismetto esagonale di acqua, se su di esso, in circostanze speciali e non frequenti, si addensino e si compongano le miriadi di prismettini elementari, iniziali, di una nube nevosa, o se per la propria traslazione di spinta e di caduta, quel prismetto vada ad incontrare gli sciami in via di formazione. In pochi secondi quel prismetto *coll' aiuto del rigelo* sarà un cristallo o un gragnuolo. In ogni caso i cristalli prismatici esagonali e piramidati di acqua congelata non sono molto voluminosi, nè di eccezionale regolarità; tanto più se si tien conto della vastità enorme del mezzo che presiede alla loro generazione diretta.

Io non comprendo come dopo di aver fatto spiccare dalle descrizioni la regolarità di forma e la costanza nel tipo di struttura dei grani di grandine si possano trovare analogie, si possano istituire ravvicinamenti, fra la caduta delle gragnuole e quelle delle pietre meteoriche.

(1) Bombicci — Nuovi studî sulla poligenesi ecc. — 1879, pag. 742 ecc.

È appunto quella regolarità e quel tipo caratteristico che induce un abisso fra i due fenomeni; nella grandine, tipo costante sferoedrico; per la struttura simmetricamente cristallina; nelle meteoriti, frantumi informi a struttura confusamente granellosa, eterogeneamente clastica, e con fisiche proprietà di ordine affatto diverso.

Non meno insussistente sembrami il ravvicinamento pure istituito fra la cupezza delle nubi temporalesche e grandinifere e la tinta fosca del fumo che suole avvolgere le meteoriti. Le due cose nulla hanno a comune fra loro. La crescente oscurità dei nembi gravidi di tempesta e la bianchezza abbagliante dei cumuli pure temporaleschi si spiegano colla massima facilità pensando che quei nembi son composti di elementi per la massima parte già solidi, globulari o sferoidali, in ciascuno dei quali la rifrazione della luce fa parer nero il contorno se veduti per trasparenza (come avviene per le bollicine di aria che restano imprigionate ne' liquidi, per esempio nei preparati per microscopio); considerando che tali elementi s' interpongono talvolta fra i nostri sguardi e la parte più luminosa del cielo, nel qual caso le nubi sono fosche e nereggianti; si dispongono a forma di cumuli con superficie mammillonari, riflettenti i vivi raggi del sole o di luce diffusa, nel qual caso le nubi possono apparirci candidissime e risplendenti.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I.

FORME SFEROEDRICHE DI DIVERSE SPECIE MINERALI

(GRANDEZZA POCO MINORE DEL VERO)

Fig. 1ª — Solfo sferoedrico - Forma di globo, aderente ad un grosso cristallo multiplo, ottaedrico.

Fig. 2ª — Pirite a forma di panetto, con orli e creste in rilievo, circolari, concentriche.

Fig. 3ª e 10ª — Pirite, in noduli, globulari, o discoidi, a cercine, ad armilla ecc., con superficie irta di poliedrini, o di piccoli tubercoletti, mammelloni ecc., con struttura raggiata.

Fig. 11ª e 12ª — D.ª c. s. con superficiale idratazione.

Fig. 13ª — Ematite, mammellonare, raggiata.

Fig. 14ª — Malachite, c. s.

Fig. 15ª, 16ª e 17ª — Quarzo, a forma globosa irregolare, completa. Un es. segato con superficie a polimento.

Fig. 18ª e 19ª — Prehnite sferoedrica in forma di pallottole, con struttura raggiata.

Fig. 20ª — Websterite in pisoliti.

Fig. 21ª — Carbonato di calce in pisoliti.

Fig. 22ª — Bustamite, in gruppi sferoedrici, raggiati.

Fig. 23ª — Prehnite a forma di pera, con struttura raggiata. Es. segato con superficie a polimento.

Fig. 24ª e 25ª — Aragonite - Gruppo di cristalli prismatici, polisintetici, irraggianti dalla saldatura centrale.

Fig. 26ª — D.ª, a forma di scodelletta (comune nelle Argille scagliose).

Fig. 27ª — Celestina di Girgenti ; in ellissoide di cristalli, con struttura raggiata.

Fig. 28ª — Allumite della Tolfa, c. s.

Fig. 29ª — Websterite in pisoliti.

Fig. 30ª e 31ª — Baritina di Monte Paderno, in arnioni, sferoedrici.

Fig. 32ª — Azzurrite di Chessy, in arnioni c. s.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA II.

FORME SFEROEDRICHE DEI GRANI DI GRANDINE

(GROSSEZZA QUASI AL NATURALE)

Fig. 1ª e 2ª — Gragnuoli osservati dall' Albich nel 1869 a Bely-Klutche (Caucaso).

Fig. 3ª — Gragnuoli del tipo sferoidale, a struttura raggiata, più frequente e normale, di variabile grossezza.

Fig. 4ª — Gruppo di cristalli (fortemente ingrandito), del tipo dei gragnuoli caduti nell' Agosto 1876, a Grottaferrata presso Roma, e disegnati dal P.e Secchi. Somiglia a un gruppo di cristalli di quarzo jalino.

Fig. 5ª e 6ª — Gragnuoli di tipo discoide o lenticolare. Talvolta con orlo o cercine, marginale.

Fig. 7ª — Gragnuolo irto di rilievi piramidati, esagonali, piccoli e in parte disfatti dalla fusione.

Fig. 8ª Gragnuolo del tipo mammillonare, dato dalla saldatura di piccoli globuli.

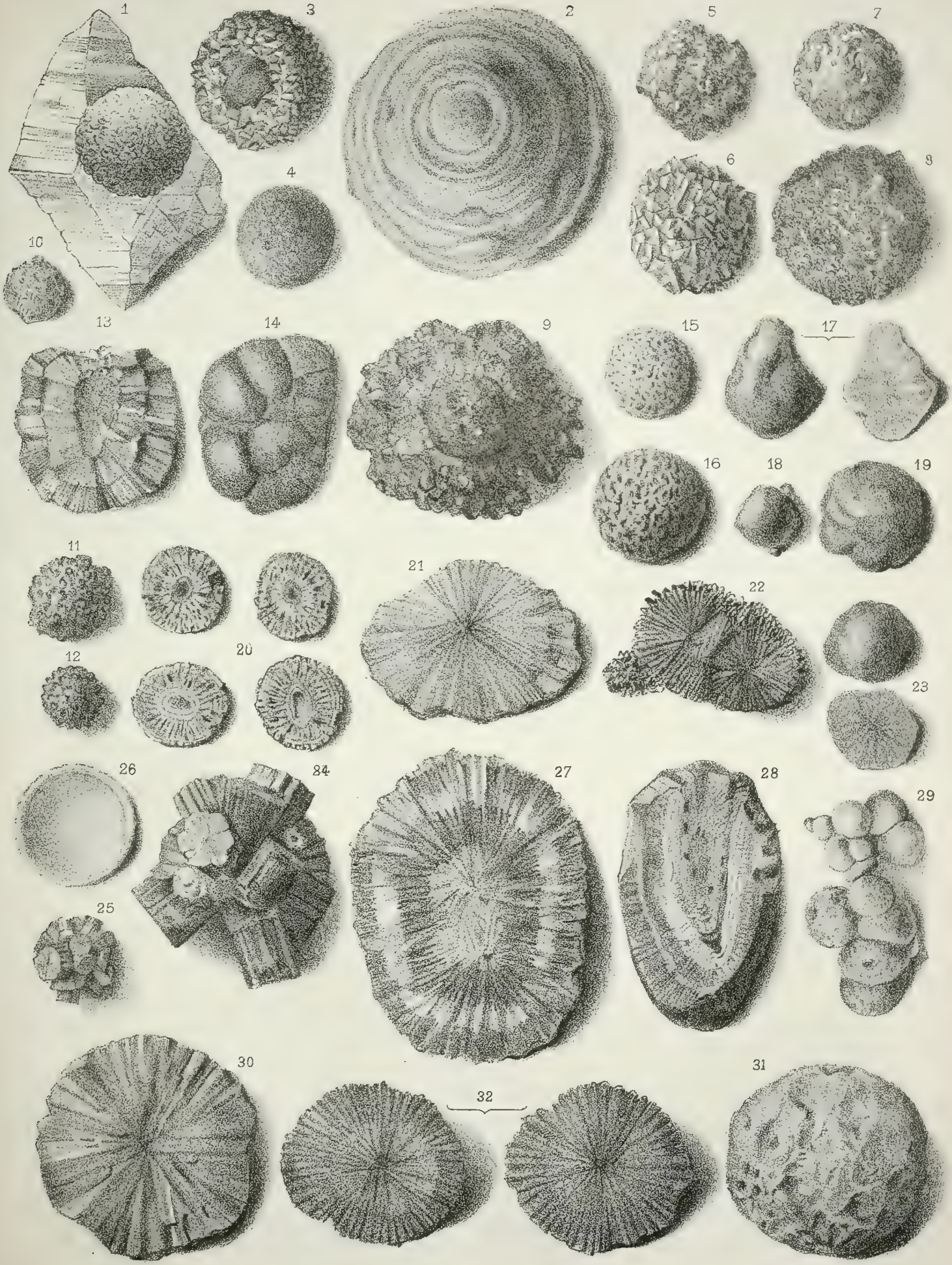
Fig. 9ª — Gragnuolo con grossi rilievi romboedrici o piramidati. Fa passaggio al tipo del N.° 4.

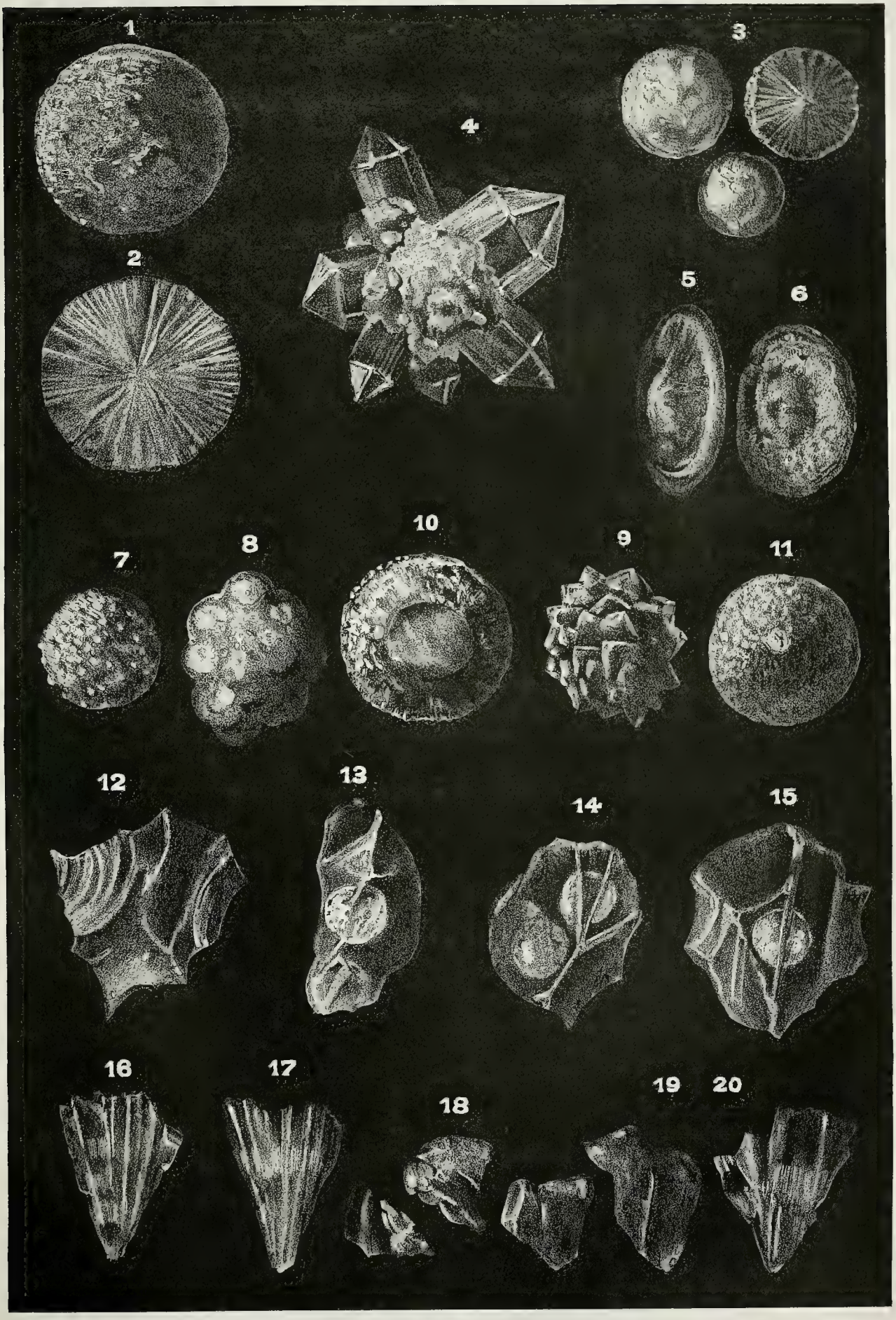
Fig. 10ª e 11ª — Gragnuoli discoidi o lenticolari limpidi, con nebulosità centrale.

Fig. 12ª — Scheggia informe di grosso gragnuolo, appena prodottasi.

Fig. 13ª, 14ª e 15ª — Gragnuoli globulari, a struttura granulare, avvolti da ghiaccio limpido e scheggiato (fenomeni di rigelo).

Fig. 16ª . . . . 20ª — Scheggie, o frammenti di gragnuoli, prodotti dallo spezzarsi di gragnuoli sferoidali, a zone concentriche ed a disposizione raggiata di cristallizzazione.


1
3
2
5
7
4
6
8
10
13
14
9
15
17
16
18
19
11
21
22
12
20
23
26
24
27
28
29
25
30
32
31



L.Bombicci, dis. dal vero. A.Baraldini, dis. in pietra. Lit. G Wenk e Figli — Bologna.

SULLA

RISOLUZIONE DELL' EQUAZIONE FUNZIONALE

$$\Sigma h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) = f(x)$$

A COEFFICIENTI RAZIONALI

MEMORIA

del Prof. SALVATORE PINCHERLE

(Letta nella Sessione 29 Aprile 1888).

---

§ 1. - Enunciato del problema; sua derivazione da un' inversione di integrale definito.

1. In una Memoria presentata nello scorso Febbraio a questa illustre Accademia, mi occupavo della soluzione dell' equazione

$$\Sigma h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) = f(x) \tag{1}$$

dove i coefficienti h_ν erano costanti rispetto alla x. Nel presente lavoro mi propongo invece di esaminare il caso assai più complicato, in cui le h_ν dipendono dalla x e più particolarmente sono funzioni razionali intere di questa variabile. Lo studio di questa equazione, per quanto imperfettamente esposto nelle seguenti pagine, non parrà certamente privo d' importanza a chi osservi che essa contiene come caso particolare le equazioni lineari a coefficienti razionali, tanto differenziali che alle differenze finite, che costituiscono uno degli argomenti più interessanti della analisi moderna e che formano il soggetto di tanti recenti lavori. È da notarsi che in questo studio avremo da incontrare un' equazione differenziale lineare a coefficienti trascendenti e da studiare il modo di comportarsi dei suoi integrali all' infinito, questione che per la sua novità mi sembra pure offrire qualche interesse.

2. In precedenti lavori, ho avuto più volte occasione di considerare espressioni della forma

$$A(u) = \int A(x, y)\, u(y) dy \tag{2}$$

(dove l' integrazione è eseguita lungo una linea determinata e dove $A(x, y)$ è una funzione data ed $u(y)$ una funzione variabile) come *operazioni funzionali* eseguite sulla $u(y)$ e che dànno come risultato funzioni della x. La $A(x, y)$ è stata detta *funzione caratteristica* dell' operazione (2), e si è visto come, essendo essa $A(x, y)$ una funzione analitica di x e d' y, anche il risultato dell' operazione sia, in classi estesissime di casi, una funzione analitica della x. Ricordiamo ancora come fra i problemi cui dà luogo lo studio della operazione (2), uno dei più interessanti per sè stesso e per le sue applicazioni sia l' *inversione* dell' integrale (2) cioè la risoluzione rispetto ad $u(y)$ della equazione funzionale

$$A(u) = f(x) , \tag{3}$$

dove $f(x)$ è una funzione analitica data; e per l' ordine di idee in cui mi sono posto, mi limito a quelle soluzioni della (3) che sono funzioni analitiche.

Ora, l' equazione (1) che forma l' oggetto di questa Memoria mi si è presentata appunto come conseguenza di un' inversione d' integrale definito. Volendo dunque indicare la via che ad essa equazione mi ha condotto, comincerò dal trattenermi alquanto su quel genere di problemi d' inversione che opportunamente specificato, ci porta all' equazione (1).

§ 2. Operazioni funzionali le cui funzioni caratteristiche soddisfano a certe equazioni a derivate parziali. — I polinomî dell' Appell generalizzati.

3. Una classificazione delle operazioni funzionali della forma (2) andrà certamente fondata sulle proprietà della funzione caratteristica: si potranno per esempio aggruppare in una stessa famiglia quelle operazioni le cui funzioni caratteristiche soddisfano alla medesima equazione a derivate parziali. In particolare si potrebbe supporre questa equazione della forma

$$\Sigma_h \Sigma_k A_{hk}(x, y) \frac{\partial^{h+k} A(x, y)}{\partial x^h \partial y^k} = 0 \tag{4}$$

dove le A_{hk} sarebbero funzioni razionali intere in x ed y; in tal caso, sviluppando la $A(x, y)$ in serie della forma

$$A(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A(x)}{y^{n+1}} , \tag{5}$$

i coefficienti $A(x)$ soddisfarebbero ad una equazione mista differenziale ed alle differenze ed il problema d' inversione dell' integrale coinciderebbe collo sviluppo

di una funzione $f(x)$ in serie di tali funzioni $A_n(x)$. Si potrebbero anche cercare le condizioni di convergenza delle serie procedenti per tali funzioni, serie che contengono come caso particolare quelle considerate dal sig. Poincaré (*); ma su ciò mi propongo di tornare in altra occasione.

4. Per giungere all' equazione che costituisce l' oggetto del presente lavoro, esaminerò una forma speciale dell' equazione a derivate parziali (4), e precisamente l' equazione

$$(6)\qquad \frac{\partial^{m+1}A}{\partial x^{m+1}} + (m+1)\frac{\partial^{m+1}A}{\partial x^m \partial y} + \binom{m+1}{2}\frac{\partial^{m+1}A}{\partial x^{m-1}\partial y^2} + \cdots + \frac{\partial^{m+1}A}{\partial y^{m+1}} = 0$$

che si può scrivere simbolicamente

$$(6)'\qquad \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\right)^{(m+1)} A = 0 .$$

Sviluppando un integrale di questa equazione in serie della forma (5), i coefficienti $A_n(x)$ soddisfaranno all' equazione mista differenziale e alle differenze

$$(7)\qquad A_n^{(m+1)}(x) - (m+1)nA_{(n-1)}^{(m)}(x) + \binom{m+1}{2}n(n-1)A_{n-2}^{(m+1)}(x) - \cdots$$
$$+ (-1)^{m+1}\, n(n-1)\ldots(n-m)A_{n-m-1}(x) = 0 ,$$

dove gl' indici superiori sono indici di derivazione rispetto alla variabile x.

L' integrazione dell' equazione (6) alle derivate parziali si può eseguire come segue:

Avendosi l' equazione del prim' ordine

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} = 0 ,$$

l' integrale si ha subito nella forma

$$A(x, y) = \Phi(y - x)$$

essendo Φ un simbolo di funzione arbitraria. Dalla equazione del second' ordine

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0$$

(*) American Journal of Mathematics, T. VIII. *Sur les équations linéaires aux différentielles ordinaires et aux différences finies*, § 7.

ossia

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial y}\right)=0$$

si ha

$$\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial y}=\Phi(y-x)\ ,$$

ed applicando il metodo generale per la risoluzione delle equazioni lineari a derivate parziali del prim' ordine, si ottiene

$$A(x,y)=\Phi_0(y-x)+x\Phi_1(x-y)\ .$$

Supponiamo ora dimostrato fino all' indice m che l' integrale generale di

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)^{(m)}F=0$$

sia

$$F=\Phi_1(y-x)+x\Phi_2(y-x)+x^2\Phi_3(y-x)+\cdots\cdots+x^{m-1}\Phi_m(y-x)\ ,$$

essendo sempre le Φ_i simboli di funzioni arbitrarie; si avrà

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)^{(m+1)}A=\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)^{(m)}\left(\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial y}\right)=0$$

onde

$$\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial y}=\Phi_1(y-x)+x\Phi_2(y-x)+\cdots\cdots+x^{m-1}\Phi_m(y-x)\ ,$$

ed applicando ancora il più volte ricordato metodo delle equazioni lineari del prim' ordine, si ha infine l' integrale generale della (6) nella forma

$$A(x,y)=\sum_{k=0}^{m}x^k\Phi_k(y-x)\ . \tag{8}$$

5. L' equazione mista differenziale e alle differenze (7) merita una speciale osservazione. Anzitutto si vede senza difficoltà che ad essa si può soddisfare mediante un sistema di polinomî $A_n(x)$ di grado $m+n$, $(n=0,1,2,\ldots\infty)$, ognuno dei quali contiene $m+1$ coefficienti arbitrarî. Questi polinomî si possono riguardare come una generalizzazione di quelli considerati dal sig. Appell, i quali si potrebbero dire *dell' ordine* zero, mentre quelli che soddisfano all' equazione (7) si diranno

dell' ordine m. Se indichiamo per brevità con $TA_n(x)$ o semplicemente con TA l' operazione funzionale

$$\frac{\partial A_n}{\partial x} - nA_{n-1} ,$$

si avrà

$$T^2A = A_n'' - 2A_{n-1} + n(n-1)A_{n-2} ,$$

ed in generale si verifica assai facilmente che l' equazione (7) si può scrivere

$$T^{(m+1)}A_n(x) = 0 .$$

I polinomî che soddisfano a questa equazione si possono esprimere senza difficoltà mediante polinomî di Appell dell' ordine zero; infatti se si pongono nella (8) in luogo delle funzioni arbitrarie $\Phi_k(y-x)$ sviluppi in serie di potenze negative di $y-x$, si ha

$$\Phi_k(y-x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_{k,n}(x)}{y^{n+1}}$$

dove le $U_{k,n}$ sono polinomî di Appell dell' ordine zero, donde

$$A_n(x) = U_{0,n} + xU_{1,n} + \cdots + x^n U_{m,n} ,$$

e ciò conferma quanto si è detto di sopra sul numero di coefficienti arbitrarî in questi polinomî d' ordine superiore.

Il problema d' inversione (3) coincide dunque nel nostro caso colla ricerca dello sviluppo di una data funzione in serie di polinomî di Appell d' ordine superiore.

6. Ma il medesimo problema d' inversione racchiude pure un' altra questione: se infatti supponiamo scelte le funzioni arbitrarie della (8) per modo che, lungo la linea d' integrazione, esse ammettano uno sviluppo in serie di potenze intere negative di $y-x$ e sia

$$\Phi_k(y-x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{k,n}}{(y-x)^{n+1}} ,$$

ne viene che la (3) diventa

$$(9) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (a_{0,n} + a_{1,n}x + \cdots + a_{m,n}x^m) \frac{\varphi^{(n)}(x)}{n!} = f(x) ,$$

dove si è posto

$$\varphi(x) = \int \frac{u(y)dy}{y - x} . \tag{10}$$

Il problema d' inversione espresso dalla (3) conduce dunque alla risoluzione di un' equazione differenziale lineare a coefficienti razionali e di ordine infinito.

§ 3. Forma speciale delle funzioni arbitrarie che conduce all' equazione (1). Trasformazione di Laplace.

7. Facendo sulle funzioni arbitrarie $\Phi_k(z)$ una ulteriore limitazione, supponendo cioè che esse siano funzioni razionali nulle all' infinito e coi poli nei punti $0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_p$, dall' equazione (3) si viene alla (1), argomento della presente Memoria. Nella ipotesi fatta, sarà

$$\Phi_k(z) = \sum_{\nu=0}^{p} \sum_{\lambda=1}^{r_\nu} \frac{g_{k\,\nu\,\lambda}}{(z - \alpha_\nu)^\lambda} \qquad (\alpha_0 = 0)$$

onde, tenuta presente la posizione (10), l' equazione (3) si trasforma in

$$\sum_{k=0}^{m} \sum_{\nu=0}^{p} \sum_{\lambda=1}^{r_\nu} \frac{g^{k,\nu,\lambda}}{\lambda!} x^k \frac{d^\lambda \varphi(x + \alpha_\nu)}{dx^\lambda} = f(x) , \tag{11}$$

equazione funzionale molto generale che racchiude in sè le equazioni differenziali e alle differenze lineari ed a coefficienti razionali. Però, siccome la ricerca che vogliamo intraprendere su questa equazione non si muta essenzialmente supponendo i poli delle funzioni $\Phi_k(z)$ tutti semplici, noi ci atterremo a questo caso, in cui la forma dell' equazione (11) viene notevolmente semplificata, riducendosi alla

$$\sum_{\nu=0}^{p} h_\nu(x) \varphi(x + \alpha_\nu) = f(x) , \qquad (\alpha_0 = 0) \tag{1}$$

con

$$h_\nu(x) = \sum_{k=0}^{m} g_{k,\nu} x^k .$$

In questa ipotesi, i polinomî di Appell d' ordine superiore, di cui si è parlato a N. 5, assumono la forma:

$$A_n(x) = \sum_{k=0}^{m} x^k \left(g_{k,0} x^n + g_{k,1} (x + \alpha_1)^n + \cdots + g_{k,p} (x + \alpha_p)^n \right) .$$

8. Per lo studio dell' equazione (1) giova assai una equazione trasformata analoga a quella che il sig. Poincaré impiega nei suoi studî sugl' integrali irregolari delle equazioni lineari. Onde ottenere questa equazione trasformata, scriviamo prima i coefficienti $h_\nu(x)$ dell' equazione (1) sotto la forma

$$h_\nu(x) = \sum_{k=0}^{m} q_{k,\nu}(x + \alpha_\nu)^k \ ;$$

indi poniamo

$$\varphi(x) = \int e^{xt}\psi(t)dt \ , \qquad f(x) = \int e^{xt}\chi(t)dt \ , \tag{12}$$

gl' integrali essendo estesi ad una linea da determinarsi convenientemente, come si vedrà in appresso. Si ottiene allora integrando per parti $m - 1$ volte successive e supponendo nulla la parte ai limiti ad ogni integrazione:

$$x\varphi(x) = -\int e^{xt}\psi'(t)dt$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x^m\varphi(x) = (-1)^m \int e^{xt}\psi^{(m)}(t)dt$$

onde anche

$$(x + \alpha_\nu)^k\varphi(x + \alpha_\nu) = (-1)^k \int e^{xt}e^{\alpha_\nu t}\psi^{(k)}(t)dt \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots m) \ . \tag{13}$$

Con ciò, l' equazione (1) si trasforma nella

$$\sum_{s=0}^{m} (-1)(q_{s,0} + q_{s,1}e^{\alpha_1 t} + q_{s,2}e^{\alpha_2 t} + \cdots + q_{s,p}e^{\alpha_p t})\psi^{(s)}(t) = \chi(t) \ . \tag{14}$$

Otteniamo così un' equazione differenziale lineare i cui coefficienti sono funzioni trascendenti intere formate con un numero finito di esponenziali; essa si dirà la *trasformata di Laplace* dell' equazione (1).

9. Insieme all' equazione (3) si può considerare l' altra

$$\int A(x, y)\, u(y)dy = 0 \ ,$$

che equivale, essendo la $A(x, y)$ della forma (8):

a) alla ricerca degli sviluppi dello zero secondo un sistema di polinomî di Appell d' ordine superiore ;

b) alla risoluzione di un' equazione differenziale lineare omogenea ad infiniti termini e a coefficienti polinomî ;

c) e particolareggiando le funzioni arbitrarie come è detto a N. 7, all' equazione funzionale lineare omogenea

$$\Sigma h_\nu(x)\varphi(x+\alpha_\nu) = 0 \tag{15}$$

che ammette per trasformata di Laplace la

$$\sum_{s=0}^{m}(-1)(q_{s,0}+q_{s,1}e^{\alpha_1 t}+\cdots\cdots+q_{s,p}e^{\alpha_p t})\psi^{(s)}(t) = 0\ . \tag{16}$$

Come nella teoria delle equazioni differenziali lineari offrono maggior interesse le equazioni omogenee, alle quali si riconducono in sostanza le altre, così anche per noi presenterà precipua importanza la equazione (15) insieme alla sua trasformata. Incominceremo dunque dall' esame di queste, il che ci porgerà l' occasione di osservare come i metodi coi quali il sig. Poincaré nella sua Memoria del T. VII dell' *American Journal of Mathem.* studiò gl' integrali delle equazioni differenziali lineari a coefficienti polinomî, si possono applicare ad equazioni funzionali come la (15), equivalente in ultima analisi ad equazioni differenziali d' ordine infinito.

§ 4. L' equazione (15), la sua trasformata e le sue soluzioni intere.

10. Dalla teoria generale delle equazioni differenziali lineari è noto che la equazione (16), che scriverò

$$\sum_{s=0}^{m}(-1)^s q_s(t)\psi^{(s)}(t) = 0\ ,$$

ammette nell' intorno di ogni punto a distanza finita nel piano t, m integrali a carattere razionale intero e lineamenti indipendenti: eccettuato l' intorno dei punti radici della equazione

$$q_m(t) = q_{m,0}+q_{m,1}e^{\alpha_1 t}+q_{m,2}e^{\alpha_2 t}+\cdots\cdots+q_{m,p}e^{\alpha_p t} = 0\ . \tag{17}$$

Questi punti-radici sono però punti singolari ordinarî dell' equazione differenziale, e la teoria del Fuchs c' insegna il modo di comportarsi degli integrali nell' intorno di essi. Il punto $t=\infty$ è invece un punto singolare irregolare ; esso è inoltre il punto-limite delle radici della (17). Ma è necessario osservare che questi punti si condensano soltanto in certe direzioni in numero finito, e che ho chia-

mate *direzioni-limiti* (*). In altre parole, al crescere indefinitamente di t in una direzione qualunque, si potrà in generale trovare un numero positivo σ tale che per $|t| > \sigma$ la $q_m(t)$ non si annulli più. Vi è eccezione solo per alcune direzioni in numero finito (direzioni-limiti) che sono quelle per le quali due o più dei prodotti $\alpha_\nu t$ assumono la stessa parte reale; posto cioè

$$t = \tau(\cos\lambda + i \operatorname{sen}\lambda) , \qquad \alpha_\nu = \gamma_\nu + i\delta_\nu ,$$

le direzioni-limiti si hanno sotto la condizione necessaria (non sufficiente)

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{\gamma_\nu - \gamma_\mu}{\delta_\nu - \delta_\mu} , \qquad \binom{\mu}{\nu} = 0, 1, 2, \ldots p . \tag{18}$$

di cui è facile dare una interpretazione geometrica, sulla quale però non giova trattenerci.

11. Sia $\psi(t)$ un integrale qualunque della (16) e si formi

$$\varphi_i(x) = \int_{(l_i)} e^{xt}\psi(t)dt , \tag{19}$$

essendo l_i una linea chiusa del piano t, che racchiuda alcuni dei punti singolari dell'equazione differenziale (radici della (17)) senza però passare per alcuno di questi punti. Sia a un punto qualunque della linea l_i: si integri per parti la (19) e la espressione ai limiti si calcoli partendo dal punto a e tornando al medesimo punto dopo di avere percorsa la linea l_i. Si otterrà così una espressione della forma

$$x\varphi_i(x) = c_1 e^{ax} - \int_{(l_i)} e^{xt}\psi'(t)dt$$

e ripetendo l'integrazione per parti si giungerà all'eguaglianza

$$x^k\varphi_i(x) = e^{ax}(c_1 x^{k-1} + c_2 x^{k-2} + \cdots + c_k) + (-1)^k \int_{(l_i)} e^{xt}\psi^{(k)}(t)dt ,$$

e quindi, moltiplicando l'equazione (16) per e^{xt} ed integrando lungo il contorno l_i, si avrà

$$\sum_{\nu=0}^{p} (q_{0,\nu} + q_{1,\nu}(x+\alpha_\nu) + \cdots + q_{m,\nu}(x+\alpha_\nu)^m)\varphi_i(x+\alpha_\nu) = e^{ax}(c_{i,0} + c_{i,1}x + \cdots c_{i,m-1}x^{m-1}).$$

(*) *Sulla risoluzione dell'equazione* $\Sigma h_\nu\varphi(x+\alpha_\nu) = f(x)$, *a coefficienti costanti*, § 5 (Mem. dell'Accad. delle Scienze di Bologna, S. IV, T. IX, 1888).

Prendiamo ora $m+1$ contorni differenti che escano tutti dal punto a, ma che racchiudano gruppi diversi di radici della (17) : avremo così $m+1$ funzioni φ_i, $(i = 1, 2, 3, \ldots m+1)$; e se porremo

$$\varphi(x) = K_1\varphi_1 + K_2\varphi_2 + \cdots\cdots + K_{m-1}\varphi_{m+1}$$

e determineremo le K in modo che sia

$$K_1 c_{1,h} + K_2 c_{2,h} + \cdots\cdots + K_{m+1} c_{m+1,h} = 0 \qquad (h = 0, 1, 2, \ldots m-1)$$

(il che è possibile in generale, per essere le radici di (17) in numero infinito e le linee l_i racchiudendo gruppi arbitrarî di queste radici) la funzione $\varphi(x)$ soddisfarà all' equazione funzionale (15). Una soluzione di questa equazione è dunque data nella forma

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{m+1} K_i \int_{(l_i)} e^{xt}\psi(t)dt \tag{20}$$

essendo $\psi(t)$ uno o l' altro degl' integrali della (16), e le K costanti determinate come è stato indicato. Ma nella (20), in cui le linee d' integrazione sono di lunghezza finita, l' esponenziale si può svolgere in serie e si può quindi integrare termine a termine per qualunque valore di x; da cui segue che le soluzioni dell' equazione (15) date dalla (20) sono funzioni trascendenti intere.

12. Una di queste soluzioni intere può, sotto certe condizioni, essere data da un solo integrale, preso lungo una linea che unisca due radici a e b della equazione (17) senza passare per altre radici dell' equazione stessa. Le condizioni perchè ciò accada si trovano senza difficoltà fondandosi sulla nota teoria del Fuchs ; basta cioè che a e b siano radici semplici della (17), e che le quantità

$$\frac{q_{m-1}(a)}{q_m'(a)}, \qquad \frac{q_{m-1}(b)}{q_m'(b)}$$

abbiano la parte reale positiva. Infatti, sotto queste condizioni, l' equazione differenziale (16) ammette nell' intorno del punto a, $m-1$ integrali regolari e l' m^{sima} della forma

$$\psi(t) = c_0(t-a)^{m-1+\frac{q_{m-1}(a)}{q_m'(a)}} + \text{potenz. super. di } (t-a) ,$$

e quindi, se è

$$\frac{q_{m-1}(a)}{q_m'(a)} > 0 ,$$

$\psi(t)$ è nulla colle sue $m-1$ prime derivate per $t=a$; analogamente per $t-b$, talchè sono soddisfatte le condizioni ai limiti indicate a N. 8, e la

$$\varphi(x) = \int_a^{\infty} e^{xt}\psi(t)dt$$

è, se l' integrale $\psi(t)$ è preso opportunamente, una soluzione trascendente intera della nostra equazione funzionale.

§ 5. Soluzioni non intere dell' equazione (15).

13. Oltre alle soluzioni intere trovate per l' equazione (15) nel § precedente, esistono anche altre soluzioni delle quali ci vogliamo occupare: ci proponiamo cioè di studiare se si può soddisfare alla (15) mediante espressioni della forma

$$(19)' \qquad \varphi(x) = \int e^{xt}(t)dt$$

supponendo infinito uno od ambedue i limiti dall' integrazione.

A questo studio è necessario di premettere la ricerca del modo di comportarsi del prodotto $\psi(t)e^{xt}$ quando t tende all' infinito in una data direzione; e a questa ricerca si presta assai opportunamente un teorema dovuto al sig. Poincaré (*).

In ciò che segue indicherò con $l(\lambda', \lambda'')$ una linea che venendo dall' infinito nella direzione λ', (**) torna all' infinito nella direzione λ'', escludendo sempre che questa linea passi per qualche radice dell' equazione (17); escludendo pure che λ' o λ'' siano direzioni-limiti.

14. Supponiamo prima che t vada all' infinito nella direzione dell' asse reale e positivo; aggiungiamo l' ipotesi (dalla quale si potrebbe però facilmente prescindere) che le α_ν abbiano tutte la parte reale dello stesso segno, p. es. positivo. Inoltre la direzione dell' asse reale positivo non sia una direzione-limite: ne segue che due delle α_ν non hanno la medesima parte reale; perciò fra le α_ν ve ne sarà una avente la massima parte reale, e sia la α_p. Infine supponiamo che $q_{m,p}$ sia diverso da zero.

In queste ipotesi, il rapporto $q_s(t) : q_m(t)$ tenderà, per $t = +\infty$, al limite finito e determinato

$$\frac{q_{s,p}}{q_{m,p}};$$

(*) American Journal of Mathematics, T. VIII, 1885, § 1.

(**) Con *direzione* λ s' intende sempre la direzione che fa l' angolo λ coll' asse delle quantità reali e positive nel piano t.

segue da ciò, per l'accennato teorema del sig. Poincaré, che se si indica con g la minima parte reale delle radici dell' equazione

$$q_{m,p}\,z^m + q_{m-1,p}\,z^{m-1} + \cdots + q_{1,p}\,z + q_{0,p} = 0\ , \tag{21}$$

i prodotti

$$\psi(t)e^{xt}\ , \qquad \psi'(t)e^{xt}\ , \ldots \qquad \psi^{(k)}(t)e^{xt}$$

tenderanno a zero col tendere di t all' infinito, per ogni x la cui parte reale sia minore di g.

Prendendo dunque x in modo che la parte reale di $x + \alpha_p$, (e quindi a fortiori di x, $x + \alpha_1, \ldots x + \alpha_{p-1}$) sia minore di g, le espressioni

$$\int e^{(x+\alpha_\nu)t}\psi^{(k)}(t)dt$$

avranno un significato e rappresenteranno funzioni analitiche di x, anche se l' integrazione è estesa ad una linea $l(0, 0)$ che venga dall' infinito reale e positivo e torni all' infinito nella medesima direzione: e con queste si sarà soddisfatto alle eguaglianze (13). L' espressione (19)' dove l' integrazione è eseguita lungo questa linea $l(0, 0)$, ci dà pertanto una soluzione dell' equazione funzionale (15).

Si ottiene anche, sotto certe condizioni, una soluzione dell' equazione (15) prendendo la (19)' estesa ad una linea d' integrazione che da un punto singolare della (16) cioè da una radice a dell' equazione (17), va all' infinito nella direzione dell' asse reale positivo. La teoria del sig. Fuchs c' insegna che le condizioni a ciò necessarie sono: che la radice a sia semplice, che $\frac{q_{m-1}(a)}{q_m'(a)}$ abbia la sua parte reale positiva, e che l' integrale ψ sotto il segno sia quell' integrale particolare che nell' intorno di a si annulla come

$$(t - a)^{m + \frac{q_{m-1}(a)}{q'_m(a)} - 1}\ .$$

15. Supponiamo invece che la variabile t si allontani indefinitamente secondo una direzione λ' che non sia direzione-limite. Porremo

$$t = \tau(\cos\lambda' + i\,\mathrm{sen}\,\lambda')\ , \qquad \alpha_\nu = \gamma_\nu + i\delta_\nu\ ,$$

e poichè λ' non è direzione-limite, le quantità

$$0\ , \qquad \gamma_1\cos\lambda' - \delta_1\,\mathrm{sen}\,\lambda'\ , \ldots \qquad \gamma_p\cos\lambda' - \delta_p\,\mathrm{sen}\,\lambda'$$

saranno tutte diverse fra loro, e ve ne sarà una massima: sia quella d'indice μ; allora per $\tau = \infty$, il rapporto $q_s(t) : q_m(t)$ tenderà a

$$\frac{q_{s,\mu}}{q_{m,\mu}},$$

dove si suppone $q_{m,\mu}$ diverso da zero. Applicando di nuovo il ricordato teorema del Poincaré, se si potrà determinare un campo di valori di x nel quale le parti reali di

$$(\zeta_s + x + a_\nu)e^{i\lambda} \qquad \begin{pmatrix} s = 1, 2, \ldots m \\ \nu = 0, 1, 2, \ldots p \end{pmatrix}$$

siano negative, essendo le ζ_s le radici dell' equazione

$$(21)' \qquad q_{m,\mu} z^m + q_{m-1,\mu} z^{m-1} + \cdots + q_{0,\mu} = 0 ,$$

per ogni valore di x preso in questo campo, il prodotto $\psi(t)e^{xt}$ tenderà a zero. Se dunque determineremo due direzioni λ', λ'' che non siano direzioni-limiti, e corrispondentemente un campo di valori di x soddisfacenti alle condizioni ora dette rispetto a λ' e alle analoghe per λ'', l' integrale (19)' esteso alla linea $l(\lambda', \lambda'')$ ci darà, per quei valori di x, una soluzione dell' equazione (15).

16. Immaginiamo il piano t diviso in settori S separati dalle direzioni-limiti. Se la linea $l(\lambda', \lambda'')$ è tutta in uno stesso settore S, l' equazione (21)' serve tanto per la λ' quanto per la λ'': infatti, se una retta di azimut λ va con continuità da λ' a λ'', il binomio $\gamma_\mu \cos\lambda - \delta_\mu \operatorname{sen}\lambda$ non cesserà di essere il massimo, poichè non può diventare eguale e quindi inferiore ad un altro se λ non coincide con una direzione-limite. Ma se fra λ' e λ'' cade qualche direzione-limite, l' equazione (21)' relativa a λ'' non coinciderà con quella relativa a λ'.

Un' altra osservazione importante è la seguente. Se la linea $l(\lambda', \lambda'')$ è tutta in uno stesso settore S, per modo che essendo λ_1, λ_2 gli argomenti delle direzioni-limiti che limitano il settore, si abbia

$$\lambda_1 < \lambda' < \lambda'' < \lambda_2 ,$$

allora entro essa linea cadranno radici della (17) in numero finito. Se dunque deformiamo la linea d' integrazione mantenendola però sempre entro la primitiva $l(\lambda' \lambda'')$ (rimanga essa linea infinita o si riduca anche finita, ed in tal caso sia chiusa), fra le varie soluzioni dell' equazione funzionale (16) che si otterranno in tale guisa passeranno delle relazioni lineari, come quelle che si hanno fra gl' integrali di un' equazione differenziale lineare. Ma se fra le direzioni λ', λ'' vi è qualche direzione-limite, deformando la linea d' integrazione mantenendola sempre entro la primitiva $l(\lambda', \lambda'')$ si potranno avere infinite soluzioni della nostra equazione funzionale, linearmente indipendenti.

§ 6. Sviluppi in serie per le soluzioni dell' equazione (15).

17. Riprendiamo l' equazione (16), e proponiamoci di vedere se essa possa essere soddisfatta in un campo conveniente di valori di t da sviluppi in serie della forma

$$\psi(t) = e^{\rho t} \Sigma c_w e^{wt} , \tag{22}$$

dove si è posto per brevità

$$c_w = c_{n_1, n_2, \ldots n_p} \qquad \text{e} \qquad w = n_1\alpha_1 + n_2\alpha_2 + \cdots n_p\alpha_p$$

e dove la somma si estende a tutti i sistemi di valori interi, nulli o positivi, degli indici $n_1, n_2, \ldots n_p$. Siamo condotti a cercare lo sviluppo della $\psi(t)$ nella forma (22), per l' analogia cogli sviluppi che si ottengono nel caso più semplice in cui l' equazione (16) si riduce al primo ordine ($s = 1$) o nell' altro in cui fra le α_ν passa la relazione

$$\alpha_\nu = \nu\alpha_1 ;$$

in ambedue questi casi si verifica facilmente che l' integrale dell' equazione può svilupparsi in serie della forma indicata.

Se nel primo membro dell' equazione (16) sostituiamo lo sviluppo (22) e poniamo eguale a zero il coefficiente di e^{wt}, avremo fra i coefficienti c_w una relazione ricorrente, soddisfatta la quale, si otterrà uno sviluppo (22) che, almeno formalmente, soddisfarà all' equazione (16).

Questa relazione ricorrente fra i coefficienti si trova senza difficoltà nella forma:

$$\left\{\begin{array}{l}
(q_{00} - q_{10}(\rho + n_1\alpha_1 + n_2\alpha_2 + \cdots n_p\alpha_p) + \cdots \\
\qquad\qquad (-1)^m q_{m0}(\rho + n_1\alpha_1 + \cdots n_p\alpha_p)^m)\, c_{n_1, n_2, \ldots n_p} + \\
(q_{01} - q_{11}(\rho + (n_1 - 1)\alpha_1 + n_2\alpha_2 + \cdots n_p\alpha_p) + \cdots \\
\qquad\qquad (-1)^m q_{m1}(\rho + (n_1 - 1)\alpha_1 + \cdots n_p\alpha_p)^m)\, c_{n_1 - 1, n_2, \ldots n_p} + \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
(q_{0p} - q_{1p}(\rho + n_1\alpha_1 + n_2\alpha_2 + \cdots (n_p - 1)\alpha_p) + \cdots \\
\qquad\qquad (-1)^m q_{mp}(\rho + n_1\alpha_1 + \cdots (n_p - 1)\alpha_p)^m)\, c_{n_1, n_2, \ldots n_p - 1} = 0
\end{array}\right. \tag{23}$$

donde in particolare per il sistema di indici

$$n_1 = 0 , \qquad n_2 = 0 , \ldots \qquad n_p = 0$$

risulta

$$q_{00} - q_{10}\rho + q_{20}\rho^2 - \cdots + (-1)^m q_{m0}\rho^m = 0 \,. \tag{24}$$

18. Ora l'equazione (23), che deve servire alla determinazione dei coefficienti della (22), non è altro che una equazione alle differenze finite parziali, a coefficienti razionali interi negli indici $n_1, n_2, \ldots n_p$; e la funzione $c_{n_1, n_2, \ldots n_p}$ di questi indici ha per funzione generatrice (*) una funzione $f(x_1, x_2, \ldots x_p)$ la quale alla sua volta, soddisfa ad un' equazione a derivate parziali a coefficienti razionali. Questa equazione si può formare come segue. Pongasi

$$c_{n_1, n_2, n_p} = \int\int \cdots \int f(x_1, x_2, \ldots x_p) \frac{dx_1}{x^{n_1+1}} \frac{dx_2}{x^{n_2+1}} \cdots \frac{dx_p}{x^{np+1}} \,, \tag{25}$$

e si indichi questa relazione con

$$c_{n_1, n_2, \ldots n_p} = C[f(x_1, x_2, \ldots x_p)] \,;$$

da questa risulta

$$c_{n_1-1, n_2, \ldots n_p} = C[x_1 f(x_1, x_2, \ldots x_p)]$$

ed integrando per parti rispetto ad x_ν e supponendo la linea d' integrazione tale che la parte ai limiti sia nulla:

$$n_\nu c_{n_1, n_2, \ldots n_p} = C\left[x_\nu \frac{\partial f}{\partial x_\nu}\right], \qquad (\nu = 1, 2, \ldots p) \,.$$

Iterando e combinando convenientemente queste relazioni, sostituendo le espressioni che ne vengono nell' equazione (28) e notando che il simbolo d' operazione C è essenzialmente distributivo, si ottiene un' equazione lineare a derivate parziali a coefficienti razionali in $x_1, x_2, \ldots x_p$

$$D\left(f, \frac{\partial f}{\partial x_\nu}, \cdots \frac{\partial^m f}{\partial x_1^{r_1} \partial x_2^{r_2} \partial x^{r_p}}\right) = 0 \tag{26}$$

cui soddisfa la funzione f.

Ma dalla teoria delle equazioni a derivate parziali, dovuta alla signora di Kowalevski (**) si sa che l'integrale di questa equazione si può sviluppare, in

(*) Nel senso di Laplace. Mentre $f(x_1, x_2, \ldots x_p)$ si dice *funzione generatrice* di $c_{n_1, n_2, \ldots n_p}$ si potrebbe chiamare $c_{n_1, n_2, \ldots n_p}$ *funzione coefficiente* di $f(x_1, x_2, \ldots x_p)$; questa denominazione mi sembra abbastanza propria.

(**) Crelle, t. LXXX.

generale, in una serie di potenze di $x_1, x_2, \ldots x_p$ convergente entro cerchi aventi per centri i punti nulli nei singoli piani delle variabili, e per raggi grandezze positive assegnabili $R_1, R_2, \ldots R_p$. Da ciò risulta:

Che all' equazione differenziale lineare (16) si può soddisfare mediante serie della forma (22), dove la quantità ρ è una radice dell' equazione (24) ed i coefficienti $c_{n_1, n_2, \ldots n_p}$ sono gli stessi di quelli dello sviluppo in serie per l' integrale dell' equazione (26) a derivate parziali.

Per i valori di t che soddisfano alle condizioni

$$(27) \qquad |e^{\alpha_1 t}| < R_1 , \qquad |e^{\alpha_2 t}| < R_2 , \ldots \qquad |e^{\alpha_p t}| < R_p$$

la serie trovata è convergente assolutamente ed in egual grado.

19. Si può cercare la forma del campo in cui sono soddisfatte le diseguaglianze precedenti. Perciò ricordiamo che le parti reali delle α_ν si sono supposte (N. 14) tutte positive, e che si è posto

$$\alpha_\nu = \gamma_\nu + i\delta_\nu , \qquad t = u + iv ;$$

perciò la ν^{sima} delle condizioni (27) equivale a

$$(27)' \qquad \gamma_\nu u - \delta_\nu v < \log R_\nu .$$

Questa diseguaglianza è soddisfatta nel piano t per tutti i punti di uno dei semipiani separati dalla retta

$$\gamma_\nu u - \delta_\nu v - \log R_\nu = 0 ;$$

e precisamente per quel semipiano dove è l' origine se $\log R_\nu$ è positivo, e per quello dove non è l' origine se $\log R_\nu$ è negativo: in tutti i casi per quella porzione di piano in cui si trova la parte indefinita dell' asse reale negativo. Il campo di convergenza della serie (22) sarà dunque dato dalla parte comune a questi semipiani determinati dalle disuguaglianze (27)', $(\nu = 1, 2, \ldots p)$; ed in questo campo, che diremo T, si trova una porzione infinita dell' asse reale negativo del piano t. Al tendere di t all' infinito in questa direzione, i singoli termini della serie (22) tendono a zero.

20. Nel campo T così definito si prenda una linea che partendo da un punto η interno al campo vada all' infinito in una direzione compresa nel campo stesso, p. es. nella direzione dell' asse reale negativo se non è direzione-limite. Questa linea non passi per alcun punto radice della (17).

Si dia ora ad x un valore compreso nel campo per il quale, per t tendente a zero nella direzione accennata, $\lim \psi(t)e^{xt}$ tende a zero; indi si formi l' espressione

$$\varphi_0(x) = \int_\eta^\infty \psi(t)e^{xt}dt$$

dove l'integrale è preso lungo la linea indicata. Sostituendo per la $\psi(t)$ il suo sviluppo in serie, è lecito integrare termine a termine in forza della dimostrazione già fatta al N. 20 della precedente Memoria: *Sulla risoluzione dell' equazione funzionale* $\Sigma h_\nu \varphi(x+\alpha_\nu)$ *a coefficienti costanti;* e notando che l' integrale del termine generale è nullo al limite superiore dell' integrazione, si ottiene la funzione $\varphi_0(x)$ nella forma

$$\varphi_0(x) = e^{(x+\rho)\eta} \Sigma\, c_w \frac{e^{w\eta}}{x+\rho+w} . \tag{28}$$

Ma per essere convergente assolutamente la serie $\Sigma c_w e^{w\eta}$, ne segue che la serie (28) converge non solo per il campo indicato di valori di x, ma in tutto il piano x eccettuati i valori compresi nella formola

$$x = -\rho - w ;$$

epperciò la $\varphi(x)$ è una funzione trascendente fratta. Esaminando ora la funzione così ottenuta, abbiamo

$$\varphi_0(x+\alpha_\nu) = \int_\eta^\infty \psi(t) e^{\alpha_\nu t} e^{xt} dt , \qquad x\varphi_0(x) = -e^{x\eta}\psi(\eta) - \int_\eta^\infty \psi'(t) e^{xt} dt ,$$

dalla cui iterazione ed applicazione alla equazione (16), segue che $\varphi_0(x)$ soddisfa ad un' equazione funzionale:

$$\sum_{\nu=0}^{p} h_\nu(x)\varphi_0(x+\alpha_\nu) = e^{x\eta}(c_{0,0} + c_{0,1}\,x + \cdots\cdots c_{0,m-1}\,x^{m-1}) . \tag{29}$$

Se si possono formare $m+1$ funzioni analoghe

$$\varphi_0(x) , \qquad \varphi_1(x) , \ldots \qquad \varphi_m(x) ,$$

(il che si può fare variando la linea d' integrazione $\eta \ldots \infty$ nel campo T o la funzione integrale che figura sotto il segno) e poi si determina un sistema di $m+1$ costanti $K_0, K_1, \ldots K_m$ tali che

$$K_0 c_{0,h} + K_1 c_{1,h} + \cdots\cdots K_m c_{m,h} = 0 \qquad (h = 0, 1, 2, \ldots m-1)$$

la funzione

$$\varphi(x) = \sum_{i=0}^{m} K_i \varphi_i(x)$$

soddisfarà all' equazione funzionale (15) e sarà esprimibile in tutto il piano x, eccettuati i punti $-\rho - w$, da una serie convergente della forma

$$\varphi(x) = e^{x\eta} \Sigma \frac{C_w}{x + \rho + w} .$$

21. Nel numero precedente abbiamo supposto che il punto η fosse interno al campo T di convergenza della serie (22). Supponiamo ora che η sia al contorno di esso campo, e che sia punto singolare per l' integrale $\psi(t)$: più precisamente, $\psi(t)$ sia singolare per $t = \eta$ come $(t - \eta)^{\omega}$, essendo ω una quantità la cui parte reale sia maggiore di $m - 1$. La linea d' integrazione abbia per altro tutti i suoi punti, eccettuato η, nell' interno del campo T. In tale ipotesi:

a) L' integrale

$$\varphi(x) = \int_{\eta}^{\infty} \psi(t) e^{xt} dt$$

e tutti quelli che figurano nelle integrazioni per parti di cui a N. 8, hanno un significato.

b) Le parti ai limiti in quelle stesse integrazioni per parti essendo nulle, $\varphi(x)$ è un' integrale della (15).

c) Se η_1 è un punto della linea d' integrazione prossimo ad η quanto si vuole, nell' integrale

$$\varphi(x, \eta_1) = \int_{\eta_1}^{\infty} \psi(t) e^{xt} dt$$

è lecito sostituire a $\psi(t)$ il suo sviluppo in serie (per la stessa dimostrazione del N. 20 della precedente Memoria), e si trova così

$$\varphi(x, \eta_1) = e^{x\eta_1} \Sigma \frac{c_w e^{w\eta_1}}{x + \rho + w} .$$

Se ora questa serie, considerata come funzione di η_1, è continua anche per $\eta_1 = \eta$, allora per un noto teorema del prof. Dini (*) si può integrare termine a termine anche da η a ∞ e si ottiene così una soluzione della (15) in forme di serie (28) valida in tutto il piano, eccettuati i punti $-\rho - w$.

d) Quando al contorno del campo T si possono trovare due punti η, η' per i quali valgano le medesime proprietà indicate all' alinea precedente, si avranno

(*) Lezioni litografate di calcolo; calcolo integrale, p. 90. Pisa, 1877-78.

le due soluzioni valide in tutto il piano

$$\Sigma \frac{c_w e^{(x+\rho+w)\eta_1}}{x+\rho+w}, \qquad \Sigma \frac{c_w e^{(x+\rho+w)\eta_1'}}{x+\rho+w}$$

la cui differenza sarà pure una soluzione della (15), ma non è più infinita nei punti $-\rho-w$, epperciò è una soluzione intera. Cfr. con quelle già ottenute al N. 12.

22. Sia ancora η un punto singolare dell'integrale $\psi(t)$, posto al contorno del campo di convergenza T, e $\psi(t)$ sia ancora singolare come $(t-\eta)^m$, ma non si supponga più la parte reale di ω maggiore di $m-1$. In tal caso non si possono più eseguire le integrazioni per parti indicate al N. 8, perchè se la parte reale di ω è compresa fra $m-h-1$ ed $m-h$, gl'integrali che contengono sotto al segno la derivata $m-h+1^{a}$ di $\psi^{(t)}$ e le derivate successive non hanno più significato. Però, può giovare un procedimento che per gl'integrali definiti mi sembra essere l'analogo di quello che si tiene nelle serie coll'applicazione del teorema di Mittag-Leffler, e che ho indicato in altra occasione (*). Questo procedimento si può applicare al nostro caso nel modo seguente:

Supponiamo prima per semplicità che il punto singolare η dell'integrale $\psi(t)$ sia il punto $t=0$. Moltiplicando l'equazione (16) per t^{ν}, indi per $e^{xt}dt$ ed integrando lungo una linea l che per ora lasciamo indeterminata, e ponendo sempre

$$\varphi(x) = \int_{(l)} e^{xt}\psi(t)dt ,$$

otterremo

$$\frac{d^h\varphi(x)}{dx^h} = \int_{(l)} e^{xt}t^h\psi(t)dt ,$$

e coll'integrazione per parte, supposta la linea d'integrazione tale che le parti ai limiti si annullino, viene

$$\int_{(l)} e^{xt}t^h\psi^{(k)}(t)dt = (-1)^k \frac{d^h.x^k\varphi(x)}{dx^h} .$$

Sostituendo nell'equazione (16), si ottiene una equazione trasformata, la quale non è altro che

$$\frac{d^h}{dx^h}\sum_{\nu=0}^{p} h_\nu(x)\varphi(x+\alpha_\nu) = 0 . \tag{29}$$

(*) *Sopra certi integrali definiti.* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, t. IV, fasc. 3, 1888).

Nella formazione di questa equazione non entrano sotto agl' integrali ottenuti colle integrazioni per parti, altre funzioni che quelle della forma $t^h\psi^{(k)}(t)$, le quali perciò sono tutte nulle per $t=0$, di ordine > -1; si può dunque prendere nel campo T una linea d'integrazione che vada da 0 (al contorno del campo) fino a $-\infty$, e si ottiene così la soluzione dell' equazione (29). Questa equivale a

$$\Sigma\, h_\nu(x)\vec{\varphi}(x+\alpha_\nu) = R_{h-1}(x)\,, \tag{30}$$

essendo $R_{h-1}(x)$ una funzione razionale intera dell' ordine $h-1$, e si può avere la soluzione di quest' equazione, sotto le ipotesi del numero precedente, in serie della forma

$$\Sigma\,\frac{c_w}{x+\rho+w}\,.$$

23. Se finalmente la $\psi(t)$ fosse per $t=0$, infinita dell' ordine ω compreso fra λ e $\lambda+1$, si moltiplicherebbe l' equazione (16) per $t^{\lambda+m}$, ed in tal modo questa verrebbe mediante la posizione:

$$\vec{\varphi}(x) = \int_{(l)} e^{xt}\psi(t)dt\,,$$

ad ammettere come equazione trasformata la

$$\frac{d^{\lambda+m}}{dx^{\lambda+m}}\,\Sigma\, h_\nu(x)\vec{\varphi}(x+\alpha_\nu) = 0\,. \tag{29}'$$

Nello sviluppo di questa equazione figurerebbero soltanto derivate della funzione $\vec{\varphi}(x)$ dell' ordine λ e di ordine superiore; se dunque poniamo:

$$\vec{\varphi}^{(\lambda)}(x) = \int_0^\infty e^{xt}t^\lambda\psi(t)dt\,,$$

con questa posizione si soddisfa all' equazione (29)' mentre l' integrale che figura nel secondo membro e quegl' integrali che ne vengono dalla integrazione per parti acquistano un significato. Ora sotto le ipotesi fatte a N. 21, questa funzione $\vec{\varphi}^{(\lambda)}(x)$ ammette uno sviluppo in serie della forma

$$\Sigma\,\frac{c_w}{(x+\rho+w)^{\lambda+1}}\,;$$

e da questa, con integrazioni successive ed opportune determinazioni delle costanti

in modo che le serie integrali risultino convergenti, si ottiene un integrale dell' equazione (29)' nella forma

$$\varphi(x) = \frac{(-1)^{\lambda}}{\lambda!} \sum_{w} \left(\frac{c_w}{x+\rho+w} - R_{w,\lambda-1}(x) \right)$$

essendo le $R_{w,\lambda-1}(x)$ funzioni razionali intere di x del grado $\lambda - 1$.

In questo numero e nel precedente abbiamo supposto che il punto singolare di $\psi(t)$ posto al contorno del campo T fosse $t = 0$; è affatto ovvio il passaggio al caso che questo punto singolare sia $t = \eta$, nel qual caso il secondo membro della (30) viene moltiplicato per $e^{\eta x}$.

24. Conviene osservare che la formola (23) fa conoscere il coefficiente $c_{n_1, n_2, \ldots n_n}$ in funzione dei coefficienti in cui uno degli indici almeno è minore; è necessario però che l' espressione che si ricava per $c_{n_1, n_2, \ldots n_p}$ non sia illusoria, come è il caso quando per un sistema di valori $n_1 = m_1$, $n_2 = m_2, \ldots n_p = m_p$, sia

$$q_{00} - q_{10}(\rho + m_1\alpha_1 + \cdots m_p\alpha_p) + \cdots (-1)^m q_{m0}(\rho + m_1\alpha_1 + m_p\alpha_p)^m = 0 .$$

Ciò avviene allorquando due radici dell' equazione (24) differiscono fra loro per una espressione $m_1\alpha_1 + m_2\alpha_2 + \cdots + m_p\alpha_p$ a coefficienti interi, il che si può enunciare in modo più conciso, dicendo che due radici della (24) sono *congrue* rispetto ad $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_p$.

L' integrale avrebbe allora il coefficiente $c_{m_1, m_2, \ldots m_p}$ arbitrario, e si può cercare un altro integrale dell' equazione nella forma

$$\Sigma c_w e^{(\rho+w)t} + t \Sigma c_w' e^{(\rho+w)t} .$$

Sostituendo nell' equazione (16) ed eguagliando separatamente a zero i coefficienti di e^{wt} e te^{wt}, si ottengono condizioni *sufficienti* atte a determinare formalmente i sistemi di coefficienti c_w e c_w'. Dall' integrazione di queste serie, sotto le condizioni di convergenza e d' integrabilità, si ottengono soluzioni delle (29) e (15) nella forma

$$\Sigma \frac{c_w}{\rho + x + w} + \Sigma \frac{c_w'}{(\rho + x + w)^2} .$$

Analogamente si otterrebbero sviluppi

$$\Sigma \left(\frac{c_w}{\rho + x + w} + \frac{c_w'}{(\rho + x + w)^2} + \frac{c_w''}{(\rho + x + w)^3} \right)$$

se tre radici della (24) fossero congrue rispetto ad $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_p$, e così via.

Questo caso è analogo a quello della teoria delle equazioni differenziali lineari, in cui si presentano logaritmi negli sviluppi degl' integrali regolari.

25. Lo studio precedente racchiude come caso particolare quello dell' equazione lineare alle differenze finite a coefficienti polinomî. Basta infatti supporre nella (15) che le a_ν siano uguali a νa_1. In tal caso l' equazione trasformata (16) si muta colla trasformazione $x = e^{a_1 t}$ in un' equazione differenziale lineare d' ordine m, a coefficienti razionali, e ad integrali *regolari*. Questo caso è stato esaminato dal sig. Mellin in un recente lavoro (*).

26. Un altro caso speciale che mi sembra meritevole di menzione è il seguente. Prendo a considerare la funzione

$$\psi(t) = \prod_{\nu=1}^{p} (1 - z_\nu e^{\alpha_\nu t})^{r_\nu}$$

la quale soddisfa all' equazione differenziale lineare del prim' ordine

$$\frac{\psi'(t)}{\psi(t)} = - \sum_{\nu=1}^{p} \frac{r_\nu z_\nu \alpha_\nu e^{\alpha_\nu t}}{1 - z_\nu e^{\alpha_\nu t}} ;$$

la trasformata di questa equazione sarà un' equazione funzionale della forma (15) e più precisamente l' equazione:

$$(31) \quad \begin{cases} x\varphi(x) - z_1(x - r_1\alpha_1)\varphi(x + \alpha_1) - z_2(x - r_2\alpha_2)\varphi(x + \alpha_2) - \cdots \\ + z_1 z_2 (x - r_1\alpha_1 - r_2\alpha_2)\varphi(x + \alpha_1 + \alpha_2) + z_1 z_3 (x - r_1\alpha_1 - r_3\alpha_3)\varphi(x + \alpha_1 + \alpha_3) + \\ + \cdots \\ (-1)^p z_1 z_2 \ldots z_p (x - r_1\alpha_1 - r_2\alpha_2 - \cdots r_p\alpha_p)\varphi(x + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots \alpha_p) = 0 . \end{cases}$$

La funzione che soddisfa all' equazione precedente si può esprimere con

$$(32) \qquad \varphi(x) = \int_{\eta}^{\infty} \prod_{\nu=1}^{p} (1 - z_\nu e^{\alpha_\nu t})^{r_\nu} e^{xt} dt ,$$

il campo di valori di x e la linea d' integrazione essendo presi come si è detto al N. 13, ed il limite inferiore essendo una delle radici di $1 - z_\nu e^{\alpha_\nu t}$, supposto l' esponente $r_\nu > 0$. In caso contrario, si procederebbe come è detto al N. 22. Per il ragionamento indicato precedentemente (al N. 21) e sviluppato nella citata Nota: *Sopra certi integrali definiti*, viene per $\varphi(x)$ lo sviluppo in serie convergente

(*) Ueber eine Zusammenhang zwischen linearen Differential-und Differenzengleichungen (Acta Mathem., T. IX, 1887).

in tutto il piano e coi soli poli nei punti $-n_1\alpha_1 - n_2\alpha_2 - \cdots - n_p\alpha_p$, ($n_1, n_2, \ldots n_r$ interi nulli o positivi):

$$\vec{\varphi}(x) = \Sigma(-1)^{n_1+n_2+\ldots n_p}\binom{r_1}{n_1}\binom{r_2}{n_2}\cdots\binom{r_p}{n_p}\frac{z_1^{n_1}z_2^{n_2}\ldots z_p^{n_p}\varrho^{(n_1\alpha_1+n_2\alpha_2+\ldots n_p\alpha_p)}}{x+n_1\alpha_1+n_2\alpha_2+\cdots n_p\alpha_p}.$$

Su questa funzione si possono fare alcune osservazioni:

a) La $\vec{\varphi}(x)$ è funzione analitica di x e di $z_1, z_2, \ldots z_r$; perciò essa si può indicare con $\vec{\varphi}(x; z_1, z_2, \ldots z_p)$, e le $z_1, z_2, \ldots z_p$ si possono dire *parametri* della funzione medesima.

b) Essa ammette rispetto a z_p, p. es., lo sviluppo in serie di potenze

$$\vec{\varphi}(x) = \Sigma(-1)^n\binom{r_p}{n}\vec{\varphi}(x+n\alpha_p; z_1, z_2, \ldots z_{p-1})z_p^{\,n};$$

donde apparisce che i coefficienti di questo sviluppo sono funzioni della medesima classe di $\vec{\varphi}(x)$, ma con un parametro di meno.

c) Integrando per parti, si trova senza difficoltà che la funzione $\vec{\varphi}(x)$ soddisfa all'equazione a derivate parziali del primo ordine

$$x\vec{\varphi} + z_1\alpha_1\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial z_1} + z_2\alpha_2\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial z_2} + \cdots + z_p\alpha_p\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial z_p} = 0. \tag{33}$$

d) Nel caso che le α_ν siano tutte eguali (al quale caso si può ridurre quello in cui esse siano tutte commensurabili) l'integrale (32) non è altro che l'integrale ipergeometrico generalizzato, che contiene le funzioni ipergeometriche d'ordine superiore del sig. Pochhammer (*) e le funzioni ipergeometriche a più variabili dei sigg. Appell (**) e Picard (***). È facile dimostrare in questo caso che la funzione $\vec{\varphi}(x)$ soddisfa ad un'equazione differenziale lineare dell'ordine p rispetto a ciascuno dei parametri separatamente. L'equazione funzionale (31) si riduce ad un'ordinaria equazione lineare alle differenze finite (****).

(*) Crelle, t. LXXI.

(**) Journal de Mathématiques, S. III, T. VIII, 1882.

(***) Annales de l'Ecole Normale, 1881.

(****) Come nella precedente Memoria, si può notare anche qui che le considerazioni svolte per l'equazione (15) si estendono senza modificazioni essenziali all'equazione di forma più generale:

$$\sum_{\nu=0}^{p}\{h_{\nu,0}\varphi(x+\alpha_\nu) + h_{\nu,1}\varphi'(x+\alpha_\nu) + \ldots + h_{\nu,r_\nu}\varphi^{(r_\nu)}(x+\alpha_\nu)\} = 0.$$

§ 7. Ritorno all' equazione (1).

27. Indicate così le proprietà delle soluzioni dell' equazione funzionale (15) omogenea, poco posso aggiungere sulla risoluzione dell' equazione (1) o completa. Mi limiterò semplicemente a due osservazioni abbastanza ovvie.

Se la funzione del secondo membro si può esprimere nella forma

$$f(x) = \int_{(l)} \chi(t) e^{xt} dt ,$$

essendo l una delle linee d' integrazione indicate nei §§ 4 e 5, all' equazione (1) si sostituirà l' equazione differenziale trasformata

$$\sum_{s=0}^{m} (-1)^s q_s(t) \psi^{(s)}(t) = \chi(t)$$

il cui studio si potrà proseguire coi metodi indicati dal sig. Fuchs per le equazioni lineari non omogenee (*).

L' equazione (1) si potrà anche ridurre ad un' equazione funzionale della medesima forma, ma omogenea, ogniqualvolta la funzione $f(x)$ data soddisfa essa stessa ad un' equazione della forma (15). Se infatti si ha

$$\sum_{\mu=0}^{q} k_\mu(x) f(x + \beta_\mu) = 0 ,$$

ne risulta immediatamente, sostituendovi per $f(x + \beta_\mu)$ il suo valore tratto dalla (1), l' equazione della forma (15) cui soddisfa $\vec{\varphi}(x)$:

$$\sum_{\mu=0}^{q} \sum_{\nu=0}^{p} k_\mu(x) h_\nu(x + \beta_\mu) \vec{\varphi}(x + \alpha_\nu + \beta_\mu) = 0 .$$

(*) Crelle, t. LXVIII.

SULLA CICATRIZZAZIONE

DELLE

FERITE DI VESCICA

STUDI SPERIMENTALI

del Dott. ALFONSO POGGI

(Letti nella Sessione 11 Marzo 1888)

La chirurgia moderna porta direttamente il tagliente sulla vescica molto più spesso che non per il passato: il taglio ipogastrico si esegue per l' estrazione dei calcoli, dei tumori, per resezioni parziali della vescica e per altre molteplici indicazioni delle quali si va sempre allargando il campo operatorio. Eppure molte particolarità riferentesi al processo di cicatrizzazione delle ferite di questo organo per ciò che riguarda specialmente la mucosa sono interamente ignote, sebbene esatte conoscenze fossero senza dubbio necessarie per dare interpretazione di molti fatti clinici, e per portare ancora un giusto giudizio sul valore delle varie pratiche curative. Per queste ragioni intrapresi una lunga serie di esperienze sulla vescica degli animali, coll' intendimento di studiare il potere rigenerativo della mucosa vescicale e determinare le condizioni più favorevoli alla pronta riparazione delle sue ferite.

Primieramente espongo in succinto le generalità con cui furono condotti gli esperimenti. Ho prescelto il cane per le esperienze, le quali vennero tutte eseguite raggiungendo la vescica col taglio ipogastrico. Incidevo le pareti addominali sulla linea alba, tra il pube e l' ombellico, facendo un taglio della lunghezza di 5 a 6 centimetri, poi estraevo fuori la vescica, vuotandola alquanto se fosse stata eccessivamente ripiena d' urina da non passare per l' apertura fatta, e nella sua faccia anteriore con un lungo taglio vi praticavo una incisione penetrante: alle volte mi limitavo a questa semplice lesione, ed altre invece aggiungevo l' asportazione di un notevole tratto di mucosa a seconda che richiedeva il caso speciale dell' esperimento.

Eseguita la sutura diligente della ferita, la vescica veniva introdotta nel cavo del ventre, e completavo l' operazione con la sutura del taglio addominale. L' a-

nimale il più delle volte è stato anestizzato con le iniezioni sottocutanee di laudano, e raramente col cloroformio: e si sono usate tutte le cautele dell' antisepsi rigorosa a base di sublimato corrosivo. Dopo l' operazione il cane non è mai stato sottoposto ad alcuna cura e pratica speciale, abbandonando l' espulsione dell' urina alle forze naturali; e non si è mai avuto alcuna complicazione. I soli disturbi osservati negli operati consistevano nel frequente bisogno di mingere, ed in alcuni casi, sebbene di rado, nell' incontinenza; fenomeni tutti di nessuna conseguenza, perchè duravano un giorno o due al più, e poi la funzione dell' urinare si ristabiliva normale.

I.

Ora del modo e grado di rigenerazione della mucosa, che io ho ricercato nelle piccole soluzioni di continuo date dalla sutura di una ferita semplice lineare, come anche nell' estese soluzioni, quali quelle provocate dall' asportazione di grandi tratti di mucosa.

Ho cominciato dallo studio delle ferite lineari, a tutta spessezza delle pareti, riunite per mezzo di sutura. Facendo astrazione per ora dal processo di cucitura, i margini della mucosa, a seconda i casi, si dispongono in vario modo, perchè mentre possono rimanere visibilmente alquanto allontanati fra loro, di frequente però si mettono a contatto così che ad occhio nudo non apparisce alcuna soluzione di continuo, ma osservando al microscopio anche a piccolo ingrandimento, sezioni sottili trasversali della recente cicatrice, si rende evidente una lieve discontinuità nello strato epiteliale.

Ripetute osservazioni fatte in cicatrici di qualche ora o di un giorno, per quanto la sutura avesse agito bene nell' avvicinare i margini della mucosa, mi hanno fatto vedere sempre nelle sezioni microscopiche un lieve tratto di interruzione dell' epitelio che indicava la sede della rima interna della ferita. La Fig. 3ª riporta l' esempio di una cicatrice recente con visibile allontanamento dei margini della mucosa: e la Fig. 6ª un contatto dei margini ma con una lieve discontinuità dell' epitelio rilevabile all' osservazione microscopica.

Stabilita la costanza del fatto, di una grande o piccolissima interruzione nell' epitelio stratificato in tutte le ferite cucite a stadio recente, è facile comprendere che esse ferite si possono prestare alla prova della riproduzione dell' epitelio, che realmente ho verificato avvenire.

Quando la sutura mette bene a contatto i margini della mucosa, la riparazione completa dell' epitelio si ha in pochi giorni, come si vede nella Fig. 1ª che rappresenta una sezione trasversale di una cicatrice di 6 giorni. La sezione osservata anche a forte ingrandimento, non dà a vedere alcuna interruzione dell' epitelio, anzi una continuità assoluta; e testifica che fino dal momento della sutura av-

venne il combaciamento dei margini della mucosa perchè il tessuto mucoso è interrotto per un tratto brevissimo dal connettivo di cicatrice. Le quali cose si osservano abbastanza bene nella figura sebbene riporti la sezione vista a piccolo ingrandimento. Se poi la sutura non dà l'esatto contatto dei margini della mucosa, allora la riparazione epiteliale richiede maggiore tempo, in relazione al tratto maggiore da riprodursi. Nella Fig. 4ª si osserva una sezione trasversale di una cicatrice di 15 giorni, nella quale apparisce che non si ebbe il combaciamento dei margini mucosi, osservando fra essi un lungo tratto di connettivo di cicatrice. La continuità dell'epitelio però si vede ben ristabilita, e l'epitelio rigenerato riveste il tessuto cicatrizio.

Ripetuti esperimenti mi hanno condotto nella persuasione che quando la sutura dà il contatto dei margini della mucosa, l'assoluta continuità dell'epitelio stratificato si ristabilisce in pochi giorni, ed occorre un tempo maggiore, almeno di 10 giorni e più secondo i casi, se vi rimase divaricamento. Potrei esporre della ulteriore riproduzione della mucosa a periodi più avanzati della cicatrice, avendola studiata nelle ferite fino al quinto mese, ma mi fermo, per evitare ripetizioni, alla sola riparazione dell'epitelio, che indica un periodo clinico importante della guarigione delle ferite vescicali, cioè il momento nel quale la soluzione di continuo è protetta internamente dal rivestimento fisiologico: e completo l'argomento della riproduzione della mucosa col dire dell'altra serie di esperimenti.

Non solo nelle ferite lineari senza perdita di sostanza, ma anche nelle estese ablazioni di mucosa ho portato le mie indagini, vuoi perchè questa forma di lesione somministra le condizioni più favorevoli allo studio della rigenerazione, e vuoi a scopo chirurgico, per istabilire la loro entità e il modo di guarigione.

Gli esperimenti a tale scopo eseguiti ascendono al numero di dieci, in otto dei quali asportai un tratto di mucosa grande quanto un soldo: ed ora riferisco di questi ultimi.

L'esperienza fu condotta nel solito modo introducendovi una sola modificazione, l'asportazione della mucosa dalla parete posteriore della vescica: la quale veniva eseguita facendo estroflettere detta parete dalla lunga incisione anteriore, di guisa che era facile cosa con le pinzette e le forbici distaccarvi la mucosa incidendo il lasso tessuto sottomucoso e lasciando a nudo la tunica muscolare. Il distacco della mucosa e le incisioni hanno dato sempre poco sangue e tale da non avere bisogno di allacciature, e tutti gli operati sono guariti; i quali poi furono sacrificati a varii periodi di tempo. Tre cani, nei quali si ebbe l'incontinenza d'urina nelle prime giornate d'operazione, uccisi che furono, presentarono in corrispondenza dell'asportata mucosa, una cicatrice lineare, analoga a quella prodotta dalla semplice ferita senza perdita di sostanza, perchè lo stato di vacuità della vescica aveva dato luogo all'avvicinamento dei margini mucosi, ma negli altri cinque, non si ebbe la perdita a gemizio dell'urina, e l'esperimento riuscì nell'intento.

Due di questi cani furono sacrificati alla fine della seconda settimana, e si osservò nell' interna superficie posteriore della vescica un' area di cicatrice, depressa, della grandezza di un centesimo circa, il cui centro non sembrava, per quanto si poteva giudicare ad occhio nudo, ancora rivestito di epitelio. Infine tre furono immolati dopo più lungo periodo, di tre settimane, di cinque e di sei settimane, ed in questi pure nella superficie posteriore della vescica, in corrispondenza della mucosa asportata, guardando con molta attenzione, si rendeva visibile una leggiera cicatrice, ben poco depressa, grande quanto un centesimo, e rivestita, almeno all' apparenza, di epitelio.

In due casi poi ne asportai tanto, da compiere quasi l' ablazione completa di tutta la mucosa, e di questi riferisco la storia.

1° Esperimento. — In un cane maschio, di mediocre grandezza, dal taglio ipogastrico estrassi la vescica, e con una lunga incisione nella parete anteriore l' apersi dal fondo al collo: e poi con pinzette e forbici asportai diligentemente tutta la mucosa del corpo fermandomi un mezzo centimetro sopra lo sbocco degli ureteri. Feci la sutura del taglio vescicale anteriore, rimisi in posto l' organo, e cucii l' incisione delle pareti addominali.

Dalla superficie cruentata si notò solo un lieve gemizio sanguigno e non occorsero allacciature. Non si ebbe a verificare alcuna complicazione: il cane operato, sottrattosi dall' influenza narcotizzante del laudano, si fece vispo e cercò il cibo: si osservò solo la perdita a goccia a goccia dell' urina, un po' sanguinolenta nella prima giornata. Nel sesto giorno godendo l' animale di ottima salute, e la perdita dell' urina non essendo più continua, ma venendo emessa a piccoli gettiti e frequenti, fu ucciso. Alla necroscopia si rinvennero numerose aderenze dell' omento ed anche di anse intestinali con la superficie esterna della vescica, la quale appariva piccola e rattratta. Asportatala unitamente alla prostata, si ebbe campo, con opportune incisioni, di verificare una valida cicatrice del lungo taglio, e un rimpicciolimento notevolissimo dell' interna cavità, tanto piccola da contenere un cucchiaio di liquido. La piccolezza del cavo non era dovuta solo al rattrarsi delle pareti che erano grosse e resistenti, ma anche a parziali adesioni della superficie interna, che appariva granulante, e senza traccia di grumi sanguigni. Nessuna alterazione diedero a rilevare gli ureteri ed i reni.

2° Esperimento. — Per questa esperienza mi servii di un cane maschio, già operato da 4 mesi di legatura dell' uretere sinistro. L' operazione fu condotta come nel caso antecedente, colla sola differenza che asportai un po' meno di mucosa, lasciandone due striscie, larghe un mezzo centimetro, sui bordi interni del taglio; del resto il tratto di mucosa asportato fu notevolissimo, e quasi tutta la superficie interna del corpo vescicale rimase a nudo. L' emorragia durante l' atto operatorio fu lieve e non si applicarono allacciature, e perdurò poche ore dopo come si

desunse dal colorito rossastro delle urine. Il cane dopo l' operazione non ebbe incontinenza, l' atto del mingere fu frequente nei primi giorni, poi successivamente urinava a lunghi intervalli, ed infine dopo un mese la funzione divenne regolare da non presentare notevole differenza, nella frequenza e quantità di urina, con un altro cane a vescica normale. I tagli guarirono di prima intenzione e l' animale ha goduto successivamente di buona salute, anzi nell' ottobre, tre mesi dopo, fu sottoposto ad un' operazione di stomaco, della quale pure guarì.

Il giorno 15 Giugno si fece l' operazione di decorticamento della mucosa e il 27 Novembre, e cioè 4 mesi, e 12 giorni dopo, fu sagrificato. Aperto il ventre, apparve visibilissima la vescica, della grandezza di un ovo di gallina (si noti però che il cane aveva pisciato poco prima della morte) libera e solo con lievi aderenze all' omento; nella fascia anteriore non si scorgeva la cicatrice del lungo taglio. La vescica fu estratta unitamente alla prostata, ed apertala con una lunga incisione si rinvenne regolarmente ricoperta di mucosa, che offriva numerose e piccole pieghettature e non lasciava vedere alcuna traccia della subita lesione. Le pareti avevano la consistenza e lo spessore normale, e le dimensioni erano quelle di una vescica normale.

La vescica adunque non ostante l' operazione praticata, nello stato di vacuità, presentava la grandezza approssimativa che le è propria: sarebbe stato bene esperimentare se aveva conservato ancora il grado normale di distendibilità, iniettando prima di inciderla, con forza un liquido nella sua cavità; la quale prova fu ommessa per conservare intatto l' epitelio. In tutti i modi le pieghettature della mucosa stavano però a testimoniare che essa era suscettibile di distensione, senza poterne determinare il grado. Il rene destro era normale sebbene un po' ipertrofico, il sinistro offriva una importante alterazione per la legatura dell' uretere che da molti mesi era stata praticata, ma di questo parlerò in altra circostanza.

Tutti i pezzi, dei dieci esperimenti indicati, furono conservati in diversi liquidi, per sottoporli poi alle dovute indagini.

Premesso tutto quanto spetta alla parte operatoria e agli esiti ottenuti, non resta che a dire dei risultati dell' osservazione microscopica.

Degli otto esperimenti di asportazione parziale di mucosa, solo cinque si prestarono allo studio della riproduzione su una estesa superficie, perchè in tre avvenne l' avvicinamento dei margini, e si ebbero le medesime condizioni, e gli stessi risultati di una ferita semplice, come fu verificato anche coll' osservazione microscopica.

I pezzi dei cinque esperimenti ben riusciti, comprendenti la cicatrice ed i contorni dati da mucosa normale, furono sottoposti a sezioni microscopiche trasversali interessanti la mucosa, muscolare e sierosa: e diedero a vedere diverso grado di riproduzione della mucosa a seconda la data della cicatrice. Comincio dalla più antica, dalla cicatrice di 6 settimane, la quale dimostra la rigenerazione completa della mucosa e nello strato epiteliale e in quello del tessuto mucoso. È bene

premetterne la minuta discrezione macroscopica. Essa era difficile a riconoscersi all' ispezione, perchè appariva in una area di forma circolare, un po' depressa, del diametro di 8 millimetri, ed a superficie liscia a confronto dei contorni ove la mucosa formava piccole ma visibili pieghettature che si vedevano pure in tutto il resto della superficie della vescica. In detta area la mucosa liscia, giacchè si sarebbe detta coperta di mucosa, era poco o nulla spostabile nel tessuto sottostante, mentre era poi mobilissima in tutto il resto dell' ambito vescicale. Lievi adunque erano i segni della preesistente lesione e rilevabili solo ad una attenta osservazione, certi però nel loro significato come mi sono convinto in altri sperimenti nei quali con punti di filo nero volli fissare i margini di cruentazione. La Fig. 9ª riporta una sottile sezione trasversale nella direzione del diametro della cicatrice, colorata coll' ematossilina; e dimostra il tratto notevole di mucosa neoformata, caratterizzata dalle piccole ed irregolari pieghettature, e dal tessuto connettivo compatto che l' unisce saldamente allo strato muscolare; gli estremi invece della sezione, corrispondenti ai contorni della cicatrice, offrono la mucosa con profonde pieghe e provvista di lasso connettivo sottomucoso. Le quali differenze si rendono più manifeste nelle Fig. 10ª e 2ª. La prima fa vedere a maggiore ingrandimento un tratto centrale della medesima sezione e mette in evidenza l' esistenza del tessuto mucoso: la seconda figura un tratto periferico e dimostra l' esistenza del connettivo sottomucoso lasso che nell' altra è rappresentato da poco tessuto fibroso compatto. Gli estremi della sezione starebbero adunque a rappresentare i contorni della cicatrice, ossia i margini di asportazione della mucosa, ed il tratto intermedio la mucosa completamente neoformata.

L' esame microscopico dei pezzi degli altri 4 esperimenti hanno messo in evidenza il graduato svolgersi del processo di riparazione.

Le sezioni trasversali dei pezzi dei due primi esperimenti, nei quali l' animale fu ucciso alla fine della seconda settimana, davano a vedere negli estremi, corrispondenti agli orli della cicatrice, la mucosa normale, a grandi pieghe, col lasso tessuto connettivo sotto-mucoso, e nel tratto intermedio, lungo da 7 a 8 millimetri, un tessuto connettivo cicatrizio, ricoperto dall' epitelio stratificato, eccetto che in una piccola porzione centrale: si aveva avuto quindi quasi la completa rigenerazione dell' epitelio nella soluzione di continuo. Nel pezzo del terzo esperimento, di tre settimane, si rilevava tutta la cicatrice rivestita completamente dell' epitelio neoformato cogli orli rilevati dati dalla mucosa normale. Ed infine nelle sezioni microscopiche del 4° esperimento, di cinque settimane, si notavano negli estremi la mucosa colle solite grandi pieghettature, e nel tratto intermedio di 9 millimetri, non solo completo l' epitelio, ma anche il tessuto mucoso con pieghettature appena accennate, fuori che nel centro, dove l' epitelio posava ancora sul tessuto fibroso.

La prova del potere rigenerativo della mucosa vescicale, in alto grado e per estesa superficie, ci vien somministrata dal 2° esperimento di asportazione quasi

totale della mucosa. Ho già detto che il cavo vescicale era di ampiezza normale, e che la superficie interna della mucosa era così regolare da non iscorgervi alcuna traccia della subita lesione. Numerose sezioni di molti pezzi della parete vescicale, esaminati al microscopio, hanno fatto vedere ovunque la mucosa ben formata e normale, solo in un tratto essa, avendo pure l' epitelio ed il tessuto mucoso, era aderente alla muscolare per tessuto fibroso compatto: molto ragionevolmente questo tratto corrispondeva all' ultima porzione rigenerata. Datando l' esperimento da molti mesi, non fu possibile stabilire il limite fra la mucosa vecchia e la nuova rigenerata, per cui non fu dato determinare l' estensione della riprodotta, ma certo tenendo conto dell' estesa cruentazione è da ritenersi che fosse notevole.

L' esperimento primo dell' asportazione totale della mucosa, di 6 giorni, i cui pezzi furono fissati nel liquido del Flemming, dà il modo di proliferare e crescere dell' epitelio.

La Fig. 5ª dimostra il margine di mucosa residua ed il tratto di epitelio di nuova formazione. La Fig. 8ª fa vedere l' estremo limite di neoformazione epiteliale, colorito col violetto di metile, nel quale si scorgono numerose figure cariocinetiche, e la Fig. 7ª riporta un tratto di margine della mucosa appartenente alla medesima sezione, in notevole stato di cariocinesi.

Pezzi di parete vescicale e di cicatrici di altri esperimenti, di data recente, conservati nel liquido del Flemming, hanno confermato la cariocinesi nell' epitelio della cicatrice, ma esistente ancora, sebbene meno intensa, nell' epitelio a distanza di essa. Indagini poi, a tale scopo dirette, nella mucosa di vesciche normali, che non avevano subito alcuna irritazione, hanno rilevato alcune volte solo rare e poche figure cariocinetiche, ed altre la mancanza assoluta.

Le figure riportate sono abbastanza dimostrative per sè, senza avere bisogno di spendere altre parole, per mettere in rilievo il modo di avanzarsi dell' epitelio sul connettivo di granulazione ed il processo di scissione indiretta che tiene nella proliferazione.

Queste esperienze, che mettono in chiaro il notevole potere di rigenerazione della mucosa, dimostrano che essa non avviene solamente per l' epitelio, sibbene ancora pel tessuto mucoso, e tanto nelle ferite semplici, quanto, quel che più interessa, in quelle accompagnate da estesa perdita di sostanza.

II.

Nelle ricerche per la rigenerazione della mucosa vescicale, avendo avuto da eseguire in tutti i casi la sutura della ferita, ne ho colto l' opportunità per prendere in esame alcuni particolari dei metodi e processi di sutura in rapporto al modo di guarigione.

Nel taglio ipogastrico della vescica, sull' uomo, si preferisce di incidere nel tratto extraperitoneale, per non aprire il cavo addominale ; ma vi può essere la indicazione di incidere la vescica anche nella porzione rivestita di peritoneo, come nella resezione, in alcune lesioni accidentali, quale capitò al Julliard, ed in altre evenienze (1). In questa ultima circostanza, di lesione del peritoneo, si consiglia il metodo di giusta posizione con introflessione dei margini, principalmente perchè si crede che il contatto della sierosa dia più pronta e salda adesione che non quello delle superficie di cruentazione. Anche recentemente il Znamensky (2) si professa di questa opinione: mentre il Dott. Gèza (3) von Antal opina tutto il contrario. Egli propone una modificazione alla sutura di Lembert che consiste solo nella cruentazione obliqua dei margini muscolari, perchè pensa che si presti meglio all' unione una estesa superficie di cruentazione, che il contatto delle sierose. Ha messo in pratica, con buon esito, il processo sugli animali, ed una volta anche nell' uomo in un caso di asportazione di tumori endo-vescicali.

Ora per le molte esperienze fatte, posso accertare, che nella vescica, l' adesione è egualmente pronta e solida tanto se si procuri il contatto della sierosa, quanto se si avvicinino soltanto le superficie cruentate dei margini : e se volessi scendere a particolari non avrei altro che a ripetere ciò che a tale riguardo ho scritto intorno la cicatrizzazione immediata delle ferite di stomaco (4).

Il confronto del potere adesivo delle sierose e delle superficie cruentate è stato fatto naturalmente nelle cicatrici recenti di un giorno o al più di due.

Io poi, nella maggior parte degli esperimenti, ho preferito il metodo del semplice contatto, avendo su 25 casi, solo quattro volte eseguito il metodo dell' introflessione, sebbene nel cane la vescica sia tutta rivestita di peritoneo : ed ho preferito il metodo del semplice contatto per maggiore comodità, perchè la vescica vuota rattraendosi notevolmente presenta le pareti grosse e quasi rigide, sicchè male si prestano all' introflessione.

Eppure non ho avuto nemmeno un insuccesso, usando solo l' avvertenza di comprendere molto tessuto nell' ansa di sutura, infiggendo l' ago un 8 millimetri dall' orlo cruentato, e di mettere i punti vicini fra loro, alla distanza di quattro millimetri circa.

Se il potere di adesione immediata è di uguale grado vuoi col contatto delle sierose, che degli orli cruentati : questo però non toglie che il metodo dell' introflessione a petto di quello della giusta posizione semplice non dia maggiore ga-

(1) Dott. G. Julliard — Riss der Harnblase. Archiv. für Klinische Chirurgie. Band 28.

(2) Dott. N. N. Znamensky — Bildung von Harnconcrementen nach partieller Harnblesenwandresection. Archiv. für Klin. Chirg. Band. 31. 1884.

(3) Dottor Gèza von Antal — Eine modificirte Section alta. Arch. für Klin. Chirg. Band. 32. 1885.

(4) La cicatrizzazione immediata delle ferite dello stomaco in rapporto ai diversi metodi di suture. Estratto dagli Atti della R. Accademia medica di Roma. Anno 1886-87.

ranzia nell' efficacia della sutura per la ragione che si aumentano i punti di contatto ed in proporzione del tratto di lembo introflesso, la quale cosa si rende ben manifesta nelle Fig. 1ª e 3ª. Perciò se ne deduce, che se le pareti vescicali sono sottili e cedevoli, sia da anteporsi il metodo dell' introflessione tanto più che lo sperone interno non ha alcuno inconveniente nel cavo vescicale; e che se per il contrario sono grosse o per ipertrofia muscolare, o per eccessiva rattrazione, allora sia da preferirsi la cruentazione obliqua col processo di Antal, o anche l' apposizione semplice degli orli cruentati del taglio, e con sufficiente sicurezza, come ne fanno fede i 20 esperimenti eseguiti.

In uno esperimento, per mettere a prova la tendenza delle ferite vescicali a cicatrizzare, ho praticato la sutura della sola mucosa. Eseguito un lungo taglio nella parete anteriore della vescica di un cane, ho afferrato con una pinzetta la mucosa, che mobilissima nel tessuto sottomucoso tende ad estroflettere dai margini muscolari, e con molta diligenza ho fatto una sutura a cavalletto sui margini mucosi: poi senza altro ho introdotto la vescica nel ventre, ed ho cucito la ferita delle pareti addominali. Il cane, senza alcuna complicanza, è guarito; e sacrificatolo in 20ª giornata ho rinvenuto una solida cicatrice: tatti dei tagli microscopici della quale, ho trovato una continuità assoluta nella mucosa ma una interruzione negli strati muscolari, perchè fra i margini del taglio alquanto divaricati, vi esisteva un tessuto fibroso neoformato.

Esposto del risultato dei miei esperimenti riguardo al valore dei due metodi principali, della giusta posizione semplice e della giusta posizione con introflessione; resta a dire di molte altre particolarità riferentisi alle suture, e così dell' importanza della cucitura a parte dei margini della mucosa a doppio scopo, e di avere più pronta la riparazione della mucosa, e di coadiuvare l' azione contentiva della sutura siero-muscolare.

Intanto è bene fissare il modo di disporsi dei margini mucosi lasciati liberi. Appena eseguita la ferita della vescica, i margini della mucosa per la lassezza del tessuto connettivo sotto-mucoso e la mobilità della medesima tendono ad estroflettersi dai margini muscolari. Fatta poi la sutura siero-muscolare, i margini della mucosa si mettono a contatto, quasi sempre, se vi fu introflessione dei margini della ferita, e di frequente se si eseguì il metodo di giusta posizione semplice; e quando il contatto assoluto manchi, il divaricamento è certo di poca entità. Per cui tenuto conto della facilità di riproduzione dell' epitelio, la riparazione interna della ferita non si fa aspettare molto anche senza la sutura della mucosa, che obblighi i margini di essa ad un sicuro ed esatto contatto. Egli è innegabile però che rispetto alla prontezza di guarigione, la sutura isolata della mucosa rende costante il risultato della sollecita riparazione epiteliale, che si ha in pochi giorni.

Ma vantaggi maggiori risultano dalla regolarità della cicatrice e dall' azione contentiva. Che la sutura della mucosa abbia un' azione contentiva efficace appare evidente dall' esperimento già ricordato nel quale feci solo la sutura di essa la-

sciando liberi i bordi muscolari, ed appare negli esperimenti nei quali eseguii due ordini di sutura, uno profondo nella mucosa ed un altro nella muscolare. A prova di ciò la Fig. 6ª dimostra una sezione trasversale di una cicatrice di 2 giorni curata nel modo suesposto e senza introflessione dei margini.

Se si fa un parallelo di questa figura con le figure 3ª e 4ª che rappresentano sezioni trasversali di ferite vescicali riunite con la sola sutura muscolare, risulta evidente la differenza nella diversità di sodezza della cicatrice.

Se non che alla pratica della sutura a parte della mucosa si può elevar contro una forte contro-indicazione, data dalla possibilità che il filo sia causa di incrostazioni e di formazioni di calcolo, pericolo che non si scongiura, a quanto dimostra l' esperimento, nemmeno coll' uso del catgut di pronto assorbimento. Avanti di stabilire la gravità della contro-indicazione nel caso di sutura isolata della mucosa è d' uopo che esponga della sutura in genere, quale fomite di incrostazioni e di calcoli.

Il Znamensky (1) ha già dimostrato per via sperimentale, qualmente il catgut della sutura si sia costituito a nucleo di incrostazioni, ed io stesso, in un caso di esperimenti che più avanti avrò occasione di citare, ho rinvenuto in terza giornata il nodo di sutura fatto con catgut, e collocato nell' interna superficie della mucosa, già incrostato di sali calcari, mentre le anse che rimanevano infossate in essa erano pressochè assorbite. Le indagini dello Studensky, (2) del Maksimow e del Vincent (3), intorno l' influenza del filo di sutura nell' insorgenza di incrostazioni e di calcoli, hanno portato alla conclusione che le suture delle ferite vescicali semplici senza perdita di sostanza, qualunque sia la natura del filo, presentano la possibilità di dar luogo a formazioni calcari, se l' ansa comprenda oltre che la sierosa e muscolare anche la mucosa, perchè in tale circostanza il tratto di ansa alla superficie della mucosa, essendo a contatto dell' urina, agisce da corpo estraneo. La quale eventualità manca se la mucosa sia esclusa dall' ansa e questa interessi solo la sierosa e la muscolare. Perciò il Maksimow proclamò il bando alle suture a tutta spessezza delle pareti vescicali: alle quali ragioni il Julliard ne aggiunse un' altra, la possibile filtrazione dell' urina dall' esterno per la via del filo.

Il Znamensky (4), nelle indagini sperimentali intorno la resezione di notevoli porzioni di parete vescicale, in un caso ebbe a notare incrostazioni calcari con nucleo di catgut messo in opera nella sutura, sebbene fosse stata fatta col processo di Maksimow.

E spiega tale evenienza col fatto che nella resezione avendo asportato grande

(1) l. c.
(2) Studensky — Zur Lehre von der Harnsteinbildung. Kasan 1873.
(3) Revue de Chirurgie 1881, N. 7.
(4) l. c.

tratto del muscolo detrusore, mancasse alla vescica la forza espulsiva, e l' urina raccogliendosi nel piccolo cavo, abbia dato luogo a tanta distensione delle pareti, da allontanare la rima interna della ferita al grado che anse di catgut si siano messe a contatto diretto coll' urina.

Il Znamensky, senza punto contraddire ai risultati dei sopra citati esperimentatori, dalla sua osservazione ne inferisce che nelle ferite semplici di vescica la sutura siero-muscolare preserva con certezza dalla formazione di calcoli, non più però se la ferita fu accompagnata da perdita di sostanza, come nella resezione; a meno che non si adoperi una sutura a due serie di punti, da lui modificata, robusta, che resista alla distensione delle pareti, e che in tre esperimenti ha dato buonissimo risultato. Venti dei miei esperimenti nei quali la ferita era senza perdita di sostanza, e, qualunque fosse la modalità di sutura, interessava solo la sierosa e la muscolare, portano un buon contributo a cotale asserzione: perchè non osservai mai depositi calcari; e coll' osservazione più minuta dei tagli microscopici trovai, o il filo assorbito se avevo adoperato il catgut e una cicatrice regolarissima nell' interna superficie; o il filo incapsulato se fu usata la seta o il crine di cavallo, e ben difeso dall' urina per l' epitelio rigenerato e per tessuto di cicatrice, senza alcun segno di migrazione.

Ora se la sutura in massa della parete vescicale devesi razionalmente proscriversi dalla pratica, non credo però che possa dirsi altrettanto, in modo assoluto, della sutura isolata della mucosa. Che se ciò può apparire a tutta prima un controsenso, esso si dilegua considerando attentamente la differenza di rapporto nelle due suture, fra filo e mucosa.

Infatti nella sutura di tutta la parete l' ansa fa solida presa nei grossi margini ed un tratto di filo, per quanto piccolo, rimane pure a fior di mucosa: al contrario nella sutura della sola mucosa, i margini sono esili, cedevoli, e pieghevolissimi, sicchè nell' estroflessione di essi il filo rimane quasi tutto in rapporto col tessuto sotto-mucoso, ed il punto interno fra le due superficie di mucosa estroflessa, si trova nel fondo della rima interna della ferita: e il catgut è nella condizione di essere tutto assorbito.

In cinque esperienze ho provato la sutura a parte della mucosa, e con buon esito. Avvicinavo con pinzetta i margini mucosi estroflessi e vi eseguivo una sutura a sopragitto con sottile catgut, infiggendo l' ago a due millimetri dall' orlo di cruentazione: poi altra sutura pure a sopragitto praticavo nei margini muscolari e sierosi, provocando il contatto delle superficie del taglio. Nella sutura della mucosa è sempre da preferirsi il catgut alla seta, perchè viene presto assorbito e non lascia campo alla migrazione: come ancora è da vigilarsi più che mai lo scolo dell' urina, allo scopo di evitare qualunque distensione delle pareti che potrebbe influire nel mettere allo scoperto internamente l' ansa del filo. Ho trattato con certa diffusione l' argomento della sutura della mucosa a parte, perchè non era ancora ben nota nei suoi particolari: del resto non la ritengo necessaria

nè sempre opportuna: potrà essere utile col metodo di giusta posizione semplice, in cui non si può eseguire che una sola sutura muscolare o siero-muscolare, quando si creda conveniente di avere maggiore solidità.

Chiariti questi punti principali della cicatrizzazione che si riferiscono ai metodi di sutura, verrebbe l'esame dei varî processi o modi di cucitura, della sutura ad una o a più serie, ed infine della natura del filo. Per istituire prove di confronto a tale riguardo avrei dovuto fare un numero molto maggiore di esperimenti, di quello occorsomi per lo studio principale che mi sono prefisso della rigenerazione della mucosa, e non l'ho fatto per non battere una via ben nota agli sperimentatori ed ai clinici. Perciò nel completare la relazione delle esperienze espongo semplicemente dei risultati avuti colle pratiche adottate.

In tutti i 25 esperimenti, vuoi se seguivo il metodo di giusta posizione, vuoi se quello di giusta posizione con introflessione dei margini, tanto nelle suture ad una sola serie come a due serie, per maggiore speditezza di operare ho sempre messo in pratica la sutura a sopragitto interessando la sierosa e la muscolare, e non ho avuto mai alcun insuccesso. Il risultato dei miei esperimenti, il più delle volte supera e non è mai inferiore a quello avuto da altri sperimentatori con altri modi di sutura.

Eppure il Dott. Alessandro Brenner, assistente del Prof. Billroth, in un recente lavoro sperimentale (1) intorno la sutura della vescica, nel quale espone un nuovo e commendevolissimo modo di cucitura, ha parole poco lusinghiere per la sutura a sopragitto: scrivendo che questa non soddisfa allo scopo, come lo dimostrano gli sfavorevoli risultati avuti dal Health, e del Petersen. I miei esperimenti parlano in senso contrario: con ciò non voglio dire che questa sutura sia la migliore, ma solo concludo, basandomi sul fatto, che applicata con diligenza può soddisfare alla precipua indicazione di mantenere bene a contatto i margini della ferita.

Infine ho fatto sempre un solo ordine di sutura, tranne che nei cinque casi che ho sperimentato la sutura isolata della mucosa, ed ho messo in opera varie qualità di filo, la seta, il crine di cavallo, ed il catgut, a preferenza i due ultimi per ragioni tecniche, di rendere cioè più facile il taglio delle sezioni microscopiche. Tutti e tre questi fili hanno bene corrisposto: la seta ed il crine, nella sutura siero-muscolare sono rimasti incapsulati ed innocui, il catgut è venuto assorbito con prontezza, di guisa che in quarta o quinta giornata non se ne rinveniva più alcuna traccia: e nei 12 casi in cui fu applicato corrispose sempre bene all'intento. La seta ed il catgut sono i due fili oggidì preferiti: il catgut per la proprietà che gode di essere assorbito anzichè incapsulato, è senza dubbio superiore alla seta: ma se non vi è uniformità di opinione fra gli esperimentatori ed i chirurghi, la ragione sta nella rapidità di assorbimento e nel dubbio che in casi eccezionali possa troppo presto rendersi insufficiente nell'azione contentiva. La

(1) Dott. A. Brenner — Die Blasennat. Archiv. für Klin. Chir. Band. 35. (1887).

lunga esperienza ha da sciogliere la questione, e perciò ho riportato il piccolo tributo dei fatti esperimenti.

III.

Nel campo esperimentale rimane anche una lacuna intorno alla sutura delle ferite vescicali: e questa si riferisce alla possibilità di una efficace cucitura non più dalla superficie esterna, ma eseguita invece dall' interna, dal lato cioè della mucosa ed entro il cavo dell' organo. Intrapresi di buon grado le indagini dirette in tale senso, perchè a me parve che l' esperimento potesse aprire una nuova via a cure chirurgiche più razionali di certe infermità.

È noto che alcune fistole vescico-vaginali, vescico-uterine, e vescico-utero-vaginali, non prestandosi ai mezzi più congrui di cura, per liberare la donna dalle schifose conseguenze, richiedono operazioni che portano la chiusura della fenditura vulvare, o di un tratto di vagina, o anche solo della bocca dell' utero, secondo la sede della fistola ed i rapporti che ha cogli organi genitali. La chiusura degli orificî o del canale muliebre rappresenta l' ultima risorsa a cui si affida il chirurgo nei casi i più ribelli, e giustamente, per ragioni ben ovvie.

Ora nei casi, fortunatamente rari, nei quali l' insufficienza dei mezzi più razionali di cura non dipende dall' estensione e vastità della lesione, ma o dalla sede elevata, come in alcune fistole vescico-uterine ribelli, o dalla ristrettezza del canale vaginale, senza essere la fistola molto ampia, anzichè ricorrere all' estremo rimedio della chiusura dell' utero o della vagina, mi pare che si potesse pensare ad altra via, e raggiungere il meato interno della fistola aprendo la vescica.

Per questa ragione, giudicai di qualche interesse di sperimentare l' azione della sutura fatta dall' interna superficie: ed ho eseguito quattro esperienze, delle quali riferisco ora brevemente.

Anche per queste mi sono servito del cane, e gli esperimenti sono stati condotti come gli antecedenti, introducendovi una sola variante, e cioè una ferita a tutta spessezza anche nella parete posteriore della vescica. Con il taglio addominale mettevo a scoperto la vescica, la quale veniva estratta, ed incisa con un lungo taglio nella parete anteriore: poi con un bisturì introdotto nel cavo facevo una ferita di 2 centimetri nella parete posteriore, dalla mucosa fino alla sierosa questa pure inclusa, creando in tale guisa un pertugio a tutta spessezza della parete. Venendo alla riparazione delle lesioni praticate, estroflettevo la parete posteriore della vescica dal lungo taglio anteriore per rendere più agevole alla mano la cucitura dell' esistentevi ferita: e con un ago munito di filo di catgut N. 0, facendo semplicemente combaciare le superficie cruentate quindi senza introflessione, raffermavo i margini con una sutura a sopragitto, comprendendo la mucosa e parte buona della tunica muscolare, di guisa che anse di catgut rimanevano a

fiore di mucosa, ed i due nodi sporgenti. Compivo infine l' operazione con la sutura della ferita anteriore e di quella della parete addominale. In cotale maniera ho operato 4 cani maschi e con felice successo; i quali furono sacrificati a vario periodo, da 3 a 25 giorni. La cicatrice si rinvenne formarsi pronta e solida non che regolare: in un solo caso, già sopra accennato, si ebbero incrostazioni calcari in un nodo di sutura.

Lungi dal ritenere di avere sciolto il quesito della sutura di certe fistole vescico-utero-vaginali, dal lato della vescica, rispetto alle difficoltà della tecnica operatoria, perchè ben si comprende che la vescica del cane si trova in condizioni di sede e mobilità molto diverse da quelle del corpo umano e per formarsi una idea delle quali occorre piuttosto la prova sul cadavere, pure tuttavia queste esperienze per altro riguardo ritengo di qualche valore, e precisamente per avere esse dimostrato la semplicità di condizioni strettamente necessarie alla cicatrizzazione. È stato sufficiente il contatto delle superficie cruentate senza introflessione, ed ha valso la più semplice delle suture non comprendente nemmeno tutta la spessezza dei margini: la qual cosa significa che nella cura di una fistola non sarebbe necessario di eseguire nell' interno della vescica estese cruentazioni, ma ravvivare soltanto i contorni dei margini fistolosi ed avvicinarli ed assicurarne il contatto con anse di sutura e di quella maniera che meglio riuscirà nel fondo della vescica. Si è incontrato però un inconveniente, la possibilità di formazioni di depositi calcari, che si potrebbe forse evitare rendendo più complesso il processo operatorio. Ma questo inconveniente scema molto di entità verificandosi nella vescica muliebre. La siringa a permanenza, le lavature vescicali fatte a tempo debito, ed anche le aspirazioni coll' apparecchio del Thompson sono consigliate per favorire l' uscita dei lacci di emostasi in certe operazioni di vescica; e questi mezzi varrebbero certo più nella donna che nell' uomo. Poi si potrebbero lasciare lunghi i capi del nodo per farli uscire dall' uretra e estrarli alla caduta del laccio.

E di questo basti, perchè in altra occasione potrò occuparmi di ulteriori particolarità intorno la progettata operazione, non mai in questa che mi sono proposto di intrattenermi solo della cicatrizzazione delle ferite di vescica.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª — Cicatrice di 6 giorni, con introflessione dei margini della ferita vescicale, riunita con sutura siero-muscolare a cavalletto. — Sezione trasversale. Oc. 3, ob. *a**. Zeiss.

a, punto di riunione della mucosa, con continuità assoluta dell' epitelio — *b*, cicatrice — *cc*, mucosa — *dd*, connettivo sotto-mucoso — *ee*, strati muscolari — *ff*, sierosa.

Fig. 2ª — Tratto periferico della sezione trasversale rappresentata dalla Fig. 9ª, visto a più forte ingrandimento. Oc. 2, ob. *A*. Zeiss.

aa, epitelio — *bb*, tessuto mucoso — *cc*, connettivo lasso sotto-mucoso — *dd*, strato muscolare.

Questa figura rappresenta la mucosa normale, con grandi pieghe, col connettivo sotto-mucoso lasso, e fa vedere le differenze colla mucosa neoformata della Fig. 10ª.

Fig. 3ª — Sezione trasversale di una ferita di 2 giorni, colorata coll' ematossilina. Oc. 3, ob. *a**. Zeiss. I margini furono messi a semplice contatto, ed uniti con sutura siero-muscolare a sopragitto.

aa, mucosa — *bb*, tessuto connettivo sotto-mucoso — *cc*, strati muscolari — *dd*, peritoneo — *f*, cicatrice — *e*, essudati interposti ai margini mucosi divaricati.

Fig. 4ª — Ferita di 15 giorni, nella quale fu eseguita la sutura a sopragitto, siero-muscolare, con giusta posizione semplice. — La figura riporta buona parte della sezione trasversale della cicatrice. Oc. 4, ob. *a**. Zeiss.

a, cicatrice della mucosa con riproduzione dell' epitelio che riveste il connettivo di cicatrice, interposto ai margini mucosi — *b*, cicatrice muscolare — *cc*, mucosa — *dd*, tessuto sotto-mucoso — *ee*, strati muscolari.

Fig. 5ª — Questa figura si riporta al primo esperimento, di 6 giorni, di asportazione della mucosa del corpo vescicale: e dimostra in sezione trasversale il lembo mucoso residuo e l' epitelio rigenerato. Oc. 4, ob. *aa*. Zeiss.

ae, margine di mucosa preesistente — *a*, epitelio. *b*, tessuto mucoso. *c*, tessuto sotto-mucoso di esso margine — *ef*, epitelio rigenerato che si distende sul tessuto di granulazione *d*.

Fig. 6ª — Sezione trasversale di una ferita di 24 ore. Oc. 3, ob. *a**. Zeiss. La ferita fu riunita con sutura isolata della mucosa, e con un' altra sutura siero-muscolare.

aa, mucosa — *bb*, tessuto sotto-mucoso — *cc*, strati muscolari — *dd*, peritoneo — *e*, cicatrice — *f*, punto di contatto della mucosa.

Fig. 7ª — Epitelio del lembo mucoso della sezione rappresentata nella Fig. 5ª, a forte ingrandimento. Oc. 3, ob. *D*, tubo innalzato. Zeiss.

aa, epitelio con figure cariocinetiche — *bb*, strato superficiale del tessuto mucoso.

Fig. 8ª — Coda dell' epitelio rigenerato della Fig. 5ª, osservato a forte ingrandimento. Oc. 3, ob. *D*, tubo innalzato. Zeiss.

bc, epitelio con numerose figure cariocinetiche, in cui l' estremo limite di riproduzione è segnato in *b* — *aa*, tessuto granulante.

Fig. 9ª — Sezione trasversale della cicatrice dell' esperimento di 6 settimane, di asportazione parziale di mucosa vescicale. Oc. 2, ob. *a**. Zeiss.

ae, *ea*, mucosa preesistente del contorno del tratto asportato, provvista di lasso connettivo sotto-mucoso *bb* — *ee*, mucosa rigenerata — *cc*, strati muscolari — *dd*, peritoneo. Le particolarità riguardo alla mucosa si vedono nella Fig. 2ª e 10ª.

Fig. 10ª — Tratto intermedio di mucosa rigenerata della sezione riportata nella Fig. 9ª, visto a più forte ingrandimento. Oc. 2, ob. *A*. Zeiss.

aa, epitelio — *bb*, tessuto mucoso — *cc*, tessuto connettivo compatto — *dd*, strato muscolare.

A. Poggi, dis. — A. Baraldini, lit.

lit. G. Wenk e Figli – Bologna.

APPLICAZIONE DI NUOVI CRITERII

PER LA

CLASSIFICAZIONE DELLE PIANTE

PRIMA MEMORIA

del Prof. FEDERICO DELPINO

(Letta nella Sessione del 15 Aprile 1888)

La storia della botanica ci dimostra come l' arte di classificare le piante abbia progredito dagl' inizii fino ai giorni nostri passando per tre diversi stadii o gradi.

Gli antichi botanici ordinavano le piante empiricamente secondo gli usi a cui venivano adoperate. Per tal modo le divisioni da essi stabilite sono prive di ogni valore scientifico, come pur anco le suddivisioni che facevano essi in alberi, frutici ed erbe.

La mera empirica cognizione delle piante elevandosi a poco a poco al grado di conoscenza scientifica presso i botanici posteriori, vennero elucubrati e proposti diversi sistemi di classificazione delle piante che avevano almeno un valore diagnostico, e quindi in parte scientifico. Linneo, il grande riformatore della storia naturale, proponendo il suo sistema artificiale, fondato sovra caratteri degli stami e dei pistilli, non soltanto ebbe il merito di produrre un sistema diagnostico eccellente, ma in questo sistema stesso, ove prevale senza dubbio lo scopo diagnostico, pure seppe con egregio tatto distinguere vari gruppi veramente naturali; in primo luogo *le specie*, sceverandone il concetto vero che era più o meno oscurato presso gli antichi botanici, i quali troppo spesso confondevano le specie colle *varietà* e colle *razze;* in secondo luogo *i generi*, per quanto a questo riguardo fosse preceduto da Tournefort; in terzo luogo parecchie *famiglie*, quali le ombrellifere, le labiate, le composte, le malvacee, le crucifere.

Il terzo grado dell' arte tassonomica, già da Linneo medesimo previsto e in parte raggiunto, si realizzò per opera di A. Lor. De Jussieu, felice inventore delle famiglie naturali, la maggior parte delle quali ancora ai giorni nostri stanno o possono stare con circoscrizione inalterata. Anzi a questo proposito convien dire che parecchie decomposizioni delle famiglie jussieuane proposte da successivi autori mi sembrano piuttosto offendere che secondare il retto senso tassonomico. Per

esempio la proposta di Rob. Brown di scindere le apocinee di Jussieu in apocinee e in asclepiadee, ruppe il concetto dell' unità tipica, a cui appartengono l' una e l' altra di dette *sotto-famiglie.*

Riepilogando, l' arte di classificare le piante, dapprima empirica, poi diagnostica, da ultimo si elevò alla dignità di *metodo naturale;* còmpito del quale è subordinare le varietà alle specie, le specie ai generi, i generi alle famiglie, le famiglie agli ordini, gli ordini alle classi, e così via discorrendo a gruppi di sempre più ampia comprensione, eppur sempre naturali.

Il tentativo fatto da Ant. Lor. Jussieu fu ben lontano dal raggiungere l' ideale perfezione del metodo naturale; non si potè elevare al di sopra delle famiglie. Le associazioni di queste famiglie alle classi ipoginiche, periginiche, epiginiche sono affatto artificiali.

Compresi dal senso di questo difetto non pochi valorosi ingegni, versati profondamente nella morfologia delle piante, si adoperarono con ogni studio all' intento di perfezionare il metodo naturale. Meritano speciale menzione Aug. Pir. De Candolle, Rob. Brown, Lindley, Endlicher, Adriano De Jussieu, Adolfo Brongniart e qualche altro. Gli ultimi due autori sopra tutto proposero alcuni gruppi che riuniscono felicemente alcune famiglie. Ma in generale i tentativi fin qui fatti di migliorare sostanzialmente l' opera di A. L. De Jussieu sono da reputarsi falliti, e ben si può affermare che, pure al giorno d' oggi, se si prescinde dalle specie, dai generi, dalle famiglie e dalle massime classi, il metodo naturale, quanto a tutti gli altri gruppi, è ancora da trovarsi.

Di questa mala riuscita sono a rintracciarsi e a considerare le cause. Altre sono obiettive, altre subiettive.

Dato anche che il vero ed unico metodo naturale fosse scoperto ed esposto, non potrebbe essere che frammentario. Perchè fosse veramente integro e completo occorrerebbe che si estendesse a tutte quante le forme che ebbero una esistenza più o meno passeggiera e diuturna sulla superficie della terra, in tutte le epoche dal cominciamento della vita in poi. Ora fondatissime induzioni ineluttabilmente attestano che la immensa maggiorità delle forme vegetali scomparvero senza lasciar traccia di sè. Le investigazioni paleontologiche confermano di tutto punto queste induzioni. Laonde il metodo naturale non potrà giammai attingere quella perfezione che deriva dalla integrità e completezza. Questa è la massima delle cause obiettive, e ciascun vede ch' è un obice insuperabile.

Ma se il metodo naturale non potrà essere che frammentario, almeno i suoi frammenti fossero disposti in ordine veramente naturale! (1) Ora entriamo nel

(1) Linneo, quasi a profezia, proponeva i suoi *methodi naturalis fragmenta.* Noi non siamo gran fatto andati più in là di Linneo, e i nostri sedicenti sistemi naturali non sono in vero altro che *methodi naturalis fragmenta* cementati artificialmente l' uno coll' altro con una ordinazione tutt' altro che naturale.

campo delle cause subiettive, le quali fin qui impedirono la naturale ordinazione dei frammenti anzidetti.

Per la più retta classificazione delle piante è indispensabile l' uso di tre criterii, del morfologico, del biologico, del filogenetico. Questi tre criterii si appoggiano mutuamente, si completano a vicenda, e soltanto colui che sa adoperarli convenientemente tutti e tre, potrà penetrare alquanto più addentro nei veri e reali rapporti di affinità che passano tra le diverse piante.

Sotto questo punto di vista si appalesa la debolezza di tutte le classificazioni fin qui proposte. De Candolle, Endlicher, Brongniart, Adr. De Jussieu erano profondi morfologi, e questo fece sì che i sistemi da loro proposti non isfigurano davanti al primo tentativo fatto da A. L. De Jussieu. Ma delle nozioni biologiche erano affatto digiuni, e delle ricerche filogenetiche non avevano neanco l' idea, per la ovvia ragione che la biologia vegetale è una branca scientifica di recente introduzione e che la dottrina del trasformismo venne scientificamente fondata non prima del 1859.

E parlando degli autori più moderni, i quali non esitarono di entrare nello isterilito campo della tassonomia puramente morfologica, chi è che tenne conto sì delle nozioni biologiche, sì del metodo di ricerca filogenetico? Nessuno. Laonde non è a maravigliare sulla caducità degli schemi classificatorii proposti da essi, e sulla nullità e inconsistenza dei loro tentativi, i quali in ogni caso io giudico inferiori alla classificazione di Brongniart e di Adr. Jussieu.

Anzi fra essi taluni vanno perfino dicendo che il metodo filogenetico, poichè si aggira sovra considerazioni di caratteri morfologici, non può differire dal metodo morfologico, e che è una pretta illusione il ritenerlo come un metodo autonomo, e il credere che possa produrre risultati proprii ed effetti nuovi. Questa accusa è infondata per due motivi. In primo luogo il metodo filogenetico non prende in considerazione caratteri morfologici soltanto, ma utilizza eziandio i biologici. In secondo luogo la morfologia pura e semplice ammette implicitamente una quantità di formole tassonomiche; non ne esclude e non ne favorisce alcuna: si presta così in maniera indefinita agli abusi ed arbitrii subiettivi. Laddove il metodo filogenetico procede per esclusione, e di tutte le possibili formole di classificazione ritiene soltanto quelle che rispondono al più razionale e plausibile degli schemi genealogici. Il filogenista imprende una quantità di sottili disquisizioni e induzioni, di cui il morfologo puro e semplice non ha neanco l' idea.

Giova dare alcuni saggi della differenza che passa tra la classificazione puramente morfologica e la filogenetica.

La seguente formola tassonomica

Fanerogame { monocotiledoni
dicotiledoni { angiosperme
gimnosperme

è inattaccabile e buona sotto il punto di vista morfologico, ma è tutt' affatto falsa sotto il punto di vista filogenetico, giusta cui non può ammettersi se non che la formola seguente, buona sotto entrambi gli aspetti morfologico e genealogico

Fanerogame { gimnosperme
angiosperme { dicotiledoni
monocotiledoni

o quest' altra corrispondente, più concisa e strettamente storica

Gimnosperme
Angiosperme dicotiledoni
Monocotiledoni

Riferiamo un altro esempio.

Supponiamo che la famiglia delle oleacee sia rappresentata da quattro tipi generici soltanto, cioè *Olea, Picconia, Fraxinus, Ornus*, la migliore formola tassonomica, procedendo, come di regola, dal semplice al composto, parrebbe la seguente:

Corolla { nulla . . . . . *Fraxinus*
dialipetala . . . . . *Ornus*
diali-gamopetala . . . . . *Picconia*
gamopetala . . . . . *Olea*

Laddove la formola genealogica importa nientemeno che l' ordine inverso:

Olea (corolla gamopetala)
Picconia (corolla gamo-dialipetala)
Ornus (corolla dialipetala)
Fraxinus (corolla abortita)

Questa seconda formola ha ben altro significato della prima. Essa espone la storia della evoluzione dei membri della famiglia, dove da una forma archetipa avente corolla gamopetala ha dovuto procedere una stirpe qualificata dalla corolla scissa in due pezzi bifogli, e da questa una stirpe qualificata da petali tutti liberi; abortendo i quali ne provenne una quarta stirpe, denotata dalla mancanza totale della corolla. Subentra la biologia, ed illustra le ragioni che presiedettero nel tempo a siffatte mutazioni, dichiarando i generi di oleacee forniti di corolla come specialmente adatti alla staurogamia mediante l' intervento di insetti, e il genere *Fraxinus* sprovvisto di corolla come un postumo adattamento all' agenzia staurogamica del vento.

Abbiamo noi qui esposto casi semplicissimi; ma che cosa dovremo dire quando si tratti di mettere a fronte quadri classificatorii relativi a centinaia e migliaia di specie, redatti gli uni secondo il criterio morfologico, e gli altri secondo la triplice alleanza dei criterii morfologico, biologico, genealogico? Quella che qui predichiamo non è una riforma, ma una vera rivoluzione in tassonomia. Quasi tutte le chiavi tassonomiche proposte per i generi delle famiglie vegetali dagli autori, anche dai più valenti, per quanto siano perfette sotto l'aspetto della morfologia pura, non reggono alla critica, e vogliono essere da cima a fondo rifatte.

Dopo queste considerazioni come sarà possibile negare autonomia al metodo filogenetico? Dandosi un gruppo naturale di piante, sia questo un genere, una famiglia, un ordine di famiglie, il tassonomo filogenista continuamente si propone il quesito: di tutte queste forme affini qual' è quella che avvicina di più le forme prototipiche, quali sono da ritenersi per derivate o isterotipiche? In che modo si può spiegare, nello spazio e nel tempo, la evoluzione storica di cotal gruppo di vegetabili? Quali di queste sono da ritenersi affini alle forme degli ascendenti dei discendenti, dei collaterali? Dopo ciò il filogenista procede a una profonda ponderazione e comparazione dei caratteri morfologici e biologici, e all' uopo vi associa anche considerazioni di fatti fitogeografici e paleontologici. Evidentemente quesiti di questa natura, e questo processo di vera indagine storica, sono gli uni e l'altro totalmente estranei al morfologo puro e semplice.

Infine si tratta semplicemente di questo. Credete alla variabilità delle forme, o non vi credete? Se non vi credete, incorriamo in reciproco anatema: come i nostri scritti non fanno per voi, così i vostri per noi non hanno corso. Se per contro credete al trasformismo, allora siete logici, e considerate senza esitazione erroneo qualsiasi schema tassonomico che non abbia forma o sostanza d' albero genealogico.

Il metodo naturale puramente morfologico ha un mediocre valore pella filosofia naturale, e per nulla giustificherebbe il celebre aforismo linneano: *methodus naturalis ultima finis botanices est et erit.* Ma quest' aforismo è una mirabile divinazione, è il dettato profetico di un gran genio, qualora si riferisca al metodo genealogico, a quel metodo cioè che classifica le piante secondo la loro storica evoluzione nel tempo e nello spazio; la quale veramente forma il più alto obiettivo d' una scienza, che per l' appunto prende nome di — Storia naturale delle piante. —

Ancora obietteranno taluni: il metodo morfologico ordina le piante secondo i gradi di composizione dell' organismo, dalle forme più semplici passando alle forme via via più complicate. Ora siccome le forme più semplici sono quelle che debbono essere comparse dapprima e le più complicate in seguito, perciò il metodo puramente morfologico non può sostanzialmente differire dal metodo genealogico.

A questo appunto così rispondiamo. La semplificazione veste quasi sempre l' aspetto della semplicità, e non vi è modo di distinguere l' una dall' altra, se

non si procede ad accuratissime e profonde disquisizioni biologiche e genealogiche.

Tra semplicità e semplificazione niente di più simile in apparenza; niente di più diverso nella sostanza. La semplicità è un fenomeno primigenio, archetipico; la semplificazione è un fatto postumo. Gli esseri semplici sono i primi; gli esseri semplificati sono gli ultimi comparsi.

Ripigliamo un già citato esempio. I fiori apetali di *Fraxinus* sono fiori nudi o denudati? semplici o semplificati? La morfologia pura e semplice è impotente a sciogliere questo importante quesito; la biologia e la filogenia invece lo sciolgono senza difficoltà veruna. I fiori di *Fraxinus* sono semplificati, non semplici.

Tutti i tassonomi, anche i valentissimi, proponendo la classificazione delle piante, hanno fin qui quasi sempre confusa la semplificazione colla semplicità. Così fra le angiosperme più semplici hanno concesso il luogo alle graminacee per esempio, e alle cupulifere. Niente di più erroneo.

È notevole il caso delle lemnacee. Le piante appartenenti a questo gruppo offrono il massimo grado di depauperazione istologica e morfologica. Perciò non mancò chi ritenne le lemnacee per le forme prototipiche delle angiosperme. Ma la biologia e le disquisizioni genealogiche disvelano ben diversa la posizione delle lemnacee nel metodo naturale, dove rappresentano la più singolare fra le specificazioni postume discese da un prototipo che apparteneva alla famiglia delle aroidee. Ecco la serie degli antenati delle lemnacee. *A* dicotiledone, *B* prototipo monocotiledone, *C* gigliacea, *D* acoroidea, *E* callacea, *F* arisarina, *G Ambrosinia*, *H Pistia*, *I* lemnacee.

Prevedo un' altra obbiezione. Qualunque sia la formola genealogica per un determinato gruppo di piante, anche quella che si addimostri la più razionale e plausibile, in fondo non può essere altro che una teoria indimostrabile, e intaccata più o meno da idee subiettive. Confesso che in questa obiezione vi è un grande fondo di vero. La scienza umana è un frammento già per la infermità e insufficienza del nostro intelletto; ma qui è sventuratamente un frammento anche per altro titolo, cioè per la immane quantità delle forme estinte. Appena appena noi, fondandoci sopra razionali induzioni, possiamo colla fantasia rappresentarcene qualcuna.

Ma per questo che non potremo giammai comprendere tutto quanto il vero, dovremo rinunziare a quella parte di vero, sia pur frammentario, la quale può essere accessibile alla nostra mente? Non sempre sono subiettivi i risultati delle disquisizioni filogenetiche. Che gli organi rudimentarii siano un infallibile segno di discendenza; che la diafisi sia, nella circoscrizione delle fanerogame, un carattere archetipico, che la corise e la sinfisi degli organi siano in certi casi un carattere archetipo, in altri un carattere postumo, che queste e tante altre conclusioni della dottrina filogenetica, bene intese e bene applicate, siano da aversi in conto di mere speculazioni subiettive, noi non lo crediamo nè lo crederemo giammai.

Un' ultima obbiezione. Ammettendo e concedendo pure che le piante apparte-

nenti a un determinato gruppo naturale siano la figliazione di uno e medesimo stipite, come si potrebbero ordinare secondo lo schema d' un albero genealogico, se esse sono tutte contemporanee, e tutte perciò collaterali? Si potrà parlare di forme cognate, ma non di forme che abbiano tra sè rapporti di ascendenza e discendenza.

A questa obbiezione è tolta ogni forza dalle considerazioni seguenti. Le specie vegetali non comparvero tutte nello stesso tempo: senza dubbio non tutte si concretarono nello stesso anno, nello stesso secolo, nello stesso millennio. Quindi, in qualsiasi gruppo, altre sono di formazione recente, altre antiche, altre antichissime. Adunque è possibile applicare ad esse lo schema tassonomico dell' albero genealogico.

Oltre ciò le diverse specie, una volta che sono formate per virtù di quella variabilità indefinita che è impressa inizialmente in ogni organismo, sogliono persistere immutate per un tempo indefinito (1). Conseguentemente le forme oggidì viventi, se noi le consideriamo come individui, allora certamente sono da reputarsi contemporanee perciò cognate e collaterali, ma se le consideriamo come specie, cessa la contemporaneità e sono giustificate le indagini dei rapporti filogenetici (ascendenza, discendenza, cognazione). Quello che qui si dice per le forme specifiche, tanto meglio si addice per i tipi superiori (generi, tribù, famiglie, classi, grandi classi).

Inoltre alle diramazioni degli alberi genealogici si deve attribuire un valore approssimativo. Per esempio la dottrina filogenetica potrà proporre la discendenza delle zamiee dal genere *Cycas*, senza per questo dover credere che questa figliazione sia diretta. Anzi deve essere sottinteso che una qualche specie di zamica, forse, anzi probabilmente, non più oggidì vivente, sia scaturita da una specie che doveva far parte del genere *Cycas*, o quanto meno da un genere collaterale al genere *Cycas*.

Così quando la filogenesi propone la serie discendente

Campanulacee
|
Lobeliacee
|
Composte

non intende precisare quali forme specifiche o generiche siano state implicate nella metamorfosi (forme probabilmente oggidì non rappresentate); ma intende

(1) Molte specie attraversarono inalterate parecchie età geologiche. Quante forme si trovano oggidì, le quali già esistevano identiche o poco differenti nelle antiche età della creta e terziarie! Mi limito a citare la *Sequoia sempervirens*, che ancora oggidì sembra essere nella sua giovinezza, tanto sono robuste e longeve le sue generazioni. Una pianta semplicissima, il *Bacillus Amylobacter*, secondo le osservazioni di Van Tieghem, già macerava i tessuti vegetali nell' epoca del carbone, e nel carbone stesso il Conte Castracane degli Antelminelli trovò specie di diatomacee affatto simili a forme oggidì viventi.

esporre il fatto che la stirpe delle composte derivi da un tipo lobeliaceo, e la stirpe delle lobeliacee da un tipo campanulaceo. Insomma gli alberi genealogici hanno un valore approssimativo e non identificativo.

Si dirà che questi difetti sono di grave natura. S' invocherà la massima che non è lecito abbandonare il campo della scienza positiva per correre dietro a teorie e ad ipotesi. A tutte quest' eccellenti ragioni noi contrapponiamo soltanto questa: non vedersi altra via che conduca al desiderato fine di fondare un metodo che ci rappresenti la storia della evoluzione del regno vegetabile sulla terra; quindi non potersi esimere dal batterla, sebbene aspra e spinosa.

Il metodo naturale restaurato sulle basi della dottrina filogenetica e della biologia, rappresentando la evoluzione del regno vegetabile sulla terra, viene ad esercitare la più decisa influenza critica sulle dottrine geologiche, che per gran parte sono dedotte dalla paleontologia; prepara la maggior perfezione della geografia botanica, la quale soltanto ha valore scientifico quando si applichi a studiare gruppi naturali, costituiti nella maniera migliore (specie, generi, famiglie ecc.).

Di questo lavoro è pertanto giustificato lo scopo, consistente nella emendazione delle formole classificatorie non di tutte le famiglie e di tutti i gruppi di piante (locchè trascende le forze e i mezzi che sono a mia disposizione), ma soltanto di alcune tribù o famiglie o classi; porgendosi così nello stesso tempo un saggio del modo come, a nostro avviso, si hanno ad adoperare i principii e i criterii delle dottrine filogenetiche e biologiche.

Questo lavoro ha, quanto all' argomento, molti punti di contatto con una pregevole comunicazione di Saporta e Marion, testè pubblicata sotto il titolo — L' évolution du règne végétal, 1881-1885. — Essi riuscirono per altro a risultanze e conclusioni molto divergenti dalle nostre. Tali divergenze derivano dal non aver essi tenuto calcolo dei fatti biologici, e dall' aver concesso troppo peso ai caratteri istologici; laddove in quest' ordine di ricerche tali caratteri hanno un valore secondario, e in ogni caso minore dei caratteri morfologici e biologici.

§ 1. Divisioni primarie del regno vegetale.

Per concorde avviso di tutti i più autorevoli botanici moderni, le piante sono ordinate in sei grandi classi; quelle cioè dei tallofiti, briofiti, pteridofiti, delle gimnosperme, angiosperme dicotiledoni e monocotiledoni. Questi gruppi sono tanto naturali, che non si conosce nessuna specie, di cui si possa dubitare intorno alla sua collocazione in uno dei medesimi. Pertanto giusta la dottrina filogenetica le specie raccolte in ciascuna delle sei divisioni sono da reputarsi figliazione di una forma archetipa propria.

Devesi per altro avvertire che questo numero di tipi fondamentali è suscettivo di riduzione. Per esempio le dicotiledoni e le monocotiledoni hanno in comune

tante e così profonde congruenze morfologiche, che è logico riunire i due tipi in un tipo unico, nel tipo delle angiosperme.

Le gimnosperme e le angiosperme concordano anch'esse per importanti caratteri morfologici, benchè manchino assolutamente oggidì le forme di transizione. Possono essere quindi considerate come una emanazione di un archetipo unico. Tale riunione è adombrata sotto l'usatissimo appellativo di piante fanerogame.

Ancora tra le gimnosperme e i pteridofiti, sebbene non esistano più oggidì forme intermedie, concorrono caratteri di grande congruenza non solo morfologici ma eziandio istologici; in modo che si è ragionevolmente indotti a considerare i pteridofiti, le gimnosperme, le angiosperme come un trilaterale sviluppo di organismi, emanati da un unico centro pteridofitico. Questa riunione equivale alle piante vascolari, bene prevista già da Aug. Pir. De Candolle.

Altri, modernissimi, veggono omologia tra i briofiti e i pteridofiti. Altrove spiegheremo le ragioni per cui tale omologia non ci pare sicura, anzi è estremamente improbabile. Questi tali riuniscono tutte le piante sin qui considerate sotto il nome di archegoniate, oppure di embriofiti (Engler), oppure di piante fogliose.

Finalmente, poichè nel primo stadio della vita così i briofiti che i pteridofiti hanno il corpo costrutto a somiglianza di certe alghe, non manca chi considera l'uno e l'altro tipo di piante come una diretta o indiretta emanazione delle alghe. Altrove esporremo i motivi che ci obbligano a ritenere i briofiti e i pteridofiti, come forme indipendenti dai tallofiti.

In conclusione molti autori moderni propongono pell'intiero regno vegetale una forma genealogica uniseriale (monofiletica).

Tallofiti
|
Briofiti
|
Pteridofiti
|
Gimnosperme
|
Angiosperme monocotiledoni
|
Angiosperme dicotiledoni

A noi sembra invece più razionale la seguente formola triseriale (polifiletica).

A	*B*	*C*
Tallofiti	Briofiti	Pteridofiti
		Gimnosperme
		Angiosperme dicotiledoni
		Angiosperme monocotiledoni

§ 2. Origine delle monocotiledoni.

Confrontando le due formole che precedono, si rileva una variante. In quella da noi proposta le monocotiledoni figurano come figliazione di un qualche tipo angiospermico dicotiledone, e nell' ordine delle divisioni tengono l' ultimo posto. Nell' altra formola invece le monocotiledoni occupano il penultimo posto e figurano come una discendenza delle gimnosperme.

La discrepanza è grave: conviene discuterla a fondo, perchè abbiamo a fronte due teorie opposte, di cui se l' una risponde al vero, l' altra è falsa.

Tutti i più autorevoli fitologi assegnano alle monocotiledoni un posto intermedio, o tra le gimnosperme e le angiosperme dicotiledoni, oppure tra le felci e le dicotiledoni. Si vede che concordano tutti nel ritenere le monocotiledoni come organismi più semplici delle dicotiledoni. Citiamo Ant. L. Jussieu (1789); Endlicher (1836), Ad. Brongniart, Adr. De Jussieu, Willkomm (1854).

Anche in tempi recentissimi vennero le monocotiledoni interposte alle gimnosperme e alle angiosperme dicotiledoni da Giulio Sachs (1868), Filippo van Tieghem (1884), Engler e Prantl (1887).

Questi autori incorsero in un grave errore tassonomico e ne è facile la dimostrazione. Basterà riflettere sulla seguente formola tassonomica e sui caratteri che vi sono esposti

Gimnosperme, Angiosperme } Dicotiledoni. Zona cambiale. Fasci vascolari cicloseriati.

Angiosperme monocotiledoni. Non dicotiledoni. Non zona cambiale. Non fasci vascolari cicloseriati.

Inoltre le monocotiledoni non posseggono alcun carattere che ripugni a farne ammettere la immediata discendenza da un tipo dicotiledone. Identiche sono la struttura e le funzioni degli stami, dei carpidii, degli ovuli. Identici gli apparati florali e i rapporti con diversi pronubi per la staurogamia; identici infine i processi della impollinazione e della fecondazione.

L' unica differenza consiste nell' avere profusi senz' ordine per entro al parenchima fondamentale i fasci fibroso-vascolari (contingenza affatto accidentale, che trasse con sè necessariamente la soppressione della fascia cambiale). Ma si noti che sotto questo riguardo le monocotiledoni differiscono non meno dalle gimnosperme e dai pteridofiti che dalle angiosperme dicotiledoni.

È conveniente adunque che nel sistema naturale si elimini una volta questo errore tassonomico di anteporre le monocotiledoni alle angiosperme dicotiledoni. È un errore propriamente storico; è un anacronismo che riesce sorgente di errori in paleontologia.

Invero tale anacronismo vedesi inficiare la recente opera di Saporta e Marion (*Évolution du régne végétal,* t. II, capo 6° e segg.); per quanto questi due valenti autori, preoccupati da alcune contraddizioni di fatti paleontologici, pensarono di surrogare alla brongniartiana una loro ipotesi, secondo la quale le monocotiledoni e le dicotiledoni angiosperme sarebbero due serie indipendenti, spiccatesi entrambe da uno stipite gimnospermico. Ma i sopra citati caratteri di somma affinità tra le piante delle due serie distruggono anche questa ipotesi di Saporta e Marion.

§ 3. Classificazione dei tallofiti.

Poco diremo in proposito, poichè siamo d' avviso che la ordinazione naturale di queste piante politipiche, polimorfe, polibie in grado sommo, offre minori difficoltà che non quella delle piante di più elevata composizione.

Contro la divisione proposta dagli antichi in alghe, licheni e funghi stanno le moderne scoperte. I funghi non sono che alghe metamorfizzate da parassitismo; i licheni non sono che una sotto tribù di ascomiceti.

La resezione in gruppi subalterni deve essere guidata da altri criterii.

È da ammettere la sezione degli schizofiti proposta da Cohn, la riunione cioè delle cianoficee e delle batteriacee. Queste ultime non sono evidentemente che cianoficee parassitiche. Ma reputiamo grave errore di collocare, come si fa, gli schizofiti a capo del regno vegetale. Gli schizofiti non sono una stirpe primordiale, ma certamente una stirpe *depauperata ed apogama.* Non hanno nessun titolo a primogenitura, e qui manifestamente si commise lo sbaglio di scambiare la semplificazione colla semplicità.

Le uniche forme tra le viventi che a nostro avviso meritano il titolo di primogenite sono le volvocinee.

Infatti esse offrono il fenomeno di una vera semplicità primigenia. Gl' individui componenti hanno tutti una figura simile. Sono tutti zoosporiformi così gl' individui vegetativi (zooblasti), che gl' individui propagatori (zoospore) e gl' individui sessuali (zoogonidii o gameti, zoosfere, anterozoi).

La forma di zooblasto non si ritrova più nel regno vegetale oltre le volvocinee. È stata surrogata dal zooblasto incapsulato o incistato, ossia da ciò che dicesi *cellula completa.*

La forma di zoospora ha trapassato le volvocinee, e ancora si ritrova nelle palmellacee, idrodiziee, saprolegniacee, peronosporee, contervacee, feoficee. Altrove si spense surrogata da cellule o complessi di cellule (germi, conidii, bulbilli, spore ecc.).

La forma di zoogonidii o di anterozoidi ha trapassato non solo le volvocinee, ma eziandio i tallofiti, e oltrecchè si perpetuò in tutto il regno animale, si ritrova eziandio in molte famiglie di alghe (palmellacee, idrodiziee, sifonee, vaucheriacee,

confervacee, ulvacee, feoficee, fucacee, si ritrova in tutti i briofiti e pteridofiti, ma è spenta in parecchie famiglie di tallofiti e in tutte le fanerogame, ivi visibilmente surrogata da cellule complete.

Inoltre le volvocinee offrono, se non siamo in errore, le più strette attinenze coi flagellati. Cosicchè le volvocinee starebbero a capo del regno vegetale, i flagellati a capo del regno animale, e il regno dei protisti tanto strombazzato da Haeckel e da' suoi seguaci sarebbe una chimera.

Alcuni hanno sceverato le diatomacee da tutte le altre alghe. Noi non comprendiamo le ragioni di questa operazione. La vita delle diatomacee ha molti punti di coincidenza con quella delle desmidiacee, e le desmidiacee essendo affinissime alle zignemee, dovrebbesi con questi tre elementi restituire la classe delle conjugate.

Le idruree, stirpe apogama (?), parrebbe doversi avvicinare alle diatomacee, per indizio del colore dei clorofillofori.

Si dànno nelle palmellacee forme generiche che fanno transito alle sifonee. Alle sifonee, come altrettante stirpi parassitiche, sembrano doversi aggregare le saprolegnie e peronosporee, e fors' anche le mucorinee.

Le feoficee, laminariacee, fucacee hanno molti caratteri di affinità e giustificano l' unitario concetto della classe delle melanoficee.

Le floridee e le caracee occupano, tra i tallofiti, il più alto grado di composizione. Le prime mostrano di avere qualche analogia cogli ascomiceti, le seconde coi briofiti.

Gli eumiceti formano una vasta classe, non molto elevata sotto il rapporto istologico, elevatissima sotto il rapporto morfologico e biologico. Sono gli unici tallofiti che offrono svariati apparecchi di relazione al vento, agl' insetti (spermogonii, falloidee ecc.) e perfino a mammiferi pascolanti (ascoboli). Comprendono tre ordini o grandi famiglie, ipodermii, basidiomiceti, ascomiceti.

Coniomiceti e ifomiceti sono un' immensa progenie di forme incomplete, che tutti oggidì concordano nell' associare agli ascomiceti.

I saccaromiceti sono forme depauperate in estremo grado ed apogame. Eppure la loro elevata origine è rivelata dal modo come si moltiplicano, per mezzo cioè di punti di vegetazione, che è il vero carattere distintivo delle forme tallofitiche superiori. Par dubbia per altro la collocazione dei saccaromiceti. Altri li associa agli ascomiceti; a noi sembrano piuttosto mucorinee degenerate, e, per motivo dell' ambiente liquido, metamorfizzate in una particolare prolificazione di cellule, perpetuatasi apogamicamente (*hefeartige Bildung*).

La collocazione dei mixomiceti, trascinati qua e colà, cacciati da un luogo e dall' altro, è ancora un enigma insoluto. Mi sembrò sempre stranissima l' idea di De Bary che li cacciò fuori perfino dal regno vegetale (micetozoi). La fusione delle mixamebe per me corrisponde a un atto sessuale, analoga a quella forma sessuale che, secondo il mio parere, si è realizzata negli eumiceti; la quale propriamente consiste nella eventuale anastomosi degl' ifi, o procedenti da una e medesima spora (omogamia), o, talfiata, procedenti da distinte spore (staurogamia).

La sporificazione dei mixomiceti è tale che non ci è niente di simile in tutti i tallofiti inferiori: ha invece un insigne riscontro coi gastromiceti.

Noi proponiamo il quesito: dato che una stirpe di gastromicete, per esempio un *Polysaccum*, perda la facoltà d' incistare i suoi plasmi, non ne verrà fuori un mixomicete? E tuttavia la parentela sarà manifestata nell' ultimo stadio della vita, in quello della sporificazione.

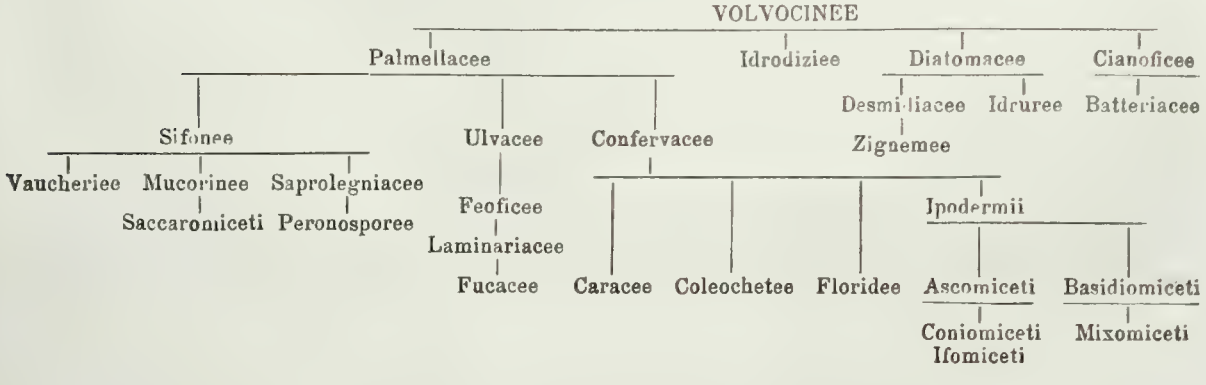
Resta a precisare la collocazione delle caracee. Elevatissime nel grado della composizione organica, quasi rivaleggiano colle fanerogame. Infatti le loro colonie si compongono mediante una gemmazione analoga. Ma la grande loro semplicità sotto l' aspetto istologico che per poco adegua quella della cladoforee, e il modo della fecondazione, le trattiene nel campo dei tallofiti, in cui per verità stanno rappresentando una stirpe molto isolata.

Alcuni hanno avvicinato le caracce ai briofiti, ma confesso di non intendere il loro operato. Per potere ammettere la parentela delle caracee coi briofiti, sarebbe giuocoforza provare che la loro spora sia il compendio d' uno sporogonio (sarebbero in tal caso una discendenza briofitica semplificata), oppure provare che la spora stessa abbia la potenzialità di sviluppare uno sporogonio (nel qual caso rappresenterebbero gli antenati dei briofiti). Ma mi sembra che queste due proposizioni rasentino entrambe la inconcepibilità.

Adducono che gli anterozoidi delle caracee siano sorprendentemente simili a quelli dei briofiti. Ciò è vero. Ma non potrebbe essere una mera accidentalità? Dovrebbero piuttosto corrispondere gli archegonii e gli anteridii; ma niente di più diverso. Questi apparecchi nei briofiti sono una mera emergenza del tallo o del caule; laddove nelle caracee sono palesemente una metamorfosi di gemma. Nei briofiti sono organi metamorfici; nelle caracee sono organismi metamorfici; pertanto non possono essere omologhi. Per tutte cosifatte ragioni o bisogna per le caracee stabilire una divisione speciale, oppure, come mi pare più conveniente, lasciarle tra le alghe, di cui sarebbero una elevatissima stirpe, ed anche antichissima, come s' induce dalla metamorfosi in esse compiutasi di gemme vegetative in sessuali.

Facciamo seguire un provvisorio quadro di classificazione dei tallofiti, esteso a seconda delle cose sovra esposte.

Albero genealogico dei tallofiti



§ 4. Posizione dei briofiti e dei pteridofiti.

La riunione di queste due classi in una scorgesi attuata in parecchie opere sistematiche. Endlicher le associò sotto il nome di *cormofiti acrobrii;* Lindley e Brongniart sotto quello di crittogame *acrogene.* Coi vocaboli acrobrii e acrogene si allude al carattere dell' incremento longitudinale apicale. Ma questo carattere ha poca importanza perchè si ritrova nelle caracee e in altri non pochi tallofiti. Endlicher commise un notevole errore tassonomico nello avere conferito ad entrambi il titolo di cormofiti, perchè il cormofitismo dei briofiti è di tutt' altra natura di quello dei pteridofiti; è una mera concordanza analogica non omologica.

Ultimamente le due classi sono state riunite in una da Engler e Prantl (*Nat. Pflanzenfam.,* 1887) sotto il titolo di *embriofiti zoidiogami*, avvalendosi di un complesso di caratteri concordanti, mediante il quale sono collocate in antagonismo cogli *embriofiti sifonogami*, ossia colle fanerogame.

Malgrado l' autorità dei citati fitologi, prima di accettare siffatta riunione, conviene ben riflettervi sopra, e si terminerà con doverla respingere.

I briofiti e i pteridofiti concordano nel fenomeno della generazione alternante; fenomeno che, abolito, a seguito di depauperazione, presso le piante superiori, più non si riscontra in altri organismi, salvo che in alcuni animali inferiori (salpe, elminti).

Questa generazione alternante è dimorfa e regolarissima. Ogni specie è rappresentata da due forme d' individui. Una forma è sessuata e chiude la sua vita colla produzione di oosfere fecondate. La seconda forma è asessuata; parte dalla oosfera fecondata e produce una pianta sporificante. Colla germinazione delle spore, da cui derivano nuovi individui sessuati, ripetesi il ciclo (1).

Dappoichè non si può negare questa insigne concordanza, giova per altro approfondirne il valore e il significato. E tosto si presenta il quesito: la generazione sessuata e l' asessuata dei briofiti comparate con quelle dei pteridofiti, sono propriamente omologhe, oppure si tratta di una mera analogia?

(1) Una generazione alternante intesa nel largo senso della parola si ritrova in molti tallofiti (cenobiee, *Oedogonium*, ipodermii, ascomiceti ecc.), ma con andamento oscuro, irregolare, polimorfo. Così le uredinee eteroiche hanno tre sorta d' individui che si succedono gli uni gli altri (uredine, promicelio, ecidio). Ma le generazioni che costituiscono lo stadio uredineo, e talvolta anche lo stadio promiceliale, non sono rigorosamente uniche; e, secondo le circostanze, possono riprodursi di seguito un grande numero di volte. Perciò la generazione alternante, quale si verifica in parecchi tallofiti, è troppo diversa dalla biforme e regolarissima, propria dei briofiti e pteridofiti. Anche nelle floridee si potrebbe, con Van Tieghem, considerare una generazione alternante nello sviluppo dello sporocarpio, analogo allo sporogonio dei muschi; ma nelle floridee non manca mai la connessione istologica, per il che non dassi vera separazione corporale della forma asessuata. Quindi riesce dura una siffatta comparazione tra le floridee e i briofiti.

Nei briofiti la generazione sessuata si compone: 1° di un protonema con incremento indefinito; 2° di un indefinito numero di pianticelle prodotte dal protonema per gemmazione; 3° di organi sessuali prodotti da ogni pianticella.

Nei pteridofiti invece la generazione sessuata è molto più semplice. Si compone di un protallo con incremento prontamente definito, che direttamente produce gli organi sessuali.

Mi pare inevitabile la conclusione: tra la generazione sessuata dei briofiti e quella dei pteridofiti la omologia è per lo meno molto dubbia.

Ma divergenza più grave emerge confrontando le generazioni asessuate dei briofiti e dei pteridofiti. Come mai potrà sostenersi la omologia tra lo sporogonio di un musco e una pianta di felce? Ciò passa ogni immaginazione. Per me riesce affatto inconcepibile il modo come da uno sporogonio (che è fornito di tanta semplicità e razionalità strutturale per rimanere così com'è) possa svolgersi, per via di graduali o anche di repentine metamorfosi un organismo così complicato (poniamo che razionalissimo pure nel genere suo), munito di tanti organi e di tanti apparecchi così di vita interna che esterna, qual si è una pianta di felce. Sostenere una siffatta omologia per me equivale ad un' assurdità.

Adunque, stando alle regole del metodo naturale genealogico, il riunire le due classi è un errore che deve in buona logica scomparire dai prospetti tassonomici.

Così i briofiti, essendo impossibile il collegarli per una parte alle caracee, per altra parte ai pteridofiti, costituiscono nel regno vegetabile una classe a parte, indipendente sin dalle origini, dotata di uno sviluppo proprio, senza nessuna interferenza con altri organismi, salvochè per iscopo biologico (1).

I pteridofiti pure devono essere considerati come forme primordialmente isolate e indipendenti. È vero che la loro generazione sessuata non differisce sostanzialmente dal tallo di un' alga; ma, oltre questa coincidenza, tace ogni altro rapporto morfologico.

§ 5. Classificazione dei briofiti.

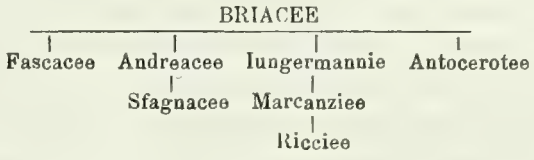
I caratteri morfologici dello sporogonio somministrano a quanto pare la miglior base per una buona classificazione dei briofiti. Razionale è la suddivisione in muschi ed epatiche. Quanto a precedenza dovrebbero averla i muschi sull' epatiche; eppure nei trattati più recenti, sulle orme di Sachs e Van Tieghem, si segue l' or-

(1) La biologia dei briofiti è molto limitata. Per rispetto alla staurogamia, l'agente intermediario è l' acqua (pioggia, rugiada e stillicidii); per rispetto alla disseminazione è il vento. Molte specie preparano cavità designate ad imprigionare (e digerire) dei nostoc e altre cianoficee, e fors' anco animalcoli (*Sphagnum*, *Anthoceros* ed altre parecchie epatiche frondose e non frondose), Altri rapporti non mi sono noti.

dine inverso. Ma il vero è che l' epatiche appartengono a tipi depauperati e semplificati, come ne fanno fede i rudimenti fogliari (marcanziee, ricciee ecc.). Quindi appare che siano formazioni postume. Il tipo *Anthoceros,* sebbene depauperatissimo, pare che appartenga piuttosto ai muschi, in vista della columella e della deiscenza dello sporogonio.

Provvisoriamente proponiamo il seguente prospetto genealogico, che sembra corrispondere alle cognizioni che attualmente si hanno intorno alla vita e alla morfologia di queste piante.

Albero genealogico dei briofiti



§ 6. Classificazione dei pteridofiti.

Il problema di classificare nel miglior modo i pteridofiti è di eccezionale importanza, trattandosi di un gruppo di vegetali costituito da forme antichissime, dallo sviluppo delle quali sono scaturite tutte le piante superiori, sia gimnosperme che angiosperme, ossia quelle piante che hanno il massimo interesse sotto il riguardo dell' economia generale della natura, della economia particolare del genere umano, e finalmente sotto il punto di vista storico dell' evoluzione del regno vegetabile.

Invero, poichè nelle antichissime epoche geologiche, i pteridofiti predominavano su tutte le altre piante, la loro classificazione ha un' influenza la più decisiva sulle dottrine geologiche.

Le classificazioni fin qui prodotte lasciano molto a desiderare.

Alcuni hanno creduto di scindere i pteridofiti in 2 gruppi, secondo che sono isosporei od eterosporei.

Questo è un errore grave in tassonomia. La scissione dei sessi per protallo, e il conseguente eterosporismo non sono che un effetto della gran legge naturale della divisione del lavoro fisiologico. Ora questo effetto non ha avuto luogo presso i pteridofiti una volta sola, ma almeno un cinque o sei volte e forse più. È un fenomeno che si è indipendentemente prodotto in varie stirpi, concomitato naturalmente da analoghe manifestazioni; laonde chi lo prende a norma principale di classificazione assume un criterio fallace, viene necessariamente a disgiungere stirpi affinissime, e ad approssimare stirpi remote.

Già la divisione dei sessi per protallo si è accentuata negli equiseti, sebbene fin qui siano ancora isosporei; ma non è dubbio che questa stirpe è avviata verso l' eterosporismo.

L' eterosporismo si è sviluppato indipendentemente in una stirpe affine alle polipodiacee (marsiliacee), in altra stirpe affine alle imenofillee (salviniacee), in una terza stirpe affine alle ofioglossee (isoetacee), in una quarta stirpe affine alle licopodiacee (selaginellee).

Gli sporangii delle marsiliacee sono disposti in sori lineari, carattere che raramente si riscontra all' infuori delle polipodiacee. Presso queste adunque devono essere collocate.

I microsporangi di *Azolla* sono equatorialmente annulati precisamente come gl' isosporangii delle imenofillacee. Di più i microsporangii e macrosporangii di *Salvinia* sono disposti in molti attorno a una emergenza placentaria cilindrico-conica; carattere che è proprio ancora delle imenofillacee. La conclusione non può essere dubbia; le salviniacee non sono altro che imenofillacee eterosporiche ed acquatiche.

A mio avviso, le isoetacee sono di gran lunga più vicine alle ofioglossee che alle licopodiacee, benchè tutti gli autori le conglobino con queste ultime. Già i caratteri degli organi vegetativi, le dimensioni delle foglie, la semplicità e brevità del caule, le formazioni stipolari, mentre le allontanano dalle licopodiacee (ramosissime e brachifille), le identificano quasi colle ofioglossee. Inoltre il cosidetto sporangio delle isoetacee per me non sarebbe tale. Già le enormi sue dimensioni accennano ad organo d' altra natura. Esso non è verisimilmente uno sporangio ma un complesso di sporangi, per composizione e posizione affatto omologo alla spiga sporangifera di un *Ophioglossum*. Una cosifatta spiga, elaborata di generazione in generazione per modo da sempre più allontanarsi dalla forma vegetativa, depauperata istologicamente fino al punto da simulare un organo unico, comprendiamo come da ultimo possa convertirsi in un corpo (ligulato!) assai simile al presunto sporangio delle isoetacee. Parlano ancora a favore di quest' idea i non pochi dissepimenti che separano in altrettante loggie la cavità sporangica di *Isoetes*. Il concetto di sporangi spetterebbe ad esse loggie.

L' affinità delle selaginelle coi licopodii è tanta, che il separare le une e gli altri in due famiglie è un errore tassonomico.

Poichè non è accettevole una primaria distinzione dei pteridofiti in isosporei ed eterosporei, quale altra divisione le surrogheremo?

Dovremo con Luerssen dividere la intera classe in tre grandi famiglie, filicine, equisetine, licopodine? Questa divisione non è cattiva, come è palesato dal poter essa armonizzare con uno schema filogenetico nel modo che segue:

Filicine

Equisetine Licopodine

Ma si dànno altre non meno buone divisioni e forse preferibili.

Una si può fondare sulla *varia imposizione degli sporangi*. Questi o sono imposti sulla pagina inferiore della foglia fertile, o sono prodotti da un corpo sovrapposto al lembo della foglia fertile, o si trovano all' ascella della foglia fertile. Quindi tre naturali divisioni di pteridofiti:

A - Iposporangiati (polipodiacee, ciateacee, imenofillee, salviniacee, gleicheniee, schizeacee, osmundacee, marattiacee, equisetine);

B - Antisporangiate (marsiliacee, ofioglossee);

C - Axillisporangiate (isoetacee, licopodine).

Cotale divisione sarebbe ottima se non fosse la circostanza che l' antisporangismo si è indipendentemente sviluppato due volte nei pteridofiti, cioè una volta presso le marsiliacee, altra volta presso le ofioglossee.

Malgrado quest' inconveniente, tale divisione ha un grande pregio, poichè riesce un' eccellente guida storica della evoluzione dei pteridofiti. Infatti le forme antisporangiate necessariamente derivano da forme iposporangiate e le forme axillisporangiate da forme antisporangiate.

Per avere a grandi tratti la storia dello sviluppo di queste piante non è che da por mente alle modificazioni delle foglie fertili. Quelle foglie che meno distano dalle foglie vegetative e che portano sporangi nella loro pagina inferiore accennano senza dubbio a un tipo primigenio (iposporangiato).

Dalla foglia iposporangiata ecco come può essersi evoluta una foglia antisporangiata.

Presso molte felci le foglie fertili non sono fertili ovunque, ma soltanto in alcuni loro lobi inferiori (per contrario nella *Osmunda regalis* sono fertili i lobi superiori). Per tal guisa la foglia fertile resta divisa in due regioni, e propriamente tripartita. La partizione di mezzo è laminare, espansa, vegetativa, sterile; la partizione di destra e quella di sinistra invece sono fertili, iposporangiate, per lo più anguste e rese spiciformi in modo da non presentare più differenziazione di due pagine, superiore ed inferiore, come infatti non la può più presentare un organo reso, di piatto che era, cilindrico. Le foglie che versano in questo stadio di transizione si possono qualificare col nome di proantisporangiche.

Questo stadio molto istruttivo ci è offerto dal genere *Aneimia* delle schizeacee.

Ora se s' imagina che fin dai primordii i lobi fertili di destra concrescano fusi coi lobi fertili di sinistra, in guisa tale da produrre un lobo apparentemente unico, questo lobo sporangifero verrà ad essere opposto e sovrapposto al lobo mediano sterile. La foglia fertile avrà cessato di essere iposporangica, e sarà diventata antisporangica.

Tale è la foglia fertile delle ofioglossee. Tale quella delle marsiliacee.

Questo fenomeno dell' antisporangismo è fornito d' un alto significato morfologico e genealogico; tanto più che indipendentemente, come vedremo, si produsse

un fenomeno analogo nelle gimnosperme (antispermia), e nelle angiosperme (placentazione centrale vera).

Dalla forma antisporangica è con tutta facilità deducibile la forma delle foglie axillisporangiate.

Se infatti noi immaginiamo in date stirpi il corpo antisporangico sempre più ridursi nelle dimensioni e depauperarsi nel numero degli sporangi, riusciremo da ultimo alle forme realizzate nelle licopodine, ove gli sporangi, diventati ascellari, sono in numero di 3 (*Psilotum*), di 2 (*Tmesipteris*), di 1 soltanto (*Lycopodium, Selaginella*). È questo il termine estremo della riduzione e della semplificazione, e sbaglierebbe gravemente chi lo scambiasse col *maximum* della semplicità.

Ecco così colla storia della foglia fertile disvelata la storia della evoluzione dei pteridofiti.

Altro carattere importante che può essere usufruito per introdurre una divisione primaria nei pteridofiti si riferisce alla natura morfologica degli sporangi.

Gli sporangi in alcune forme sono mere produzioni epidermiche equivalenti a peli o squame. Questo carattere è un manifesto titolo di anteriorità.

In altre forme invece gli sporangi sono emergenze più profonde, e non solo alla formazione di essi sono interessate molte cellule dello strato epidermico, ma quelle eziandio di parecchi strati subepidermici. Questo carattere è un manifesto titolo di posteriorità, ed è comune alle marattiacee, ofioglossee, licopodine ed equisetine.

Distingueremo adunque due grandi divisioni di pteridofiti, i tricosporangiati quali forme primitive, i pachisporangiati quali forme posteriori.

Per istituire una divisione primaria è valido anche un altro carattere: la diafisi.

L' asse diafitico, il quale cioè dalla produzione di foglie fertili non è minimamente arrestato nel suo ulteriore incremento, è un gran carattere di antichità primigenia. L' asse invece ove la diafisi è abolita indica una progenie posteriore.

Sono diafitiche le filicine tutte quante, e inoltre le isoetee; la diafisi è abolita invece nell' equisetine e nelle licopodine; indubbio segno di evoluzione postuma.

Noi vedremo pure che lo stesso altissimo significato ha la diafisi presso le gimnosperme.

I criteri per le divisioni secondarie dei pteridofiti sono dati:

1° dall' isosporismo ed eterosporismo. L' eterosporismo è un carattere posteriore;

2° dalla profusione degli sporangi e dalla loro agglomerazione in sori. La presenza dei sori è un carattere posteriore;

3° dalla maggiore o minore elevazione del ricettacolo sporangifero. Un ricettacolo molto elaborato ed elevato implica per sè, come ogni elaborazione, una evoluzione posteriore (ciateacee, imenofillee, salviniacee);

4° dallo sviluppo in ogni foglia di una regione stipolare o inguainante (marattiacee, ofioglossee, isoetacee). È un carattere posteriore;

5° dalla posizione e dai caratteri dell' anello che nei tricosporangi determina la deiscenza. Distinguesi un anello verticale incompleto (polipodiacee); un anello obliquo, subverticale, completo (ciateacee), un anello equatoriale completo (imenofillee, microsporangi d' *Azolla*), un anello apicale regolare (schizeacee), un anello equatoriale incompleto (gleicheniacee). Ma in fatto di tali divergenze è impossibile il dire quali siano da aversi per forme anteriori, quali per forme posteriori. Così questa distinzione manca di valore genealogico.

Le cose che abbiamo sin qui esposte sono sufficienti per proporre uno schema di classificazione genealogica dei pteridofiti, assai plausibile e soddisfacente.

Quale sarà la forma archetipa; o più precisamente, fra le forme fino ai giorni nostri pervenute, quali saranno quelle che devono avvicinare meglio la forma archetipa?

Non è difficile risolvere il quesito.

Cosifatte forme devono essere:

1° iposporangiate;

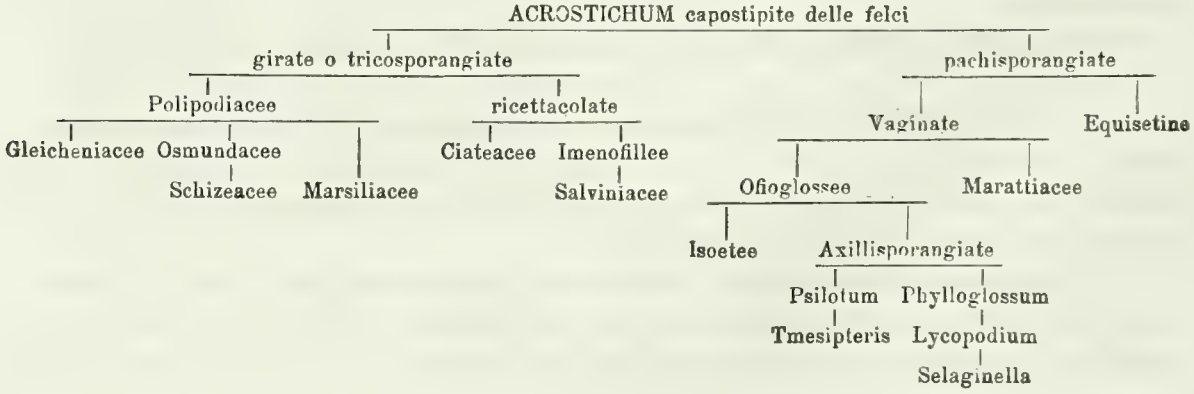
2° diafitiche;

3° tricosporangiate, non pachisporangiate;

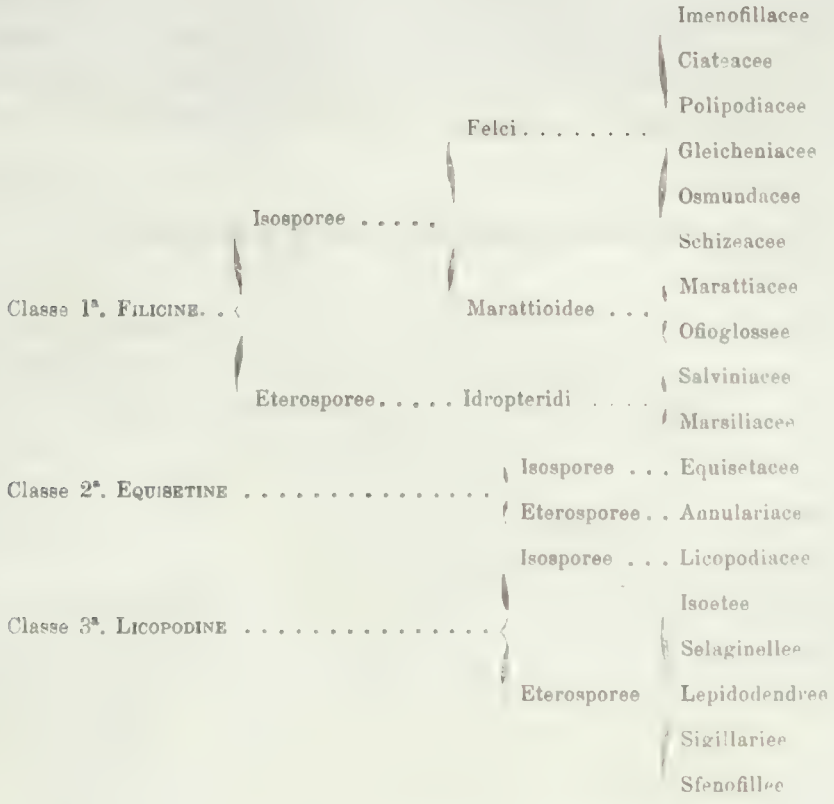
4° prive di sori, ossia cogli sporangi senza regola profusi e diffusi nella pagina inferiore delle foglie fertili.

Ora precisamente la consociazione di questi quattro ordini di caratteri si trova in una sezione di polipodiacee, cioè nella tribù delle acrostichee. Adunque il genere *Acrostichum* deve figurare nel nostro quadro come capostipite.

Del resto ecco il quadro che provvisoriamente proponiamo per la classificazione genealogica dei pteridofiti:



A questo quadro genealogico giustaponiamo il quadro prodotto testè da Van Tieghem, esteso a seconda delle forme usuali di classificazione puramente morfologica.



Il paragone fra i due quadri mette in rilievo i difetti dei prospetti di classificazione secondo le norme vigenti.

Nel prospetto del Van Tieghem, che fra i quadri fin qui prodotti è certamente il migliore, sono sanciti i seguenti più o meno gravi errori tassonomici:

1° Interposizione delle equisetine tra le filicine e le licopodine;

2° Interposizione delle marattioidee tra le felci e le idropteridi, le quali ultime poi sono vere felci;

3° Disgiunzione delle salviniacee dalle imenofillee, delle marsiliacee dalle polipodiacee, delle isoetee dalle ofioglossee;

4° Interposizione delle isoetee tra le licopodiacee e le selaginellee;

5° Elevazione al grado di famiglia delle selaginelle che appena sono separabili dai licopodii;

6° Elevazione delle imenofillee a capo dei pteridofiti, le quali pel doppio grado di localizzazione dei loro sporangi non possono aspirare a questa posizione;

7° L' aggregazione delle annulariee alle equisetine (vedi il § seguente).

Tutti questi errori tassonomici veggonsi eliminati nel nostro schema, e si vegga da questo, come gli alberi genealogici sovrastino a qualsiasi altro modulo tassonomico, qualora si vogliano esprimere i più intimi rapporti di affinità. Affinità infatti non è altro che parentela e i gradi di parentela non si possono esprimere che mediante la forma d'un albero genealogico. Inoltre dal fondo stesso del nostro quadro è adombrata la storia dello sviluppo dei pterodofiti, a partire da una forma archetipa per riuscire alle diverse stirpi oggidì rappresentate.

§ 7. Pteridofiti dei tempi paleozoici.

Nelle antichissime età della terra, il gruppo dei pteridofiti, a quel che si può giudicare dai residui fossili, aveva raggiunto di già il *maximum* del suo sviluppo, cosicchè le forme oggidì superstiti non segnano nessun progresso nella evoluzione; anzi ai giorni nostri la classe è depauperatissima, essendosi estinte le calamarie, le lepidodendree, le sigillariee, nonchè molti generi di filicine tricosporangiate.

Si noti che le famiglie estinte per massima parte appartengono alle forme le più elevate nella composizione organica (licopodine).

È inevitabile la conclusione: i dati geologici non possono minimamente contribuire a dilucidare la storia della evoluzione dei pteridofiti nel tempo e nello spazio. E questa conclusione sta contro quei non pochi geologi che dai fatti della distribuzione paleontologica trassero errate induzioni sull'antichità di certi tipi pteridofitici; induzioni che sono in diretta contraddizione collo schema genealogico da noi proposto.

Il presente articolo si propone di risolvere alcune questioni in proposito. Fra le forme più antiche i paleontologi si accordarono nel riconoscere la famiglia delle calamarie (generi *Annularia*, *Asterophyllites*, *Calamites*), e nello avvicinarla od anco conglobarla colle equisetacee.

Ora in un gravissimo errore incorriamo noi, o in un gravissimo errore incorsero essi.

Le spighe eterosporangiche nelle calamariee constano di un numero indeterminato di cicli fogliari, con tal seguito che a un ciclo di foglie sterili succede un ciclo di foglie fertili, a questo un ciclo di foglie sterili e così via discorrendo per tutta la lunghezza delle spighe. I cicli sterili applicandosi ai fertili eserciterebbero una funzione puramente integumentativa e protettiva.

Niente di simile si osserva nelle equisetine vere. Tutti i cicli delle spighe sporangifere sono uniformi.

Ma ancora questa non sarebbe una ragione perentoria per escludere le calamarie dalle equisetine. Havvene un'altra e perentoria.

I cicli sterili constano d'un numero doppio di lamine fogliari. Ora le leggi della filottassi escludono la possibilità dell'alternanza di cicli fogliari ineguali.

Adunque si è forzati a riconoscere che il verticillo sterile e il sovrastante verticillo fertile non appartengono mica a due cicli fogliari, bensì a un ciclo unico di foglie sporangifere omologhe a quelle di una ofioglossea. Il verticillo inferiore sarebbe costituito dalla regione laminare (bipartita) delle foglie fertili, e il verticillo superiore dai loro corpi antisporangici o axillisporangici.

Ciò stante, le calamarie non possono punto essere ragguagliate alle equisetine; debbono essere ragguagliate invece a pteridofiti antisporangiati o axillisporangiati.

Nei generi *Psilotum* e *Tmesipteris* abbiamo infatti un *quidsimile*. La lamina sottendente i corpi antisporangici è infatti analogamente bifida o bipartita. È questa una coincidenza molto significativa. Le calamarie sono licopodine eterosporee, e le forme affini ad esse vivono oggidì nei *Psilotum* e *Tmesipteris*. Che se le calamarie vestono una fallace apparenza di *Equisetum*, ciò è dovuto all'accidentalità di avere fillomi verticillati anzichè spirali, e di avere nello stesso tempo internodii allungati; ma la dottrina della fillotassi ampiamente dimostra che l'uno e l'altro carattere non hanno gran valore morfologico, e tante volte in uno e stesso individuo si manifestano collegati a caratteri opposti.

Gli *Sphenophyllum*, pur a foglie verticillate, sono stati ultimamente da B. Renault, da Saporta e Marion (l. c. vol. I) assimilati alle salviniacee. Ma se si riflette che le salviniacee sono iposporangiate, e tricosporangiate, l'opinione di detti autori parrà insostenibile, dappoichè gli *Sphenophyllum* sono indubbiamente axillisporangiati e pachisporangiati, e sono perciò da collocarsi fra le licopodine eterosporee.

Incontestabilmente vanno anche qui collocate le lepidodendree, e in ciò sono d'accordo quasi tutti gli autori.

Le licopodine eterosporee occupano il più elevato grado di composizione organica fra i pteridofiti, di cui realizzano la suprema evoluzione. Ciò premesso, è ben degno di nota che, mentre oggidì pur non sono rappresentate salvo che dalle povere ed umili selaginelle, nei tempi paleozoici lo erano invece dalle magnifiche calamarie e lepidodendree; segno non dubbio che già in quell'epoche remotissime esaurito era il campo della evoluzione dei pteridofiti. Laonde cadono a terra tutte le induzioni fatte da Saporta e Marion nonchè da altri, sulla successione nel tempo dei diversi tipi di crittogame vascolari.

INTORNO LA CHIRURGIA DEL PANCREAS

SOSTENUTA DA ESPERIMENTI SOPRA ANIMALI VIVI

E DA FATTI CLINICI

NOTA

DEL DOTT. CAV. FERDINANDO VERARDINI

(Letta nella Sessione del 29 Aprile 1888).

Diverse volte ho avuto l' onore di sottoporvi de' miei studi intorno le malattie a cui può andare e va preso il Pancreas; viscere al quale in Italia ben pochi avevano posto la mira, e soltanto si leggevano osservazioni qua e là sparse d' infermità, o meglio di alterazioni scoperte casualmente in autopsie cadaveriche eseguite sopra soggetti morti con fenomeni morbosi, i quali avevano guidato in vita à ben altro diagnostico.

Per la buon' accoglienza fatta a que' miei studi, e per avere avuto in seguito l' opportunità di poterli estendere, mi sentii indotto a comporli a maniera di Trattato, che uscì in luce colla quarta e più rifusa edizione, nel pregevole giornale *La Rivista Italiana di Terapia e d' Igiene*, in Piacenza, nell' anno 1882.

Or bene, in questo breve periodo di tempo, in questi soli sei anni, oh quanta via si è percorsa nella conoscenza de' mali al Pancreas, sia in rapporto alla Medicina e non poco alla parte Terapeutica, la quale era assai, ma assai meschina e povera!

A rafferma, ricordo qui adesso ch' io ne conchiusi nell' apposito capitolo, dopo accennati i provvedimenti più usati e consigliati da CORVISART, dal BAMBERGER e da altre celebrità scientifiche, fino al DÉFRESNE che lodava a cielo la Pancreatina, ne conchiusi, dissi, di questa guisa: „ A motivo specialmente dell' oscurità regnata fin qui intorno i modi diversi e tanti d' ammorbare del Pancreas, e pure della relativa povertà d' osservazioni bene instituite, il trattamento curativo necessariamente ne partecipa; privo ch' è di quelle *risorse*, le quali una continuata esperienza somministra anche nelle maggiori angustie atte ad impedire fatali ruine. „ E queste *risorse* a cui feci allora allusione sonosi proprio in modo portentoso realizzate pei sommi progressi fatti dalla Chirurgia e in parte dalla stessa Medicina, se bene in modo assai meno eccellente, coadiuvate tuttavia dalle Scienze affini, e verificatosi

così l' efficace beneficio del reciproco aiuto della Scienza e dell' Arte, e come diffusamente me n' espressi nel primo contributo di studio ch' ebbi l' onore di leggere il 12 Dicembre 1844 in questa stessa Aula, giovinissimo che m' era allora; queste *risorse*, ripeto, ci sono pervenute appunto dalla Scienza e dall' Arte insieme accordate e si attuarono ed in sì breve volgere di tempo, perchè omogeneo e vigoroso fu il loro bene augurato connubio.

Laonde per essersi verificati i sussidii da me presso che ipoteticamente invocati e per non lasciare monca e tisicuccia quella parte importantissima che è la terapeutica, ed allora non poteva a meno d' essere tale, la racconcio adesso e la rincarno con sua propria sostanza, non oso dire a complemento del mio Trattato, ma solo per renderlo meno imperfetto e più degno di Voi che l' accoglieste, colla usata Vostra cortesia, benignamente.

Il perchè col presente mio comunicato verrò sponendo tutto quanto è a mia conoscenza intorno questa materia, alla quale posi sempre amore particolare, premettendo che in parte ebbe le sue prime radici nelle esperienze fatte pel passato sopra animali vivi dal Brunner, dal Corvisart, dal Bernard, dal Colin in Francia, non che dallo Schiff, ed ora fu meglio elaborata in virtù di ulteriori studii eseguiti da alquanti valorosi Fisiologi e suffulta di recente da considerazioni e da prove di chiarissimi medici Alemanni e di America; studii che prendo a guida, valendomi spezialmente di due importantissimi: uno del Nimier, professore a Val-de-Grace; l' altro del Senn, pubblicato nell' *American Journal of Medicales Sciences*, nel Gennaio 1887, ed entrambi diffusamente ricordati negli *Annali Universali di Medicina e Chirurgia*, Vol. 283, dell' anno presente; chè, del mio proprio non sarei stato alla portata di offerirvela proficua a tant' uopo.

Dico adunque senza più, che il Nimier afferma essere la quistione dell' intervento chirurgico nelle malattie del Pancreas già sciolta, mentre fino a pochi anni addietro lo si credeva questo viscere inaccessibile al ferro chirurgico. Per fermo, la Storia registra operazioni praticate sopra di esso, aprendo ascessi formativisi, levando cisti voluminose, estirpandone tumori e perfino levando completamente tutta la glandola istessa. Deve però essere fatto noto che quest' ultima operazione, la quale fu tentata anche dal Brunner, non riuscì a bene; il Bernard ed il Colin osservano nelle loro Memorie Accademiche, lette fra il 1851 ed il 1854, che la gravissima operazione può anche non dar luogo agli accidenti temuti, quali: evacuazioni grassose, marasmo e morte per atrofia delle villosità dell' intestino e per ulcerazione della mucosa intestinale.

A qualche conferma de' pensamenti di questi due Uomini illustri, reputo non ozioso il riferire quanto su tale proposito è stato raccolto in uno stupendo lavoro, composto dal giovine collega Sig. Dott. Remo Segré, intitolato „ Studio clinico sui tumori del Pancreas „ ed or mo reso pubblico nel fascicolo di Gennaio dell' anno presente degli *Annali* ricordati dianzi. V'è detto che il Paulow, l'Arnozan, il Vaillard, il Remy riuscirono a distruggere il Pancreas, non però coll' esportazione, sì bene colla le-

gatura dei dôtti (il che fa atrofizzare e ridurre a stato di completa sclerosi la glandola) e n' ebbero risultati buoni.

A questo riferimento non trovo fuori di proposito di aggiungere le seguenti considerazioni, e cioè: essere bensì addimostrato dall' universalità dei Fisiologi che il succo pancreatico è fornito d' un triplice potere; di tramutare le sostanze albuminoidi in peptoni; di pur tramutare le sostanze amilacee in glucosio; di emulsionare le sostanze grasse. Quest' è verissimo; ma d' altronde non è men vero che questo triplice potere del succo pancreatico l' ha, non solo l' umore segregato dalle glandole del Brunner, ma anche quello pur segregato dalle glandole del Lieberkühne.

Laonde essi potrebbero fino ad un certo punto sostituire la mancanza del succo pancreatico, e regolando la dieta degli operati rigorosamente, ed a maniera di non eccedere nè nella quantità degli albuminoidi e delle sostanze amilacee, massime delle grasse, perchè eccedendo s' intrometterebbe nel canale degli alimenti maggior copia di sostanze, di quello che gli umori che dentro vi piovono, fossero in grado di tramutarle; di tal fatta gli operati potrebbero avvantaggiarsi a sufficienza e bastare alla vita più o meno lungamente.

Arroge in fine che il Colin ha potuto negli animali estirpare il Pancreas, ed essi sonosi del tutto ristabiliti; che il Paulow (Arch. f. d. ges. Physiol. XVI, pag. 124, 1878) ha legato il condotto pancreatico nei Conigli, e non ha veduto diminuirne il peso corporeo. La secrezione persisteva ancora per molti giorni, come si poteva riconoscere aprendo il condotto al di là della legatura. La ghiandola in seguito si sclerotizza per enorme sviluppo di tessuto connettivo.

Ai Colombi invece la legatura del condotto pancreatico è seguita da rapida diminuzione di peso e dalla morte, perchè gli alimenti non vengono più assimilati nello intestino (Bernard, Langendorff).

La differenza dipende dal fatto che in questi animali non evvi secrezione di saliva, e la digestione degli *amidi* viene operata unicamente dal Pancreas.

Il Prof. Albertoni molte volte pur Esso ha legato il condotto pancreatico e vide che gli animali si rimettono benissimo, e qui di recente replicata, insieme a me stesso che ne Lo pregava, l' esperienza sopra un cane, scorsi che furono alquanti giorni, non diede più alcun segno di sofferenza e si trova tuttora sano nel Laboratorio.

In altro grosso cane fu praticata una fistola del condotto pancreatico; raccolto il succo e legato poi il condotto al suo sbocco nel duodeno, in guisa che il versamento del succo nel duodeno fosse reso impossibile. Il cane, dopo alcuni giorni di febbre, si è rimesso benissimo; la digestione, la temperatura, la nutrizione sono normali.

Ad un piccolo cane, asportata che s' ebbe la massima parte del Pancreas, riacquistò la solita sua vigoria e sopravvisse e pur vive, senza addimostrare di sofferire disturbi di sorta alcuna.

Questi fatti, che ho avuto la soddisfazione di poter verificare io stesso, infirmano

e distruggono anzi l'asserzione riportata: che la legatura dei dôtti fa atrofizzare e ridurre a stato di completa sclerosi la glandola pancreatica.

Ripigliando dopo ciò il mio studio compilativo, riferisco che il Senn ha fatto importantissime esperimentazioni pur Esso, ed ha operato eziandio sull' uomo, e con esito, da quanto ne pare, incoraggiante. Posi il dubbio, perchè il Nimier mel fece nascere, per l' avvertenza annotata nel suo lavoro e cioè: che l' operato del Senn ebbe sì bene un periodo d' apparente guarigione, ma che presentò poscia evacuazioni grassose; si emaciò e morì.

Nè di ciò debbono farsene le meraviglie; chè, altre esperienze fatte col fine di veder pure di poter riuscire ad esportare completamente il Pancreas, fallirono in mano di molti; sicchè parrebbe, sotto il punto di veduta fisiologica, stabilito, almeno per ora, che tali operazioni riescono oltre che gravi, fatali per la funesta conseguenza che arrecano sulla nutrizione, dovendosi por calcolo tuttavia essere molto imbarazzante la stessa manualità operatoria, per la vicinanza del plesso celiaco e del ganglio semilunare.

Di fatto, secondo Zenker ed altri Fisiologi, la lesione loro arreca talvolta la morte subitanea dell' animale, e l' atto stesso operatorio può indurre una sincope mortale, per arresto reflesso del cuore, analogamente a quanto avviene in seguito di forti percosse nell' addome.

Può invece molto più opportunamente intervenire il Chirurgo ed operare sul Pancreas, allorquando, dopo fatta una laparotomia esplorativa, lo trovi alterato, o dilacerato per un pregresso traumatismo, come ascessi o cangrena, e deve in questi casi levare le parti guaste ed i tumori medesimi, avendo però l' avvertenza indicata dal Nimier, o quella di fare una contro-apertura alla regione lombare.

Dall' esposto impertanto, e dallo esame di ulteriori studii, rimane assodato, se ben ne deduco, che i tumori del Pancreas, gli ascessi e le cisti sono i soli alteramenti che siano stati sottoposti allo intervento chirurgico e con abbastanza buon risultato; quantunque in antecedenza non fosse neppure stata diagnosticata l' alterazione dietro dati sicuri.

Il Cornil ed il Lepin però recano casi d' operazioni da loro attuate anche per degenerazione adiposa; il Déjerine per Linfomi; per gomme il Verneuil; il Baumel per calcoli; il Gouguenheim e lo Strupell in casi di cancro primitivo, ed il Senn, in questo stesso anno operò, con abbastanza buon successo, sopra l' uomo, varii ascessi pancreatici, e magistralmente poscia trattò questo argomento.

Sul proposito della manualità operatoria lo stesso Senn pone alcuni avvertimenti che mi sembra opportuno di qui ricordare e sono: che la laparatomia costituisce il primo tempo dell' operazione e deve il taglio essere portato sul punto più saliente della regione epigastrica; indi si deve andare alla ricerca del Pancreas, il di cui abbordo, come Esso s' esprime, è spesso difficile per la distensione dello stomaco, che abbisogna sia spinto molto in alto.

Posta allo scoperto la glandola, se vi si verifichi la presenza di ascessi multipli,

internamente disseminati, l' ulteriore atto operatorio tornerebbe inutile, in quanto che occorrerebbe venire all' asportazione totale dell' organo, onde sradicare il male, che si ritiene mortale. Se l' ascesso occupasse la coda del Pancreas, si potrebbe in questo caso levare la parte ammalata, e questa riescirebbe una asportazione parziale; se l' ascesso si rinvenisse nel corpo, oppure nella testa della glandola, sarebbe d' uopo determinarsi a praticare una fistola addominale anteriore ed a porre un drenaggio in cavità.

Intorno quest' ultima proposta, il Nimier avverte che per formare la fistola, il Chirurgo deve bene aver cura di *suturare* subito dopo il peritoneo parietale ai bordi cutanei della ferita addominale, colla mira di proteggere i tessuti muscolare e connettivo, interessati mediante l' incisione pel contatto del pus.

In un secondo tempo poi farà la sutura della ferita parietale, così preparata, al peritoneo che ricuopre l' ascesso. Questa sutura spesso è difficile in ragione dello allungamento normale dei due piani che si accostano. Vi si rimedierà di qualche guisa dando all' incisione esterna molta lunghezza, affinchè i suoi margini possano essere respinti in addietro, e non devesi vuotare del tutto l' ascesso, prima d' averlo ben bene fissato. Si usi poi sempre una diligentissima cura disinfettante e si ponga un drenaggio.

Anche il Kuester si è reso benemerito della Scienza e dell' Arte intorno questo ramo di patologia addominale sì poco conosciuta, e sopra undici casi di cisti pancreatiche da Lui esaminati, dichiara che nove volte verificò d' avere errata la diagnosi pronunciata prima dell' operazione, e due volte si compiacque d' avere colpito nel segno. Ad onore di questo celebre chirurgo rendo manifesto che nella Seduta del Febbraio 1887, tenutasi dalla Società di medicina in Berlino, presentò un individuo da Lui operato di vasta cisti pancreatica che escisse, fissandone poi i bordi alla ferita esterna perfettamente risanato.

Il Gussenbauer rapporta pur Esso una sua osservazione pratica, riuscita esatta pel diagnostico e fortunata per l' esito operatorio; ed il Bozemann fa palese di avere operata una cisti pancreatica, nella quale trovò che conteneva un liquido brunastro, d' una densità di 1020, di reazione acida, differendo perciò dalle cisti ovariche di cui il liquido è alcalino.

Il Gussenbauer nel caso offertoglisi ed or sopra ricordato, soggiunge ad ulteriori schiarimenti, che dopo avere eseguita la laparotomia, separò il colon dalla grande curvatura dello stomaco e mise allo scoperto la borsa cistica, la quale fortemente tesa che era, fu, dopo fissatala, vuotata in parte col trequarti, poi incisa. Il dito indice introdotto nella sua cavità Gli permise di staccare dalle pareti, delle masse bruno-giallastre. Nel corso di alquante settimane, masse analoghe uscirono fuori spontaneamente, indi il cavo si restrinse e più non secretò che un liquido incoloro, a reazione alcalina, che digeriva l' albumina e presentava la reazione del liquido pancreatico. Ottantaquattro giorni dopo fatta l' operazione, non rimaneva più che una piccola fistola, la quale terminava in un cavo profondo soltanto tre centimetri

e conteneva poco liquido. L operato lasciò lo Spedale in questo stato e più non se n' ebbe notizie.

Dall' insieme adunque di questa Nota compilativa, se ben veggo e ben ne deduco, n' escono fuori queste legittime conseguenze: essere resa più razionale la cura medica delle malattie pancreatiche e tuttavia resa possibile una terapia chirurgica dei tumori del Pancreas, mercè specialmente l' utilità che adduce l' anestesia ben regolata onde rendere possibile l' atto operatorio, il quale deve eseguirsi sotto l' influenza di una irreprensibile antisepsi ripetuta ad ogni medicatura; in quanto che l' operazione per sè stessa è di lunga durata e di grande importanza, ma non assolutamente mortale, come fra gli altri da me citati, la giudicò il Troquart nel suo studio intorno la *gastrectasia*, ricordando il fatto del Rydygier, che nell' operare un tumore gastrico, levò via non piccola porzione di Pancreas e l' operato guarì; che ammessa adunque questa possibilità d' operare, deve essere limitata specialmente ai casi di cisti pancreatiche, almeno fino a che non si abbiano ulteriori fatti che incoraggino ad estenderne la pratica, o che nuovi studii esperimentali, abilmente diretti, non apportino maggior luce intorno questo rilevantissimo argomento, sul quale io pure ho chiamato l' attenzione degli studiosi col presente modestissimo comunicato.

SUI RESTI

DI

MASTODON ARVERNENSIS

RECENTEMENTE SCOPERTI

A SPOLETO, PONTREMOLI E CASTROCARO

MEMORIA

DEL PROF. GIOVANNI CAPELLINI

(Letta nella Sessione del 15 Aprile 1888)

I più colossali tra i mammiferi terrestri, i Proboscidei, comparsi alla metà dell' Era terziaria, oggi sono compresi in tre generi dei quali uno soltanto è tuttavia rappresentato nella fauna attuale.

Questi tre generi in serie evolutiva e nell' ordine cronologico di loro apparizione sono: il genere *Dinotherium* (animale terribile) fondato da Kaup col cranio gigantesco scoperto da Klipstein nel 1837 a Eppelsheim, il genere *Mastodon* (denti mammellonati) creato da Cuvier coi copiosi avanzi che erano stati scoperti in America fino dalla metà del secolo scorso (1) e finalmente il genere *Elephas* di Linneo.

Del genere *Dinotherium*, comparso alla metà dell' Era terziaria, per ora nessun avanzo è stato scoperto in Italia; quantunque in questi ultimi anni sieno stati esplorati accuratamente parecchi depositi marini e di acqua dolce con fauna abbastanza ricca e interessante, della quale altrove fa parte il singolare proboscidiano i cui resti per assai tempo intrigarono i paleontologi.

Il genere *Mastodon*, che viene subito dopo e che spesso trovasi associato col *Dinotherium*, raggiunge il suo più grande sviluppo nel terziario superiore, caratterizza il pliocene antico e, per graduata evoluzione, passa al genere *Elephas* di cui troviamo i primi resti insieme a quelli degli ultimi Mastodonti.

Sebbene, come già ho accennato, a Giorgio Cuvier sia dovuta la creazione del genere *Mastodon*, pure anche in Italia da più antica data ne erano stati scoperti avanzi importanti riferiti dapprima ai giganti e in seguito a un *Mammouth* carnivoro.

(1) Cuvier G. — Recherches sur les Ossements fossiles etc. Nouv. édit. Tome 1er, pag. 205. Paris 1821.

Cuvier riferisce al genere Mastodonte i denti incompleti del museo Moscardo, benchè le figure imperfette permettano di dubitare se veramente quei resti fossero di Mastodonte o non piuttosto di Ippopotamo (1). Le notizie più sicure e più importanti noi le dobbiamo invece al Baldassari, il quale non solo ne descrisse accuratamente e figurò porzioni di mascelle trovate a Monte Follonico presso Monte Pulciano, ma confrontando quei resti con quelli dei quali si era occupato il Guettard, mostrò di conoscere a quale animale erano da riferirsi (2).

È noto come Cuvier potesse raccogliere ed esaminare parecchi avanzi di Mastodonti raccolti in Piemonte e in Toscana; da Deluc ne ebbe provenienti dai dintorni di Asti, Fabbroni gli inviò modelli di denti raccolti in Valdarno, Faujas gli recò disegni di tre denti, uno di Rocchetta di Tanaro presso Asti, uno raccolto al piede delle Alpi Cenedesi, il terzo dei dintorni di Padova.

Cuvier aveva sospettato che il fossile indicato dal Monti col nome di Rosmarro figurato nel *Monumentum diluvianum* fosse pure da riferirsi al genere Mastodonte; ma dell' errore avvisato dall' abate Ranzani, venuto in Italia ed esaminato l' esemplare, non esitò a convincersi che si trattava, come oggi è noto a tutti i paleontologi, di porzione della mandibola di un Rinoceronte. E in quella sua visita per i musei d' Italia, il Cuvier vide a Firenze modelli di due grandi esemplari di denti trovati a Palaia, dei quali pare che allora si conservassero gli originali nel gabinetto di certo Baldovinetti prevosto del Capitolo di Livorno.

A Bologna pare tuttavia che già esistessero nel gabinetto dell' Istituto veri avanzi di Mastodonte (forse del Valdarno) quando l' illustre paleontologo francese vi fece la sua visita, e parimente se ne conservavano all' Accademia di Torino, all' Università di Pisa, al Collegio romano. Cuvier dice di aver avuto in Roma esemplari trovati a Monte Verde, e dal Santi potè ottenere in dono avanzi provenienti dal Senese, forse anch' essi trovati a Monte Follonico.

Non è mia intenzione di rifare la lunga storia degli studî intorno agli avanzi di Mastodonte scoperti in Italia; ma dopo avere accennato quanto se ne conosceva quando Cuvier fondava questo nuovo genere di proboscidiani, non posso a meno di ricordare che molto si deve ancora alle assidue ricerche e agli accurati lavori di Filippo Nesti per la Toscana (3), Amoretti (4), Borson, Eugenio Sismonda e Bartolomeo Gastaldi per il Piemonte, De-Zigno pel Veneto. Nè si può tacere il

(1) Moscardo — Note ovvero memorie del museo del conte Moscardo, p. 152. Verona 1556.

(2) Baldassari Giuseppe — Descrizione di una mascella fossile straordinaria trovata nel territorio Sanese. *Atti dell' Accademia delle Scienze di Siena detta de' Fisiocritici.* Tomo III, p. 243, Tav. V, VI, VII. Siena MDCCLXVII.

(3) Nesti F. — Lettera seconda. Dell' Osteologia del Mastodonte a denti stretti. *Nuovo Giornale dei Letterati.* Tomo XII con tav. Pisa 1826.

(4) Amoretti Carlo — Su di un dente e parte di mandibola di un mastodonte trovati presso la Rocchetta nel Dipartimento del Tanaro. *Memorie dell' Istituto nazionale italiano.* Cl. di Fisica e Mat. Tomo II, pag. 421. Bologna 1808.

nome di Ugo Falconer, il quale dopo aver fatto ripetute visite a tutti i musei e private collezioni in Italia, mettendo a profitto le vaste sue cognizioni in fatto di proboscidei, può dirsi francamente che fu il primo a trovare il bandolo nella intricata matassa delle differenze specifiche, tracciando norme sicure per coloro che in seguito ebbero ad occuparsene (1).

Da tutte queste notizie si ricava che fino a questi ultimi anni per quel che riguardava la distribuzione dei mastodonti in Italia, si conoscevano i depositi pliocenici del Piemonte, e i dintorni di Padova, notissimo era il deposito terziario lacustre Valdarnese, e da più antica data segnalate le sabbie gialle plioceniche di Monte Follonico nel Senese; i dintorni di Palaja, i depositi litorali pliocenici di Montopoli nel Pisano, i dintorni di Roma.

In tutta quanta la regione dell' Emilia, nelle Marche, nell' Umbria, negli Abruzzi, nella Capitanata, nelle Puglie fino a pochi anni or sono si erano raccolti importanti avanzi di Elefanti; nessun resto di Mastodonte!

Avanzi di Mastodonti presso Spoleto.

Nel maggio 1880 per la prima volta ebbi l' onore di presentare a quest' Accademia un bel molare di *Mastodon arvernensis* scoperto nelle ligniti di Spoleto, poco prima da me esplorate. Da quelle ligniti provengono altri avanzi di molari che mi furono gentilmente donati dal sig. prof. Moro e una zanna non troppo ben conservata che potei estrarre non senza grandi difficoltà e che oggi fa parte essa pure della ricca collezione paleontologica del nostro museo (2).

Dei vertebrati fossili delle ligniti di Spoleto essendosi occupato fino dal 1884 il prof. Pantanelli, mi limiterò ad accennare che insieme al *Mastodon arvernensis* di cui oggi si conoscono parecchi avanzi, furono trovati due molari interi e parecchi frammenti di molari e incisivi che il Pantanelli riferisce al *Mastodon Borsoni*, Hays., nonchè avanzi di Tapiro, che lo stesso professore riconobbe spettare al *Tapirus arvernensis*, Cr. et Job.

Il prof. Pantanelli ha figurato questi ultimi avanzi, non però i resti di Mastodonte da esso esaminati nella collezione del sig. conte Toni (3); e poichè il primo dente molare da me accennato e col quale si potè accertare la presenza di resti di Mastodonti nell' Umbria è assai bene conservato, ho creduto opportuno, anche per quanto dirò in seguito, di farlo rappresentare nella Tav. I, Fig. 1-2 ridotto a $^2/_3$ della grandezza naturale.

(1) Falconer H. — Palaeontological Memoirs and Notes. Vol. II. London 1868.

(2) V. *Rendiconto delle Sessioni dell' Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna.* Anno 1879-80, pag. 145. Bologna 1880.

(3) Pantanelli D. — Vertebrati fossili delle ligniti di Spoleto. *Atti della Società toscana di Scienze naturali.* Vol. VII, fasc. I. Pisa 1884.

Dalle note della mia escursione nei dintorni di Spoleto, alla metà di maggio del 1880, rilevo che i primi resti di Mastodonte furono scoperti nell'affioramento della lignite lungo la riva sinistra del Rio Trepentino sotto Morgnano a breve distanza da Santa Croce. Quando visitai quel giacimento, trovai ancora in posto le due zanne con le estremità loro inclinate in basso e rivolte all'est, distanti fra loro m. 1,45. Una delle zanne, quella del lato sud, era lunga m. 3,40, quella del lato nord, m. 3,60; convergendo con dolce curvatura a m. 2,98 dalla loro estremità i due denti si trovavano ravvicinati per modo che la distanza interna era ridotta a m. 1,33, avendo ivi i denti stessi un diametro di 11 a 13 centimetri.

Da quel punto continuando a convergere per poco ancora e quindi piegandosi entrambi esternamente e quasi divaricando, alla estremità ovest presentavano fra loro una distanza appena di centimetri 10. Tutto accennava che quei denti, benchè tanto sciupati, anzi uno solo in tale condizione da potersi conservare, erano tuttavia in posto; sono certo che appena scoperti quei resti, con qualche cautela si avrebbe potuto salvare porzione del cranio con alcuni dei molari al loro posto.

La zanna che potei in gran parte salvare e che si trova nel museo di Bologna, è la sinistra, della destra restavano pochi avanzi e la impronta di quanto era andato perduto. Questi avanzi furono trovati in una proprietà del sig. Giuseppe Federico Donati di Campello sul Clitunno; dirigeva allora la escavazione della lignite il sig. prof. Moro ed a lui, come già ho accennato, sono debitore di aver potuto salvarli in parte per il museo bolognese.

Ed ora prima di dire brevemente del molare figurato che è precisamente l'ultimo superiore sinistro, premetterò poche parole intorno alla specie alla quale si riferisce.

Mastodon arvernensis, Croizet e Jobert.

Croizet e Jobert illustrando le ossa fossili del dipartimento del Puy-de-Dôme fino dal 1828 distinsero col nome di *Mastodon arvernensis* i resti di Mastodonte trovati nei depositi pliocenici di Perrier presso Issoire.

In seguito, avanzi di Mastodonte riferibili alla stessa specie furono raccolti in parecchie altre località in Francia ed in Italia; ma tenendo troppo conto di piccole differenze e per altre cause di incertezza non tutti quelli avanzi furono riferiti alla specie di Alvernia: e così si ebbero il *Mastodon dissimilis*, specie creata da Jourdan nel 1840 coi resti raccolti a Trevoux e in altre località del Lionese, e avanzi di *M. arvernensis* furono confusi da diversi paleontologi col *M. augustidens* e col *M. brevirostris*.

Riconosciuto che i Mastodonti, oltre le zanne o denti incisivi, hanno 24 molari, sei per parte e per mascella, metà appartenenti alla prima dentizione, o come sogliono anche chiamarsi molari di latte, e metà spettanti alla seconda dentizione o molari veri, per caratterizzare le specie si tenne conto del numero delle colline di essi denti che è pure in rapporto con la maggiore o minore loro larghezza.

Già il Cuvier aveva notato che vi erano Mastodonti con molari di forma piuttosto larga ed altri con molari relativamente stretti, nè gli era sfuggito la esistenza di un tipo intermedio al quale si riferisce il *M. angustidens*. Tenendo conto di queste differenze e del numero dei ranghi delle colline nel 4° e 5° veri molari, il Falconer propose di distinguere i Mastodonti in *Trilophodontes* e *Tetralophodontes*, e così il *Mastodon arvernensis*, come il *M. longirostris*, si trovarono fra i secondi e a denti stretti, mentre ai *Trilophodontes* e a denti larghi spettano il *Mastodon tapiroides* e il *M. Borsoni*.

Il *Mastodon arvernensis* che P. Gervais indicò col nome di *M. brevirostris* per la brevità del mento, manca di zanne nella mascella inferiore e i suoi avanzi si trovano costantemente nei depositi pliocenici, sicchè riescono preziosi quando si tratta di sincronizzare formazioni di natura diversa.

Il primo dente molare scoperto nelle ligniti di Spoleto lungo il Rio Trepentino, come ho sopra accennato, è il 6° ossia ultimo molare superiore sinistro (Vedi Tav. I, Fig. 1ª e 2ª) ed è perfetto per quanto riguarda la corona, se si eccettua una piccola scheggia che manca al tallone alla base della collina anteriore. La corona di questo dente è lunga m. 0,202 ed ha una larghezza massima di m. 0,094; queste misure si accordano perfettamente con denti analoghi provenienti dal celebre giacimento di Valdarno e altre località toscane e corrispondono anche alle proporzioni riscontrate nell' esemplare scoperto recentemente a Castrocaro e del quale dirò in seguito.

Questo dente presenta cinque colline, o ranghi di tubercoli, separate fra loro da valli interrotte da tubercoli accessorii. Oltre i cinque ranghi di tubercoli vi ha poi alla estremità posteriore un forte tallone che può quasi considerarsi come una collina subordinata. È da notare che in questi denti i tubercoli accessorii che con il loro spostamento interrompono le valli trasversali si trovano sempre appoggiati ai tubercoli principali interni, la quale circostanza agevola il riconoscimento della posizione spettante ai denti stessi.

Nell' esemplare di cui si tratta, solamente le due prime colline anteriori sono usate alquanto più pei tubercoli interni, un poco meno per gli esterni; però già nel 1° tubercolo anteriore interno si nota che la superficie logorata accennava a farsi concava come è stato notato da Jourdan e da altri anche per il *Mastodon dissimilis* che i più considerano doversi identificare col vero *M. arvernensis*.

E poichè più volte ho avuto occasione di visitare la ricca collezione del Museo di Lione e degli esemplari più notevoli ho potuto anche procurarmi stupendi modelli, aggiungerò che tra gli esemplari di *Trévoux*, uno dei più importanti giacimenti dell' *Ain*, e quelli della Toscana, dell' Umbria e delle Romagne ho verificato che vi ha una piccola differenza quanto alle dimensioni relative, essendo la corona dei denti del Mastodonte di Trévoux un poco più lunga di quella dei mastodonti italiani ora ricordati; infatti un ultimo molare superiore destro appena usato misura in lunghezza m. 0,220, mantenendo la stessa larghezza notata pel dente di Spoleto e cioè m. 0,094.

Un molare superiore sinistro proveniente da *Baternay* (Drôme) di cui posseggo un buon modello meglio si accorda, per le relative proporzioni, con gli esemplari italiani, offrendo tuttavia piccole differenze, alle quali sarebbe inutile di attribuire un qualche valore.

Dal signor Ing. Cav. Celso Capacci direttore della miniera di lignite di Terni ebbi recentemente un frammento di molare trovato nell' Ottobre dello scorso anno 1887 nelle argille del tetto della lignite nella galleria S. Croce all' avanzamento sud, sotto S. Floriano, ed egli mi ha pure assicurato che, di quando in quando, ivi si incontrano simili avanzi, i quali disgraziatamente, per incuria dei cavatori, per la maggior parte vanno perduti. Una zanna fu donata dal Cav. Moro or sono alcuni anni al R. Comitato geologico; importanti avanzi si trovano nella privata collezione del signor Conte Toni di Spoleto, come si rileva anche da una sua recente pubblicazione. (1)

Avanzi di Mastodonte a Pontremoli.

Per ordine di data devo ora parlare di altro importante giacimento con resti di Mastodonte nei dintorni di Pontremoli.

In una comunicazione alla Società geologica italiana nella sednta del 26 Ottobre 1886, in seguito alla comunicazione del Prof. Cocchi relativa alla scoperta di avanzi di rinoceronte nei dintorni di Pontremoli, feci conoscere che a un chilometro circa da quella città, in una collina che si trova sulla destra del Rio Verde e divide il piano di Verdano dalla piccola valle del torrente Ardiola, erano stati scavati avanzi di Bue, Cervo, Cavallo insieme con strobili di abete e frammenti di legno carbonizzati. Di quelle notizie io era debitore al signor avvocato Silvio Venturini, il quale era riescito a procurarmi i pochi resti mal conservati, assicurandomi che si sarebbe interessato per quanto si potesse scoprire anche in seguito. Infatti nel luglio dello scorso anno il signor Venturini mi annunziava di essersi procurato un dente lungo più di un braccio, scavato nell' argilla per mattoni della località detta Casa Calvi.

In quel dente, spedito poco dopo a Bologna insieme a un condilo occipitale, non esitai a riconoscere una zanna di mastodonte, disgraziatamente rotta in sei pezzi che non tutti bene si corrispondono; sicchè mentre la lunghezza loro complessiva è di metri uno e centimetri otto, tenuto conto dalle parti che mancano e che si possono dedurre dalla grossezza dei successivi frammenti, ho potuto calcolarne la effettiva lunghezza in m. 1,73 circa.

Il primo frammento con porzione alveolare è lungo centimetri ventotto ed ha

(1) Toni Francesco — Della collezione geologica e paleontologica da lui raccolta — Foligno 1888.

una circonferenza di m. 0,332; manca quindi, secondo i miei calcoli, un frammento lungo centimetri dodici e si ha una seconda porzione lunga centimetri ventisei con una circonferenza di m. 0,300. Evidentemente manca altro frammento di circa quindici centimetri di lunghezza; quindi vi hanno tre frammenti della complessiva lunghezza di centimetri quarantacinque che si corrispondono esattamente. Nella estremità anteriore questa porzione del dente ha una circonferenza di 0,23 e poichè successivamente si ha soltanto un frammento lungo nove centimetri e con la circonferenza di 0,16, ho potuto calcolare che tra questo frammento e quelli precedentemente notati manchi ancora un frammento lungo circa venticinque centimetri; altro frammento, forse di sei a otto centimetri, mancherebbe pure per completare la estremità anteriore di questa interessantissima zanna.

L' essere stato raccolto, insieme alla zanna, il condilo occipitale destro mi fa ritenere per certo che altri importanti avanzi dello stesso animale si trovassero riuniti e che sieno andati perduti o dispersi per incuria degli scavatori.

Intanto per la presenza dei resti di mastodonti è tolta la incertezza intorno alla età delle argilla, dalle quali già si erano avuti avanzi di altri vertebrati che accennano ad una fauna analoga alla celebre fauna pliocenica del Valdarno, e giova sperare che in seguito e con accurate ricerche si riescirà ad averne, anche dai dintorni di Pontremoli, nuovi e meglio conservati avanzi.

Avanzi di Mastodonte a Castrocaro.

Il Dott. Lodovico Foresti e il Conte Angelo Manzoni già nel marzo del 1876 ebbero l' onore di intrattenere questa Accademia sulla geologia e paleontologia dei dintorni di Castrocaro e con quel pregiato lavoro fu chiaramente dimostrato che, tanto le argille marnose turchinicce superiori, quanto il sottostante calcare grossolano con briozoi, pettini, ostriche, branchiopodi e Amphistegina del Rio dei Cozzi erano da riferirsi al pliocene antico. (1)

Il signor Aristide Conti, uno dei maggiori proprietari delle celebri acque salso-jodiche che fin d' allora interessato a ricercare quanto poteva portar luce sulla storia geologica di Castrocaro, coadiuvava in ogni maniera i sopracitati naturalisti, avendo continuato assiduo e vigile nelle ricerche, le quali già erano riescite tanto proficue agli studiosi, verso la fine dello scorso anno ebbe la fortuna di scoprire un bel dente di Mastodonte, che si affrettò a portare a Bologna e mettere a mia disposizione.

È facile immaginare come io accogliessi con giubilo la prova di un nuovo importante giacimento di questo proboscidiano del quale finora nessun avanzo era

(1) Foresti L. — Cenni geologici e paleontologici sul Pliocene antico di Castrocaro. *Memorie dell' Accad. delle Scienze di Bologna.* Serie 3ª, Vol. VI, Bologna 1876.

stato rinvenuto in tutta la regione dell' Emilia e nelle Romagne; nè posso abbastanza lodare la intelligente generosità del fortunato scopritore signor Aristide Conti, il quale si compiacque di dichiararmi che l' interessante esemplare era destinato ad incremento della ricca nostra collezione di mammiferi fossili.

Si tratta di un bel dente molare di *Mastodon arvernensis*, il 6° superiore destro, (Vedi Tav. II, Fig. 1ª e 2ª) quindi l' opposto del dente di Spoleto già descritto e figurato nella Tav. I.

Questo dente proviene dal burrone della Peverona e Cerreto e fu staccato alla base delle argille marnose sabbiose cementate con abbondanti resti di conchiglie, briozoi, foraminiferi, *lithothamnion;* giova sperare che non fosse isolato, ma che invece s' abbiano a trovare ivi presso altri importanti avanzi dello stesso animale, e a tal fine il signor Conti pensa di fare le più accurate ricerche, nè io mancherò alla promessa di recarmi sul luogo a momento opportuno.

Il dente del quale è parola è assai bene conservato per quel che riguarda la corona, mancano le radici che impegnate nella dura roccia evidentemente sono state rotte da chi estrasse l' interessante esemplare.

Il dente del *M. arvernensis* di Castrocaro è appena più corto di quello di Spoleto poichè la sua corona è lunga soltanto m. 0,196; non vi ha differenza nella larghezza calcolata alla base della terza collina, contando dall' avanti all' indietro. Le tre prime colline presentano tracce di logorazione e la superficie del primo tubercolo anteriore interno presenta già la caratteristica forma a tre foglie. Il tubercolo che sorge a metà della valle tra la terza e la quarta collina, appoggiandosi alla faccia anteriore del tubercolo interno presenta la sua punta appena usata; dal complesso si rileva che quest' individuo era un poco più vecchio di quello di Spoleto, che però non vi erano sensibili differenze tra i Mastodonti che lasciarono i loro resti nei depositi lacustri di Spoleto e quelli ai cui cadaveri trasportati al mare e abbandonati in balìa dei flutti toccò la sorte dei rinoceronti, degli elefanti, dei cervi, dei buoi, dei cavalli, degli ippopotami e di tanti altri mammiferi contemporanei dei quali già si scoprirono importanti avanzi nel Parmense, nel Bolognese, nell' Imolese. In tutta questa regione ricca di fossili pliocenici mancavano fino ad ora avanzi di Mastodonti; la scoperta del Sig. Aristide Conti viene quindi a colmare una importante lacuna e ci fa sperare di poter tornare su quest' argomento con maggior dovizia di materiali e di osservazioni, sopratutto dal punto di vista stratigrafico.

Fig. 1

Fig 2.

MASTODON ARVERNENSIS

6º mol. sup. sinistro

E. Contoli dis. e lit.

Lit. G. Wenk e figli — Bologna.

Fig. 1.

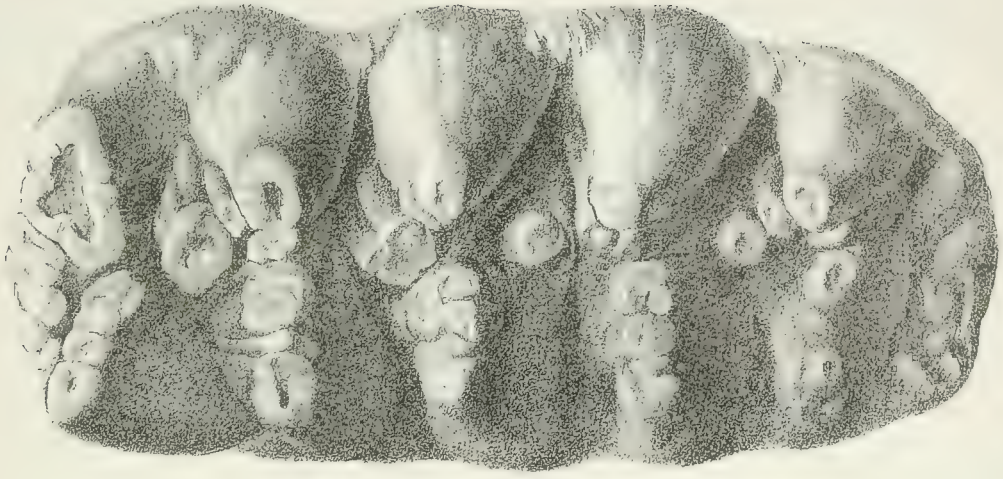
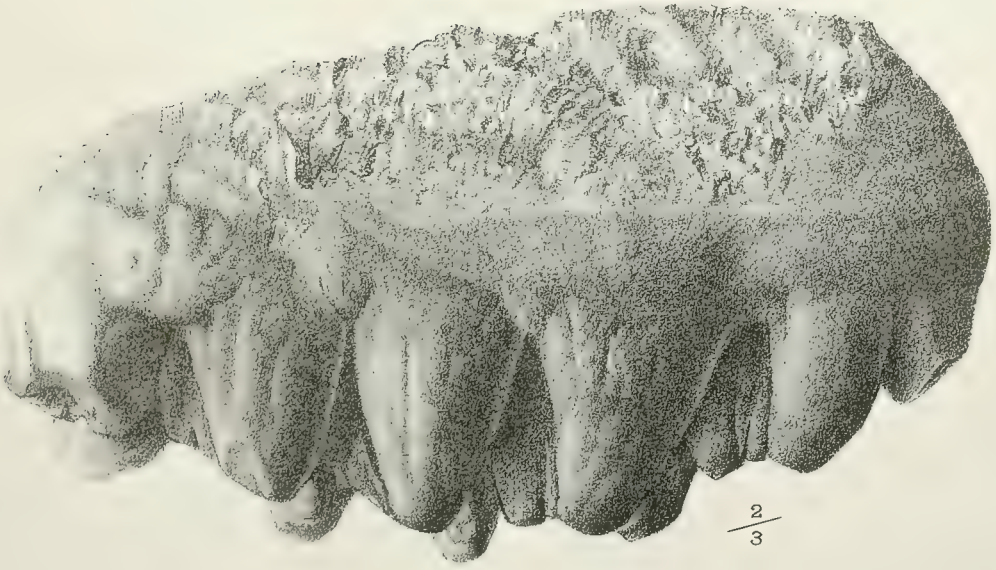


Fig. 2



MASTODON ARVERNENSIS

6° mol. sup. destro

E. Contoli dis. e lit. Lit. G. Wenk e figli — Bologna

RICERCHE

SOPRA

L'IMMAGINARIO IN GEOMETRIA

DEL

Prof. VIRGINIO RETALI

(Lette nella Sessione 15 Aprile 1888).

Sono ormai trascorsi circa trent' anni dacchè STAUDT [1], come è notissimo, dette la interpretazione dell'immaginario in Geometria, stabilì rigorosamente la teoria della projettività e sviluppò quella delle coniche, avuto riguardo all'immaginario; nondimeno e sebbene la teoria di STAUDT sia poi stata varie volte esposta, nel suo insieme o in alcuna sua parte, da altri geometri [2] ed abbia dato soggetto a importanti lavori del KLEIN [3], del LÜROTH [4] e di altri illustri scienziati, fin' ora sono ben pochi i lavori dove il processo separativo di STAUDT è adoperato, sia pure per incidenza, ed ancor meno quelli [5] dove esso è introdotto sistematicamente come base della parte operativa nelle costruzioni geometriche; anzi, anche in talune ricerche recenti relative all' immaginario in Geometria, piuttosto che giovarsi dell' ingegnoso e fecondo trovato di STAUDT sono preferiti processi speciali alle que-

(1) *Beiträge zur Geometrie der Lage.* (Nürnberg, 1856-1860).

(2) PFAFF - *Neuere Geometrie*, I Th,, pag. 240-311. (Erlangen, 1867). — AUGUST - *Untersuchungen über das Imaginäre in der Geom.* (Programm der Friedrichs-Realschule zu Berlin, 1872). — LÜROTH - *Das Imaginäre in der Geometrie und das Rechnen mit Wurfen*, § 1-56. (Math. Annalen VIII, 1874). — SALMON-FIEDLER - *Kegelschnitte*, I Th. § 96. (Leipzig, 1887).

(3) *Zur Interpretation der complexen Elementen in der Geom.* (Gottinger Nachrichten, N. 20, 14 Agosto 1872). In questo breve ma importante lavoro il Klein ha dato una interpretazione geometrica dell'immaginario, differente da quella di Staudt e basata sulle proprietà dei gruppi ciclo-projettivi. Quando i gruppi di una ciclo-projettività constano di quattro elementi si dimostra facilmente che sono armonici e si ricade nella rappresentazione armonica di Staudt; ma per quanto io so, l'idea del Klein non è stata fin' ora sviluppata dal punto di vista costruttivo.

(4) Loc. cit. e Math. Ann. XI.

(5) Fra questi ultimi posso citare soltanto la interessante Memoria del Sig. Dott. BEYEL: *Zur Geometrie des Imaginären*, che fa parte dei *Geometrischen Studien*, pubblicati recentemente da questo geometra (Zürich, 1886).

stioni che si hanno in vista e che permettono di evitarlo (1). Non può negarsi invero che, mentre rende servigi grandissimi dal punto di vista teorico, il processo separativo di Staudt conduce generalmente a costruzioni complicate oltremodo, quando vogliansi effettivamente eseguire le operazioni geometriche necessarie alla soluzione di problemi, anche relativamente assai semplici, concernenti l' immaginario; la teoria di Staudt permette infatti di ridurre ogni problema geometrico, dove figurano elementi immaginarî, alla esecuzione di operazioni geometriche sopra elementi reali, senza preoccuparsi menomamente della costruttività della soluzione: nondimeno è chiaro che in varie contingenze, per esempio in Geometria Descrittiva, sarebbe non solo utile ma necessario il possedere, per i problemi geometrici dove intervengono elementi immaginarî isolati, soluzioni non soltanto teoriche, ma per quanto è possibile, semplici e praticamente eseguibili. Per quanto è a mia cognizione, il problema dell' immaginario in Geometria è stato fin' ora considerato con riguardo alle esigenze costruttive, soltanto nella importante Memoria del Sig. H. I. S. Smith „ *Sur quelques problèmes cubiques et biquadratiques* „ (2) ma anche talune soluzioni indicate dal dotto geometra di Oxford, possono ricevere qualche notevole semplificazione.

Nelle pagine seguenti, senza uscire dal piano reale, sono considerati alcuni problemi fondamentali di 1° e 2° grado dove intervengono elementi immaginarî isolati; l' applicazione del processo separativo di Staudt sembra facilitata, nelle costruzioni e nelle dimostrazioni seguenti, dall' intervento di certe coniche conjugate il cui tracciamento effettivo può sempre essere evitato in virtù della relazione di collinearità involutoria che lega due coniche reali mutuamente coniugate (3). Questa relazione di omologia armonica è da ultimo dimostrata anche pel caso in cui una delle due coniche coniugate è immaginaria. Le coniche immaginarie considerate in questa prima parte del presente lavoro, sono di prima specie e le supporremo definite quali coniugate ad una conica reale rispetto ad un punto interno;

(1) V. p. es.: Böger - *Ueber Büschel und netze von ebenen Polarsystemen* 2. O (Programm der Höhere Bürgerschule zu Hamburg, 1886). — Hofmann - *Die Constructionen doppelt berührender Kegelschnitte mit imaginären bestimmungsstücken.* (Leipzig, 1886).

(2) *Annali di Matematica.* T. III_2 (Milano, 1869). Nella prima parte di questa Memoria, alla quale nel 1868 l' Accademia delle Scienze di Berlino conferiva la metà del premio Steiner, l' A., senza operare effettivamente l' isolamento degli elementi immaginarî coniugati, sviluppa un processo ingegnoso, non molto differente nella sostanza da quello di Staudt, ma che presenta di fronte ad esso alcuni vantaggi dal lato costruttivo.

(3) Le poche proprietà delle coniche conjugate delle quali faremo uso, trovansi esposte nel *Lehrbuch der darstellenden Geometrie* del Prof. Wiener (Bd. I, § 400 e seg.) e nella mia Nota: *Sulle coniche conjugate* (T. VI_4 delle Mem. di questa Acc.), la quale, nel corso del presente lavoro sarà indicata con la sigla C. C. — Altre importanti applicazioni delle coniche conjugate e in particolare la costruzione della conjugata a una conica immaginaria di prima specie, rispetto a un punto reale, trovansi nel 2° volume (§ 104) dell' opera del Professor Wiener sopra citata (Leipzig, 1887).

le rappresentazioni poi degli elementi immaginarî son sempre armoniche, vale a dire si ritiene costruito un elemento immaginario quando ne sia costruita una rappresentazione armonica; nel simbolo di un gruppo armonico riterremo che gli elementi sieno scritti nell'ordine stesso con cui si succedono nella forma, per es.: in $(abcd)$ i coniugati armonici sono a, c e b, d. Nella scrittura distingueremo gli elementi immaginarî dai reali, apponendo l'indice i alle lettere che denotano i primi; due elementi immaginarî conjugati saranno poi fra di loro contraddistinti col segno *, p. es. se $g_i \equiv (abcd)$, ossia se $(abcd)$ è una rappresentazione armonica della retta immaginaria di prima specie g_i, sarà $g_i^* \equiv (adcb)$ ecc. Le altre notazioni geometriche di cui faremo uso, son quelle adottate dallo Schröter nella sua *Th. der Oberflächen* 2. O, estese però anche agli elementi immaginarî; così ad es.: la scrittura $(a_i b_i) \equiv P_i$ denota che P_i è il punto immaginario comune alle due rette immaginarie di prima specie a_i, b_i, e ne segue che $(a_i^* b_i^*) \equiv P_i^*$, la segnatura $|A_i A_i^*| \equiv s$ denota che la retta reale s è il *sostegno* (träger) dei due punti immaginarî conjugati A_i, A_i^*; con la notazione $\{A, A'; B, B'\}$ indicheremo la involuzione quadratica definita dalle due coppie di elementi conjugati A, A'; B, B'. Per le costruzioni fondamentali relative alla combinazione degli elementi immaginarî isolati rimandiamo all'opera di Staudt ed ai lavori sopra citati di Pfaff, Lüroth ed August.

---

1. Date in un medesimo piano reale una retta reale s ed una conica immaginaria K_0^2, che riterremo definita (1) come conjugata alla conica reale K^2 rispetto al punto interno O, proponiamoci di costruire una rappresentazione armonica dei due punti (K_0^2, s): denoti o la polare di O rispetto a K^2 (e a K_0^2) pongasi $Q \equiv (os)$, $p \equiv |OQ|$, sieno A, B i due punti d'intersezione di K^2 con p, P il polo di p rispetto a K^2 e $q \equiv |OP|$ la polare di Q rispetto a K^2; ciò posto, la conica reale K_p^2, conjugata a K^2 rispetto a P, è conjugata (2) a K_0^2 rispetto a Q e perciò denominati T, U i due punti ove K^2 sega s e posto $R \equiv (qs)$, le intersezioni di s con K_0^2 sono i punti doppî della involuzione $\{Q, R; T, U\}$ ed hanno per rappresentazioni armoniche $(QTRU)$ e $(QURT)$. Se la trasversale passa per il polo O di conjugazione, le rappresentazioni armoniche dei due punti (K_0^2, p) sono chiaramente $(QAOB)$, $(QBOA)$. (3). (Fig. 1).

Nella omologia armonica (A, b), (4) alla retta s corrisponde la congiungente s' di O col punto (bs), la quale segherà K^2 in due punti reali T', U' ed avremo

$$T \equiv (|AT'|, s), \qquad U \equiv (|AU'|, s).$$

(1) C. C. pag. 194.
(2) C. C. pag. 193.
(3) C. C. teor. XII.
(4) Indichiamo con (A, b) la collineazione involutoria che ha A, b rispettivamente per centro ed asse.

2. Correlativamente, vogliansi costruire le due tangenti immaginarie conjugate di una conica immaginaria K_0^2, uscenti dal punto reale S: posto $q \equiv |SO|$, $P \equiv (qo)$, sia Q il polo di q rispetto a K^2, poniamo $r \equiv |QS|$ e denotiamo con t, u le due tangenti che arrivano a K_p^2 dal punto S; le tangenti immaginarie cercate hanno per rappresentazioni armoniche $(qtru)$ e $(qurt)$, ecc.

3. Proponiamoci ora di determinare i due punti immaginarî (non conjugati) d' intersezione di una conica K^2 con una retta immaginaria di prima specie g_i (1). Sia (Fig. 2) Z il punto reale di g_i, questa retta sia definita, come di consueto, mediante una involuzione ellittica di raggi, che chiameremo la involuzione Z, ed un senso determinato: la involuzione (Z) delle polari armoniche rispetto a K^2 e la involuzione ellittica Z hanno una coppia comune, necessariamente reale, che denoteremo con x, y; e se a, b è la coppia, pure necessariamente reale, che appartiene alla involuzione Z e separa armonicamente x, y, potremo ritenere la involuzione Z come definita dalle due coppie x, y; a, b e $(xayb)$, $(xbya)$ saranno rappresentazioni armoniche dei raggi immaginari conjugati g_i, g_i^*. Ciò posto, detta z la polare di Z rispetto a K^2, sarà (xyz), (XYZ) il triangolo armonico delle due coniche K^2, Z^2 e se X è il vertice, di esso triangolo, pel quale passano le corde reali comuni a K^2, Z^2, sieno K_x^2, Z_x^2 le coniche ordinatamente conjugate a K^2, Z^2, rispetto ad X, x; le corde reali comuni alle due ultime coniche son le corde reali comuni a K_x^2, Z_x^2 concorrenti in X: ma Z_x^2 è la coppia di rette reali a, b, (2) laonde le rette che uniscono X coi due punti reali C_1, D_1 ove a sega K_x^2, sono le due corde reali comuni a K^2 e alla conica degenere Z^2 costituita dalle due rette immaginarie conjugate g_i, g_i^*.

Se poniamo

$$c \equiv |XC_1|\,, \qquad d \equiv |XD_1|$$
$$(cx) \equiv C\,, \qquad (dx) \equiv D$$
$$(cb) \equiv C_2\,, \qquad (db) \equiv D_2$$

la retta g_i: segherà K^2 nei due punti $c(xayb)$, $d(xbya)$ ossia nei due punti

$$U_i \equiv (XC_1CC_2)\,, \qquad V_i \equiv (XD_1DD_2)$$

(1) Hanno già date altre soluzioni di questo problema: lo Smith (l. c. pag. 124-125), il Lüroth (l. c. N. 49-50, pag. 181-183), il Sig. Hofmann (l. c. § 17, pag. 76-79) e il Dott. Chr. Beyel (l. c. pag. 36-39). La soluzione sopra indicata mi fu suggerita dal processo additato dal Professor Wiener (l. c. Bd. I, § 409 e seg.) per la determinazione delle corde comuni a due coniche, mediante l' uso delle coniche conjugate; tale processo, applicabile anche se una o entrambe le coniche date sono immaginarie conduce, nel caso particolare in cui una di essa sia un cerchio immaginario, a soluzioni molto semplici ed eleganti per tutti i problemi concernenti gli assi, i piani ciclici, le rette focali ecc. dei coni quadrici.

(2) V. la mia Nota: *Sulle coniche conjugate degeneri* (Rend. di quest' Acc., Aprile 1887).

e le intersezioni di K^2 con g_i^* saranno rappresentate armonicamente da

$$U_i^* \equiv (XC_2CC_1) , \qquad V_i^* \equiv (XD_2DD_1) .$$

Due rette immaginarie, di prima specie, conjugate segano una conica, reale o immaginaria, in 4 punti che formano due coppie di punti immaginarî conjugati.

Che le corde reali comuni a K_x^2, Z_x^2, passanti per X, sieno le corde reali comuni a K^2, Z^2, si verifica anche direttamente con l' osservare che i due punti comuni a c, K^2 sono i punti doppî della involuzione $\{X, C; C_1, C_2\}$ cioè (XC_1CC_2) e (XC_2CC_1), ma questi due punti sono pur quelli comuni a c e alla conica degenere Z^2, dunque ecc.

Se K^2 è reale, la K_x^2 è presto costruita come omologa alla prima nella collineazione involutoria, avente per asse una delle due tangenti r, s che arrivano a K^2 da X, e per centro il punto di contatto S, R dell' altra tangente; ma si evita il tracciamento di K_x^2 con la costruzione seguente: condotte le diagonali del quadrilatero semplice $arbs$, esse segano K^2 in 4 punti reali, i quali projettati sulle rette a, b da R o da S somministrano i 4 punti $C_1C_2D_1D_2$.

4. Nel quadrangolo completo $U_iU_i^*V_iV_i^*$ inscritto in K^2, le tre coppie di lati opposti sono

$$|U_iU_i^*| \equiv c , \qquad |V_iV_i^*| \equiv d$$
$$|U_iV_i^*| \equiv f_i , \qquad |U_i^*V_i| \equiv f_i^*$$
$$|U_iV_i| \equiv g_i , \qquad |U_i^*V_i^*| \equiv g_i^* ,$$

c e d sono evidentemente separate armonicamente mediante Y, Z; g_i, g_i^* segano z ordinatamente nei punti $G_i \equiv z(yaxb)$, $G_i^* \equiv z(ybxa)$, conjugati armonici rispetto a X, Y; (1) finalmente, se poniamo

$$(|C_1D_2|, y) \equiv E , \qquad (|C_2D_1|, y) \equiv F ,$$

i punti d' intersezione di y con le due rette f_i, f_i^* saranno $F_i \equiv (XEZF)$, $F_i^* \equiv (XFZE)$, cioè conjugati armonici rispetto a Z, X: se dunque un quadrangolo immaginario $U_iU_i^*V_iV_i^*$ è inscritto in una conica, reale o immaginaria, il triangolo diagonale è reale e conjugato alla conica, ed ogni coppia di lati, del quadrangolo, concorrenti in un vertice qualunque del triangolo diagonale, è separata armonicamente dai due lati del triangolo diagonale concorrenti in quel vertice.

5. Denotiamo con C', D' ordinatamente i poli di c, d rispetto a K^2 e poniamo

$$(|C'C_1|, y) \equiv (|D'D_2|, y) \equiv P$$
$$(|C'C_2|, y) \equiv (|D'D_1|, y) \equiv Q :$$

(1) v. Staudt - *Beiträge zur G. d. L.*, N. 145 — Lüroth - l. c. N. 38.

le tangenti immaginarie condotte a K^2 nei punti U_i, V_i^* sono rispettivamente $C'(XC_1CC_2)$ e $D'(XD_2DD_1)$ e segansi nel punto $(XPZQ)$, della retta y, che denoteremo con R_i; le tangenti a K^2 nei punti U_i^*, V_i sono rispettivamente $C'(XC_2CC_1)$, $D'(XD_1DD_2)$ e segansi in $(XQZP) \equiv R_i^*$; i due punti R_i, R_i^* sono conjugati armonici rispetto a X, Z e nel quadrangolo semplice $U_iU_i^*V_i^*V_i$ i due lati opposti c, d concorrono in X e gli altri due g_i, g_i^* concorrono in Z; dunque se un quadrangolo semplice immaginario è inscritto in una conica, reale o immaginaria, i due punti reali di concorso dei lati opposti, sono separati armonicamente dai due punti, immaginarî conjugati, d' intersezione delle tangenti nei vertici opposti.

6. Applichiamo la costruzione indicata nel n. 3 alla determinazione dei punti d' intersezione di un' ellisse immaginaria con una retta isotropa (1) passante pel centro Z dell' ellisse: in questo caso (Fig. 3) particolare le rette a, b sono le bisettrici degli angoli degli assi, e le corde reali comuni passano per Y, punto all' infinito dell' asse minore della ellisse reale coniugata K^2; la $(K_z^2)_y$, coniugata dell' ellisse immaginaria data K_z^2 rispetto a y non è altro (2) che la K_x^2 coniugata (supplementare) a K^2 rispetto al punto all' infinito X dell' asse maggiore di K^2. La K_x^2 sega a nei due punti C_1, D_1 e b in C_2, D_2; le corde reali comuni all' ellisse immaginaria K_z^2 e al cerchio infinitesimo Z^2, sono dunque $|C_1D_2| \equiv e$, $|C_2D_1| \equiv f$.

Posto $(ey) \equiv E$, $(fy) \equiv F$, i due punti d' intersezione dell' ellisse immaginaria col raggio isotropo $(xayb)$ sono (YC_1ED_2), (YD_1FC_2); l' altro raggio isotropo, uscente da Z, sega K_z^2 nei due punti (YD_2EC_1), (YC_2FD_1) ordinatamente coniugati ai due suddetti.

7. Le due rette $|C_1C_2| \equiv c$, $|D_1D_2| \equiv d$, sono le corde reali comuni al cerchio, infinitesimo Z^2 e all' ellisse reale K^2 e precisamente la retta isotropa $(xayb)$ sega K^2 nei due punti (CC_1XC_2), (DD_1XD_2) la $(xbya)$ sega la stessa curva nei due punti (CC_2XC_1), (DD_2XD_1).

Non è necessario tracciare effettivamente la iperbole supplementare K_z^2: denotando con r, s le tangenti di K^2 nei punti R, S estremi del piccolo asse, la retta $|(ar), (bs)|$ segherà K^2 in due punti reali, e questi sono proiettati da R, S sulle rette a, b nei 4 punti $C_1D_1C_2D_2$ (3).

8. Data (Fig. 4) una conica reale K^2, proponiamoci di determinare la ulteriore

(1) Adottiamo questa denominazione, introdotta dal LAGUERRE, per designare una retta immaginaria di prima specie passante per un punto ciclico.

(2) C. C. pag. 193 e XI.

(3) Questa costruzione sembra assai più semplice di quella data recentemente, per lo stesso problema, dal Sig. HOFMANN (l. c. § 18, pag. 80-85); l' A. considera specialmente il caso dell' ellisse reale e per la ellisse immaginaria dice essere necessario un tentativo onde riconoscere la direzione delle corde reali comuni a K_z^2, Z^2: la nostra costruzione ci permette di affermare senza altro che le corde reali comuni ad un' ellisse immaginaria e ad un cerchio infinitesimo concentrico sono parallele all' asse minore della ellisse reale coniugata. Quando poi la conica è iperbole, è chiaro che le corde cercate son parallele all' asse non trasverso.

intersezione di essa con una retta immaginaria di prima specie g_i, avente per sostegno un punto S di K^2. Sia s la tangente a K^2 in S, ed x il raggio coniugato ad s nella involuzione ellittica S, che definisce g_i (e g_i^*); se denotiamo con a, b i due raggi, necessariamente reali, coniugati nella involuzione S e separanti armonicamente s, x, potremo assumere per rappresentazioni armoniche di g_i, g_i^* le omozigie $(saxb)$, $(sbxa)$: ciò posto, determiniamo la ulteriore intersezione di $(saxb)$ con K^2: i due raggi a, b segheranno K^2, oltrechè in S, in due punti reali C_1, C_2; ne segue che la ulteriore intersezione cercata ha per sostegno $|C_1C_2|$ e per rappresentazione armonica (XC_1CC_2).

Se R è l'altro punto, oltre S, in cui K^2 sega x, le $|RA_1|$, $|RB_1|$ tagliano ordinatamente b ed a nei punti C_2, C_1.

I due punti d'intersezione di una conica reale con due rette immaginarie conjugate uscenti da un punto reale di essa, sono immaginarii conjugati.

9. Determiniamo ora i due punti d'intersezione di una retta isotropa c_i con un cerchio reale K^2 di centro O: sia Z il sostegno di c_i, z la polare di Z rispetto a K^2, poniamo $|ZO| \equiv x$, $(xz) \equiv Y$, sia y la polare di Y, rispetto a K^2, e denotiamo finalmente con a, b le bisettrici degli angoli (xy): le due rette isotrope c_i, c_i^* condotte per Z potranno rappresentarsi con $(xayb)$, $(xbya)$; ciò premesso, le due tangenti r, s di K^2 uscenti da X formano con a, b un quadrilatero semplice le cui diagonali (passanti per Y) sono

$$|(as), (br)| \equiv m_1 , \qquad |(ar), (bs)| \equiv m_2 ,$$

e segano ordinatamente K^2 nelle due coppie di punti reali P_2, Q_1; P_1, Q_2. Se ora poniamo

$$(SP_1|, a) \equiv C_1 , \qquad (|SQ_1|, b) \equiv C_2$$
$$(SP_2|, b) \equiv D_1 , \qquad (SQ_2 , a) \equiv D_1$$

avremo per rappresentazioni armoniche dei due punti cercati (XC_1CC_2) e (XD_1DD_2).

Dei quattro punti $P_1P_2Q_1Q_2$ due, che denoteremo con P_2, Q_2, sono i termini del diametro di K^2, passante per X e perciò il punto (XD_1DD_2) non è altro, com'era facile a prevedersi, che il punto ciclico C_i^∞ posto sulla c_i. Il sostegno reale c dell'altro punto (XC_1CC_2) è la bisettrice della striscia (xy) e i due punti (XC_1CC_2), (XC_2CC_1) sono quelli segnati su c dal punto-circolo Z, ecc.

10. Le parallele ad a, b uscenti da O segano z nei poli A', B' di a, b rispetto a K^2 e il polo di c_i rispetto a K^2 è $z(YA'XB')$, cioè il punto ove z sega la retta immaginaria $O(XB'YA')$ tangente al cerchio K^2 nel punto ciclico C_i^∞. (V. n. 18).

11. Considerazioni dualisticamente opposte a quelle usate nel N. 3 conducono alla soluzione del problema " dati in un piano reale una conica K^2, reale o immaginaria, e due punti immaginarii conjugati G_i, G_i^* costruire il quadrilatero

immaginario circoscritto a K^2 ed avente in G_i, G_i^* due vertici opposti. „ Sieno (Fig. 5) X, Y i due punti, necessariamente reali, coniugati nella involuzione ellittica z, che definisce G_i, G_i^*, e reciproci rispetto a K^2; sieno inoltre A, B i due punti, pure necessariamente reali, coniugati nella involuzione z e separati armonicamente da X, Y: potremo ritenere per rappresentazioni armoniche di G_i, G_i^* ordinatamente $(XAYB)$ e $(XBYA)$; detto Z il polo di z rispetto a K^2, il triangolo $XYZ(xyz)$ è autoconiugato rispetto a K^2, z^2 e, se x è il lato che contiene i due vertici opposti reali del quadrilatero cercato, costruiamo le coniche K_x^2, z_x^2 ordinatamente coniugate a K^2, z^2 rispetto all' asse z. La z_x^2 degenera nella coppia di punti reali A, B, laonde se da questi due punti conduciamo le tangenti a K_x^2, i vertici posti sopra x, del quadrilatero reale formato da esse tangenti, costituiscono la coppia di vertici opposti reali del quadrilatero cercato — li chiameremo M, N. — Il risultato precedente si verifica agevolmente anche con l' osservare che le due tangenti immaginarie condotte a K^2 dal punto $(XAYB)$ sono $M(XAYB) \equiv u_i$ ed $N(XAYB) \equiv v_i$, le due che arrivano a K^2 dal punto G_i^* sono $M(XBYA) \equiv u_i^*$ ed $N(XBYA) \equiv v_i^*$, e le due tangenti, immaginarie coniugate, condotte a K^2 da M sono i raggi doppî della involuzione ellittica $M\{X, Y; A, B\}$.

12. Le polari a', b' di A, B rispetto a K^2 sono, rispetto a K_x^2, ordinatamente polari di B, A [1] e perciò le tangenti reali che arrivano a K_x^2 da A, B sono i raggi che da A, B ordinatamente proiettano le due coppie di punti reali (K_x^2, b') e (K_x^2, a'): del resto si evita l' impiego della K_x^2 con la costruzione correlativa di quella indicata in fine al N. 3.

13. Se un quadrilatero immaginario $u_i u_i^* v_i v_i^*$ è circoscritto a una conica reale o immaginaria, esso ha un trilatero diagonale reale, coniugato alla conica, e sopra ogni lato di questo i due vertici opposti del quadrilatero sono separati armonicamente dai due vertici del trilatero.

14. Costruiamo ora (Fig. 6) il parallelogrammo isotropo circoscritto ad una ellisse immaginaria K_z^2, che supporremo definita al solito come coniugata (complementare) all' ellisse reale K^2 di centro Z: è chiaro che X, Y sono i punti all' infinito degli assi di K^2 e A, B i punti all' infinito delle bisettrici degli angoli degli assi medesimi; si riconosce facilmente che i due vertici reali del parallelogrammo cercato giacciono sul piccolo asse x di K^2 e, siccome $(K_z^2)_\infty$ è la iperbole K_y^2, [2] i punti M, N fuochi reali della ellisse immaginaria K_z^2 sono i punti del piccolo asse di K^2 d' onde arrivano alla iperbole K_y^2 coppie di tangenti ortogonali. Denotando con a, $b(< a)$ le lunghezze dei semiassi della ellisse reale K^2, i fuochi reali di K_z^2 son dunque sul piccolo asse dell' ellisse coniugata e distano dal centro Z per $\pm\sqrt{a^2 - b^2}$.

Le tangenti che arrivano a K_z^2 dal punto ciclico $C_i^\infty \equiv (XAYB)$ sono

(1) C. C. XIII.
(2) C. C. pag. 193.

$M(XAYB) \equiv u_i$ ed $N(XAYB) \equiv v_i$, quelle condotte a K_z^2 da $C_i^{\infty *}$ sono u_i^*, v_i^* e se poniamo

$$(|MA|, y) \equiv Q , \qquad (|MB|, y) \equiv P$$

si trova facilmente che u_i, v_i^* segansi nel punto $(XPZQ)$ mentre u_i^*, v_i concorrono nel punto F_i^* coniugato al precedente: F_i ed F_i^* sono i due rimanenti vertici del parallelogrammo isotropo circoscritto, ossia i fuochi immaginarî della ellisse immaginaria. — Siamo così pervenuti alla notissima costruzione dei fuochi di una conica, conducendo effettivamente dai punti ciclici le tangenti alla curva.

15. Dato (Fig. 7) un punto immaginario sopra una tangente reale s di una conica K^2 vogliasi da esso condurre la tangente immaginaria a K^2. Il dato punto immaginario di s sarà definito al solito mediante una involuzione ellittica s ed un senso determinato; sia S il punto di contatto della s e $(SGXH)$ la rappresentazione, uscente da S, del punto immaginario dato: dai due punti G, H arrivano alla conica K_x^2, coniugata a K^2 rispetto ad x, oltre ad s, ordinatamente le tangenti g, h che segansi in un punto O della x, polare di X rispetto a K^2; posto $|OX| \equiv q$, la tangente immaginaria condotta a K^2 dal punto $(SGXH)$ avrà per rappresentazione armonica $(xgqh)$. — Infatti le tangenti immaginarie che arrivano a K^2 dal punto O sono i raggi doppî della involuzione $\{x, q; g, h\}$ cioè le due rette $(xgqh)$, $(xhqg)$ passanti ordinatamente pei punti $(SGXH)$, $(SHXG)$.

Se denotiamo con a_1, b_1 le tangenti, differenti da s, condotte a K^2 dai punti G, H si ha

$$g \equiv |G, (b_1 r) , \qquad h \equiv H, (a_1 r)|$$

dove r denota l'altra tagente, oltre s, che arriva a K^2 dal punto X.

Le due tangenti condotte a una conica reale K^2 da due punti immaginarî coniugati di una sua tangente reale sono rette immaginarie coniugate.

16. Assumiamo per s la retta all'infinito: sarà S il punto all'infinito della parabola K^2, ed X, G, H saranno i punti all'infinito della tangente al vertice e delle bisettrici degli angoli formati dalle direzioni S, X; potremo assumere $(SGXH)$ $(SHXG)$ per rappresentazioni armoniche dei punti ciclici. — a_1, b_1 sono le tangenti proprie che arrivano a K^2 da G, H, e le tangenti condotte dai punti ciclici alla parabola segansi nel punto O, dell'asse $|OS| \equiv x$, dal quale arrivano alla parabola inversa K_x^2 due tangenti ortogonali ecc.

17. Sulla tangente isotropa t_i, toccante il cerchio K_2 nel punto ciclico C_i^∞ assumiamo un punto immaginario P_i e proponiamoci di determinare la tangente immaginaria di K^2 differente da t_i e passante per P_i. Sia z (Fig. 8) il sostegno di P_i, Y la projezione (ortogonale) sopra z del centro N di K^2, X il punto all'infinito di z, ed assumiamo $(XAYB)$ per rappresentazione armonica di P_i essendo $\overline{AY} = \overline{YB} = \overline{NY}$: poichè i sostegni reali delle tangenti che arrivano a K^2 da P_i sono sulla $|YZ| \equiv x$,

costruiamo la iperbole equilatera (1) K_x^2, conjugata a K^2 rispetto ad X, e conduciamo da A, B le tangenti a questa iperbole; due di queste tangenti sono gli assintoti di K_x^2, perchè A, B giacciono sugli assintoti, e segansi perciò nel centro N di K^2; le altre due tangenti concorreranno in un punto reale M della x. Le due tangenti immaginarie, non conjugate, che si possono condurre al cerchio K^2 dal punto P_i sono dunque $N(XAYB)$ cioè la t_i ed $M(XAYB)$ che è la cercata.

Se denotiamo con b', a' le parallele agli assintoti $|NA|$, $|NB|$ condotte dal polo Z di z, le tangenti che arrivano alla iperbole equilatera dal punto M sono le congiungenti M coi due punti al finito in cui a', b' segano K_x^2.

18. Ritenute le notazioni usate nel N. 3, denotiamo con C', D' i poli rispettivi di c, d rispetto a K^2: le tangenti, immaginarie conjugate condotte a K^2 dal punto C' sono (Fig. 9)

$$C'(XC_1CC_2) \equiv u_i\,, \qquad C'(XC_2CC_1) \equiv u_i^*$$

e quelle che arrivano a K^2 da D' sono

$$D'(XD_1DD_2) \equiv v_i\,, \qquad D'(XD_2DD_1) \equiv v_i^*\,;$$

dunque u_i, v_i sono le tangenti immaginarie condotte a K^2 nei punti U_i, V_i d'intersezione con g_i e analogamente u_i^*, v_i^* sono le tangenti condotte a K^2 nei due punti U_i^*, V_i^*, ove K^2 è segata da g_i^*; ciò premesso, i due fasci $C'(XC_1CC_2)$, $D'(XC_2CC_1)$ sono projettivi, perchè armonici e prospettivi, perchè hanno il raggio unito $|C'D'| \equiv x$, dunque posto

$$(|C'C_2|, |D'D_2|) \equiv A'\,, \qquad (|C'C_1|, |D'D_1|) \equiv B'$$

i due fasci suddetti avranno per sezione comune il gruppo armonico $XB'YA'$. In altre parole i due raggi immaginarî u_i, v_i segansi nel punto immaginario $(XB'YA')$ che chiameremo G_i e i due u_i^*, v_i^* hanno a comune il punto immaginario conjugato $G_i^* \equiv (XA'YB')$; questi due punti $G_iG_i^*$ hanno per sostegno la polare z di Z, ossia la polare, rispetto a K^2, del sostegno di g_i, g_i^*. Poichè G_i è il punto comune alle due tangenti condotte a K^2 nei punti ove essa è segata da g_i, lo chiameremo polo immaginario della retta immaginaria g_i, rispetto a K^2; i due punti (g_iz) e G_i sono conjugati armonici rispetto ai due punti (zK^2); laonde il polo G_i di una retta immaginaria g_i, rispetto ad una conica K^2 reale o immaginaria, ha per sostegno la polare z, rispetto a K^2, del sostegno di G_i ed è il punto conjugato armonico di (g_iz) rispetto ai due punti (zK^2); è poi evidente che i poli, rispetto a K^2, di due rette immaginarie conjugate sono due punti immaginarî conjugati. (2)

(1) C. C. pag. 195.
(2) Cfr. Beyel — l. c. I, 2.

I due punti A', B' sono ordinatamente i poli di a, b rispetto a K^2, e i due Y, X sono i poli di x, y; le due coppie Y, X; A', B', che definiscono la involuzione z avente $G_iG_i^*$ per punti doppî, sono dunque polari reciproche, rispetto a K^2, delle due coppie x, y; a, b che definiscono la involuzione Z i cui raggi doppî sono g_i, g_i^* e, siccome una involuzione quadratica è definita da due coppie di elementi conjugati, ne segue che se di due raggi conjugati nella involuzione Z prendiamo i poli, rispetto a K^2, otteniamo due punti conjugati nella involuzione z. Se abbiamo dunque nel piano di una conica K^2, una retta immaginaria di prima specie g_i, le polari, rispetto a K^2, del sostegno, della involuzione e del senso che definiscono g_i, sono ordinatamente il sostegno, la involuzione ed il senso che definiscono il polo immaginario G_i di g_i, rispetto a K^2.

Considerazioni duali alle precedenti conducono alla definizione e alla costruzione della polare di un punto immaginario, rispetto a una conica. Se un punto immaginario G_i ha per sostegno la retta reale z, la polare g_i di G_i rispetto a una conica K^2, ha per sostegno il polo Z di z, rispetto a K^2; la involuzione ed il senso che definiscono g_i sono i polari reciproci, rispetto a K^2 della involuzione e del senso che definiscono G_i. La polare g_i è la congiungente di Z col conjugato armonico di G_i rispetto ai due punti (K^2z) [1]. — Le polari, rispetto a K^2, di due punti immaginarî conjugati sono due rette di prima specie immaginarie conjugate.

19. Come applicazione, determiniamo le polari dei punti ciclici rispetto ad una conica K^2: se K^2 è un ellisse reale o un' iperbole acutangola, condotti gli assi a, b e i diametri equiconjugati a', b', le rappresentazioni armoniche delle polari cercate sono $(aa'bb')$, $(ab'ba')$; se K^2 è un ellisse immaginario oppure una iperbole ottusangola basta costruire, nel modo ora detto, le polari dei punti ciclici rispetto alla conica complementare [2].

20. Denotiamo con P_i il punto immaginario della retta g_i avente p per sostegno, poniamo cioè $P_i \equiv p(xayb)$: la polare p_i di P_i, rispetto a K^2 ha per rappresentazione armonica $P(YA'XB')$ ossia è una retta immaginaria di prima specie passante pel punto $(XB'YA')$ polo di g_i rispetto a K^2. Se dunque un punto immaginario appartiene ad una retta immaginaria di prima specie, la polare del punto, rispetto ad una conica, reale o immaginaria, passa pel polo della retta. Correlativamente: se una retta immaginaria di prima specie passa per un punto immaginario, il polo immaginario della retta giace sulla polare immaginaria del punto.

[1] Ognuno degli ∞^2 raggi r_i passanti per G_i sega la conica in due punti immaginarî non conjugati, i quali sono separati armonicamente dai due punti G_i, (r_ig_i). Nella seconda parte di questo lavoro saranno date per le polari immaginarie costruzioni assai semplici e comode in pratica, sebbene non lineari. (V. la Nota al N. seg.).

[2] Se K^2 è iperbole e da un punto arbitrario P di un suo assintoto e, conduciamo la parallela g all' altro assintoto f, il punto-circolo P segna sulla bisettrice della striscia (fg) due punti immaginarî conjugati i quali sono projettati dal centro (ef) secondo le polari dei punti ciclici rispetto all' iperbole.

21. Le due rette immaginarie p_i, g_i hanno a comune un punto immaginario che diremo Q_i: la polare di questo punto, è la retta immaginaria di prima specie che unisce i due punti P_i, G_i e che denoteremo con q_i; il triangolo immaginario $P_iQ_iG_i(p_iq_ig_i)$ può dirsi autoconjugato rispetto a K^2 nel senso che ogni suo elemento è polare immaginario rispetto a K^2 dell' elemento che gli è opposto; poichè in una forma fondamentale di prima specie v' ha un numero doppiamente infinito di elementi immaginarî e in una di seconda specie ve n' ha un numero quattro volte infinito, ne segue che nel piano (reale) di una conica vi è un numero 6 volte infinito di triangoli immaginarî autoconjugati rispetto ad essa.

22. Sieno O, o polo e polare rispetto a K^2: la involuzione (ellittica) delle polari armoniche attorno ad O, $\{b, b'; c, c'\}$ segnerà sopra o una involuzione $\{B, B'; C, C'\}$ e le due tangenti immaginarie conjugate

$$t_i \equiv (bcb'c') , \qquad t_i^* \equiv (bc'b'c)$$

che arrivano a K^2 dal punto O, avranno ordinatamente per poli, rispetto a K^2 i due punti

$$T_i \equiv (B'C'BC) , \qquad T_i^* \equiv (B'CBC')$$

ossia i due punti d' intersezione di K^2 con o; il punto T_i che appartiene alla tangente immaginaria t_i ed alla conica K^2 lo diremo punto immaginario di contatto di t_i con K^2 e potremo concludere che i poli, rispetto a una conica, delle tangenti immaginarie alla conica stessa sono i punti immaginarî di contatto di quelle tangenti. Correlativamente, la polare, rispetto a K^2, di un punto immaginario T_i appartenente a K^2 è la tangente immaginaria di K^2 nel punto T_i.

23. Una conica (Fig. 10) immaginaria K_o^2 sia definita come conjugata alla conica reale K^2 rispetto al punto interno O e vogliansi determinare i punti di contatto delle due tangenti condotte a K_o^2 da un punto S preso comunque sopra K^2: conduciamo per S la tangente b a K^2, la $|SO| \equiv b'$ ed una retta arbitraria c; la tangente a K^2 nella ulteriore intersezione B' di b' con K^2 è la polare s di S rispetto a K_o^2 e la retta che unisce O col polo di c rispetto a K^2 segherà s in un punto C' che verrà projettato da S mediante un raggio c': ciò posto, se poniamo

$$(cs) \equiv C , \qquad (c's) \equiv C' , \qquad (bs) \equiv B$$

le tangenti t_i, t_i^* che arrivano a K^2 dal punto S hanno le rappresentazioni armoniche $(bcb'c')$, $(bc'b'c)$ e i loro rispettivi punti di contatto sono $(BCB'C')$, $(BC'B'C)$.

24. Se uniamo i vertici di un triangolo ABC, inscritto in una conica K^2, coi poli dei lati opposti, le tre congiungenti concorrono, come è notissimo, in un punto P denominato da Staudt (1) polo del triangolo; le intersezioni dei lati del

(1) *Ueber die Steiner'schen Gegenpunkte u. s. w.* § 1. (Crelle's Journal, Bd. 62).

triangolo con le polari dei vertici opposti giacciono sulla polare p di P rispetto a K^2; le ulteriori intersezioni di K^2 con le rette $|AP|, |BP|, |CP|$, le quali denoteremo con A', B', C' sono i quarti armonici dopo BCA, CAB, ABC e perciò gli elementi del covariante cubico della forma binaria cubica rappresentata su K^2 dai tre punti A, B, C; infine i due punti, immaginarî conjugati, nei quali p sega K^2 sono gli Hessiani della cubica: ciò rammentato, proponiamoci di costruire la polare di un triangolo $AB_iB_i^*$ inscritto in una conica reale, ed avente due vertici immaginarî conjugati.

Sia o il sostegno (Fig. 12) dei due punti B_i, B_i^*, ed O il polo di o rispetto a K^2: se a è la tangente a K^2 in A ed $(oa) \equiv P$, la conica K_p^2 conjugata a K^2 rispetto a P, segherà o in due punti reali B_1, B_2 e, posto $(op) \equiv Q$, potremo assumere (PB_1QB_2), (PB_2QB_1) per rappresentazioni armoniche di B_i, B_i^*; le tangenti immaginarie di K^2, nei punti B_i, B_i^* sono rappresentate da $O(PB_1QB_2)$ e $O(PB_2QB_1)$. I due fasci $A(PB_1QB_2)$, $O(PB_2QB_1)$ sono projettivi perchè armonici e prospettivi per avere il raggio unito $|AQ|$, se dunque poniamo

$$(|AB_1|, |OB_2|) \equiv C_1 , \qquad (|AB_2|, |OB_1|) \equiv C_2$$

i tre punti P, C_1, C_2 sono sulla retta h che è separata armonicamente da o mediante A ed O e, posto $(hp) \equiv R$, il gruppo armonico PC_1RC_2 è sezione comune dei due fasci $A(PB_1QB_2)$, $O(PB_2QB_1)$, ossia le due rette $|AB_i$ e b_i^* segansi nel punto immaginario (PC_1RC_2). Analogamente, le due rette $|AB_i^*$ e b_i^* segansi in (PC_2RC_1) e perciò i tre punti

$$(|B_iB_i^*|, a) , \qquad (|AB_i|, b_i^*) , \qquad (|AB_i^*|, b_i)$$

sono sulla retta h. Abbiamo così il teorema: se un triangolo inscritto in una conica reale ha due vertici immaginarî conjugati, le tangenti nei vertici segano i lati opposti in tre punti, due dei quali immaginarî conjugati, posti in linea retta; questa retta è separata armonicamente dal sostegno dei vertici immaginarî, mediante il vertice reale ed il polo del sostegno rispetto alla conica.

Ne segue la più semplice soluzione del problema: dati sopra una conica reale tre punti, dei quali due immaginarî conjugati, costruire gli Hessiani della binaria cubica avente per elementi i tre punti; gli elementi del covariante Hessiano sono i due punti reali ne' quali la conica è segata dalla retta separata armonicamente dal sostegno dei due elementi immaginarî, mediante l' elemento reale e il polo del sostegno (1).

(1) Cfr. SCHRÖTER — *Th. der Oberflächen* 2. O. nella nota a pag. 277-79 (Leipzig 1880).

25. Se denotiamo (Fig. 12) con A_1, A_2 le ulteriori intersezione delle rette $|AB_1|$, $|AB_2|$ con K^2, e con D_1, D_2 i punti ove a è segata dalle tangenti QA_1, QA_2, i poli E_i, E_i^* delle rette immaginarie conjugate $|AB_i|$, AB_i^* avranno per rappresentazioni armoniche (AD_1PD_2) e (AD_2PD_1); ora, i due gruppi armonici avendo il punto comune P, le tre rette

$$|AQ| = p\,, \qquad |B_1D_1| = c_1\,, \qquad |B_2D_2| = c_2$$

concorrono in un punto, che chiameremo H, e posto $|HP| = r$, potremo assumere per rappresentazioni armoniche delle rette $|E_iB_i^*|$, $E_i^*B_i|$ rispettivamente (pc_1rc_2) e (pc_2rc_1); ne segue che le tre rette

$$|AO|\,, \qquad |B_iE_i^*|\,, \qquad |B_i^*E_i|$$

concorrono nel punto H, separato armonicamente da O mediante a, o; abbiamo dunque il teorema: se in una conica reale è inscritto un triangolo avente due vertici immaginarî conjugati, le congiungenti dei vertici coi poli dei lati opposti concorrono in un punto reale che è separato armonicamente, mediante il sostegno dei vertici immaginarî e la tangente nel vertice reale, dal polo del sostegno rispetto alla conica.

26. Per costruire gli elementi del covariante cubico, sempre s' intende nel caso che la cubica abbia due elementi immaginarî, basta determinare le ulteriori intersezioni delle rette

$$|AH|\,, \qquad |HB_i|\,, \qquad |HB_i^*|$$

con la conica: la prima di queste intersezioni è chiaramente il punto $(|A_1B_2|, |A_2B_1|)$, delle altre due, immaginarie conjugate, trovansi facilmente rappresentazioni armoniche osservando che, detta o' la retta armonicamente separata da o mediante O, H, la ulteriore intersezione immaginaria di $H(PB_1QB_2)$ con K^2 è (v. N. 4) $o'(rc_1pc_2)$; l' altro elemento del covariante cubico è $o'(rc_2pc_1)$.

27. Quando si adoperi per la forma binaria cubica, la rappresentazione sopra una retta p, si possono dare dei tre problemi fondamentali, concernenti le cubiche binarie, soluzioni che sembrano assai più semplici di quelle note fin' ora: riterremo che, sulla retta reale p, i due elementi immaginarî conjugati della cubica sieno definiti come intersezioni di p con un punto reale, non giacente su p, considerato come punto-circolo. (Fig. 13).

a) Sulla p abbiasi il punto reale A e i due altri elementi, immaginarî conjugati, della cubica sieno quelli segnati su p dal punto-circolo B: costruire i due punti Hessiani della cubica. — Descriviamo il cerchio K^2 col centro O sopra p e passante per A, B: la perpendicolare h a p nel punto medio R del segmento $\overline{OA}$,

segherà K^2 in due punti reali $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ i quali sono projettati da B sulla p nei due punti Hessiani H_1, H_2 della cubica. — Infatti la binaria cubica situata su p è projettata da B, sulla circonferenza K^2, in quella che ha per elementi A e i punti ciclici del piano di K^2; i due punti $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ son gli Hessiani di questa seconda cubica ecc. ecc.

b) Dato l'elemento reale A della cubica e i due Hessiani (reali) H_1, H_2, costruire gli elementi immaginarî conjugati della cubica. — Sia A' il conjugato armonico di A rispetto ad H_1, H_2: il cerchio di centro O descritto sopra $\overline{AA'}$ come diametro, sarà segato dalla retta h (perpendicolare a p nel punto medio R del segmento $\overline{OA}$) in due punti $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ e la ulteriore intersezione con K^2 della retta $|H^{(1)}H_1|$ è il punto B che, considerato come punto-circolo, sega p nei due punti cercati.

c) Costruire il covariante cubico della cubica binaria definita sopra la retta p dal punto reale A e dal punto-circolo B. — Descritto il cerchio K^2 (col centro sulla p e passante per A, B) prendasi sopra p, $\overline{AH} = \overline{OA}$ e la polare h di H seghi p in R; sia inoltre M' il centro del segmento $\overline{RH}$ ed M il piede della perpendicolare condotta su p dal punto B: la semicirconferenza di diametro $\overline{MM'}$ segherà K^2 in un punto, il quale, considerato come punto-circolo, sega p nei due elementi immaginarî conjugati del covariante cubico; l'elemento reale del covariante stesso è chiaramente il punto A' di K^2 diametralmente opposto ad A.

28. Quando due coniche reali K^2, K_o^2 sono mutuamente conjugate rispetto ad O, o, se denotiamo con A, B i due punti di contatto, con a, b le due tangenti di contatto, è noto che K^2, K_o^2 sono curve omologhe nella collineazione involutoria (A, b) (1): vogliamo ora dimostrare che anche quando una delle due coniche è immaginaria sussiste la indicata proprietà; in altre parole se O_i, O_i^* sono i punti, immaginarî conjugati, di contatto ed o_i, o_i^* le corrispondenti tangenti di contatto, di K^2, K_o^2, ogni raggio g_i condotto per O_i sega ulteriormente le due coniche in due punti immaginari, non conjugati, separati armonicamente mediante i due punti O_i ed $(o_i^* g_i)$.

Premettiamo le tre proposizioni seguenti:

a) Se in una forma fondamentale (Fig. 15) di prima specie $s(ABCD....)$ assunti due elementi arbitrarî E, F, costruiamo i quarti armonici A', B', C',... dopo EFA, EFB, EFC,... le due forme $(AB....)$ ed $(A'B'....)$ son projettive ed hanno per elementi uniti E, F. — Se in particolare il gruppo $(FABC)$ è armonico, tale è pure $(FA'B'C')$.

Infatti sopra una retta passante per F presi due punti arbitrarî S_1, S_2 e posto $|ES_1| \equiv s_2$, $|ES_2| \equiv s_1$, projettiamo la punteggiata $s(AB....)$ da S_1 sopra s_1 e da S_2 sopra s_2: avremo così due punteggiate projettive $s_1(A_1B_1....)$, $s_2(A_2B_2....)$ le quali, per avere in E un punto corrispondente comune, sono prospettive ed

(1) C. C. XIV.

hanno per centro di omologia il punto F', conjugato armonico di F rispetto ad S_1, S_2; ma il fascio $F'(A_1B_1....)$, projettivo alla punteggiata $s(AB....)$ sega s nella punteggiata $s(A'B'....)$ projettiva ad $s(AB....)$ ed il punto $A' \equiv (|A_1A_2|, s)$ è il quarto armonico dopo EFA, dunque ecc.

b) Se nel piano di una retta immaginaria di prima specie g_i, di sostegno S, conduciamo per un punto, diverso da S, due raggi arbitrarî r, r' ed il raggio r_o, conjugato armonico di $|S, (rr')|$ rispetto ad r, r'; il punto immaginario $(r_o g_i)$ è conjugato armonico di S rispetto ai due punti (rg_i), $(r'g_i)$. (Fig. 14).

Infatti, posto $(rr') \equiv A$, $|AS| \equiv a$, sia (aba_1b_1) la rappresentazione armonica di g_i, uscente da a, e poniamo

$$\begin{array}{lll} (rb) \equiv B, & (ra_1) \equiv A_1, & (rb_1) \equiv B_1 \\ (r_o b) \equiv B^{(o)}, & (r_o a_1) \equiv A_1^{(o)}, & (r_o b_1) \equiv B_1^{(o)} \\ (r'b) \equiv B', & (r'a_1) \equiv A_1', & (r'b_1) \equiv B_1' : \end{array}$$

i tre punti (rg_i), $(r_o g_i)$, $(r'g_i)$ avranno rispettivamente per rappresentazioni armoniche

$$(ABA_1B_1), \qquad (AB^{(o)}A_1^{(o)}B_1^{(o)}), \qquad (AB'A_1'B_1');$$

le due rette $|B'B_1|$, $|B_1'B|$ segansi in $A^{(o)}$ e, posto

$$C \equiv (|B'B_1|, a), \qquad D \equiv (|B_1'B|, a),$$

denotiamo con A_i il punto immaginario $(ACSD)$. Nel quadrangolo completo $AA_iA_1A_1^{(o)}$ i due lati opposti $|AA_i|$, $|A_1A_1^{(o)}|$ passano per S; i due lati opposti $|AA_1^{(o)}|$, $|A_1A_i|$ passano per $(r_o g_i)$, perchè $|A_1B_o|$, $|A_1B_1^{(o)}|$ passano rispettivamente per C, D; il quinto lato $|AA_1|$ passa per (rg_i) ed il sesto $|A_1^{(o)}A_1|$ per $(r'g_i)$, dunque ecc. (1).

c) Se nel piano di una retta immaginaria g_i, di sostegno S, conduciamo per un punto A quattro raggi armonici $m_1m_2m_3m_4$, il punto (m_1g_i) è conjugato armonico ad (m_3g_i) rispetto ai due punti (m_2g_i), (m_4g_i) (2). (Fig. 16).

(1) Lüroth — l. c. N. 37.

(2) Più generalmente se $m_1, m_2, m_3, m_4, g_i, g_i^*$, sono sei raggi di un medesimo fascio di seconda classe, il rapporto anarmonico dei quattro punti (m_1g_i),.... (m_4g_i) eguaglia quello dei quattro raggi $m_1 .... m_4$. Nella seconda parte di questo lavoro sarà mostrato che, in taluni casi, le costruzioni geometriche relative a quaderne di punti immaginarî, con rapporto anarmonico reale, possono ridursi a costruzioni relative a quaderne di punti reali situati in una circonferenza: per es. la costruzione del punto immaginario che con tre punti immaginarî dati forma in un ordine assegnato un gruppo di dato rapporto anarmonico reale λ, si riduce a quella del punto che con tre punti reali forma sulla circonferenza passante per essi il rapporto anarmonico λ. In particolare, le costruzioni delle forme armoniche immaginarie, cui si perviene per questa via, sono più comode, nella pratica, di quelle indicate nella citata Memoria dello Smith (l. c. Art. 5).

Infatti sia $(abcd)$ la rappresentazione armonica, uscente da $|SA| \equiv a$, della retta g_i; posto

$$m_1(abcd) \equiv AB_1C_1D_1\,, \qquad m_2(abcd) \equiv AB_2C_2D_2$$
$$m_3(abcd) \equiv AB_3C_3D_3\,, \qquad m_4(abcd) \equiv AB_4C_4D_4\,,$$

conduciamo le rette $|D_1B_3| \equiv o$, $|B_1D_3| \equiv p$, poniamo

$$(om_2) \equiv O_2\,, \qquad (pm_2) \equiv P_2$$
$$(om_4) \equiv O_4\,, \qquad (pm_4) \equiv P_4$$
$$O_i \equiv (D_1O_2B_3O_4)\,, \qquad P_i \equiv (B_1P_2D_3P_4)$$

e consideriamo il quadrangolo completo $D_4O_iB_4P_i$: poichè abbiamo

$$(|D_4O_2|, |B_4P_2|) \equiv C_3\,, \qquad (|D_4P_2|, |B_4O_2|) \equiv C_1\,,$$

i due lati opposti $|D_4O_i|, |B_4P_i|$ si segheranno nel punto (m_3g_i) e i due lati opposti $|D_4P_i|, |B_4O_i|$ concorreranno in (m_1g_i); il quinto lato $|B_4D_4|$ del quadrangolo passa per (m_4g_i) e rimane soltanto a dimostrare che il sesto lato $|O_iP_i|$ passa pel punto (m_2g_i). A quest' oggetto mostreremo che O_i, P_i sono sulla retta

$$|(m_2g_i), (m_4g_i^*)|$$

che unisce (m_2g_i) col conjugato armonico di (m_4g_i) rispetto a D_4, B_4: posto

$$(|D_4B_2|, |B_4D_2|) \equiv T$$

avremo

$$|(m_2g_i), (m_4g_i^*)| \equiv T(D_4C_4B_4A_1)$$

e, se poniamo in oltre

$$(|D_3B_1|, |B_3D_1|) \equiv R_1\,, \qquad (|D_4B_2|, |D_1B_3|) \equiv R_2$$
$$(|TA_1|, |D_1B_3|) \equiv R_3\,, \qquad (|D_2B_4|, |D_1B_3|) \equiv R_4\,,$$

si verifica facilmente che $(R_1R_2R_3R_4)$ è una rappresentazione armonica del punto O_i; infatti il quadrangolo completo $B_2D_2D_4B_4$ è segato da o in tre coppie di punti in involuzione

$$D_1, B_3\,; \qquad O_2, O_4\,; \qquad R_2, R_4$$

e projettando da T sopra o le tre coppie di vertici opposti del quadrilatero completo $C_1B_2A_1B_4$ si hanno le tre coppie di punti in involuzione

$$R_1, R_3 ; \qquad O_2, O_4 ; \qquad R_3, R_4 ,$$

dunque R_1, R_3 ed R_2, R_4 sono due coppie della involuzione ellittica che definisce O_i; la rappresentazione $(R_1R_2R_3R_4)$ è poi a dirsi armonica perchè il fascio $T(R_1R_2R_3R_4) \equiv T(C_2B_2AD_2)$ è armonico: analogamente si dimostra che P_i giace sulla retta $T(D_4C_4B_4A_1)$ ecc. ecc.

Torniamo ora all' omologia armonica delle due coniche conjugate K^2, K_o^2: sia K^2 la reale e l' altra conjugata ad essa rispetto al punto interno O; distingueremo due casi secondochè la trasversale g_i, condotta dal punto di contatto O_i ha per sostegno un punto di K^2 oppure un punto qualunque del piano di K^2. — La punteggiata involutoria ellittica posta su K^2 ed avente O per polo d' involuzione, è projettata da ogni punto S di K^2, sulla polare o di O, nella involuzione i cui punti doppî sono le intersezioni O_i, O_i^* di o con K^2: ciò posto, condotta la $|SO| \equiv a$, a segare o in A', sia A il polo di a rispetto a K^2 e denotiamo con $B^{(o)}$, $B_1^{(o)}$ i due punti reali ove K^2 è segata da $|AO|$, e con B, B_1 le projezioni da S sopra o di $B^{(o)}$, $B_1^{(o)}$; i punti O_i, O_i^* hanno per rappresentazioni armoniche (ABA_1B_1), (AB_1A_1B), le tangenti di contatto sono

$$o_i \equiv O(ABA_1B_1) , \qquad o_i^* \equiv O(AB_1A_1B)$$

ed il punto immaginario, che chiameremo S_i, ulteriore intersezione della $g_i \equiv |SO_i|$ con la conica immaginaria K_o^2, avrà per rappresentazione armonica $(AB^{(o)}OB_1^{(o)})$; se dunque poniamo

$$(|SB|, |OB_1|) \equiv B'$$
$$(|SB_1|, |OB|) \equiv B_1'$$
$$(|B'B_1'|, |SO|) \equiv A' ,$$

il punto $(g_io_i^*)$ ha per rappresentazione armonica $(AB'A_1'B_1')$ ed è (v. *b)*) conjugato armonico di S rispetto ad O_i, S_i. Il sostegno reale di $(g_io_i^*)$ è la polare del triangolo immaginario $SO_iO_i^*$ e taglia K^2 in due punti reali che sono gli Hessiani della cubica S, O_i, O_i^*. (V. N. 24).

Supponiamo ora che la trasversale immaginaria g_i, arbitrariamente condotta per O_i, abbia per sostegno un punto Z non giacente su K^2: condotta la $|ZO| \equiv x$, sia $o(XC_1CC_2)$ la rappresentazione armonica di O_i, uscente dal polo X di x rispetto a K^2; avremo

$$g_i \equiv Z(XC_1CC_2) , \qquad o_i^* \equiv O(XC_2CC_1)$$

Fig. 1.

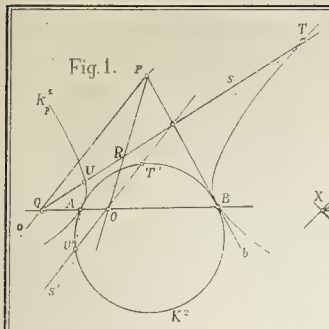


Fig. 2.

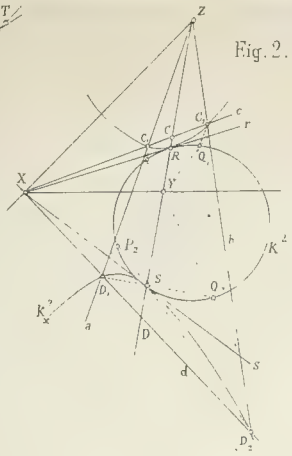


Fig. 3.

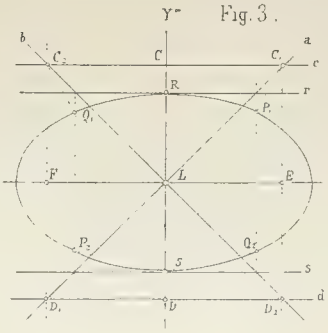


Fig. 4.

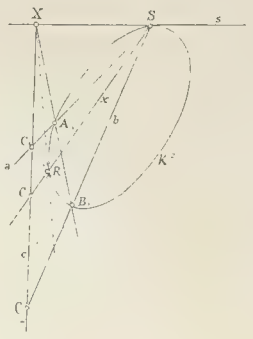


Fig. 5.

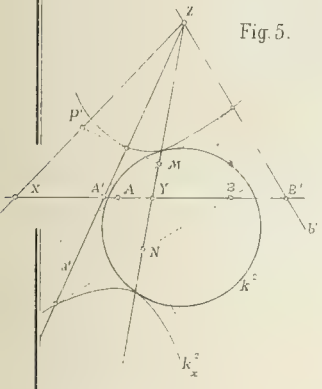


Fig. 7.

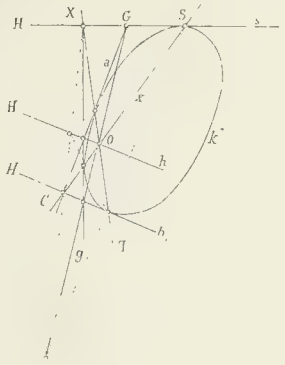


Fig. 8.

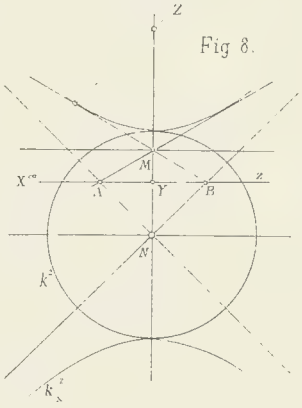


Fig. 9.

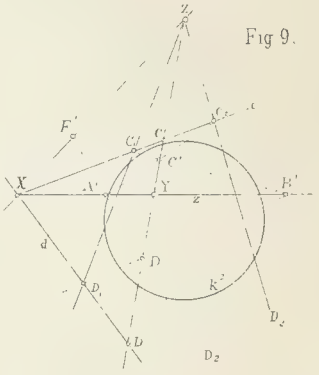


Fig. 10

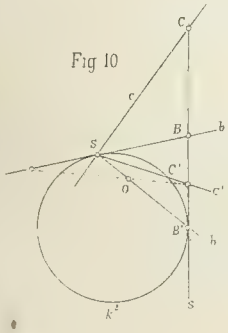


Fig. 11

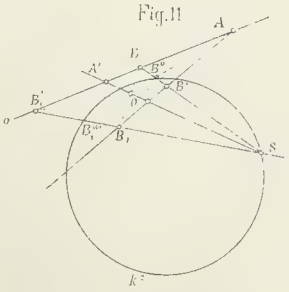


Fig. 12.

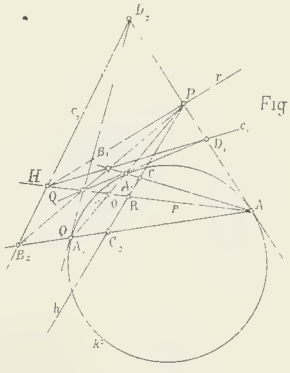


Fig. 13

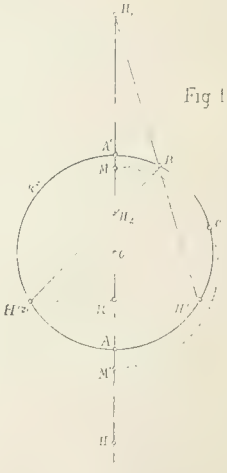


Fig. 9

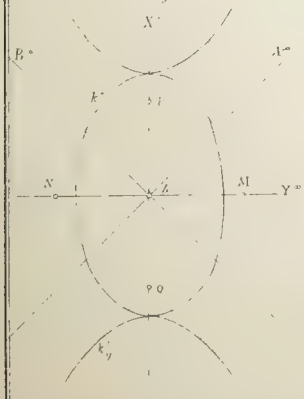


Fig. 14

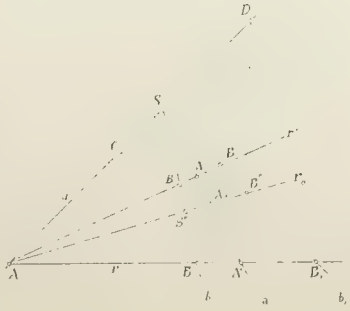


Fig. 15

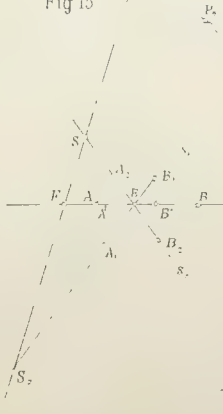
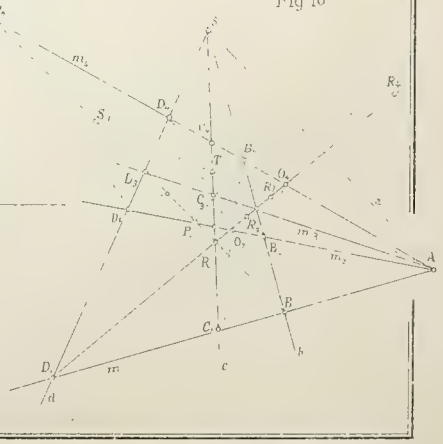


Fig. 16



ed il punto $(g_i o_i^*)$ avrà per sostegno la retta v, conjugata armonica di o, rispetto a $|XZ| \equiv y$, $|XO| \equiv o'$; la polare di Z, rispetto a K_o^2 è la retta z' conjugata armonica (1) di z rispetto ad o, o' e perciò la ulteriore intersezione di g_i con K_o^2 ha per sostegno la retta p conjugata armonica di o rispetto ad y, z' : se dunque denotiamo con o'' il sostegno della ulteriore intersezione di g_i con K^2 avremo

$$(yoz'p) = (yoo'v) = (yozo'') = (ozo'z') = -1$$

le quali ci dicono (v. ***a)***) che il fascio $(oo''vp)$ è armonico; i due punti $(g_i o)$, $(g_i v)$ sono dunque (v. ***c)***) conjugati armonici rispetto a $(g_i o'')$, $(g_i p)$.

(1) C. C. XIII.

CONTRIBUTO ALLO STUDIO

DEI

NETTARII MESOGAMICI DELLE CAPRIFOGLIACEE

MEMORIA

del Prof. GIROLAMO COCCONI

(Letta nella Seduta dell' 11 Marzo 1888)

Se si eccettuassero i nettarii florali o mesogamici della *Diervilla rosea* Lindl. (*D. floribunda* S. et Z.), egregiamente studiati da W. Behrens (1) e dallo Stadler (2), si potrebbe considerare come affatto inesplorato lo studio anatomo-fisiologico dei nettarii omonimi delle altre Caprifogliacee.

La presente Memoria ha per iscopo di apportare un Contributo alla conoscenza di detti organi, i quali hanno un' importanza massima nelle Caprifogliacee, perchè la loro presenza o mancanza, in correlazione con altri congrui caratteri florali, contribuisce a distinguere le due sotto-famiglie in cui si dividono dette piante e cioè le Sambucee e le Loniceree.

Le indagini qui vennero principalmente rivolte al *Symphoricarpus racemosus* ed, in via subalterna, al gen. *Lonicera*.

E. Müller (3) e G. Bonnier (4) hanno completamente disconosciuto il nettario florale del *S. racemosus;* detti Autori concordemente riguardano come nettario l' escrescenza basilare dello stilo; anzi il Bonnier partendo da premesse decisamente errate, considera come nettarii eziandio il tessuto dello stilo, della corolla e del calice.

Nel fascicolo X-XI della " Malpighia „ è comparsa una Nota del Prof. Delpino (5) intorno al nettario di detta specie, nella quale, oltre ad una critica a-

(1) W. J. Behrens — Die nectarien der Blüthen (Flora, 1879).

(2) S. Stadler — Beiträge zur Kenntniss der Nectarien und Biologie der Blüthen. Mit 8 lithog. Tafeln — Berlin, 1886.

(3) E. Müller — Befruchtung der Blumen durch Insekten. Leipzig, 1873, pag. 361.

(4) G. Bonnier — Les Nectaires. Étude critique, anatomique et physiologique. (Annal. d. Scien. natur. — Botanique, 6e Sèrie. T. VIII, N. 1-4).

(5) F. Delpino — Il nettario florale del Symphoricarpus racemosus (Malpighia, N. X-XI).

cerbamente severa, però giusta, di quanto in proposito sostiene il Bonnier, nonchè dei principii generali ai quali questi ha inspirato il proprio lavoro, trovasi una descrizione chiara e concisa del nettario del *S. racemosus*.

„ Il vero nettario (così si esprime il Delpino) si può scoprire per trasparenza anche all' esterno, macroscopicamente, anzi senza bisogno di lente. Infatti, osservando l' orciuolo corollino, si vede che dal lato esterno è alquanto rigonfiato, mercè una sorta di gobba che si distingue pel suo colorito bianco giallastro dal roseo delle altre parti. Questa gobba è precisamente alla metà inferiore o basale del petalo esterno, cioè di quello che è sovrapposto alla brattea del pedicello fiorifero.

„ Infatti isolando con destrezza questa parte gibbosa del petalo esterno, osservando la corrispondente parte interna, scorgesi un' areola triangolare di tessuto notevolmente rilevato, la cui superficie è totalmente tappezzata da una quantità di papille o tricomi nettariflui, non però contigui, cospicuamente emergenti e visibili. Questa area occupa alquanto più della quinta parte della superficie interna dell' orciuolo corollino; secerne una relativamente grande copia di nettare e la secrezione pare assai diuturna. „

Ma il Prof. Delpino si è limitato solo allo studio macroscopico dei nettarii in esame, per cui rimane affatto sconosciuta la parte anatomo-fisiologica; a questo nuovo ed importante argomento furono specialmente dirette queste ricerche.

L' epidermide secernente (Fig. 1ª, 2ª e 3ª *ep*) componesi di cellule tutte metamorfosate in tricomi papillari, dei quali solo un piccolo numero è veramente glandulare; il rimanente consta di peli affatto omologhi a quelli secernenti, molto più piccoli però, i quali restano stazionari in un imperfetto stato di sviluppo, per cui in essi non può compiersi l' elaborazione nettarea.

I tricomi glandulari (Fig. 1ª e 2ª *tg*) di rado reciprocamente avvicinati, il più delle volte sono sparsi irregolarmente in mezzo alle piccole papille non secernenti. Hanno forma ovoidale e misurano in diametro longitudinale circa μ 58-70; sono sempre uniloculari e, finchè si trovano in istato di energica funzionalità nettarogena, la loro cavità si continua in quella della cellula epidermica corrispondente; invece quando tale attività volge in diminuzione, s' incomincia a notare una scissione ben delineata fra il loro plasma e quello della cellula epidermica basilare; in ultimo, quivi si costituisce una membranella la quale è evidentissima alla base di quei tricomi che sono prossimi al totale esaurimento della propria funzionalità. La membrana presenta piccole protuberanze papillose nettamente circoscritte e densamente avvicinate le une alle altre, le quali sono insidenti sopra tenui ingrossamenti lineari di variabile lunghezza, diretti secondo l' asse longitudinale dei tricomi; fra un ingrossamento e l' altro è bene visibile un angustissimo spazio lineare, nel quale la membrana conserva il primitivo tenue spessore. Il plasma (Fig. 2ª *p*) presenta costantemente un colorito giallognolo, e consta

di una massa piuttosto acquosa, nella quale si rilevano numerosi granuli finissimi, sparsi, o qua e là più o meno reciprocamente avvicinati, ed alcuni pochi cumuli a contorni mal definiti, di color giallastro e costituiti da sostanza pressochè omogenea.

L' altro ordine di tricomi (Fig. 1ª e 2ª *ts*) comprende elementi la cui porzione libera è tondeggiante, contiene un plasma molto denso e misura in diametro circa μ 18-24; in quanto alla membrana si ripetono press' a poco i caratteri ora esposti.

Le cellule del parenchima sottostante (Fig. 1ª e 2ª *pn*) hanno forma irregolarmente poliedrica, il loro contenuto (Fig. 2ª *pp*) è molto denso e manifesta sempre un nucleo, la cui massa però non è sempre bene differenziata in tutti i punti; il più delle volte in esse si osserva eziandio un piccolo sferocristallo di ossalato calcico.

Il Cloruro di zinco iodato colora la membrana dei peli glandulari (eccezione fatta delle eminenze papillose, le quali ingialliscono) e degli elementi del parenchima in violetto. Nei piccoli tricomi la membrana si mantiene pressochè incolora; in alcuni casi diventa giallastra.

Il Carminio borato di Grenacher determina fenomeni importanti nel plasma delle papille secernenti. Questo si differenzia in due porzioni d' ordinario benissimo appariscenti (Fig. 3ª), l' una centrale, di forma irregolare, in generale allungata nel senso longitudinale del tricoma, molto densa e finamente granulosa; l' altra è assai fluida, presentasi sempre omogenea ed è alquanto più densa nella zona esteriore. La 1ª acquista una colorazione giallognola piuttosto intensa, la quale limitasi circa ai $^2/_3$ superiori di essa ed in basso fa graduale transizione nella rimanente parte, la quale colorasi in un rosso più o meno carico; la 2ª porzione diventa gialla pallidissima. — Il plasma dei tricomi non glandulari si colora uniformemente in un rosso alquanto sbiadito.

Nel parenchima nettarogeno, detta sostanza mette in rilievo un nucleo sufficientemente circoscritto (Fig. 3ª); il protoplasma si colora in roseo.

La tintura alcoolica di Anilina differenzia in maniera analoga, quantunque molto più debolmente, le due categorie di sostanze componenti il plasma delle papille secernenti: la porzione centrale mostra una colorazione violacea, la quale trae al rossigno circa nella metà superiore, al bluastro nell' inferiore; la parte periferica diventa rosso-porporina. Il plasma degli altri tricomi e quello del parenchima sottostante si colora in bleu-violaceo.

L' azione prolungata della glicerina determina nelle papille glandulari una notevole contrazione del plasma, accompagnata dalla costituzione di alcuni grandi cumuli irregolari, molto rifrangenti la luce, densamente granulosi, circondati da una sostanza omogenea poco densa. Aggiungendo un po' di Tintura di Iodio, questi cumuli grumosi si colorano in bruno-giallastro, mentre la sostanza ad essi interposta manifesta colorazione giallognola, estremamente sbiadita.

Il plasma di queste papille non previamente trattato colla glicerina, si colora colla tintura di Iodio e col Ioduro di Potassio iodurato in un giallo-pallido, in qualche punto traente al roseo; però alcune sue piccole porzioni irregolarmente delineate, appaiono intensamente ingiallite. Con questi reagenti, il contenuto dei rimanenti tricomi e quello del parenchima diventano giallo-bruni.

Trattando per alcuni istanti sezioni non molto sottili col liquido di Fehling bollente, si rileva un cospicuo precipitato rossastro di ossido ramoso nelle papille glandulari; tale precipitato è poco copioso nelle cellule del parenchima. Mantenute più a lungo dette sezioni nel liquido di Fehling bollente, si rileva un tenuissimo aumento nel precipitato, circoscritto però solo agli elementi del parenchima: e facendo uso del metodo proposto dal Bonnier (1), si ha la conferma del risultato ottenuto dalla precedente esperienza.

L' Etere, il Cloroformio contraggono piuttosto energicamente il metaplasma delle papille.

L' acido osmico in soluzione acquosa all' 1 % induce un offuscamento piuttosto accentuato, limitato però solo ai cumuli irregolari dei tricomi secernenti.

Queste poche reazioni principali ci somministrano dati sufficienti onde giudicare della natura chimica della membrana e del contenuto degli elementi secernenti. Il plasma delle papille glandulari in quantità prevalente consta di sostanze idrocarboniche, nelle quali abbiamo potuto riconoscere un glucosio piuttosto abbondante; si è poi altresì osservata una materia grassa molto scarsa: le sostanze proteiche sono reperibili in alquanto mediocri proporzioni. Nelle cellule parenchimatiche, il plasma componesi in massima parte di sostanze albuminoidi; vi si riscontra eziandio tenue quantità di glucosio e traccie sensibili di saccarosio. La membrana dei peli secernenti (eccetto gl' ingrossamenti papillari) e delle cellule del parenchima è costituita da cellulosa; in molti casi è cuticularizzato nelle papille non glandulari.

Per tale natura cellulosica dei punti non ingrossati della parete dei tricomi secernenti, l' escrezione del nettare compiesi per semplice diffusione, senza che abbia luogo una precedente trasformazione mucilagginosa (*Collagenbildung*) dello strato di membrana immediatamente sottoposto alle eminenze papillari: non è punto necessario che, mediante il distacco, il sollevamento e la consecutiva espulsione di queste, l' intera superficie dei tricomi partecipi all' emissione nettarea; la costituzione di tale contingenza, nel caso nostro, ci si presenta affatto superflua. Trasportando alcune sezioni fresche del nettario in esame, sul portoggetti, in una gocciola di glicerina piuttosto concentrata, potemmo assistere al successivo svolgimento dell' essudazione nettarea, la quale è dunque circoscritta in quegli angusti solchi frapposti agli ingrossamenti sui quali si sviluppano le protuberanze papillari. Il nettare si rende manifesto all' esterno dapprima sotto forma di minutissime

(1) G. Bonnier — l. c. pag. 82.

sferulette limpide, brillanti, sparse qua e là sulla superficie dei tricomi (Fig. 5ª *nt*); più l' emissione progredisce, più queste sferette aumentano in numero ed ingrandiscono, talchè infine si fondono in gocciole più grosse (Fig. 6ª *nt*); da ultimo, la porzione libera dei tricomi appare tutta immersa in una gocciola di liquido (Fig. 7ª *nt*). Il prodotto dell' escrezione di ciascuna papilla, confluisce con quello dei tricomi adiacenti, per cui in quest' ultimo stadio, l' intera superficie del nettario mostrasi rivestita da un liquido straterello.

Mediante alcune ricerche intraprese sulle diverse fasi evolutive del nettario ora studiato, potemmo constatare che, nei primordi della differenziazione delle papille secernenti, il contenuto di queste è pressochè interamente proteico ; col progredire dello sviluppo, la proteina incomincia a subire una degradazione, per cui appare diminuita, mentre si costituisce un' ingente quantità di glucosio, la quale raggiunge il massimo nel periodo di maggior funzionalità del nettario. Ma la proporzione delle sostanze albuminoidi decresce continuamente, anzi, in un periodo della secrezione nettarea, il quale rappresenta l' inizio dell' esaurimento della funzione stessa, il contenuto delle papille è nella quasi totalità costituito da sostanze idrocarboniche. Allorchè la funzione nettarogena è terminata od è sul finire, il plasma è scomparso quasi interamente e viene sostituito da un liquido acquoso, incoloro; poscia, la membrana dei tricomi presentasi corrugata, avendo perduta la normale turgescenza. — Alla formazione del glucosio, verificato in notevole quantità nelle papille glandulari e scarsamente nelle cellule parenchimatiche, contribuisce eziandio il poco saccarosio in queste riscontrato e, secondo ogni probabilità, la sostanza oleosa grassa rilevata nelle papille.

In due modi si potrebbero interpretare i tricomi non secernenti : considerandoli cioè come peli glandulari retrogradati od abortiti; ovvero come peli glandulari in via di formazione, od in altri termini come organi nascenti. La 2ª opinione sembra poco probabile qualora si rifletta alla cuticularizzazione che molte volte subisce la membrana che riveste detti tricomi, ed al trovarsi questi tutti allo stesso stadio evolutivo senza alcuna transizione ai veri tricomi secernenti. Sembra quindi più accettabile la 1ª opinione, per la quale la massima parte dei peli che ricuoprono la superficie del nettario sarebbesi conservata stazionaria in una primitiva fase di evoluzione in seguito alle mutate ed in parte sfavorevoli condizioni del mezzo ambiente, per cui non poteva aver luogo o rendevasi inutile un' energica elaborazione nettarea : com' è noto il *S. racemosus* è pianta originaria dell' America del Nord.

Le osservazioni fin qui riferite ci conducono alla determinazione di alcuni importanti punti di raffronto, che emergono da considerazioni di anatomia e fisiologia comparate nei nettari delle altre Caprifogliacee.

Le Caprifogliacee si sono costituite secondo due distinte direzioni, eziandio caratterizzate dalla diversa organizzazione dei nettarii florali; abbiamo cioè le

Sambucee e le Loniceree. Nella 1ª sottofamiglia i nettarii sono assai oscuri; probabilmente questi sono rappresentati dal disco epigino, sebbene quì non si abbiano dati certi per poter affermare l' esistenza della secrezione nettarea. Veri nettarii si riscontrano nelle Loniceree: nelle forme fino ad ora studiate (*Lonicera, Diervilla*) si osserva nei tratti principali una mirabile armonia con quanto si è più sopra riferito pel S. racemosus, sia riguardo all' intima organizzazione (Fig. 8ª) che alla fisiologia dei nettarii, quantunque la sede di questi (interna superficie della corolla nel gen. *Lonicera*, parte superiore dell' ovario nel gen. *Diervilla*) e la loro natura morfologica (epimorfici nelle *Lonicere*, automorfici nelle *Diervilla*) siano suscettibili di differenze notevoli.

Limitandoci quindi alle sole Loniceree, le cellule epidermiche sono sempre trasformate in maggior o minor numero in tanti tricomi glandulari; le cellule rimanenti in pochi casi si conservano inalterate: così nella *Diervilla rosea*, ciascuna di queste (costantemente ricoperte da cuticola) si presenta allungata e sviluppa così una lieve sporgenza all' esterno. La membrana delle papille secernenti mostra sempre quegl' inspessimenti analoghi a quelli del Symphoricarpus; però giammai si osserva quella caratteristica ordinata disposizione in questo riscontrata. Riguardo poi al contenuto delle papille, questo componesi in quantità preponderantissima di idrati di carbonio; il plasma degli elementi del parenchima varia nella costituzione, ad esempio nella *D. rosea* è scarso di sostanze proteiche e ricco di idrati di carbonio. Il processo dell' escrezione nettarea diverge alquanto da quello studiato nella presente Memoria. Nella *D. floribunda*, secondo le ricerche del Behrens (1), il metaplasma delle papille dapprima manifesta vescicole amiloidi, incolori, più o meno grandi, globose ed a doppio contorno; questa differenziazione rappresenta lo studio preparatorio dell' emissione nettarea: lo Stadler (2) ha poi dimostrato che il nettare perviene all' esterno non già mediante semplice diffusione attraverso la membrana, come ha asserito il Behrens, ma bensì che i tricomi sono rivestiti da un esile strato di cuticola, per cui prima si sviluppa una degenerazione mucilagginosa nello strato di parete a quella sottostante, la cuticola infine si distacca e si lacera.

Sono molto interessanti le piccole protuberanze papillari corrispondenti alle cellule epidermiche della Diervilla; esse sono indubbiamente omologhe ai tricomi non glandulari del S. racemosus; e, secondo le idee più sopra riferite, si possono ritenere costituite in seguito ad una regressione molto più pronunciata che nel S. racemosus, in rapporto a congrue condizioni del mezzo ambiente.

Tale spiccata unità di tipo ora rilevata nell' organizzazione dei nettari, delle specie di *Lonicera, Diervilla, Symphoricarpus* e probabilmente di altre ancora, aggiunge un nuovo vincolo di parentela fra le piante appartenenti alle Loniceree e caratterizza maggiormente questa sottofamiglia di fronte alle Sambucee.

(1) W. J. Behrens — l. c. (pag. 38-39, tav. III, fig. 5-12).
(2) S. Stadler — l. c.

Dalle cose finora esposte si possono trarre le seguenti conclusioni:

1. I nettarii mesogamici del *S. racemosus* sono decisamente epimorfici. Essi sono rivestiti da un' epidermide i cui elementi sono tutti metamorfosati in tricomi, il maggior numero dei quali non partecipa al processo dell' elaborazione nettarea; il rimanente è di natura veramente glandulare: il carattere più importante che distingue queste due sorta di peli è dato dalla dimensione di questi e dalla natura del contenuto. Il plasma delle papille secernenti contiene in notevole eccedenza sostanze idrocarboniche; le sostanze proteiche si trovano in piccola quantità; in tenuissime proporzioni si riscontra una materia grassa. Il plasma degli elementi del mesofillo sottostante, consta in quantità preponderanti di materiali proteici; lo zucchero vi è piuttosto scarso. L' emissione del nettare ha luogo per semplice diffusione attraverso i tratti non ingrossati della parete dei tricomi; questi tratti si mantengono di natura cellulosica.

2. Secondo una probabilissima congettura, i tricomi non secernenti rappresenterebbero una fase regressiva di sviluppo dei peli glandulari.

3. I nettarii del gen. *Locinera*, nei tratti essenziali sono identici a quelli precedentemente studiati.

4. Le ricerche comparate anatomo-fisiologiche dimostrano una mirabile concordanza nei nettarii delle Loniceree finora studiate (*Diervilla*, *Symphoricarpus*, *Lonicera*). I peli non glandulari del S. racemosus sono omologhi alle protuberanze papillari corrispondenti alle cellule epidermiche dei nettarii della Diervilla.

5. La struttura dei nettarii del *S. racemosus*, la quale si ripete nelle Diervilla e Lonicera, induce ad ammettere con molta ragione l' esistenza nelle Loniceree di un tipo fondamentale comune nell' organizzazione dei nettarii. Questa contingenza apporta maggior luce alle importanti relazioni filogenetiche esistenti fra i diversi rappresentanti delle Loniceree.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª — Sezione longitudinale del nettario del *Symphoricarpus racemosus*, *tg* tricomi glandulari; *ts* tricomi non secernenti, *ep* epidermide, *pn* parenchima nettarogeno. × 450.

Fig. 2ª — Breve tratto della sezione precedente molto ingrandito. Significato delle lettere *tg*, *ts*, *ep*, *pn* come nella Fig. 1ª; *p* protoplasma delle papille glandulari, provvisto di cumuli grandi ed irregolari, *pp* protoplasma nucleato del parenchima nettarogeno. × 950.

Fig. 3ª — Papilla molto ingrandita trattata col Carminio borato di Grenacher. In essa si rileva la netta distinzione del plasma in due parti; una esterna omogenea e poco densa, una interna granulosa e molto densa. × 950.

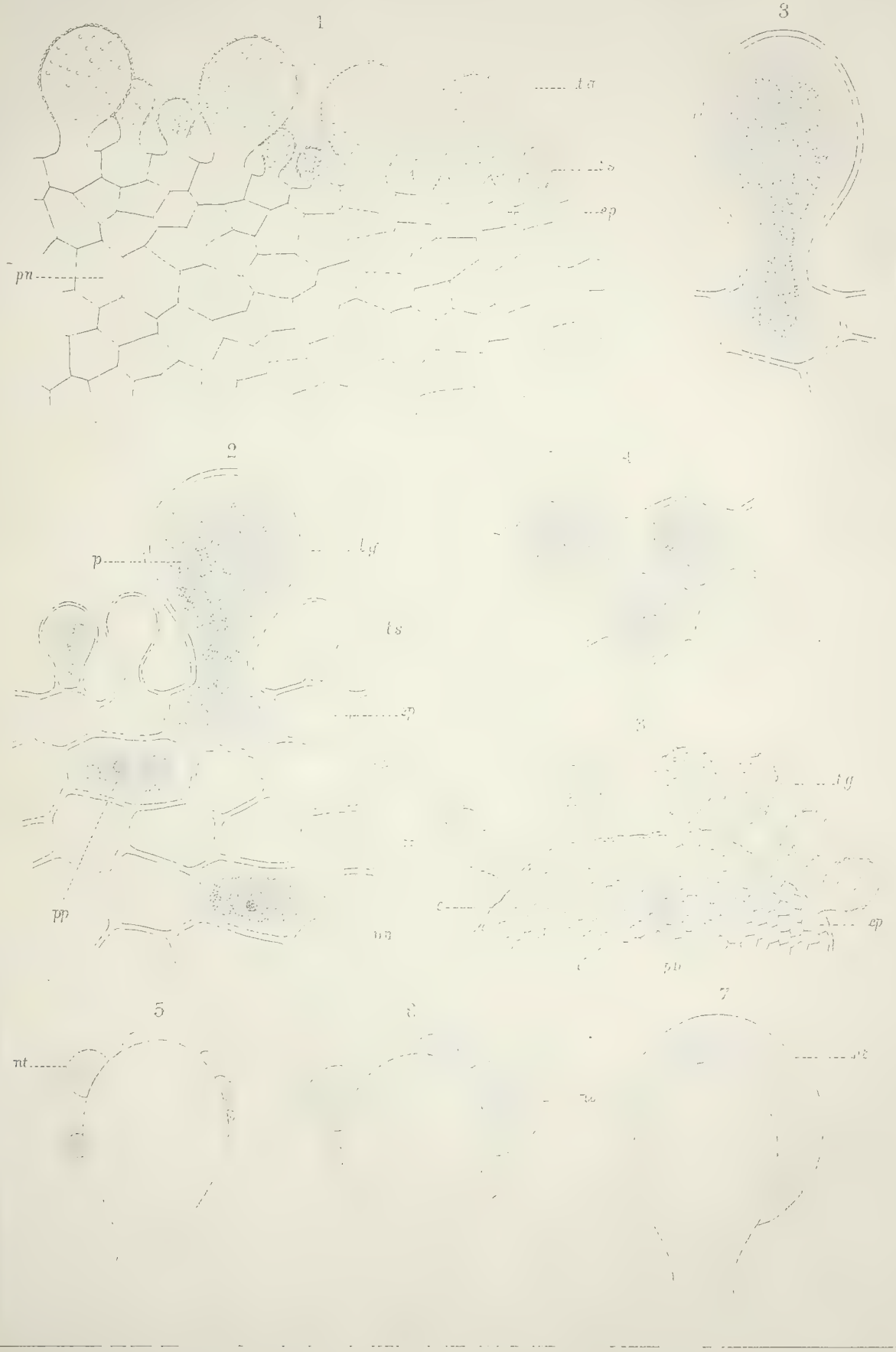
Fig. 4ª — Alcune cellule di parenchima nettarogeno trattate col Carminio borato di Grenacher, il quale ha messo bene in evidenza i nuclei. × 950.

Fig. 5ª — Papilla nel primo stadio della secrezione. Nella sua superficie si rilevano numerose piccole goccioletta di nettare *nt*. × 950.

Fig. 6ª — Papilla in una fase più avanzata di secrezione; le gocciole di nettare *nt* sono molto più grandi. × 950.

Fig. 7ª — Le gocciole di nettare hanno confluito in un' unica e grande goccia, la quale avvolge tutta la porzione libera della papilla. × 950.

Fig. 8ª — Sezione longitudinale del nettario florale della *Diervilla floribunda*. Significato delle lettere *tg*, *ep*, *pn* come nella Fig. 1ª e 2ª; *e* cuticola, *t* vaso tracheale. × 220.


1
3
2
4
5
6
7
pn
p
pp
nt

DEI FLUOSILICIURI

DI MORFINA, DI CODEINA E DI COCAINA

NOTA

dell' Ing. Dott. ALFREDO CAVAZZI

E

ADOLFO FERRATINI

(Letta nella Sessione 29 Aprile 1888)

In continuazione allo studio del fluosiliciuro di chinina che fu descritto da uno di noi in una Nota letta sul finire dell' anno scorso in quest'Accademia, riferiamo brevemente intorno ai fluosiliciuri di morfina, di codeina e di cacaina, tralasciando di indicare quelle particolarità nel modo di operare che si riscontrano in quel primo lavoro.

Fluosiliciuro di morfina.

Essendo la morfina insolubile nel solfuro di carbonio, nella benzina e pochissimo anche nel cloroformio, non si è fatto alcun tentativo per ottenere la combinazione diretta di questo alcaloide col fluoruro di silicio.

Il fluoruro di silicio al contatto di una soluzione alcoolica di morfina, seccata prima a 100°, dà un precipitato bianco amorfo, il quale non scompare per eccesso di detto gas, come avviene invece colla chinina. Il precipitato, dopo essiccamento nel vuoto, si scioglie completamente nell' acqua, più a caldo che a freddo, e a mezzo della evaporazione o del raffreddamento si depone in forma di bellissimi cristallini di fluosiliciuro di morfina, aghiformi con disposizione raggiata.

La stessa sostanza si produce in modo più semplice ponendo della morfina in acqua scaldata a bagno maria, e aggiungendo a poco a poco acido fluosilicico in eccesso. Nelle quali condizioni precipita quasi sempre della silice idrata che si toglie colla massima facilità filtrando la soluzione ancor calda a mezzo di vetro filato, o di vetro pesto, quando sia giunta al grado conveniente di concentrazione.

Il corpo cristallino ottenuto nelle due maniere è fluosiliciuro di morfina della

formula $(C_{17}H_{19}AzO_3)_2 . H_2SiFl_6 . 2H_2O$, in cui l'alcaloide si comporta come base monoacida, ma non forma coll' acido fluosilicico il sale acido corrispondente, come avviene per contrario coll' acido tartarico.

L' analisi del composto fu praticata col metodo stesso usato pel fluosiliciuro di chinina, sciogliendo in poc' acqua calda gr. 1 di sale seccato prima a 120°, onde privarlo dell' acqua di cristallizzazione.

I risultamenti dell' analisi condussero ad assegnare al composto la formola più sopra indicata.

L' acqua di cristallizzazione fu determinata su gr. 4 di sale seccato alla temperatura e pressione ordinarie in presenza di acido solforico. Il tubo contenente il fluosiliciuro di morfina era immerso in bagno d'olio a 120°, e percorso da una corrente lenta di aria secca. In queste condizioni il sale cede l' acqua di cristallizzazione senza perdere traccia alcuna di fluoruro di silicio. Fra 130° e 145° il fluosiliciuro di morfina si altera, acquistando una colorazione giallastra con perdita di fluoruro di silicio.

Anche gli effetti dell' analisi rispondono esattamente al peso della sostanza che si esperimenta, purchè si ammetta nel detto sale l' esistenza di due molecole di acqua di cristallizzazione per una di fluosiliciuro diseccato nell' aria priva di vapor d' acqua.

Il fluosiliciuro di morfina si presenta in cristalli senza colore, aghiformi, inalterabili all' aria, di sapore amaro, solubili nell' acqua più a caldo che a freddo, insolubili o presso che tali nell' alcool etilico, nell' alcool amilico, nell' etere, nel cloroformio, nel solfuro di carbonio e nella benzina. 100 parti in peso di acqua a 8° sciolgono 1,028 di fluosiliciuro di morfina secco a 100°, e 13,26 a 100°. Il sale neutro dopo essere stato lavato a lungo con acqua fredda e seccato a 100°, arrossa piuttosto fortemente la tintura di tornasole. Coll' acido solforico concentrato fornisce solfato di morfina con sviluppo di fluoruro di silicio. Calcinato su lamina di platino, lascia un piccolo residuo di silice.

Fluosiliciuro di codeina.

Il fluoruro di silicio agendo sulla codeina o metilmorfina anidra sciolta nel solfuro di carbonio, genera un composto bianco amorfo la cui composizione risponde soltanto approssimativamente alla formola $C_{18}H_{21}AzO_3 . SiFl_4$. La quale composizione fu desunta dal rapporto in peso della silice idrata e dell' acido fluosilicico che si producono mettendo una determinata quantità della sostanza nell' acqua, quanto dal volume di fluoruro di silicio che si svolge dalla combinazione stessa allorchè viene cimentata a temperatura ordinaria con acido solforico concentrato.

Il fluosiliciuro di codeina $(C_{18}H_{21}AzO_3)_2H_2SiFl_6$ si ottiene come quello di morfina facendo agire il fluoruro di silicio sulla codeina sciolta nell' alcool asso-

luto, oppure trattando direttamente l' alcaloide con acido fluosilicico. Svaporando la soluzione nel vuoto, oppure lasciando raffreddare una soluzione del sale satura a caldo, si ottengono piccoli cristalli aghiformi senza colore e di sapore amaro. 100 parti in peso di acqua a 10° sciolgono 1,16 di fluosiliciuro secco a 100°, e 6,64 a 100°.

L' analisi esatta del sale purissimo diseccato alla temperatura ordinaria in aria priva di vapor d' acqua, condurrebbe ad ammettere in esso l' esistenza di due molecole di acqua di cristallizzazione come nella molecola del fluosiliciuro di morfina. Fatto è però che a 120° il fluosiliciuro di codeina non perde che minima quantità di acqua, e a temperatura più alta perde eziandio fluoruro di silicio. Molto probabilmente l' acqua di cristallizzazione si svolge alla temperatura stessa a cui il sale si decompone.

Fluosiliciuro di cocaina.

La soluzione di cocaina nel solfuro di carbonio in presenza del fluoruro di silicio dà una sostanza bianca, amorfa, insolubile nel detto solvente, e la cui composizione corrisponde alla formola $C_{17}H_{21}AzO_4 . SiFl_4$: la quale si scioglie nell' acqua con separazione di piccole quantità di silice idrata che in parte maggiore rimane in soluzione, similmente a quanto avviene dei composti analoghi degli altri alcaloidi. Svaporando si ottiene una sostanza gommosa, non cristallizzabile, e deliquescente molto probabilmente costituita di un miscuglio di fluosiliciuro neutro e di fluosiliciuro acido. Di fatto i risultamenti dell' analisi concordano colla equazione seguente

$$3C_{17}H_{21}AzO_4 . SiFl_4 + 4H_2O = H_4SiO_4 + (C_{17}H_{21}AzO_4)_2 . H_2SiFl_6 + \\ + C_{17}H_{21}AzO_4 . H_2SiFl_6$$

L' esistenza del fluosiliciuro acido è in certo modo dimostrata dal fatto che il fluoruro di silicio agendo colla cocaina sciolta nell' alcool assoluto forma subito un precipitato bianco, il quale ben presto scompare e si discioglie per eccesso di fluoruro di silicio, come fu provato anche per la chinina.

La codeina e la cocaina furono determinate nei loro fluosiliciuri per differenza, avendo però sempre riscontrate tutte le reazioni caratteristiche di queste basi in quella parte di esse che fu possibile di separare coi metodi comuni. La morfina invece fu separata completamente col metodo stesso che fu usato nel processo di analisi del fluosiliciuro di chinina.

DESCRIZIONE

DEL

NUOVO GENERE CALÒRIA TR.

MEMORIA

DEL PROF. SALVATORE TRINCHESE

(Letta nella Sessione 29 Aprile 1888).

Questo nuovo genere della famiglia delle Aeolididae che io dedico al nostro benemerito presidente Prof. Luigi Calori, è rappresentato per ora da una sola specie che denomino: *Calòria maculata.*

Descrizione sommaria del genere.

Rinofori a sezione trasversa circolare, sparsi di lievi ripiegature, ma non perfoliati.

Tentacoli più lunghi dei rinofori.

Piede con angoli anteriori prolungati in forma di tentacoli.

Papille dorsali a sezione trasversa circolare, riunite in gruppi formati di serie trasversali.

Lobi epatici semplici, colla estremità superiore terminantesi in una glandula lobata.

Sacchi cnidofori contenenti cnide ellittiche.

Ano laterale, situato tra la 1ª e la 2ª serie di papille del secondo gruppo papillare destro.

Pene inerme.

Radula breve, uniseriata con denti a ferro di lancia somiglianti a quelli delle Faceline.

Mascelle col corpo diviso in due parti distinte da una profonda smangiatura del margine superiore.

Margine masticatorio munito di una sola serie di denti.

Anello esofageo formato di due gangli sopraesofagei la cui porzione cerebrale è completamente fusa colla viscerale; e di due gangli pedali riuniti da una commissura piuttosto breve.

Occhi sessili.

Otocisti con otoconia.

Questo grazioso mollusco fu pescato dal personale della Stazione zoologica nel luogo detto Secca di Chiaja a 65 metri di profondità e sopra un fondo di Coralline, negli ultimi giorni di Febbraio del 1886. Ne furono trovati due individui di diversa grandezza che il mio amico Salvatore Lobianco m' inviò perchè io li studiassi.

Le misure seguenti furono prese sull' individuo più grosso.

L' animale essendo in completa estensione, dal margine anteriore della testa all' apice della coda, mill. 20.

Massima larghezza del piede mill. 3.

Lunghezza dei tentacoli in completa estensione mill. 8.

Lunghezza dei rinofori mill. 5.

L' animale ha forme snelle.

La sua testa è piuttosto piccola; la coda molto lunga e sottile. Il piede si restringe alquanto dietro il suo margine anteriore nel quale è scavato un solco piuttosto profondo; i suoi angoli anteriori hanno forma di tentacoli e sono lunghi circa 3 mill., il suo colore generale è bianco trasparente; sulla faccia dorsale della sua regione posteriore si vede una striscia bianco-opaca che si stende dal penultimo gruppo di papille dorsali all' apice della coda; una macchia allungata della stessa natura trovasi presso l' apice degli angoli anteriori.

I tentacoli sono bianco-trasparenti, depressi nella loro base, cilindrici nel resto; la loro faccia anteriore è ornata di una striscia bianco-opaca continua che va dall' apice di uno di questi organi a quello dell' altro, passando sul margine anteriore della testa.

I rinofori sottili, bianco-trasparenti, presentano delle rughe irregolari. Una striscia bianco-opaca si stende sulla faccia anteriore dei loro due terzi superiori.

Le papille dorsali sono sottili, a pareti trasparentissime ed incolori. Contengono un lobo epatico semplice d' un bel colore giallo d' anchina, portante alla sua estremità superiore una glandula (fig. 7, *b*) di forma ovoide composta di 10 od 11 lobi, ciascuno dei quali è formato di cellule poliedriche contenenti sferule d' un bel colore violetto-scuro, talvolta quasi nero (fig. 8, *a*).

Il sacco cnidoforo (fig. 7, *d*) è molto allungato e contiene delle cnidocisti con cnide di forma ellittica (fig. 10).

Esso si continua in un peduncolo cavo che può rapidamente accorciarsi ed allungarsi moltissimo. All' apice di ogni papilla, sotto l' epitelio, trovasi un anello di cromatofori bianco-opachi (fig. 7, *e*).

Le papille riunite in 7 od 8 gruppi ai due lati del dorso, sono impiantate sopra cuscinetti poco rilevati e disposte in serie trasversali.

I due primi gruppi sono formati di 5 o 6 serie di papille, gli altri di 3 o di 2.

L' ano si apre sopra una breve papilla conica situata sotto il margine esterno del secondo cuscinetto branchiale, tra la 1ª e la 2ª serie di papille dorsali.

L' orifizio buccale, il bulbo faringeo, i denti della radula somigliano nella

forma a quelli delle Faceline. Le mascelle (fig. 6) hanno una forma singolare : il loro corpo è diviso in due parti ben distinte da una profonda smangiatura del loro margine superiore (*a*) : potrebbero considerarsi come mascelle di Faceline che avessero perduto il pezzo triangolare *a, b, c* : sono molto sottili e trasparenti.

Il loro margine masticatorio è munito di circa 20 dentini.

La radula è formata di 20 denti, 13 dei quali sono rinchiusi entro la guaina radulare. Hanno la forma di ferro di lancia, con cuspide molto prominente; e sono muniti di 5 o 6 dentini da ciascun lato (fig. 5).

Il resto dell' apparecchio digerente è simile nella forma e nella struttura a quello delle altre Aeolididae.

L' apparecchio escretore consiste in cordoni ramificati di cellule renali, situati sotto la pelle, ai due lati del dorso.

Lo schizzetto renale è piccolo ed allungato più di quello delle altre Aeolididae (fig. 1, *a*). È limitato esternamente da uno strato di tessuto congiuntivo la cui faccia esterna è coperta di cellule renali (fig. 2, *a*) ; mentre la interna è tappezzata di cellule di varia grandezza portanti dei ciuffi di colossali cigli vibratili (*b*).

La membrana endoteliale (*b*) separa la cavità dello schizzetto renale da quella del pericardio *c*. Non mi è stato possibile vedere il poro renale.

La papilla genitale è situata sul lato destro dell' animale, presso l' estremità posteriore del primo gruppo di papille dorsali.

Il pene, quando è retratto, è rinchiuso in una robusta guaina muscolare ; ha una forma cilindrica ed è formato in gran parte di fibre muscolari che s' intrecciano in tutti i sensi, lasciando tra loro delle lacune che devono riempirsi di sangue nel momento della erezione ; è tappezzato esternamente di corte cellule cilindriche munite di robusti cigli vibratili. Il canal deferente giace aggomitolato dietro il pene ; ha pareti molto spesse ed è tappezzato internamente di lunghe cellule cilindriche vibratili.

La vagina sbocca in una vasta sacca copulatrice, la quale è in comunicazione colla glandula del nidamento. Questa glandula consiste in una sacca di tessuto congiuntivo ripiegata più volte su di sè stessa e tappezzata internamente di grosse cellule cilindriche vibratili, munite di un nucleo ovoide che trovasi alla loro base. Tra queste cellule ve ne sono delle altre sottili e fusiformi, con un piccolo nucleo allungato posto nel mezzo della loro lunghezza ; sono probabilmente elementi giovani destinati a sostituire le grosse cellule diventate vecchie. Questa glandula si continua con quella dell' albume che le somiglia, tanto nella forma che nella struttura.

Al disopra di questa glandula è situata una grande spermatocisti ; e dietro questa, la glandula ermafrodisiaca. Questa è formata di tubuli cilindrici contenenti gruppi di spermatoblasti e di spermatozoidi in diversi gradi di sviluppo. All' estremità cieca di ogni tubo trovansi ora una, ora due uova ; in quest' ultimo caso, uno è più grosso dell' altro e contiene grossi granuli di lecitina incastonati nelle maglie del protoplasma. Intorno alla vescicola germinativa vi è uno strato di protoplasma privo di granuli lecitici. La massa del vitello ha un colore giallo d' anchina.

Il nidamento incoloro e trasparente (fig. 11) ha forma di cordoncino del diametro di circa 1 mill. ed è avvolto a spira. L' albume è omogeneo ed incoloro, il vitello delle uova deposte conserva il colore che aveva nella glandula ermafrodisiaca.

Il sistema nervoso centrale (fig. 3) è formato di due gangli cerebro-viscerali, due pedali, due ottici, due olfattivi, due buccali e due gastro-esofagei. Tutti questi gangli hanno la struttura da me minutamente descritta nelle altre Aeclididae. Le commissure sono piuttosto corte.

Gli occhi hanno pigmento nero e sono impiantati direttamente sul margine laterale dei gangli cerebro-viscerali.

Le otocisti sono più piccole degli occhi e contengono otoconia formata di una diecina di concrezioni calcaree sferoidali.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª — Sezione trasversa del pericardio. Microscopio Zeiss ocul. 1, obb. A.
a, schizzetto renale.
b, cavità del pericardio.
c, cuore.
d, *d*, lacune sanguigne.

Fig. 2ª — La parte *a* della fig. 1ª, veduta coll' ocul. 2, obb. E. Zeiss.
Vi è rappresentato lo schizzetto renale e una parte del pericardio.
a, cellule renali che circondano lo schizzetto renale.
b, *b*, cellule con ciuffi di lunghi cigli vibratili dello schizzetto renale.
c, cavità del pericardio.
d, *d*, lamina endoteliale che separa la camera del pericardio da quella dello schizzetto renale.

Fig. 3ª — Anello esofageo. Ocul. 2, obb. A.

Fig. 4ª — Quattro denti della radula veduti di profilo. Ocul. 2, obb. DD. Zeiss.

Fig. 5ª — Un dente della radula veduto dalla sua faccia inferiore. Ocul. 2, obb. E. Zeiss.

Fig. 6ª — La mascella destra. Ocul. 1, obb. A. Zeiss.
a, profonda smangiatura del margine superiore del corpo della mascella.
b, *c*, linea punteggiata che indica il margine superiore delle mascelle nelle Faceline.

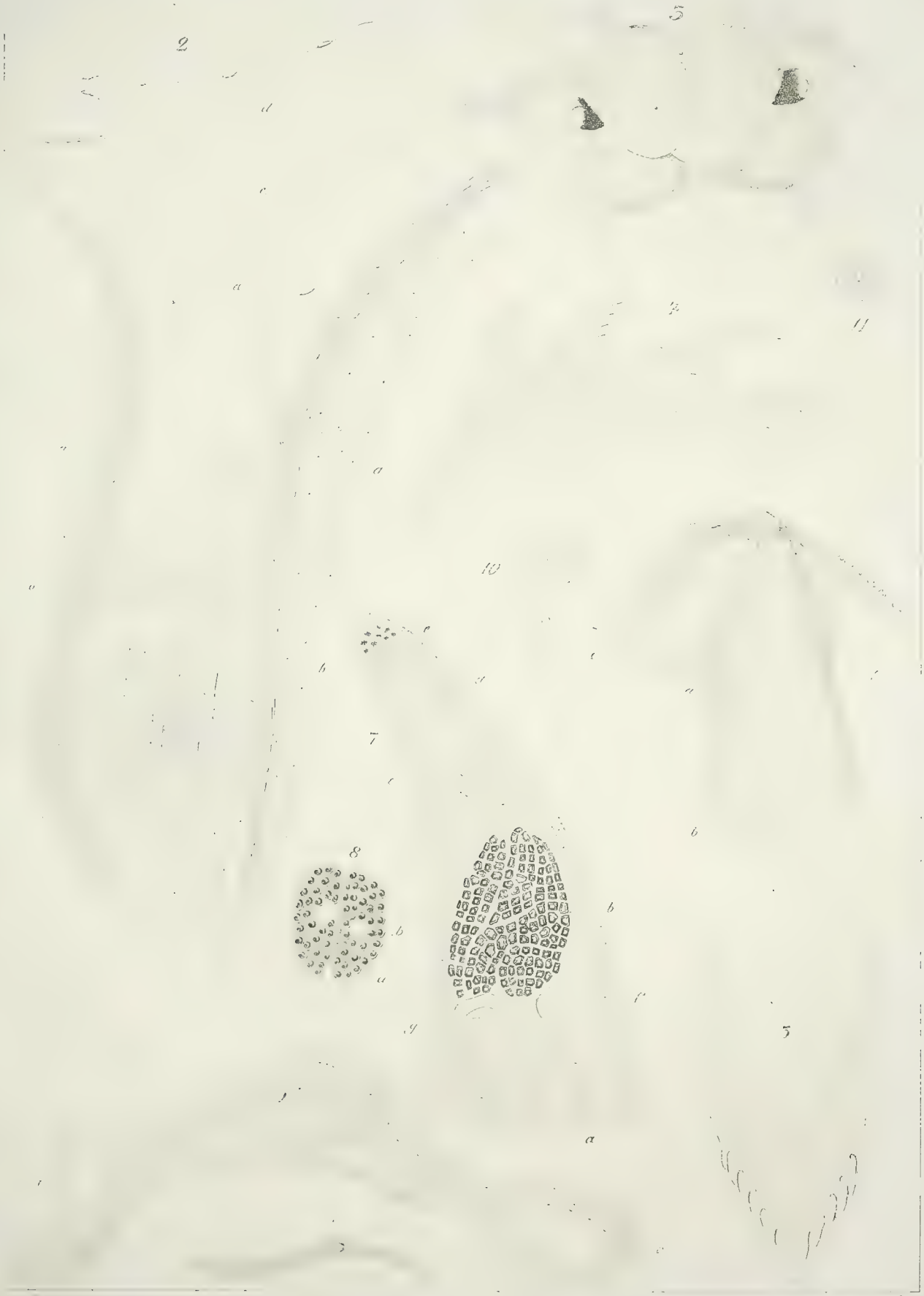
Fig. 7ª — Estremità superiore di una papilla. Ocul. 1, obb. A. Zeiss.
a, lobo epatico.
b, glandula che occupa l' estremità superiore del lobo epatico.
c, peduncolo cavo del sacco cnidoforo.
d, sacco cnidoforo.
e, corona di cellule cromatofore situate sotto l' epitelio *g*.

Fig. 8ª — Due cellule della glandula — *b*, della figura precedente vedute coll' ocul. 2, obb. F. Zeiss.
a, granuli violetti.
b, nucleo.

Fig. 9ª — Una papilla col peduncolo del sacco cnidoforo disteso.
Significato delle lettere come nella fig. 7ª.

Fig. 10ª — Una cnida che esce dalla cnidocisti. Ocul. 2, obb. F. Zeiss.

Fig. 11ª — Nidamento. Grandezza naturale.



DELLA RICERCA CHIMICO-TOSSICOLOGICA DELL' AMMONIACA

NOTA

del Prof. **DIOSCORIDE VITALI**

(letta nella Sessione del 15 Aprile 1888).

Niuna ricerca di Chimica-tossicologica appare tanto facile quanto quella dell' Ammoniaca. Quest' alcali infatti per l' estrema sua volatibilità può separarsi facilmente dai miscugli organici, di cui faccia parte, e segnatamente dagli alcali caustici fissi, coi quali, per alcuni caratteri, potrebbe confondersi; possiede inoltre proprietà organolettiche fisiche e chimiche abbastanza distintive. Ciò non toglie però che la sua ricerca nei visceri cadaverici non sia circondata da qualche difficoltà.

Nell' organismo umano, ed anche nelle normali condizioni, esistono composti salini ammoniacali. Il Boussingault, il Dumas, il Becquerel, il Neubarer, il Salkowski, l' Heintz, lo Schmiedeberg, il De-Rautenberg ecc. ne trovarono nell' urina; cloruro, solfato, e carbonato ammonici furono rinvenuti in questo liquido in quantità notevole in molte malattie acute febbrili, come nelle diverse forme di tifo, nella pneumonite, nella tisi, e nel diabete. Nell'urocistite catarrale cronica, e nella paralisi vescicale per lo sdoppiamento, a cui in queste malattie va spesso soggetta l' urea in vescica, produconsi forti proporzioni di carbonato d' ammonio, che per assorbimento può dalla vescica stessa passare al sangue; in alcune malattie renali, in cui i reni divengono inetti alla eliminazione di molti materiali di riduzione organica e specialmente dell' urea, questa passa all' intestino, ove subisce l' anzidetta trasformazione. Nelle indigestioni e nelle fermentazioni anomale degli alimenti, si produce gas solfidrico e solfuro d' ammonio. Ora tutti i sali ammoniaci sono più o meno volatili, più o meno facilmente dissociabili per l' azione del calore. In ciò sta la causa prima delle difficoltà della ricerca tossicologica dell' ammoniaca. I metodi per questa ricerca nei casi di veneficio proposti dagli autori più eminenti consistono tutti nel sottoporre a distillazione i visceri e liquidi cadaverici, finchè lo stillato presenti reazione alcalina, e nell' aggiungere al residuo di questa prima distillazione acqua, e nuovamente distillare per ottenere le ultime traccie di am-

moniaca. È così che consigliano di fare il Tardieu e il Roussin (1); lo stesso metodo è consigliato dal Taylor (2), dal Wormley (3), dal Woodman e Tidy (4), colla sola differenza che questi due autori dopo avere separato per distillazione l'ammoniaca libera dai visceri, e liquidi cadaverici, aggiungono al residuo alcoole concentrato, filtrano per separare il coagulo prodotto dall' alcool stesso, aggiungono idrossido di potassio e ridistillano per avere l' ammoniaca che dallo stato libero fosse passato a quello di combinazione salina. Il Dragendorff (5) propone di distillare i visceri con acqua e meglio con alcool. Il Rabuteau (6) preferisce distillarli sempre con alcole. Tutti questi autori poi ricevono il prodotto della distillazione contenente l' ammoniaca nell' acido solforico, o cloridrico diluiti, concentrano la soluzione salina per ottenere le reazioni proprie dei composti ammoniacali, trattano parte di questa soluzione concentrata con idrossido di potassio e distillano per riavere l' ammoniaca, onde riconoscere i caratteri di questa base libera. In una parola i metodi di separazione della ammoniaca libera dai visceri cadaverici seguiti dagli indicati autori, consistono nel distillarli insieme ad acqua oppure ad alcole.

Ma tali metodi presentano un serio inconveniente. Ho premesso che nell'umano organismo, nelle condizioni di salute ed ancor più in certe condizioni patologiche non mancano sali d' ammonio, fra cui il cloruro, il solfato, il carbonato e talvolta il solfuro. Ora i primi di questi sali cioè il cloruro ed il solfato, sebbene non molto volatili pure dissociansi, svolgendo ammoniaca, quando le loro soluzioni acquose sono sottoposte a distillazione ; il solfuro d' ammonio poi ed il carbonato sono estremamente volatili, ragione per cui passano facilmente nel prodotto della distillazione ; e se, distillando coll'alcole, come ho potuto convincermene con dirette esperienze, la dissociazione del cloruro e del solfato d' ammonio, non avviene, non è per questo impedito il passaggio del carbonato e del solfuro ed il loro dissociamento. È facile il vedere l' equivoco, a cui potrebbesi andar incontro, seguendo gli anzidetti metodi.

Se l' inconveniente si limitasse al solo passaggio del carbonato, e solfuro d'ammonio, si potrebbe rimediare ricorrendo alla reazione mediante il fenole e il bromo, per la quale, mentre si ha colorazione azzurra coll' ammoniaca libera, questa invece non ottiensi quando l' ammoniaca è combinata anche all' acido carbonico e solfidrico. Ma il solfuro ed il carbonato d' ammonio, non sono solamente volatili ma altresì dissociabili con estrema facilità ; svolgono ammoniaca libera non solo di-

(1) Étude médico-légale et clinique sur l' empoissonnement. Paris 1875. Pag. 297.
(2) Of poison in relation to medical jurisprudence and Medicine. London 1859. Pag. 329 e 334.
(3) Micro-chemistry of poison. New-York 1869. Pag. 95.
(4) Handy-Book of forensie medicine and Toxicology. London 1877. Pag. 107.
(5) Manuel de Toxicologie. Paris 1866. Pag. 27.
(6) Éléments de Toxicologie. Paris 1873. Pag. 804.

stillandoli con acqua, ma eziandio con alcole, come ho potuto dimostrare con dirette esperienze.

A togliere questa causa di equivoco ho tentato due mezzi. Innanzi tutto partendo dal principio, che la volatibilità e la dissociazione dei composti è in ragione diretta della temperatura, pensai che distillando i visceri, che avessero potuto contenere gli anzidetti sali d'ammonio, non più coll'alcoole e molto meno coll' acqua, ma sibbene coll' etere che bolle a circa 36° e si volatilizza a temperatura ancor più bassa, avrei potuto impedire il passaggio e la dissociazione di quei composti salini senza per questo porre ostacolo al passaggio della ammoniaca libera. Dalle esperienze da me fatte a questo scopo risulta che distillando soluzioni diluitissime di carbonato e solfuro ammonici privi di ammoniaca libera, con etere e a temperatura di circa 30°, può ottenersi un liquido etereo che in generale non arrossa la carta di curcuma, e solo qualche volta ma leggermente. Distillando invece soluzioni che contengano traccie di ammoniaca libera l' etere stillato contiene costantemente forti proporzioni di ammoniaca. Ma credetti che il mezzo più sicuro per evitare ogni equivoco dovesse consistere nell' eliminare dai miscugli che li contenessero, quei due composti, trasformandoli in composti ammonici non volatili nè dissociabili nelle condizioni, in cui si eseguiscono le ricerche tossicologiche.

Ad eliminare il carbonato d' ammonio ricorsi al cloruro di bario allo scopo di trasformarlo in cloruro d' ammonio, sale che non è volatile nè si dissocia allorchè lo si distilla con alcole o con etere, usando però di quel reagente la quantità strettamente necessaria per la totale decomposizione del carbonato. In quanto al solfuro, dapprima pensai al solfato di piombo nella speranza che, nel mentre per esso il solfuro d' ammonio si sarebbe mutato in solfato con contemporanea formazione di solfuro di piombo, sul medesimo poi non avrebbe potuto esercitare azione l' ammoniaca libera. Ma ho dovuto poi rinunciare all' uso di questo sale di piombo, perchè il medesimo ha la proprietà di fissarla sebbene lentamente ed in minima proporzione. Risultato più sicuro ottiensi allorchè la decomposizione del solfuro d' ammonio operasi con un sale metallico solubile in quantità strettamente necessaria, acciò un eccesso del medesimo non reagisca colla ammoniaca libera, la quale andrebbe perduta in quantità proporzionale all' eccesso del medesimo. Tra i diversi sali metallici ho preferito il solfato di rame, perchè l' eccesso del medesimo si rende manifesto per la colorazione azzurra che il liquido filtrato presenterebbe.

Epperò volendo ricercare l' ammoniaca libera nei visceri cadaverici recenti, converrebbe lisciviarli con alcole, versare nel liquido filtrato soluzione di cloruro di bario fino a che più non producasi intorbidamento, filtrare, e al liquido filtrato aggiungere solfato di rame con somma cautela, cioè fino a che il liquido limpido più non imbrunisca per nuova aggiunta. S' intende che qualora un saggio preliminare, mediante gli indicati reattivi, avesse dato risultato negativo, riuscirebbe inutile questo trattamento. Ciò fatto si aggiunge al liquido medesimo dell' etere, e si distilla a circa 30°. Lo stillato etereo presenterà reazione fortemente alcalina

se nei visceri cadaverici era contenuta ammoniaca libera; si toglierà questa all'etere dibattendolo con acqua acidulata con acido cloridrico, la soluzione acidula evaporata a lievissima temperatura e meglio posta in essicatore sopra acido solforico, lascierà un residuo di cloruro d' ammonio cristallizzato in forme dendritiche col mezzo del quale si potranno ottenere tutte le reazioni proprie dei sali d' ammonio, e distillandolo con potassa si potrà riavere l' ammoniaca libera che si riconoscerà ai suoi caratteri fisici e alle reazioni proprie di questa base libera.

La constatazione dell'ammoniaca libera nei casi di avvelenamento, è solamente possibile allorquando alla ingestione del veleno sia seguita quasi subito la morte, e siasi prontamente proceduto all' autopsia cadaverica e all' analisi.

Sarebbe inutile, al dire di tutti i tossicologici, la ricerca allorchè il cadavere o i visceri cadaverici fossero andati soggetti al processo putrefattivo, poichè in tal caso per la decomposizione, a cui le sostanze organiche azotate, di natura albuminoide, dei tessuti e dei liquidi della animale economia vanno soggette produconsi forti proporzioni di ammoniaca. Non è peranco ben dimostrato che questa ammoniaca per la produzione contemporanea di gas solfidrico, di anidride carbonica e di acidi delle serie grasse si trasformi totalmente in composti salini. Ma è molto probabile che ciò avvenga non solo, ma che anche l' ammoniaca che fosse stata propinata come veleno subisca la medesima trasformazione; sicchè, più non potendosi rinvenire allo stato libero, torni inutile in questi casi farne ricerca. La quantità di prodotti di natura acida, che si producono nella fermentazione putrida delle sostanze albuminoidi, è veramente considerevole. Infatti il Baumann (1) che ha fatto un simile studio, ha dimostrato che alla temperatura di 40° dopo 15 giorni, cento grammi di materia albuminoide supposta secca, producono gr. 8,94 di ammoniaca, gr. 3,06 di anidride carbonica, gr. 3,24 di Leucina (acido ammido-capronico), gr. 44,06 di acido butirrico, gr. 0,57 di isoleucina. È noto inoltre che nella fermentazione putrida delle sostanze albuminoidi si producono quantità notevoli di gas solfidrico, e si forma della Tirosina e della Glicocolla (acidi amidati).

In alcune precedenti note io ho dimostrato che gli acidi minerali corrosivi, quali l' acido cloridrico, solforico, e nitrico, ed alcuni organici come l' ossalico, venendo a contatto dei tessuti animali fissansi sulle sostanze albuminoidi dei medesimi, formando combinazioni non ben definite, alcune delle quali sono insolubili nell' alcole, e nell' acqua ed altre solubili in questo ultimo veicolo, e che altrettanto fanno gli alcali caustici fissi, ossia gli idrossidi di potassio e di sodio, e finalmente che, negli ordinari metodi di ricerca di queste sostanze venefiche, non tenendosi calcolo di questa circostanza, si corre il pericolo di perdere quantità non indifferenti delle medesime.

Nel mentre stavo occupandomi della ricerca tossicologica della ammoniaca volli accertarmi, se anche questa base non ostante l'estrema sua volatilità, si com-

(1) Wurtz — Traité de Chimie biologique. Paris 1880. Pag. 73.

portasse a questo riguardo come gli alcali fissi. Il metodo che ho seguito a questo scopo, è lo stesso che ho praticato per questi ultimi. Presi gr. 200 di carne ben tagliuzzata che posi entro matraccio munito di tappo, le aggiunsi un c.c. di ammoniaca officinale diluita in 15 p. d'acqua, agitando per modo da farne un miscuglio omogeneo che lasciai a sè per circa 12 ore; trascorse le quali lo ripresi con otto volte il suo volume di alcole assoluto; nello sciolto alcoolico trovai ammoniaca libera perchè distillato a circa 30° con etere, questo presentava reazione alcalina intensissima, e dibattuto con acido cloridrico diluito, fornì una soluzione acida, che evaporata convenientemente lasciò un residuo cristallino di cloruro d'ammonio, che constatai mediante le reazioni proprie dei sali ammoniacali. Lavata la carne con altro alcoole assoluto fino a che questo più non presentasse reazione alcalina, la feci macerare in acqua; la soluzione acquosa presentò anch'essa reazione alcalina marcata, non annerì per aggiunta di solfato di rame, trattata con cloruro di bario nel modo anzidetto e distillata con etere, lo stillato etereo mostrò di contenere ammoniaca. Finalmente dopo avere lavata la carne fino a che le ultime acque di lavatura più non presentassero reazione alcalina la trattai a freddo con acqua resa acida con acido cloridrico; la soluzione cloridrica distillata con lieve eccesso di acqua di calce somministrò quantità non indifferente di ammoniaca. Quest'alcali dunque si comporta colle sostanze albuminoidi nello stesso modo che gli idrossidi di potassio e di sodio. Giovandosi di questo fatto e tenendo il processo anzidescritto, si avrebbe così un nuovo metodo per ricercare l'ammoniaca nei liquidi cadaverici.

CONTRIBUTO

ALLO

STUDIO MICROSCOPICO DELLE ROCCIE

ESEGUITO NEL MUSEO MINERALOGICO DELL' UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FISIOGRAFIA DELL' OLIGOCLASITE (BOMBICCI)

MEMORIA

DELL' ING. CARLO VIOLA

(Letta nella Sessione del 15 Aprile 1888).

Poche centinaia di metri prima che la ferrovia di Bologna per Firenze entri nella galleria di Riola si osserva a sinistra del Reno, tra un gruppo di poggi e poggiuoli dalle falde ripide, una eminenza, un po' più distinta delle altre di quelle vicinanze, che sul luogo si chiama il Sasso, sulla quale è assisa la parrocchia di Montecavaloro (cava dell' oro); ai piedi di quelle falde press' a poco corre la linea di confine fra il terreno miocenico medio, costituito di molasse, arenarie e di conglomerati ad elementi più grossi in alternanza fra loro, e quello delle argille scagliose, che secondo l' opinione di alcuni sarebbe il piano superiore dell' eocene, e secondo quella d' altri un terreno di rimescolamento di fanghi vulcanici e di frammenti calcarei e di scisti argillosi dell' eocene medio o inferiore. Non riteniamo dirimessa l' ultima menzionata questione importantissima, confermiamo però una coincidenza già da altri notata: che i diversi gabbri, le dioriti, le sieniti, le diabasi, le serpentine ecc. dell' Apennino Emiliano sono mescolate intimamente colle argille scagliose stesse e non si manifestano in altri terreni, che in punti rarissimi; esse si disgregano, come è naturale, con codeste notevoli argille, ne emergono in forma di masse eruttive con dimensioni considerevoli in alcuni casi, dando a vedere che anche in profondità hanno delle dimensioni grandissime.

Tra le roccie tanto diverse del Bolognese, che furono raccolte, studiate e classificate con molta diligenza, salta più distintamente l' oligoclasite (Bomb.) che trattiamo in modo speciale nella presente Memoria (1). Anch' essa si trova impli-

(1) La scoperta dell' oligoclasite si deve al prof. L. BOMBICCI, come la conoscenza di moltissime altre roccie del Bolognese si deve pure a quel diligente ricercatore. Egli l' annunziò e la descrisse nelle *Memorie dell' Accademia delle Scienze di Bologna* del 1868. Vedi T. VIII, p. 79. La presente Memoria viene a completare le ricerche già fatte, dove occorra tende anche a correggerle, senza

cata nello stesso terreno delle argillle scagliose, di cui si è parlato dianzi, e quasi al confine del Miocene; sorge a giorno ai piedi del promontorio della parrocchia di Montecavaloro, dentro il letto di un fossatello, il quale da Montecavaloro affluisce nel Reno, ed apparisce in forma di un piccolissimo blocco nerastro piramidale, che si può osservare anche viaggiando in ferrovia avanti di entrare nella sopra detta galleria di Riola. Io ritengo l' oligoclasite un blocco erratico, come molt' altri massi ofiolitici, che osservai nelle località vicine. Per migliore schiarimento dò nella Fig. 2ª una sezione trasversale alla valle del Reno, e nella Fig. 1ª la carta topografica con la indicazione geologica dei terreni.

Ritenendo la petrografia quale scienza geologica (1), non si potrebbe ammettere giustificatamente, che l' oligoclasite appartenga come individuo nel sistema litologico, finchè non risulti con concessibile probabilità la sua genesi od il legame suo con altre delle roccie sopra menzionate e distinte con un termine generico di ofioliti. Perchè ogni singola pietra di dimensione qualunque non entra ancora nel novero delle roccie, o meglio non rappresenta un terreno, lo studio del quale abbraccia veramente la scienza petrografica. È perciò di nostro interesse, per la conoscenza soddisfacente dell' Apennino sotto il punto di vista litologico, di dare all' analisi, che si intraprende di una qualunque roccia il massimo sminuzzamento possibile coi mezzi che ci offre la scienza, onde sia possibile di paragonare le roccie fra loro tanto diverse dell' Emilia. Dominato da questo intendimento ed avendo osservato, che opinioni diverse emersero già sulla natura dell' oligoclasite, mi accinsi con molto ardore all' analisi chimico-microscopica di questa roccia. Dai risultati ottenuti, non mi peritai di tirare qualche conclusione più probabile, che poteva riuscire anche diversa se si partiva da un altro punto di vista. Dai singoli elementi mineralogici, che compongono l' oligoclasite, col debito riguardo alla loro importanza, dalla struttura, che essi generano e dal grado di metamorfismo, il quale sta pure in rapporto con quest' ultima, risultò il posto da attribuirsi all' oligoclasite nel sistema litologico, di cui verremo tra breve a dire qualche cosa. La natura del giacimento, che non abbiamo potuto riconoscere, sarà certamente trascurata nelle nostre conclusioni, e che pure ha un' importanza essenziale.

Prima di procedere, dobbiamo dare la definizione di un certo gruppo di roccie,

presumersi di dire l' ultima parola. Ci preme di avvertire che questa Memoria premette la conoscenza delle notizie date dal prof. Bombicci, e che si limita alla fisiografia microscopica.

Anche il prof. G. Capellini si occupò nel 1877 della stessa roccia, e pubblicò le sue osservazioni nei *Rendiconti* della stessa Accademia (1877-78, p. 124), ma le lasciò assolutamente incomplete.

Rosenbusch cita pure la medesima roccia attribuendola al genere dei gabbri. Vedi: *Microscopische Physiographie der massigen Gesteine.* Stoccarda 1887. Vedi pure: Rosenbusch. *Physiographie der massigen Gesteine.* Stoccarda 1886, p. 148.

(1) Vedi a questo proposito una Memoria di K. A. Lossen. *Ueber die Anforderungen der Geologie an die petrographische Systematik. Jahrb. d. K. P. G. G.* Berlino 1884.

che mi serve a proposito, ed esplicare alcune cose, che, credo siano state travisate da qualcuno, toccando di volo i punti più salienti di un argomento estraneo.

Ordino nel genere distinto col nome di gabbro tutte quelle roccie, che Rosenbusch e con quell' illustre molti stranieri ed alcuni dei nostri geologi raggruppano nel genere ristretto dei gabbri, più però abbraccio in uno anche le roccie conosciute coi nomi di peridotite, olivinite, serpentina, ofite ecc., parte delle quali sono il risultato metamorfico delle altre. Nel primo gruppo partecipano le roccie costituite essenzialmente di feldispato e di ortopirosseno o di un clinopirosseno con carattere diallogico con o senza la presenza dell' olivina. La distribuzione dei singoli elementi, la struttura microscopica della roccia, la mancanza di sostanza vetrosa, le contrazioni prime, le inclusioni e la struttura del terreno, condizioni, che si sogliono attribuire alle roccie ofiolitiche in generale ed al gabbro tipico in particolare, e che sono necessarie per comprendere una roccia nel genere dei gabbri, non subiscono alcuna variazione coll' allargamento del genere che abbiamo testè considerato. Col secondo gruppo del genere esteso di gabbri si conciliano le roccie oliviniche con feldispato e senza feldispato, ed ove il pirosseno e l' anfibolo sono accessorî ed esclusivamente allotiomorfi.

Alcuni geologi italiani hanno una grave difficoltà di accogliere il senso della voce *gabbro* nella maniera e con quella estensione, che è ammesso dai geologi stranieri; perchè gabbro è voce italiana e propriamente toscana ed è od era intesa ad individuare una specie di serpentine toscane dalle località gabbro, gabbretto ecc., poscia perchè si è introdotta da noi la voce di *eufotide* per distinguere appunto una certa specie di roccie composte di feldispato e di diallagio. Credo che il signor Lotti (1) abbia confuso la specie col genere asserendo, che gli stranieri restringono la voce gabbro alle roccie composte essenzialmente di feldispato e di diallagio. Ripeto che: gabbri, eufotidi, noriti, iperiti, iperiti dioriti ecc., sono ora tutte specie raggruppate nel genere gabbro, perchè sono ritenute roccie assolutamente analoghe.

È molto probabile, che la voce di eufotide risalga al tempo di Haüy (2). Quell' illustre naturalista parlando di due abiti, sotto cui si presenta (o si presentava) il diallagio, così si esprimeva:

„ Ce sont ces deux modifications, qui se retrouvent séparément sur le diallage „ engagée dans un feldspath compacte, dont l' union avec elle constitue la roche „ que j' ai introduite dans un distribution mineralogique, et à la quelle j' ai donné „ le nom d' *euphotide*. „

Quindi le roccie con feldispato e diallagio si chiamarono eufotidi, nome che si conservò in Francia, e si estese da noi, in Inghilterra ed altrove. Ma però Leopoldo von Buch fin dal 1810 designò le stesse roccie col nome di gabbro. La

(1) B. Lotti. *Bollettino della Società Geolog. It.* Vol. V, 1886, p. 460.
(2) *Traité de Minéralogie* par M. l' Abbé Haüy. 1822, vol. 2, p. 462.

ragione pura e semplice: che in Toscana si designa con *gabbro* una serpentina (1) non mi pare appoggi sufficientemente la proposta di eliminare il nome di gabbro dalla scienza ovvero di mantenerlo per individuare solo qualche specie di serpentine, e di sostituire a gabbro la voce di eufotide per rappresentare una classe nella litologia. Che cosa è la serpentina? Poche decine d' anni indietro non si avea da noi una definizione precisa di serpentina; gli scarpellini la adottavano per designare ogni roccia verde o bigia con macchie atteggianti alla pelle dei serpenti, ed era nome vago e volgare (2); tanto si chiamava serpentina una roccia intesa scientificamente come tale, quanto alcuni porfidi verdi durissimi (Lapis lacedemonis), le eufotidi (verdi di Corsica), i gabbri della Toscana e via dicendo, senza nessuna distinzione essenziale o almeno precisa. Il serpentino è un minerale di decomposizione e per conseguenza esso non può servire efficacemente ad individuare una roccia: perciò la distinzione delle singole serpentine non era precisa e non poteva esserlo.

Leopoldo von Buch (3) accolse la voce gabbro, ma non però nel senso vago d' allora, bensì per distinguere alcune serpentine contenenti come elemento essenziale il diallagio (4). L' evoluzione, che passò poi di questo nome, ci è nota: le vere serpentine erano un prodotto di decomposizione, per conseguenza il gabbro fu ritenuto ad individuare la roccia originale o primitiva dalla quale dovea scaturire una certa serpentina sotto date condizioni, cioè: la roccia composta essenzialmente d' olivina e di diallagio, ma però le osservazioni posteriori confermarono di più: che i gabbri contenevano generalmente anche del feldispato, il quale, talvolta se non era osservabile, si riteneva già decomposto; altre roccie poi si presentarono con strettissime analogie dei gabbri, o come si diceva dei veri gabbri, vuoi per riguardo al loro giacimento, vuoi pel loro metamorfismo e non contenevano sempre dell' olivina, perciò la voce di gabbro guadagnò terreno accogliendo anche quest' ultime in una medesima classe. Ricapitolando: la scienza si appropriò il nome gabbro anzitutto per distinguere una certa specie di serpentina notevole in Toscana, studiò questa roccia, la sminuzzò di più, formulò alcune ipotesi, mutò le ammesse e designò con gabbro una roccia d' olivina e di diallagio; estese

(1) In alcuni libri di testo italiani si trova scritto ora *gabro* ora *gabbro*. Non si è nemmeno uniformato l' ortografia di *diallagio*, il quale si trova scritto anche *diallaggio* e per sino *dialaggio* Adotto *serpentina* per nominare la roccia e *serpentino* il minerale.

(2) La voce gentile era *ofite* (da ophis).

(3) Vedi: *Allgemeine und chemische Geologie* di Justus Roth. Vol. 2, p. 185.

(4) Quando in uno stesso giacimento si verifica, che da una parte si abbia un gabbro tipico, e dall' altra si presenta una roccia composta di feldispato e di orneblenda o mica, convien fare attenzione prima di classificare quest' ultima. Potrebbe, verbigrazia, essere una simile diorite e via dicendo? Se il gabbro prevale, la chiamerei semplicemente un gabbro ad orneblenda o a mica. In questo ed in casi analoghi è il solo giacimento della roccia che ne definisce la specie, i suoi elementi avendo una importanza secondaria; si può dire anche viceversa, quando i fenomeni stessi sono invertiti.

ancora le ricerche, mutò di nuovo le conclusioni ed in luogo dell' olivina fece entrare il labrador poscia un qualunque plagioclasio in luogo dell' olivina come elemento essenziale di un gabbro tipico e via dicendo: evoluzione, che ebbero molt' altre voci come melafiro, basalto, diabase, sienite già persino granito.

È naturale che il senso del nome gabbro dovea rimanere stazionario in Toscana e specialmente nella località di gabbro, gabbretto ecc., ma che la stessa cosa debba verificarsi anche nel campo scientifico non solo non è naturale, ma è impossibile; perciò non è giustificato il dire: la voce di gabbro passò dalla Toscana all' estero e nella scienza con senso storpiato, il quale non si avea compreso bene, nè può ammettersi che le due voci gabbro ed eufotide generino delle confusioni in petrografia.

Il masso d' oligoclasite è di una tinta verde-scura o quasi nera, ma presenta qua e là anche varie tinte passanti dal verde smeraldo al rosso cupo secondo il grado di decomposizione, che la roccia ha subìto. Il masso è rotto in moltissime direzioni, sicchè rende manifesto il lavorio delle forze esterne, che lo sollecitarono da più lati spingendolo per più luoghi pria che si posasse in sua crassizie ai piedi di Montecavaloro ove lo troviamo. Alle superficie esterne ed alle superficie di frattura l' oligoclasite si ricopre di una sostanza ocracea verde, che in gran parte è serpentino, o di una sostanza, nella quale predomina il sesquiossido di ferro, ovvero di questa e di quella insieme, nelle quali la roccia si corrompe sotto l' influenza delle intemperie. Questi prodotti di decomposizione si sminuzzano poco a poco dal resto del masso, rimangono involti nelle argille scagliose, nelle quali essi appariscono di trasformarsi e con queste si disgregano vieppiù sulla china, lasciando reiteratamente allo scoperto delle parti più fresche, che a loro volta subiscono un' analoga sorte.

L' oligoclasite è in media omogeneamente macrocristallina, solo in siti eccezionali la grana diviene microscopica, ed in altri evvi un passaggio graduale da una struttura più grossa ad una più minuta. Per la grandissima quantità di minerale marziale che contiene, si potrebbe quasi prenderla per un nucleo di minerale di ferro; ma però penetrando di più nel blocco si possono preparare dei bellissimi pezzi, in cui il minerale di ferro manca quasi, ove le facciette lucenti di feldispato verdognolo sono assai caratteristiche associate ad un altro minerale dall' aspetto scuro e da un solo clivaggio perfetto e da uno meno perfetto, che si potrebbe prendere lì per lì per diallagio. Vi si osservano anche delle traccie di pirite, la maggior parte della quale è probabilmente già ossidata. La roccia è fragile ad ogni lieve flessione ed alla levigazione presenta una grande durezza come molti basalti.

I suoi *componenti principali* sono: il *clinoclasio*, l' *ortopirosseno* e l' *olivina*. L' ortopirosseno è specialmente del tipo *ipersteno-bronzite*, meno *enstatite*. I *minerali accessorî e di prima cristallizzazione* sono: la *magnetite*, l' *ematite*, la *cromite*, l' *apatite* e qualche traccia di *zirconio*. Quali *prodotti di decomposizione*, parte per azione dina-

mica e parte no, vi si osservano: l' *anfibolo*, la *calcite*, la *clorite*, il *quarzo*, il *serpentino*, il *sesquiossido di ferro* e la *bastite*. Durante la levigazione i cristallini di *pirite* si disgregano dalla lamina sottile e lasciano i vani nel sesquiossido di ferro, nel quale si trovarono inclusi.

Osservando le lamine sottili, le quali possono prepararci a formulare un giudizio della natura di una roccia, il *plagioclasio* si presenta in figure ampie, composte per lo più di un solo o di un piccolo numero di individui, con estensione quasi isometrica; le sue figure accennano a contorni, che si possono riferire a faccie cristallografiche, quando l' oligoclasio sovrabbonda sugli altri due elementi, sono invece allotiomorfe quando (in quei posti) vi predomina l' olivina ed il pirosseno; ma in media però la roccia ha un carattere distinto di ipidiomorfismo essendo il feldispato, l' olivina ed il pirosseno press' a poco nella stessa proporzione. L' oligoclasite è peraltro anche panidiomorfa in alcuni siti eccezionali, come già abbiamo osservato: struttura, che con Rosenbusch chiameremo pseudo-porfirica. Un qualsivoglia passaggio da questa struttura alla ofitica (1) propria delle roccie chiamate col nome di diabase non vi si osserva assolutamente, e per conseguenza escludo l' oligoclasite dalle diabasi.

Nei *plagioclasi idiomorfi* vi predomina la *geminazione albitica*, negli *altri* è più frequente la *geminazione di Karlsbad*. La geminazione poligenica albitica si presenta ora a fascie sottili e bene delineate, ora a fascie larghe sfumanti fra loro. Facendo uso dei Nicol, l' analisi dei raggi polarizzati passanti attraverso la lamina sottile non può affermare decisamente se il plagioclasio sia albite, oligoclasio, labradore, od anortite, perchè non è possibile di precisare la sezione di un cristallo, di cui si fa l' osservazione; ed anche potendo in qualche caso determinare o il piano degli assi ottici o persino l' angolo, che essi racchiudono, non si avrebbe ancora definito la specie del feldispato. I dati sperimentali, dovuti a Des Cloizeaux e a Schuster, relativi alla direzione d' oscurimento nelle lamine sottili parallele alla faccia *P* o alla faccia *M* non possono essere applicati con buona riuscita all' analisi ottica delle roccie. Neppure l' angolo d' oscurimento negli individui di una geminazione albitica non offre un dato certo allo scopo: si sa, a modo d' esempio, che esso è zero per sezioni perpendicolari all' asse di geminazione o passanti per quest' ultimo e perpendicolari al piano individuato dal detto asse e dalla bisettrice mentre per sezioni parallele a quest' ultimo piano il suddetto angolo è massimo. Altrettanto aggiungasi circa la geminazione periclina. Ma però per esprimere un giudizio probabile, se il feldispato si approssima piuttosto al tipo albite (plagioclasio acido) ovvero al tipo anortite (plagioclasio basico), distinzione importante per avere la specie di una roccia, ci basta il potere della unirifrangenza e quello della birifrangenza luminosa. Colla scorta di questo dato si può asserire che l' oligoclasite contiene i due tipi di *feldispato*, v. a. d., l' *acido* ed il *basico*; parago-

(1) Struttura diabasica di K. A. Lossen.

nando poi questo coi dati numerici fornitici dal prof. Bombicci nella sua Memoria, ammetteremo tanto un *oligoclasio* quant' anche un plagioclasio più acido di questo ultimo. Da quanto precede e dalla presenza di calciti ai bordi del feldispato si può presumere esservi pure del *labradore* se non dell' *anortite* proprio. Raramente si può osservare, nelle lamine sottili, delle strie dovute alla geminazione *periclina* ed è raro del pari di incontrarvi le due geminazioni poligeniche combinate. In alcune sezioni sottili aventi il diametro medio di 2 cm. circa, ed una delle quali era costituita da soli cristalli di feldispato, ne trovai appena due cristallini con geminazione combinata. Non vi si osservano gemini di Baveno, nè riferibili ad altre leggi, che non siano già state menzionate.

Per accertarmi se i feldispati fossero dotati di struttura zonale, che è un carattere molto rimarcato nelle roccie così dette d' emersione per contrapposto a quelle sottogiacenti, e poichè la non si scorgeva al microscopio senza artifizio, trattai la superficie della lamina con acido cloridrico coll' intendimento di corrodervi le parti più basiche e separarle dalle meno basiche; venni con tale mezzo a concludere che i plagioclasi dell' oligoclasite non hanno una vera struttura zonale, bensì solo apparentemente, perchè la corrosione più o meno pronunziata in alcuni siti prodotta dall' acido cloridrico giudicai da attribuirsi alle inclusioni di sostanze o in via di decomposizione o già decomposte.

Facendo astrazione dalle *inclusioni* dei minerali di ferro (*magnetite*, *ematite* e *cromite*) e dell' apatite, che tanto sono distribuiti nei feldispati quanto negli altri elementi principali senza ordine determinabile ma in pari tempo con carattere tanto proprio e tanto distinto di una prima loro separazione cristallina, è notevole nel feldispato l' inclusione di una sostanza verde filamentosa con leggerissimo dicroismo o di una tinta giallognola o bianca senza dicroismo. Questa sostanza fibrosa, colle fibre normali e facenti capo alle pareti delle fenditure si interna nella massa feldispatica invadendola poco a poco, lasciando solo negli interstizî dei frammenti di materia primigenia e colorisce il feldispato di verde. La detta sostanza parte anche spesso dai bordi di qualche inclusione pirossenica avente o non avente un nucleo di minerale opaco, che può essere magnetite o cromite, ovvero si diparte da quelli dell' olivina, la quale è pure inclusa nel feldispato o si trova nell' incontro di più individui feldispatici. Per varie ragioni Rosenbusch la ritiene un *anfibolo* ovvero una *tremolite* se è incolora; essa è un prodotto, nel quale si disgrega il feldispato quando è sottoposto ad una cimentazione dinamica e le sue molecole sono in contatto con quelle dell' olivina o del pirosseno. Se la decomposizione del feldispato procede a seconda delle fascie di geminazione albitica, come avviene spesso, le strie poligeniche spariscono, ed allora il feldispato non è riconoscibile. La sostanza primigenia, che rimane intercalata tra le diverse diramazioni della sostanza verde inclusa e non sia invasa da quest' ultima, non si conserva nemmeno, ma si inverte in un insieme di microcristallini incolori semidiafani, parte dei quali rifrange fortemente la luce, e tutti sono diversamente

orientati: questa *saussuritizzazione* (1), in cui si divide il plagioclasio per azione dinamometamorfica, caratteristica in tutte le roccie gabbriche, si osserva benissimo nell' oligoclasite, è raro di non ritrovarla nelle roccie ofiolite del Bolognese, ed è eccellentemente sviluppata in una roccia di Bombiana (Porretta) a macchie verdi e bianche, a me nota (Euritotalcite, Bombicci). Il risultato della saussuritizzazione è, come è noto, un insieme di microcristallini di *quarzo*, di *feldispati più acidi*, di *calciti* e di *zoisiti*; gli ultimi sono anche più sviluppati e per conseguenza visibili con lente di comune ingrandimento.

L' *olivina* inclusa nel feldispato dà luogo alla formazione dell' *anfibolo* e del serpentino; si osserva propriamente: che alla periferia vi è l' anfibolo fibroso, nella parte centrale il serpentino, che si fa strada tra le fenditure esistenti in origine o creatisi per forza d' espansione del medesimo serpentino, e si deposita ai loro bordi o persino procede tra i frammenti dei cristalli adiacenti. L' anfibolo, che si forma nel feldispato, si decompone poscia ancora in clorite di verde chiarissimo apparentemente amorfa, depositando inoltre della calcite e del quarzo. Si osserva complessivamente: che il feldispato deposita da una parte le basi e dei silicati idrati più basici, dall' altra il quarzo e dei silicati più acidi; all' incontro l' olivina ed il feldispato in contatto, depositano in prevalenza dei feldispati, l' anfibolo e la clorite ed in deficenza la serpentina.

L' *ortopirosseno* è distintamente idiomorfo; non lo è invece se esso comparisce in un campo con prevalenza di feldispati. L' *olivina* è all' incontro sempre idiomorfa: ciò fa ritenere, che l' olivina vi si sia separata prima dello stesso feldispato. L' *anfibolo* è certamente di ultima formazione ed inoltre è in tale minoranza rispetto agli elementi principali enumerati, che tra cinque lamine sottili si riesce di trovare appena una, che accenni a qualche scheggia di anfibolo; questo elemento non può caratterizzare la specie e nemmeno il genere dell' oligoclasite, per conseguenza fa d' uopo di escluderla dalle sieniti. Quantunque l' olivina sia distintamente idiomorfa non si può tuttavia misconoscere, che il pirosseno specialmente ed anche l' olivina uniti insieme, se i cristalli di feldispato prevalgono, si comportano da mesostase come in una pasta diabasica. Le figure larghe ed isometriche del pirosseno, che si possono osservare nelle sezioni sottili fanno però escludere l' oligoclasite dal genere delle diabasi.

Che il pirosseno sia realmente ortopirosseno e non clinopirosseno, che cioè sia escluso un avvicinamento all' augite o al diallagio (augite diallagico) risulta pertanto dagli effetti ottici nelle sezioni normali o quasi normali all' asse principale ove si osservano le due direzioni di clivaggio a seconda dei pinacoidi, poscia perchè vi è qualche traccia di dicroismo, inoltre perchè la direzione d' oscurimento (o di orientazione) nelle sezioni, che presentano una sola direzione di sfaldatura coincide

(1) Mercè di questo carattere l' oligoclasite assomiglia al *gabbro di Itterö* in Ungheria.

sempre con questa stessa, ed infine perchè la birifrangenza è debolissima (1). Siamo confortati a ritenere orto e non clino-pirosseno il pirosseno esistente nell' oligoclasite anche dalle inclusioni con orientazione normale a quella del clivaggio, le quali talvolta sono osservabili.

In alcuni pirosseni (2) la direzione ottica positiva è in pari tempo semiasse

(1) La *rifrangenza* $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$ è la media di tre esponenti conjugati ed è costante per ciascun cristallo; essa si riconosce, senza determinarla numericamente, dalla precisione del perimetro del cristallo nel mezzo incluso. La *birifrangenza* $\alpha-\beta$ è invece una differenza di due esponenti per una data direzione del raggio luminoso, essa riconosce, senza determinarla numericamente, dal grado dei colori di interferenza. Evito di dire *potere rifrangente* in luogo di rifrangenza per non incorrere ad una idea falsa. Rosenbusch in luogo di dire « *das Brechungsverhältniss* » dice « das Brechungsvermögen » vale a dire di *brechende Kraft* $=\frac{n^2-1}{B}$ essendo B la densità della materia. La dicitura di Rosenbusch non è precisa.

Per determinare la birifrangenza di una lamina, in mancanza di un biprisma compensatore di Babinet, si può anche servirsi di una lamina sottile di quarzo tagliata a bietta paralellamente all' asse principale o di poco inclinata. La lamina ed il quarzo si sovrappongono in modo che la direzione positiva di quella coincida colla direzione negativa di questa, che si sono anzitutto determinate. Così sovrapposte si dispongono a 45° circa rispetto ai *Nicol* perchè l' effetto sia più distinto, e si spinge quindi parallelamente a sè stesso il prisma di quarzo sinchè si abbia il massimo oscurimento. In questo caso si ha in media:

$$\Delta(\alpha-\beta)=d(a-b)$$

ove Δ è la grossezza e $(\alpha-\beta)$ la birifrangenza della lamina, d e $(a-b)$ gli stessi valori pel quarzo. La grossezza del quarzo o meglio la grossezza ottica $d(a-b)$ si determina per taramento, la grossezza Δ col metodo di Mallard. Queste considerazioni valgono tanto se la lamina è incolora quanto se è colorata come si può verificare. Se la lamina è dicroica non si otterrà mai l' estinzione spingendo la bietta di quarzo, perchè il primo termine nell' espressione dell' intensità della luce:

$$I=\operatorname{sen}^2 2\varphi\left[\left(\frac{m-n}{2}\right)^2+mn\operatorname{sen}^2\frac{\pi}{\lambda}\left(\Delta(\beta-\alpha)-d(a-b)\right)\right]$$

non può mai annullarsi. Per conseguenza bisogna fare più prove e cercare l' oscurimento massimo in vicinanza di un dato colore, il colore della lamina visto senza Nicol analizzatore, allora si avrà pure:

$$\Delta(\alpha-\beta)=d(a-b).$$

(2) Nelle sezioni, in cui si osserva una sola direzione di clivaggio si può osservare l' uscita degli assi ottici se il cristallo è ipersteno; se invece è bronzite essi escono solo dalle sezioni fornite di due clivaggi. Del resto senza curarsi dei clivaggi, si guarda semplicemente se gli assi ottici escono, e trovando il loro piano si osserva se in caso il carattere ottico è positivo o negativo: se è positivo il cristallo è bronzite od enstatite, se negativo è ipersteno. Quando gli elementi di una lamina sottile sono piccolissimi è molto difficile per non dire impossibile di ottenere dei buoni risultati col microscopio ordinario (*Fuess di Berlino*), ancorchè si faccia uso del condensatore. Io raggiungo però lo scopo impiegando un sistema di 4 gradi lenti in combinazione col condensatore in modo che i raggi siano assai convergenti ed in grande numero; ottengo con questo artificio delle bellissime essogiri.

principale, in altri, all' incontro quest' ultima coincide con la direzione di rifrangenza minima: ne viene per conseguenza, che vi sono almeno due pirosseni, l' uno da riferirsi alla bronzite o all' enstatite, l' altro all' ipersteno. Si riconosce però, che la bronzite e l' ipersteno vi predominano, mentre si possono ritenere *enstatite* solo alcuni limpidi, incolori e monocroici cristallini bene conservati e sparsi in piccolissima quantità. È probabile, che bronzite ed ipersteno godano di proprietà reciproca, cioè si sostituiscano vicendevolmente.

L' *anfibolo* riconoscibile tanto dal dicroismo (verde e giallo nella maggior parte delle sezioni sottili) quanto dalla forte birifrangenza non sostituisce mai nessuno dei due orto-pirosseni principali perchè vi si trova in minima quantità, come si è detto, ma però si associa preferibilmente ad essi, all' olivina ed al minerale di ferro; si nota cioè quest' ordine nell' associazione degli anzidetti elementi: nel centro un nucleo di minerale marziale con piccoli prismi d' apatite, intorno vi gira dapprima il pirosseno e l' olivina, poscia una zona di anfibolo con fibre radiali. Le sostanze opache cinte da un anello verde-scuro poco trasparente sono cromite, le altre senza il detto anello sono di natura dubbia (cromite, magnetite ed ematite).

Avendo potuto ottenere, tra le molte sezioni sottili eseguite, anche alcune ove l' ipersteno e la bronzite si presentarono in sezione dotati di una sola direzione di sfaldatura, si potè verificare, che il carattere fibroso non si avea in nessuno dei due minerali, e ciò spiega perchè il prof. Capellini asserisce di non avere riconosciuto un vero ipersteno, essendo un tale carattere assai comune d' ambidue, ma specialmente dell' ipersteno; ovvero il prof. Capellini non avrà osservato l' iridescenza del pirosseno prodotta dalle sue inclusioni. Ma però, è notorio, che questi fenomeni possono mancare nell' uno e nell' altro dei due pirosseni, e presentarsi nella bronzite. Del resto vi sarebbe forse ancora un' ipotesi ammissibile: che i cristalli da noi descritti rappresentino un orto-anfibolo in luogo di un orto-pirosseno, ma però l' orto-anfibolo non dà luogo a nessun prodotto di decomposizione, in secondo luogo i caratteri ottici di ambidue sono abbastanza bene distinti: se infatti si ottiene una sezione sottile del cristallo dalla quale non escano gli assi ottici, e se l' orientazione nel piano di essi è di carattere negativo, e se il dicroismo vi è distinto, il cristallo in esame può bensì essere un ipersteno ma non già un antofillite. E non è neppure ammissibile di confondere un clino-anfibolo con un orto-pirosseno. (1)

Nelle fenditure dell' ipersteno e della bronzite, le quali coincidono press' a poco con i clivaggi, vi è depositato del sesquiossido di ferro, in virtù della quale coin-

(1) Il prof. Capellini si esprime propriamente così: di non avere osservato un vero ipersteno bensì qualche cosa, che ha dell' apofillite. Gli debbo osservare, che l' apofillite (zeolite) è attaccabile con facilità dall' acido cloridrico, mentre il pirosseno e l' anfibolo non lo sono. A questo proposito torna utile di dire: Che si agevola l' analisi microscopica sceverando tutti gli elementi attaccabili dall' acido cloridrico e che per residuo lasciano la silice gelatinosa, la quale si può colorire col carmino.

cidenza le sfaldature sono pronunciatissime; e mentre l' ipersteno è limpidissimo, la bronzite non lo è.

Le *inclusioni d' ematite opaca*, se mai esistano in un cristallo d' ipersteno, vi sono sparse senza ordine, mentre si dispongono allineate attraversando più cristalli d' ipersteno ed anche di feldispato non perturbando la cristallizzazione; le *inclusioni di ematite*, rossa, *scagliosa* e trasparente si dispongono nell' ipersteno concentricamente intorno a diversi punti. Alle pareti delle inclusioni opache l' ipersteno si decompone depositando del sesquiossido di ferro idrato, che poco a poco intorbida tutto il cristallo, all' incontro intorno alle inclusioni di ematite scagliosa la sostanza si conserva limpida e trasparente, di maniera che l' intorbidamento invadendo il cristallo da più lati si arresta intorno a centri da cui irradiano le pagliette di ematite micacea.

Alla periferia e alle fenditure trasversali la *bronzite* si decompone in una sostanza giallo-sporca composta di schegge minutissime allineate nell' orientazione della bronzite: questo prodotto di decomposizione, che è *bastite*, cresce in direzione delle sfaldature e subisce ancora una divisione decomponendosi in *serpentino* e *clorite*, le quali intorbidano il cristallo, da cui nascono. Non so se il prof. Capellini abbia ritenuta questa serpentinizzazione una metamorfosi dinamica dell' orneblenda. Egli infatti asserisce di avere osservato un passaggio di quest' ultima in augite, il quale presentava traccie di serpentino. Una metamorfosi dell' antofillite non si conosce, la decomposizione più ordinaria dell' orneblenda offre della clorite, della calcite (se vi è del silicato di calce), del quarzo e del sesquiossido di ferro, l' augite si uralitizza sovente ma non interviene il processo inverso. Io credo, che il prof. Capellini, parlando dell' augite, abbia voluto intendere un pirosseno, poichè dovrei affermare a proposito, che l' augite manca.

Se la roccia è in alto grado di decomposizione, l' ipersteno e la bronzite si distinguono difficilmente, ma tuttavia pare, che la bronzite si decomponga prima ed è meno diafana del suo rivale.

Si è detto, che l' *olivina* manifesti l' idiomorfismo più del pirosseno; essa si trova ora direttamente in contatto col feldispato od è inclusa in quest' ultimo, ora è circondata dal pirosseno, sicchè, si può ripeterlo, l' olivina è di una formazione anteriore ai due elementi menzionati dianzi. L' olivina contiene della magnetite, dell' apatite e della cromite, tanto in dimensioni relativamente grandi quanto in dimensioni microscopiche. Il colore dell' olivina è verde-chiaro passante in bruno, od è anche affatto bruna; alcuni cristalli d' olivina eminentemente idiomorfi posseggono una zona rossastra trasparente dotata di dicroismo, ed io credo che anche codesta zona dicroica sia la stessa olivina, dal momento che l' anomalia si può ottenere anche artificialmente impiegando un forte riscaldamento (1).

(1) Vedi: C. W. Fuchs. *Ueber olivin.* L. I. 1869, p. 577, opera citata da Rosenbusch.

Alcuni caratteri distintissimi agevolano a riconoscere l' olivina e a sceverarla subito dagli altri analoghi cristalli, e sono: la forte unirifrangenza e birifrangenza, e le fenditure intrecciate, che invadono mano mano tutta la superficie del cristallo osservato in una sezione sottile. A parte, che l' olivina si decompone preferibilmente in serpentino se alcune condizioni sono a ciò favorevoli, quando però essa è ricchissima di ferro, come è il caso dell' oligoclasite, non dà luogo al serpentino, ma bensì ad un minerale opaco di ferro, il quale anzitutto si depone nelle sopradette fenditure intrecciate e da quelle in ultimo si espande. Allorchè il processo di decomposizione è sufficientemente inoltrato, l' olivina è bensì mutata in un minerale opaco, ma però da qualche rimasuglio fresco e dalle sfaldature a graticcio (che si osserva girando qua e là lo specchio del microscopio) lo si riconosce di ultima formazione.

L' olivina in contatto con i feldispati si riveste di una sostanza verde cerulea dotata di dicroismo. È molto probabile, che tutto l' *anfibolo allotiomorfo* debba la sua esistenza all' olivina in contatto col feldispato sia o no provato ad evidenza il suo passaggio in olivina od in pirosseno. Notiamo ancora, che alcuni cristalli di olivina strettamente chiusi tra quelli di feldispato conservano bensì il loro perimetro cristallografico, ma nel loro mezzo si osservano delle macchie opache di ematite ocracea, da cui diramano delle scissure radiali colme pure di ossido ferrico.

Poco o nulla abbiamo da aggiungere circa le inclusioni di *magnetite*, *ematite*, *cromite*, *apatite*, *pirite* e *zirconio*. Trovandosi l' apatite inclusa persino nella magnetite o nell' ematite, si può ritenere che essa risalga alla prima separazione.

Quantunque le proprietà ottiche dell' *apatite* siano assai precise per distinguere questo minerale dalla nefelina, almeno per la forte rifrangenza della prima rispetto all' ultima, tuttavolta, per eliminare un dubbio mi accinsi all' analisi chimica del fosforo. Trattai a quest' uopo la lamina sottile pulita ma non liscia con acido cloridrico concentrato fino a completa digestione dei cristallini supposti d' apatite; assorbii la soluzione, la passai in una capsuletta di platino e per rendere la silice allo stato insolubile, la quale in caso contrario potrebbe illudere la reazione del fosforo, evaporai ed essiccai la soluzione a 100° fino a completa distruzione di *HCl*; ripresi il residuo coll' acido cloridrico poscia aggiunsi alcune goccie d' acido nitrico ed infine la soluzione acida di molibdato ammonico. Questa reazione è sensibilissima, di maniera che ove il microscopio non arrivi a dileguare un dubbio, l' analisi chimica lo rischiara, e qui si può proprio dire anche viceversa.

Si provò la presenza della cromite facendo l' analisi del *cromo* al cannello.

Il zirconio scoprii nel modo seguente (1). Osservai in vicinanza di alcuni bellissimi cristallini d' apatite dei microcristallini quadrati o quadrangoli con angoli smussati di una leggerissima tinta rosea aventi una fortissima rifrangenza e pareano

(1) Vedi: Rosenbusch. *Microscopische Physiographie der Mineralien.* Stoccarda 1885, p. 236.

per conseguenza granellini di sabbia sospesi sulla lamina sottile; la loro superficie era rugosa ed i colori d' interferenza vivissimi. Staccai la lamina dal porta-oggetti, la ridussi in polvere in un mortaino d' agata, la polvere impastai con 3 volte in peso di soda carbonata, fusi la mistione in un crogiuolino di platino, levai la fusione con una piccolissima quantità d' acido cloridrico diluito leggermente caldo ed ottenni delle schegge esagonali sovrapposte, colorite di giallo.

Il *quarzo* si presenta in cristallini microscopici; essi rimangono nelle adiacenze del feldispato associati spesso ad altri micro-cristallini, che si potrebbero prendere per ortose; ma quest' ultima supposizione non è confortata da osservazioni su roccie analoghe. Se codesti micro-cristallini fossero *ortose* di seconda cristallizzazione si scorgerebbe forse nell' oligoclasite un passaggio al tipo sienite, o diorite ecc.; ma però la sua basicità, la presenza notevole d' olivina, di serpentino e di minerale ferreo vi hanno potentemente a ritroso. Anzi ancorchè vi mancasse l' olivina, vi abbondasse l' orneblenda escluderei tuttavia l' oligoclasite dalle sieniti.

Non posso convenire, che la presenza di apatite, magnetite ecc. sia sufficiente punto d' appoggio per scorgere nell' oligoclasite un rapporto coi melafiri, giacchè l' apatite fa parte di quasi tutte le roccie, quantunque preferisca la compagnia della nefelina, ed il minerale di ferro entra pure ovunque la roccia sia basica (1).

La *Banatite* (Banato) di *Cotta* è una diorite con orneblenda, con biotite e con ortose, ove il plagioclasio ha un carattere distinto di idiomorfismo paragonandolo coll' ortose. Anche la *Tonalite* del Monte Tonale (Tirolo) è una diorite con biotite passante però in trachite quarzifera. L' oligoclasite non può essere paragonata efficacemente con le roccie testè menzionate.

Io credo che il prof. Capellini presuma una analogia della banatite con la oligoclasite per il solo fatto del loro comune e pronunciato dinamometamorfismo. Quantunque il gabbro occupi nella sistematica un posto di transizione tra le dioriti e le diabasi, vale a dire, sia l' anello d' unione tra le roccie cosidette soggiacenti e le roccie d' emersione, tuttavia un gabbro tipico non potrà giammai essere confuso con quelle due specie di roccie tanto caratteristiche sì per struttura che per giacimento. È vero, che l' oligoclasite manifesta qua e là una struttura molto analoga alla porfirica (che abbiamo chiamato con Rosenbusch *pseudoporfirica*), la quale è dovuta ad un rimpasto di minutissimi frammenti di pirosseno con altri elementi più o meno decomposti, ma una tale struttura pseudoporfirica è molto diversa dalla struttura ofitica delle diabasi. Per questo e per le cose dette più sopra l' oligoclasite non è una diabase.

(1) Per la scomposizione degli elementi cristallini da elementi più complicati vi abbisogna o un consumo di lavoro dinamico ovvero uno sciupìo di calore. Nelle roccie dinamo-metamorfiche, come appunto sono l' oligoclasite e molte roccie del Bolognese, questa condizione è soddisfatta per giustificare la decomposizione dei minerali in contatto tra loro: il lavoro, che va sciupato è il lavoro di deformazione prodotto dalle forze esterne di pressione.

Risulta all' opposto, che l' oligoclasite è un gabbro nel senso attribuito nell' introduzione della presente Memoria, e precisamente la ritengo della specie *Norite-olivinica.*

Nella Memoria citata del prof. Capellini si scorge, che egli non fu ben deciso d' assegnare la specie e nemmeno il genere dell' oligoclasite di Montecavaloro: divaga, nel suo giudizio, dalle sieniti, alle dioriti e persino ai melafiri; la considera tanto un gabbro quanto una diabase. Un' oscillazione tra estremi così lontani è possibile quando non si fissi una volta per sempre l' importanza, che questi o quegli elementi assumono in una data roccia.

Montecavaloro

(Prov. di Bologna)

argille scagliose — terr. miocenio — *Norite (Oligoclasite)*

Sezione A.B.

Lit. G. Wenke Figh — Bologna

INTORNO

ALLA

DIVISIONE " DIRETTA „ DEL NUCLEO

NOTA

del Prof. GIUSEPPE BELLONCI

(Letta nella Sessione del 29 Aprile 1888).

Benchè siano già noti parecchi casi non dubbi di segmentazione diretta del nucleo, specialmente in invertebrati (Carnoy (1), Blochmann (2), Frenzel (3), ecc.), tuttavia non credo inutile descriverne qui due nuovi, che forse avranno uno speciale interesse pel loro modo di presentarsi e per le condizioni degli elementi in cui si verificano.

Premetto che i miei preparati furono fatti col metodo ritenuto il migliore per conservare le figure nucleari: cioè, induramento col liquido di Flemming, colorazione colla saffranina.

1.° Caso. — L' ho riscontrato nelle glandule unicellulari che sono nelle alette cefaliche del *Porcellio maculicornis*. Queste glandule (Fig. 1-7ª) sono cellule aventi numerose digitazioni. Quando son mature, il loro protoplasma è percorso da canalicoli che confluendo fra loro vanno a formare un condotto escretore unico che sbocca all' esterno. La loro grandezza varia di molto: le più piccole hanno un diametro di circa 35 μ (Fig. 1ª), e si trovano principalmente verso lo spigolo dell' aletta; le maggiori sono allungate, presentano un asse maggiore di circa 190 μ (Fig. 7ª), e stanno verso l' interno dell' aletta. Fra questi estremi vi sono tutte le misure intermedie. Nelle più grosse si vede bene spesso il prodotto di secrezione in forma di numerose granulazioni cromatiche entro il protoplasma. Questo prodotto è forse una sostanza fluida, poichè si vede talvolta riempire il condotto escretore, come un coagulo.

(1) *La cytodiérèse chez les arthropodes.* La Cellule T. I, f. II, 1885.
(2) *Ueber directe Kerntheiling in d. Embryonalhülle de Scorpione.* Morph. Jahrbuch. T. X, 1885.
(3) *Ueber den Darmcanal der Crustaceen.* Archiv. f. mikr. Anat. B. XXV, h. 2. 1885.

Nelle più piccole di queste cellule (Fig. 1ª) si trova un solo nucleo sferico, contenente due o più nucleoli cromatici rotondi. La sostanza nucleare è finamente reticolata.

In alcune cellule di mezzana grandezza, il nucleo è di forma elissoide. Notevole è quello disegnato nella fig. 2ª, il quale contiene 4 nucleoli, due grossi e due piccoli, disposti simmetricamente rispetto all' asse minore. Questo nucleo presenta pure una traccia di un leggero solco mediano.

In altre cellule, più grosse della precedente (Fig. 3-4ª), si vedono nuclei allungati e strozzati da solchi più profondi, che tendono a dividerli in due metà simili, ciascuna delle quali contiene simmetricamente i nucleoli. E queste due metà, in altri nuclei, sono fra loro più lontane ancora, e il tratto che le unisce è più lungo e sottile.

Degno di speciale considerazione è il nucleo disegnato nella fig. 5ª. Esso è formato di due metà simmetriche, fra loro riunite da un tratto biconico di sostanza nucleare (*a*). E mentre in quelle il reticolo nucleare è fitto e molto bene visibile, in questo invece esso va, in ispecie verso il mezzo, gradatamente diventando meno fitto e spiccato. Nel mezzo del tratto biconico si vede la traccia di una spaccatura trasversale (*b*). La cellula che contiene questo nucleo è allungata nel senso del nucleo medesimo.

In altri casi (Fig. 6ª), il tratto di unione fra le due metà del nucleo è ridotto a un filo sottile, che nel suo mezzo presenta l' indizio di una rottura.

In numerose altre cellule, infine, e specialmente nelle più grandi, si trovano due nuclei simmetrici (Fig. 7ª), affatto separati fra loro e distanti l' un dall' altro circa una volta e mezzo il loro diametro. Ed è singolare il fatto che nello spazio che intercede fra i due nuclei si trova un tratto di protoplasma granoso (*d*); il qual tratto è ben distinto dal protoplasma che lo circonda, ed è nel mezzo più sottile dei nuclei e si ingrossa alle due estremità, formando un sottile involucro attorno a ciascun nucleo.

Si ha nell' insieme, una figura che rammenta i nuclei strozzati precedentemente descritti; ma qui è indubitato che vi sono due nuclei affatto distinti, e il tratto che fra loro intercede è vero protoplasma, che spesso presenta la sostanza granosa di secrezione.

Dalle apparenze descritte, credo di poter ricostruire il processo evolutivo delle cellule e dei loro nuclei. Le cellule si ingrossano, si allungano, e contemporaneamente si allunga, si strozza e si divide per via diretta il loro nucleo. Questo processo nucleare segue la maturazione della cellula: le cellule veramente mature hanno due nuclei. Ma esso deve di necessità essere molto lungo.

È forse la lunghezza del processo di segmentazione che non permette la cariocinesi, che è relativamente rapida. È forse lo stesso lungo periodo che permette la conservazione della struttura che il nucleo ha nello stato di riposo.

Debbo infine notare che non ho mai veduto la segmentazione del nucleolo.

2.° Caso. — L' ho riscontrato nell' epitelio dei folliculi ovarici giovanissimi di alcuni mammiferi. È notevole il fatto che mentre in quei folliculi che hanno già parecchi strati di cellule epiteliali, i nuclei di queste hanno l' aspetto comune: son corpi rotondi o elissoidi contenenti numerose granulazioni cromatiche, e si moltiplicano per cariocinesi tipica (Fig. 8ª); nei follicoli giovanissimi, invece, i nuclei delle cellule epiteliali sono allungati tangenzialmente alla superficie dell' ovulo che involgono, e la loro cromatica forma una sol massa situata nel centro (Fig. 9ª). Questa massa ha spesso forma lievemente ellittica, ma più spesso allungata a bastoncino nel senso del maggior diametro del nucleo (*f*). In altri casi essa è non solo allungata, ma ancora assottigliata nel mezzo (*g*, *h*), come se tendesse a dividersi in due. In altri nuclei, infine, e sono essi i più allungati, si trovano due distinte masse cromatiche, situate verso i fuochi (*h'*).

Di questi nuclei con due masse cromatiche, divise completamente (*h'*) o quasi (*h*), alcuni presentano l' accenno di uno strozzamento mediano. Si hanno infine figure che sembrano indicare che lo strozzamento ha oramai diviso il nucleo in due parti distinte (*i*). Al più potrebbe restare il dubbio che cotali figure fossero date da due nuclei comprimentisi a vicenda. Ma oltrechè le due parti di queste figure sono più piccole degli altri nuclei isolati, ad attenuare questo dubbio vi ha anche il fatto delle forme antecedentemente descritte, le quali, collegate fra loro, indicano colla massima probabilità le fasi di un processo di divisione nucleare diretta.

Osserverò che le giovani cellule follicolari che primitivamente vanno a involgere gli ovulini sono migranti; e forse questa loro proprietà favorisce la segmentazione diretta dal nucleo, quale si riscontra nei leucociti circolanti e in altre cellule migranti.

In fine voglio notare che invano ho cercato indizii abbastanza sicuri di divisione nucleale diretta nelle cellule delomorfe dello stomaco; e ciò contrariamente a quanto dice il Trinkler (1).

Molte apparenze ingannevoli erano date da due nuclei adiacenti e sovrapposti.

---

(1) « *Ueber den Bau der Magenschleimhaut.* » Arch f. mikr. Anat. Bd. XXIV. h. 2, 1885.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1-7ª — Diverse glandule unicellulari delle alette cefaliche del *Porcellio maculicornis*.

Fig. 5ª — *a*, tratto biconico che unisce le due parti del nucleo;
b, traccia di spaccatura mediana.

Fig. 6ª — *c*, filo che unisce i due nuclei ormai disgiunti.

Fig. 7ª — Cellula matura con due nuclei.
d, tratto protoplasmatico che sta fra questi.

Fig. 8ª — Nuclei delle cellule follicolari mature del *Mus musculus*.
e, figura cariocinetica d' uno d' essi.

Fig. 9ª — Ovulino di *Mus musculus* circondato da giovani cellule folliculari.
f, nuclei con masse cromatiche allungate.
g, nucleo con massa cromatica allungata e assotigliata nel mezzo.
h, *h'*, nuclei con accenno di strozzamento mediano e due masse cromatiche che in alcuni sono completamente divise.
i, nuclei divisi.

1
2
3
4
5
a
b
6
c
7
d
8
e
9
f
h'
i
g
h'
f
i
h

SAGGIO

DI UNA

BIBLIOGRAFIA EUCLIDEA

MEMORIA

del Professore PIETRO RICCARDI

(Letta nella Sessione delli 11 Marzo 1888)

PARTE TERZA

Ad agevolare agli studiosi un' accurata analisi storico-scientifica della vita e delle opere del nostro sommo geometra, ritenni opportuno, come ho promesso nella prefazione alla II Parte di questo mio Saggio, il compilare una razionale classificazione delle pubblicazioni attinenti alla bibliografia euclidea. Imperocchè se l' elenco cronologico delle edizioni delle opere di Euclide, contenuto nella II Parte, può almeno parzialmente sopperire alle ricerche del bibliografo, richiede dallo scienziato uno studio speciale a seconda dello scopo che egli prefigge alle sue indagini. Studio che riesce meno laborioso a chi essendosi occupato della bibliografia euclidea, ha necessariamente dovuto prendere cognizione, comechè superficiale, del contenuto delle opere che la costituiscono.

In una classificazione razionale delle pubblicazioni attinenti alla bibliografia Euclidea tengono il primo posto gli scritti speciali concernenti in generale la vita e le opere di Euclide. Dico gli scritti speciali, in quanto che sembrerebbemi superfluo il comprendervi la indicazione delle compilazioni biografiche universali, e delle opere sulla storia in generale delle matematiche, già note a chiunque si occupa di codesti studî.

Nella seconda classe possono comprendersi quegli scritti che concernono in modo speciale la bibliografia euclidea, parimenti ommettendo quelle opere di bibliografia generale la cui notorietà ci dispensa di segnalare.

Seguir dovrebbero le collezioni generali più o meno complete delle opere di Euclide. Ma fra queste parvemi ragionevole il tener distinte le collezioni che contengono i testi greci delle opere stesse, con o senza versione o traduzione in altre

lingue, da quelle che ne contengono la sola versione o traduzione. Perciò mentre le prime costituiscono la terza classe, nella successiva vengono comprese le seconde.

Distinguendo poi le varie opere di Euclide, od a lui attribuite, o ricomposte, sia giovandosi dei frammenti conservatici, sia divinandone il contenuto mercè le indicazioni da altri autori tramandateci, devono tenere il primo luogo, in ordine di perfezione e d' importanza, i suoi Elementi.

Se non che per quanto riguarda questa opera capitale, giudicai ugualmente necessario il comprendere in una classe tutte quelle edizioni generali o parziali dei suoi Elementi che ne contengono il testo greco, con o senza traduzione in altra lingua: riservando poi alla successiva classe la indicazione delle principali versioni e traduzioni più riputate per merito scientifico e letterario.

Fra queste alcune si estendono alla intera opera degli Elementi, od alla maggior parte di essa: altre si limitano ad alcuni libri, e presentano un carattere più didattico, ma meno scientifico delle prime: e sono meglio classificabili fra le traduzioni che fra le versioni.

Ritenni quindi di dovere scompartire questa classe in due parti: la prima delle principali e più complete versioni: la seconda delle versioni e traduzioni dei soli libri geometrici, o di alcuni di essi.

E qui considerando che, specie negli ultimi secoli, vennero esclusi da' suoi Elementi i libri aritmetici, e che questi libri conservano una segnalata importanza storico-scientifica, reputai utile lo indicare in una terza parte della sesta classe, le pubblicazioni speciali che si riferiscono a questi libri, sia nel testo greco, sia tradotti in altre lingue, od in qualsivoglia modo illustrati e commentati.

In tale maniera questa terza parte completa la bibliografia dei libri aritmetici di Euclide di quelle edizioni dei suoi Elementi, indicate nella 5ª classe e nella prima parte della 6ª, che contengono quei libri.

Però mentre in alcune edizioni degli Elementi di Euclide apparisce evidente il carattere di un lavoro scientifico, storico e filologico eseguito con l' intendimento di reintegrare questa classica opera nella primitiva sua forma, in altre edizioni invece che portano il nome di Euclide, predomina e si palesa evidente lo scopo didattico di adattare quell' opera alla istruzione di coloro che si applicano agli studi classici generali. Queste parziali riproduzioni o riduzioni o contraffazioni degli Elementi, le quali vanno sotto il nome di Euclide perchè vennero compilate informandole ai principî della geometria euclidea, costituiscono una classe distinta. Essa naturalmente è la più numerosa, come avviene per tutte le opere di uso scolastico che hanno solida base di scienza positiva; e noverate a periodi cronologici, potrebbero anche fornire per alcune nazioni, la misura dello estendersi della coltura generale. Ed è anche la più variata; avvegnachè la forma sotto la quale si presentano dipenda dal concetto subbiettivo che i compilatori di codeste riduzioni si sono formati dell' ordine e della estensione assegnabile allo insegnamento delle matematiche elementari.

Gli studiosi comprenderanno di leggieri come l' applicazione di questa classificazione delle edizioni degli Elementi non si presenti abbastanza evidente e determinata da potersi eseguire in modo rigoroso ed esatto. Imperocchè, a parte le versioni propriamente dette e le riduzioni più libere degli Elementi, i limiti fra la versione e la traduzione, e fra la traduzione e la parafrasi non siano abbastanza evidenti da potersi con sicurezza precisare. Tanto più che la maggioranza di codeste edizioni partecipa dell' una e dell' altre; ed è tanto numerosa che il distinguere la parte che in ciascuna di esse appartiene alla versione, alla traduzione od alla parafrasi, riuscirebbe opera più faticosa che utile. D' onde la necessità di attenuare il difetto registrando talvolta le stesse edizioni nelle diverse classi alle quali mi ha sembrato potessero appartenere, o maggiormente avvicinarsi.

L' ingente numero di commenti, di annotazioni, di aggiunte agli Elementi; gli scritti speciali concernenti alcune proposizioni in essi contenute; le illustrazioni parziali pubblicate intorno a punti dubbi o controversi di codesta opera, le memorie nelle quali viene discussa la sua importanza didattica, formano una categoria particolare di pubblicazioni nella bibliografia euclidea, cui corrisponde la ottava classe.

Fra le aggiunte agli Elementi ho compresi quei due libri (XIV e XV) che in alcune antiche edizioni vengono erroneamente attribuiti ad Euclide, e che da taluni si ritengono appartenere ad Ipsicle Alessandrino. Fra le memorie che concernono i punti dubbi o controversi sono da segnalarsi le principali fra quelle riferentisi alla dimostrazione del noto postulato fondamentale della teoria delle parallele.

Segue nelle quattro successive classi la indicazione degli scritti concernenti le minori opere di Euclide come sono state a noi tramandate. E per la prima di esse, le pubblicazioni del testo greco e delle traduzioni del libro dei *Dati*, per avventura fra le meno incomplete e più importanti a noi pervenute.

Poi le pubblicazioni riguardanti i testi e le traduzioni dei trattati dell' ottica e della catottrica. Quindi quelle concernenti i testi e le traduzioni del trattato dei Fenomeni; ed infine quelle dei principî musicali.

Le successive due classi comprendono la designazione degli scritti riferentisi a quelle opere di Euclide di cui non si ha che una imperfetta conoscenza dalle indicazioni fornite da altri autori e dai frammenti conservatine. Cioè il famoso libro dei Porismi la cui reintegrazione per via di scientifica divinazione ha esercitato l' ingegno di valenti geometri: ed il libro sulla divisione delle aree, la cui ricomposizione ha formato soggetto di interessanti studî scientifici e storici.

All' ultima classe sono assegnati gli scritti riferentisi al trattatello attribuito ad Euclide intorno alla cosa grave e leggiera.

La classificazione è susseguita da un indice alfabetico dei nomi degli autori, le

cui pubblicazioni concernenti le opere di Euclide furono da me notate, con le indicazioni delle classi in cui vennero registrate. (1)

All' ultima parte del mio lavoro sarà destinata la bibliografia dei codici euclidiani.

---

(1) Era mio intendimento il premettere a questa 3ª parte una PRIMA SERIE DI AGGIUNTE ALL'ELENCO CRONOLOGICO DELLE EDIZIONI DELLE OPERE DI EUCLIDE contenuto nella 2ª parte. Ma il numero di codeste edizioni di recente pervenute a mia notizia, si è tanto aumentato, e vieppiù promette di crescere mercè la cortese cooperazione di benevoli corrispondenti, che stimo meglio il farne in seguito soggetto di uno speciale capitolo.

Classificazione delle edizioni euclidee indicate nell' Elenco cronologico.

Classe I.

Scritti speciali concernenti la vita ed in generale le opere di Euclide.

1. Lauterbach Gio. Batt. - 1685 [4].
Schmid Gio. Andrea - 1685 [5].
Reyher Sam. - 1693 [2].
Chasles M. - 1837 [1].
Cantor Moritz - 1867 [2], 1872 [1], 1880 [9].
Purgotti Sebastiano - 1868 [7].
Bretschneider C. A. - 1870 [2].
Biadego G. B. - 1872 [1].
Allman G. J. - 1877 [7], 1881 [6].
10. Heiberg J. L. - 1882 [1].
Steinschneider M. - 1886 [4].

Classe II.

Pubblicazioni speciali concernenti la bibliografia euclidea.

1. Bose Giorgio Mattia - 1737 [5], 1754 [1].
Heilbronner Jo. Chris. - 1742 [1].
Kaestner Abramo Gotthelf - 1750 [3].
Fabricius Jo. Albertus - 1795 [1].
Harles Gottlieb Christophorus - 1795 [1].
Gartz J. C. - 1823 [1].
Sohncke G. A. - 1854 [4].
Wylie A. - 1857 [1].
Vachtchenko-Zakhartchenko - 1879 [6].
10. Weissenborn Hermann - 1882 [4].
Heiberg J. G. - 1882 [1], 1884 [10], 1885 [7].
Eneström Gustavo - 1884 [9], 1885 [1].
Steinschneider M. - 1886 [4].
Riccardi Pietro - 1886 [3].

Classe III.

Collezioni generali delle opere di Euclide, contenenti il testo greco.

1. Gryneus Simone - 1539 [2].
Dasypodius Conradus - 1571 [1].
Gregory David - 1703 [3].
Peyrard F. - 1814 [3].
Heiberg J. L. et Menge H. - 1883 [2]....

Classe IV.

Collezioni generali delle opere di Euclide, tradotte in varie lingue.

1. Zamberti Bartolomeo - 1505 [1], 1510 [1], 1513 [1], 1521 [1], 1537 [3], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1565 [5].
Melantone Filippo - 1537 [3], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1565 [5].
Dasypodius Cunradus - 1571 [1].
Herigone Pietro - 1644 [1].
Gregory David - 1703 [3].
Peyrard F. - 1814 [3].
Heiberg J. L. et Menge H. - 1883 [2]....

Classe V.

Edizioni degli Elementi di Euclide contenenti in tutto od in parte il testo greco.

1. Gryneus Simone - 1533 [1].
Fineus Oronzio - 1536 [1], 1544 [2], 1551 [1], 1558 [5].
Cajani Angelo - 1545 [2].

Scheubelius (Scheybl) Giovanni - 1550[1], 1590[1].
Anonimi - 1554[1], 1559[3].
Gracilis Stefano - 1557[3], 1558[2], 1564[2], 1573[1], 1578[2], 1580[1], 1587[1], 1598[1], 1600[2], 1612[1].
Dasypodius Cunradus - 1564[1], 1571[1], 1573[2].
Briggs H. - 1620[2].
Gregory David - 1703[3].

10. Camerarius Jo. - 1724[1].
Peyrard F. - 1814[3].
Beniamin (Lesbios) - 1820[4].
Camerer Jo. Gu. et Hauber C. F. - 1824[4], 1826[3].
Heiberg J. L. - 1883[3].

Classe VI.

Versioni e traduzioni degli Elementi di Euclide.

A. Versioni e traduzioni principali e più complete.

1. Campano Giovanni - 1482[1], 1491[1], 1505[1], 1506[1], 1509[1-2], 1510[1], 1516[4], 1521[1], 1537[3], 1546[1], 1557[6], 1558[3], 1565[5], 1576[2].
Zamberti Bartolomeo - 1505[1], 1510[1], 1513[1], 1516[4], 1521[1], 1537[3], 1546[1], 1557[6], 1558[3], 1565[5].
Paciolo Luca - 1509[1].
Anonimo - 1541[1].
Tartaglia Nicolò - 1543[1], 1544[1], 1545[3], 1565[2], 1569[1], 1585[1], 1586[1].
Ramus Pietro - 1545[1], 1549[1].
Dasypodius Cunradus - 1564[1], 1573[2].
Candalla Flussate Francesco - 1566[2], 1578[1], 1602[1], 1626[4], 1695[4].
Commandino Federico - 1572[1 bis], 1575[1], 1592[1] (n.), 1619[1-2], 1749[2], 1752[2], 1756[1], 1763[4].

10. Clavius Cristoforo - 1574[2], 1580[1] (?), 1587[1] (?), 1589[1], 1591[1], 1592[1] (?), 1597[1] (?), 1600[2] (?), 1603[1], 1605[2], 1607[1-2], 1612[1-2-3], 1617[1], 1627[1-2], 1654[1], 1663[2], 1691[6], 1738[2].
Nassireddin al Thussi - 1588[1], 1594[1], 1657[1], 1801[2].
Ricci Matteo - 1608[1], 1857[1].
Puteanus Florimundus - 1612[4].
Henrion D. - 1615[1-2], 1621[3], 1623[1], 1631[1], 1632[2], 1649[1], 1676[1].
Mersenne M. - 1626[3].
Mardelè (Le) P. - 1632[1], 1646[1].
Herigone Pietro - 1644[1].
Richardus Claudius - 1645[2].
Fournier G. - 1654[2-5].

20. Barrow Isacco - 1655[2], 1659[2], 1675[1], 1676[2], 1678[3], 1679[2], 1688[1], 1691[1].
Guarini Guarino - 1671[2], 1676[3].
Mohr Giorgio - 1672[4].
Giordano Vitale - 1680[1], 1686[1].
Dechales Milliet Cl. Francesco - 1690[2].
Vooght Claes Ianss. - 1695[4], 1717[1].
Gregory David - 1703[3], 1731[3], 1749[2], 1752[2], 1763[4], 1765[2].
Keill Dr. - V. Gregory D.
Schessler Cristoforo - 1714[2], 1721[2], 1723[3], 1729[5].
Anonimo - 1729[3].

30. Astaroff Ivan - 1739[2].
Baermanus Giorgio Federico - 1743[1], 1744[4], 1749[3], 1769[1].
Simson Roberto - V. Classe VI (B).
Lorenz J. F. - 1771[1], 1773[1], 1781[2], 1798[1], 1809[1], 1818[2], 1819[1], 1824[2], 1825[4], 1826[1], 1840[6], 1843[3], 1860[2].
Williamson J. - 1781[3], 1789[6], 1790[1].
Suvoroff Pr. e Nikitin Yos. - 1789[5].
Playfair J. - 1796[2], 1797[3], 1804[2], 1814[1], 1831[1], 1838[4], 1846[2], 1861[2].
Hauff J. K. F. - V. Classe VI (B).
Horsley Samuel - 1802[1].
Peyrard F. - 1804[1], 1814[1], 1825[1].

40. Flauti Vincenzo - V. Classe VI (B).
Lithander C. L. - 1814[4], 1815[1].
Petrouchewsky Th. - 1819[4], 1835[1].
Anonimo - 1824[3].
Camerer et Hauber - V. Classe VI (B).
August E. F. - V. Classe VI (B).
Unger - 1833[1].
Wylie A. - 1857[1].
Vachtchenko-Zakhartchenko - 1880[1].
Heiberg J. L. - 1883[2].

B. Versioni e traduzioni dei libri geometrici o di alcuni di essi.

1. Campano Giovanni - 1506[1].
Iocher de Merspurg Ambrogio (o Lacher Amb.) - 1506[1].
Lacher Amb. - V. Iocher.
Anonimi - 1511[1], 1516[3].
Zamorano (Çamorano) Rodrigo - 1516[2], 1576[1].
Zamberti Bartolomeo - 1536[1]. - V. Finæus Or.
Finæus (Finè) Oronzio - 1536[1], 1544[2], 1551[1], 1558[5].
Anonimo - 1537[2].
Camerarius Gioachino - 1549[2], 1577[1], 1724[1].
10. Scheubelius (Scheybel) Giovanni - 1550[1], 1555[1], 1558[4], 1590[1].
Dasypodius Cunradus - 1557[4], 1571[1], 1573[2].
Holtzmann W. - 1562[2].
Xylander von Augspurg - 1562[2], 1608[2].
Forcadel P. - 1564[3], 1565[3], 1569[2].
Billingsley H. - 1570[1].
Anonimo - 1570[4].
De Bar le Duc (Errard, Donnot) - 1598[2], 1613[2].
Don Jo. Pieterz - 1606[1], 1608[2], 1615[3], 1616[1], 1618[2], 1626[1], 1632[3], 1647[2], 1660[1], 1681[1], 1702[2].
Marius Simon Guntzenhusanus - 1610[1].
20. Resenius Gio. Paolo - 1612[5].
Curtius Sebastiano - 1615[3], 1618[1-2], 1634[1].
Lanz (Lantz) Giovanni - 1617[2], 1629[1], 1618[2].
Anonimo - 1638[1].
Briggs H. - 1620[2].
Commandino Federico - 1620[2], 1629[3], 1679[1], 1700[1], 1701[2], 1709[3], 1715[1], 1723[2], 1733[1], 1747[2], 1867[3].
Malapertius (Malapert) Carlo - 1620[3], 1625[2], 1633[1].
Grienbergerus Cristoforo - 1636[1], 1655[1].
Carduchi - 2637[1].
Ricci Giovanni - 1651[1], 1686[2].
30. Lecke Giovanni - 1661[1].
Perle Giorgio - 1661[1].
Magni Domenico - 1663[1].
Caravaggi Pietro Paolo - 1671[1], 1679[4], 1702[1].
Pirckenstein von A. E. Burkh - 1685[2], 1694[1], 1699[2], 1744[3].
Medrano (de) Seb. Ferdinando - 1689[1], 1708[2], 1728[1].
Kresa Iacob - 1689[2].
Viviani Vincenzo - 1690[1], 1718[1], 1734[1], 1746[2], 1769[2].
Ozanam - 1697[2], (V. Classe VIII).
Meisnerus (Meissner) Henricus - 1699[1].
40. Keill J. - 1701[2], 1708[1], 1715[1], 1723[2], 1733[1-2], 1745[2], 1747[2], 1749[2], 1752[2], 1763[4], 1765[2].
Warius Pietro - 1704[1], 1717[2], 1735[2], 1763[3].
Hunt Jo. - 1707[1].
Cunn Sam. - 1723[2], 1733[1], 1867[3].
Weise L. J. - 1724[1].
Grandi Guido - 1730[2], 1731[1], 1740[1], 1742[2], 1767[4], 1768[1], 1780[1], 1782[4], 1783[1], 1796[1], 1805[3], 1806[1] (V. nella Classe VII, Brunacci Vincenzo).
Hom Giovanni - 1733[1].
Elia Stefano - 1736[1].
Martino (di) Pietro - 1736[2], 1751[1], 1778[1], 1785[2], 1814[6].
Lom (von) Johan Hen. - 1738[2].
50. Anonimo - 1743[2].
Strömer Marten - V. Classe VII.
Stone Edw. - 1749[2].
Caravelli Vito - 1750[1], 1752[1], 1770[1], 1812[1].
Simson Roberto - 1756[1-2], 1762[2], 1767[5], 1774[1], 1775[3], 1791[2], 1793[2], 1806[2], 1809[3-5], 1814[2], 1815[2], 1816[1-2], 1838[3-4], 1840[3], 1841[4], 1842[3], 1845[3-5-6], 1846[1-3-4], 1847[9], 1848[3], 1849[1-5], 1851[2-5], 1853[6-11], 1860[3-5], 1864[2], 1875[7], 1876[6], 1879[4], 1883[3-6], 1885[8].
Lorgna Anton Mario - Ventretti Francesco - Bertolini Gio. Batt. - 1766[1], 1775[1], 1792[1], 1805[1].
Kourganoff Nic. - 1769[3].
Anonimo - 1789[2].
Playfair J. - V. Classe VI (A).
Hauff Johann Karl Friedrich - 1797[1], 1805[2], 1807[2].

60. Ingram Alex. - 1799 [1], 1846 [6], 1847 [3], 1859 [2].
Anonimo - 1800 [3].
Czecha Jos. - 1807 [1], 1817 [1].
Anonimo - 1809 [4].
Flauti Vincenzo - 1810 [2], 1818 [1-3], 1827 [1], 1843 [2], 1854 [2].
Oliva Anton Maria - 1819 [2].
Petrouchewsky Th. - 1819 [4].
Camerer Jo. Gu. et Hauber C. F. - 1824 [4], 1826 [3].
August E. F. - 1826 [2].
Bräkenhjelm P. R. - 1832 [1], 1844 [2], 1845 [4], 1859 [3].

70. Dippe M. C. - 1839 [2], 1840 [6].
Ekman P. N. - 1840 [1], 1860 [7], 1864 [3], 1875 [8].
Thomson Jam. - 1845 [7], 1852 [9].
Potts R. - 1845 [5], 1850 [2], 1851 [2], 1853 [7], (V. anche Classe VIII) 1860 [4-10], 1868 [4].
Hoose Henry J. - 1853 [6].
Rundbäch Abraham - 1855 [3], 1860 [7], 1864 [3], 1875 [8].
Sjöstrand Ab. - 1856 [4].
Aller Hans (v.) H. - 1860 [10].
Todhunter J. - 1862 [1], 1864 [1], 1877 [1], 1881 [2], 1883 [10].
Björling - V. Classe VII.

80. Deighton H. - 1886 [7].
Smith J. H. - 1886 [13].

C. Pubblicazioni speciali attinenti ai libri aritmetici degli Elementi (VII, VIII e IX) ed al X Libro.

1. Galigai Francesco - 1521 [4], 1548 [1], 1552 [3].
Anonimo - 1546 [2],
Sthenius (Sthen) J. Lüneburg - 1549 [3], 1565 [4].
Montaureus Petrus - 1551 [2], 1552 [1], 1651 [2].
Anonimo - 1554 [1].
Ogniben da Castellano - 1561 [1].
Forcadel P. - 1565 [3].
Manzon Pietro Giovanni (Valentinus) - 1569 [4].
Dybaudius A. - 1605 [1].

10. Cataldi Pietro Antonio - 1621 [1], 1625 [4].
Stevin Simone - 1634 [3].
Tacquet Andrea - 1665 [3], 1683 [3], 1732 [3].
Borelli Alfonso - 1695 [1].
Scarlatti Maria - 1781 [4].
Hirsch Meier - 1794 [1].
Lithander C. L. - 1814 [4].
Petroucheusky Th. - 1835 [1].
Anonimo - 1880 [3].

Classe VII.

Traduzioni e riduzioni degli Elementi geometrici di Euclide a scopo di istruzione scolastica generale.

1. Boezio A. M. T. S. - 1507 [1], 1516 [1], 1521 [2-3], 1531 [1], 1867 [7].
Vogelinus (Woegelin) J. - 1528 [1], 1533 [2], 1534 [1], 1536 [2], 1539 [1], 1548 [2], 1550 [2].
Finæus (Finé) Oronzio - 1532 [1], 1536 [1], 1544 [2], 1551 [1], 1558 [5].
Lensæus Arnoldus - 1566 [4].
Errard de Bar Le Duc Donnot - 1598 [2], 1613 [2].
Rhodius Ambrogio - 1609 [1], 1623 [2], 1634 [2], 1660 [6], 1661 [3].
Cataldi Pietro Antonio - 1613 [1], 1620 [1].
Lanz (Lantz) Giovanni - 1617 [2], 1629 [1], 1648 [2].
Schooten Francesco - 1617 [3], 1662 [1], 1663 [2]. V. Classe VI (A).

10. Welperus P. M. Eberhardus - 1620 [4].
Coccapani Giovanni - 1620 [4], (n.).
Malapertius C. - 1620 [3], 1625 [2], 1633 [1].
Anonimo - 1625 [3].
Brunns Luc. Ch. - 1625 [5].
Mersenne - 1626 [3].
Doini Catterino - 1628 [1], 1647 [1], 1648 [1].
Peletier du Mans Jacques - 1628 [2]. V. Classe VIII.
Anonimo - 1630 [2].
Arzet Andrea - 1634 [4].

20. Gestrinius E. Martino - 1637 [2], 1642 [1].
Grienberger Cristoforo - 1636 [1], 1655 [1].
Verrooten I. Willemsz (van Harlem) - 1638 [1], 1660 [3].
Herigone Pietro - 1639 [1], 1644 [3].
Coetsius (Coets) Enrico - 1641 [2], 1691 [7], 1702 [3], 1705 [1], 1715 [2], 1732 [2], 1734 [2], 1740 [2], 1692 [2], 1752 [6].

Libiola Gio. - 1641 [1].
Fournier Giorgio - 1643 [1], 1644 [4], 1654 [2-5].
Anonimi - 1644 [5], 1647 [1], 1648 [1] (V.Doini).
Hoffmann Enrico - 1651 [2], 1653 [1].
Barrow Isacco - 1655 [2], 1659 [2], 1660 [2], 1675 [1], 1676 [2], 1679 [2], 1688 [1], 1691 [1], 1705 [4], 1722 [1], 1732 [1].

30. Borelli Alfonso - 1658 [1], 1663 [1], 1679 [3], 1695 [1].
Bettini Mario - 1660 [4].
Dechalles Milliet Claudio Francesco - 1660 [5], 1672 [1-2], 1674 [2], 1675 [2], 1677 [1], 1679 [6], 1683 [1-4], 1685 [1], 1690 [2-4], 1700 [2], 1709 [2], 1720 [1], 1730 [1], 1738 [1], 1741 [1], 1748 [2], 1749 [1], 1753 [1], 1778 [2], 1785 [1], 1797 [2].
Schott Gaspare - 1661 [4], 1674 [3], 1677 [2].
Clavio Cristoforo - 1662 [1], 1663 [2]. V. Classe VI (A).
Magni Dom. - 1663 [1].
Tacquet Andrea - 1654 [4], 1701 [1], 1703 [1], 1704 [3], 1719 [3], 1721 [1], 1725 [1], 1729 [4], 1737 [4], 1738 [6], 1740 [5], 1744 [1], 1745 [1], 1746 [1], 1747 [1], 1761 [1], 1762 [1], 1801 [1-3], 1804 [2].
Anonimo - 1666 [1], 1667 [1] (V. più oltre Mercator N.).
Arnaldus - 1667 [2].
Gottigniez Egidio Francesco - 1669 [1].

40. Pardies Ignazio Gastone - 1671 [3], 1672 [2], 1680 [3], 1683 [2], 1691 [8], 1693 [4], 1745 [3].
Melder Cristiano - 1673 [2], 1711 [1].
Zaragoza Giuseppe - 1673 [3].
Mercator N. - 1678 [2].
Luders Teodoro - 1680 [2].
Schmid R. - 1680 [3].
Moore Jona - 1681 [2].
Rondelli Geminiano - 1684 [1], 1693 [1], 1719 [1].
Lamy Bernard - 1685 [3], 1692 [1], 1710 [3], 1734 [3].
Medrano (De) Seb. Ferd. - 1689 [1], 1708 [2], 1728 [1].

50. Rohault Giacomo - 1690 [3].
Astorini Elia - 1691 [2], 1701 [3].
Fardella Michelangelo - 1691 [3-4], 1695 [3].
Filippa di Martiniana Carlo Odoardo - 1691 [5].
Hoste V. P. - 1692 [3].
Reyher Sam. - 1697 [1], 1699 [3].
Ozanam - 1697 [2], 1709 [3], 1711 [2], 1720 [1], 1730 [1], 1738 [1], 1741 [1], 1746 [3], 1749 [1], 1753 [1], 1778 [2], 1785 [1], 1797 [2].
Marchetti Angelo - 1698 [1], 1709 [1].
Fischer Antonio - 1703 [2].
Polynier Pietro - 1704 [2].

60. Scarbugh Edmondo - 1705 [3].
Anonimo - 1705 [5].
Bernard - 1711 [1].
Schesslern Crist. - 1714 [2], 1721 [2], 1723 [3], 1729 [5].
Deu Jos. y Abella - 1723 [1].
Anonimo - 1723 [3].
Alfani Vincenzo - 1725 [2], 1729 [2].
Hill H. - 1726 [1].
Martino (Di) Nicolò - 1729 [1], 1746 [4].
Grandi Guido - V. Classe VI (B).

70. Corsini Odoardo - 1731 [2], 1735 [1], 1738 [3], 1741 [3], 1743 [3], 1763 [1], 1765 [1].
Elia Stefano - V. Classe VI (B).
Martino Pietro - V. Classe VI (B).
Fockens Lambertus - 1737 [3].
Crivelli Giovanni - 1738 [5].
Deidier Ab. - 1739 [1].
La Bordus Wilhelmus - 1740 [2], 1752 [6].
Fréard du Castel Raoul Adriano - 1740 [3].
Anonimo - 1740 [4].
Audierne J. - 1741 [1], 1746 [5], 1753 [1].

80. Strömer Mårten - 1744 [2], 1748 [1], 1753 [3], 1760 [2], 1774 [2], 1784 [1], 1800 [2], 1809 [6], 1813 [1], 1819 [5], 1828 [2], 1842 [4], 1846 [5], 1852 [8], 1860 [9], 1863 [1], 1867 [4], 1871 [4], 1874 [10], 1879 [1], 1884 [2].
Ziegenbalg Ernest Gottlieb - 1745 [5].
Gallimard P. M. - 1746 [6], 1749 [4].
Williams R. - 1748 [2].
Calisti Jacopo - 1749 [1], 1785 [1], 1797 [2].
Anonimo - 1749 [3].
Ximenes Leonardo - 1752 [3], 1762 [4], 1792 [3], 1800 [1], 1819 [3].
Acceta Giulio - 1753 [2].
Cametti Ottaviano - 1755 [1], 1760 [1], 1767 [2], 1772 [1].
Jori F. G. Antonio - 1757 [1].

90. Koenig C. G. e Kuypers A. - 1758 [1], 1762 [3].
Blassier J. J. - 1762 [3].

Steenstra Pybo - 1763[2], 1770[2], 1789[4], 1797[5], 1803[2], 1810[1], 1822[1], 1825[3].
Lorgna, Ventretti e Bertolini - V. Cl. VI (B).
Ferrari Giuseppe Antonio - 1767[1].
Castillon (De) G. - 1767[3], 1775[2].
Cabral Stefano - 1771[2].
Segner J. A. (von) - 1773[1], 1781[1].
Douglas G. - 1776[1].
Silicani Agostino Nicola - 1782[1].
100. Puyt (De) L. J. - 1784[2].
Tamberlicchi Andrea - 1789[1].
Anonimo - 1789[2].
Bonnycastle Jo. - 1789[3].
Michelsen - 1791[1].
Paccanaro Domenico - 1791[3].
Domenichi Francesco - 1793[1].
Matthias Jo. Andreas - 1799[2].
Linderup H. C. - 1803[3].
Reder M. - 1803[4], 1806[2].
110. Eugenius Bulgaris - 1804[3].
Brunacci Vincenzo - 1808[1], 1809[9], 1811[1], 1820[5], 1824[1], 1830[4], 1849[9], 1851[1], 1853[1], 1854[3], 1862[5].
Napoli Ignazio - 1816[4], 1826[4].
Grüson Gio. Filippo - 1817[2].
Anonimi - (C. H. F.) 1818[7-8], 1819[6].
Keith Th. - 1820[2], 1840[3].
Fazzini Lorenzo - 18.... (1821[2]).
Hoffmann J. J. Ign. - 1828[1], 1829[1-3], 1832[3-4].
Lutteman C. F. - 1830[1].
Anonimo - 1830[3].
120. Wallace William - 1831[1], 1832[2], 1846[2].
Bråkenhjelm P. R. - 1832[1], 1844[2], 1845[4], 1859[3].
Unger Ephr. - 1833[1], 1838[6].
Elrington B. - 1833[3], 1847[10], 1848[4], 1853[5], 1886[8].
Tenner G. W. - 1833[3].
Falk H. - 1836[1].
Anonimi - 1836[2], 1837[4], 1838[1].
Wright J. M. F. - 1838[2].
Cooley W. D. - 1839[3], 1840[4], 1852[1-2-3].
Creswell - 1840[7], 1841[3].
130. Björling E. G. - 1840[8], 1845[2], 1857[2], 1863[3], 1873[6].
Anonimo - 1841[1].
Colenso J. W. - 1846[1], 1847[1], 1849[1-4], 1874[9], 1879[3], 1880[5].
Eckmann P. N. - 1840[1], 1841[5], 1860[7], 1864[3], 1875[8].
Hällström G. G. - 1842[2].
Heikel H. - 1842[5], 1844[1], 1847[4-8], 1853[8], 1860[8], 1871[5].
Thomson J. - 1845[7], 1852[9].
Anonimo - 1845[6].
Potts - V. Classe VIII.
Kent - 1845[9].
140. Trotter J. - 1845[10], 1847[3].
Geraghty W. - 1845[11].
Trollope W. - 1847[2].
Rogg J. - 1847[6].
Kilpinen W. - 1847[7].
Mason - 1847[11], 1854[1], 1872[4].
Byrne O. - 1847[13], 1848[1-5].
Lardner - 1848[2], 1849[2], 1855[4].
Williams B. J. M. - 1848[3], 1858[2].
Brasse J. - 1848[6], 1862[2].
150. Wiessner Gotth. - 1848[7].
Kling J. - 1849[6].
Lowres Jacob - 1849[7].
Witt H. A. - 1849[8], 1850[4], 1856[3], 1868[6], 1876[8].
Wittaker - 1850[3].
Lundgren F. A. A. - 1850[4].
Davison - 1851[4].
Unger C. S. - 1851[6].
Maynard S. - V. Classe VIII.
Anonimo - 1852[7], 1853[4].
160. Bergstrande P. W. - 1852[8], ... 1884[2] (V. sopra: Strömer Mårten).
Good S. A. - 1853[3].
Voodmasse - 1855[1].
Law - 1855[2], 1874[5].
Wedgwood - 1856[1].
Galbraith - 1856[2].
Green - 1858[1], 1861[1], 1870[8], 1873[5].
Fontana Fortunato - 1858[4].
Chambers R. - 1860[1], 1884[11], 1885[10].
Hartwig W. - 1860[2].
170. Isbister A. K. - 1862[3], 1863[2], 1872[5], 1878[1], 1883[3], 1885[8].
Wiemer A. - 1862[4].
Anonimi - 1865[1], 1866[1], 1869[3].
Nyberg Yngue - 1866[2], 1874[4].
Weström C. A. - 1867[5].
Lindman Chr. Fr. - 1867[6], 1872[6], 1877[6],

1881 [1], 1884 [2].
Ruth C. O. - 1868 [6], 1876 [8].
Joung - 1870 [9], 1871 [3].
Smith J. H. - 1870 [10], 1874 [7], 1875 [1], 1876 [4], 1886 [13].
Grandi Luigi - 1871 [2].
180. Martin - 1874 [1].
Dodgson Charles L. - 1874 [2], 1883 [9].
Cuthbertson - 1874 [3].
Hawtrey S. - 1874 [6], 1880 [7].
Bryce J. - 1874 [8], 1875 [3], 1882 [5], 1883 [8].
Colenso - 1874 [9] (V. Cl. VIII) 1879 [3], 1880 [5].
Wright R. - 1875 [2], 1877 [5].
Browne - 1875 [4].
Anonimo - 1875 [5].
Davis - 1875 [6].
190. Morell - 1876 [3].
Seeley Leonard B. - 1876 [5-7].
Hundson - 1877 [3].
Anonimo - 1877 [4], 1878 [3].
Tatk - 1878 [2].
Dillner Göran - 1879 [2].
Bertini E. e Tognoli O. - 1880 [2], 1884 [5].
Walmsley John - 1880 [4], 1881 [3], 1884 [13].
Harvey F. B. - 1880 [6].
Thate Thomas - 1880 [10].
200. Taylor T. S. - 1881 [4].
Casey John - 1881 [5], 1882 [3], 1885 [9], 1886 [6].
Hultmans F. W. - 1882 [2].
Hellgren A. E. - 1882 [2].
Munn D. - 1882 [5], 1883 [8].
Nops Marianne - 1882 [7].
Anonimo - 1882 [8].
Atkins Ed. - 1883 [7].
Mackay J. S. - 1884 [1-11], 1885 [10].
Paul J. D. - 1884 [7]. — Howard - 1884 [4].
210. Faifofer A. - 1884 [8].
Hodgson Francis - 1884 [13].
Cuneo G. e Poggi D. - 1885 [2], 1886 [9].
Bemporad N. - 1885 [5], 1886 [1].
Arnett Braithwaite - 1885 [6].
Nixon R. C. J. - 1886 [2].
Broman K. E. - 1886 [5].
Berlin M. - 1886 [10].
Gill - 1886 [11].
Moffatt - 1886 [12-14].
220. Del Beccaro Tommaso - 1886 [15].
Paige - 1886 [14].

Classe VIII.

Commenti, illustrazioni ed aggiunte agli Elementi. Scritti speciali che li riguardano.

1. Campano Giovanni - (V. i numeri corrispondenti nella Classe VI (A)). 1861 [1].
Valla Giorgio - 1498 [1], 1501 [1].
Zamberti Bartolomeo - V. come sopra la Classe VI (A).
Teone - 1505 [1], 1510 [1], 1513 [1], 1516 [4], 1521 [1], 1537 [3], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1559 [3], 1564 [1], 1565 [5], 1576 [2], 1806 [2], 1818 [1].
Ipsicle (Hypsicles) - 1505 [1], 1510 [1], 1513 [1], 1516 [1], 1521 [1], 1537 [3], 1545 [2], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1565 [5], 1576 [2], 1645 [2].
Iocher (o Lacher) Ambrogio - 1506 [1].
Boezio A. M. T. S. - V. Classe VII.
Pacioli Luca - 1509 [1].
Faber Jacopo - 1516 [4].
10. Politi Giambattista - 1529 [1].
Finæus Oronzio - 1530 [1], 1532 [1], 1536 [1], 1544 [2], 1551 [1], 1558 [5], 1559 [1].
Proclo - 1533 [1], 1560 [1], 1624 [1], 1642 [1], 1645 [2], 1788 [1], 1818 [1], 1856 [5], 1862 [6], 1881 [7].
Grynæus Simone - 1533 [1], 1539 [2].
Regiomonte (de) Giovanni - 1537 [1], 1645 [1].
Melantone Filippo - 1536 [2], 1537 [3], 1539 [1], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1565 [5].
Tartaglia Nicolò - V. Classe VI (A).
Platone Tiburtino - 1537 [1], 1645 [1].
Rheticus Geor. Joach. - 1549 [2].
Scheubelius (Scheybl) Joa. - 1550 [1], 1555 [1], 1558 [4], 1590 [1].
20. Benedetti Gio. Battista - 1553 [1], 1580 [3].
Peletarius (Peletier du Mans) Jacobus - 1557 [5], 1559 [1-2], 1610 [3], 1628 [2], 1642 [1].
Candalla Flussate Francesco - 1557 [5], 1566 [2], 1578 [1], 1602 [1], 1626 [4], 1661 [1], 1695 [4], 1750 [1].
Fernel J. - 1557 [5].
Nonius Petrus - 1557 [5].
Buteonis Giovanni - 1559 [1].
Ramus Pietro - 1545 [1], 1549 [1], 1559 [2], 1569 [3], 1583 [1], 1599 [1], 1621 [4], 1627 [3], 1649 [2], 1652 [1], 1665 [2].

Barozzi Francesco - 1560 [1].
Tartaglia Nicolò - 1560 [2].
Ognibene da Castellano - 1561 [1].
30. Holtzmann Wlh. - 1562 [2].
Xylander von Augspurg - 1562 [2], 1608 [2].
Dasypodius Conradus - 1557 [4], 1564 [1-4], 1566 [1], 1570 [4], 1571 [1], 1573 [2], 1579 [1].
Barlamo Monaco - 1564 [1-4].
Herlinus Cristiano - 1564 [4], 1566 [1].
Commandino Federico - V. Classe VI (A).
Clavio Cristoforo - V. Classe VI (A).
Heron (Alexandrinus) - 1571 [1].
Maurolico Francesco - 1575 [2], 1580 [2].
Vinet (Vinetus) Elia - 1557 [7], 1575 [3].
40. Camerarius J. - 1577 [1], 1724 [1]. V. sopra Rheticus G. J.
Steimetz M. - 1577 [1].
Isaacus monacus - 1579 [1], 1655 [1].
Freigius Gio. Tommaso - 1583 [1].
Schonerus Lazzaro - 1599 [1].
Ryff Pietro - 1600 [1], 1621 [4], 1649 [2], 1665 [2].
Dybavd (Dybaudius) - 1603 [2].
Savilius Enrico 1610 [2], 1621 [2].
Puteanus Florimundus - 1612 [4].
Resenus Gio. Paolo - 1612 [5].
50. Knopff Cristiano - 1612 [5].
Cataldi Pietro Antonio - 1615 [2], 1621 [1], 1626 [2].
Schooten (von) Francesco - 1617 [3], 1662 [1], 1663 [2].
Curtius Sebastiano - 1615 [3], 1618 [2], 1634 [1].
Verordneten G. - 1618 [2].
Henrion D. - V. Classe VI (A).
Méunier - 1624 [1].
Malapertius C. - 1620 [3], 1625 [2], 1633 [1].
Montalbani Ovidio - 1629 [2].
Durandus Jo. Jac. Hor. - 1636 [1].
60. Gestrinius Martino E. - 1637 [2], 1642 [1].
Grienberger Cristoforo - 1636 [1], 1655 [1].
Herigone Pietro - 1629 [1], 1644 [1-3].
Mersenne F. M. - 1644 [2]. V. Classe VII.
Isidoro - 1645 [2].
Richardus Claudius - 1645 [2].
Broscius Giovanni - 1651 [2], 1652 [1].
Nonancourt (de) Franciscus - 1652 [3].
Hofmann Enrico - 1653 [1].
Hilarius Giorgio - 1654 [3], 1656 [1].
70. Santini Antonio - 1655 [3].
Weigel Erhard - 1658 [2].
Thomas Anglus - 1658 [3].
Barrow Isacco - 1659 [1], 1660 [2], 1705 [4]. V. le Classi VI (A) e VII.
Bettini Mario - 1660 [4].
Lecke Giovanni - 1661 [1].
Perle Giorgio - 1661 [1].
Sturm Cristoforo - 1661 [2].
Leest (van) Jakob - 1662 [1].
Pardies Ignazio Gastone - 1672 [3], 1683 [2].
80. Mohr Giorgio - 1672 [4].
Anonimi - 1672 [5], 1673 [1].
Melder - 1673 [2], 1711 [1].
Zaragoza Giuseppe - 1673 [3].
Viviani Vincenzo - 1674 [1]. V. Classe VI (B).
Borelli Alfonso - V. Classe VII.
Fioravanti Cosimo - 1679 [1].
Ash (Ashe) Giorgio - 1684 [2].
Lowthorp I. - 1684 [2].
Medrano (de) Seb. Ferd. - V. Classe VI (B) e VII.
90. Kresa Jacob - 1689 [2].
Carlieri - 1690 [1], 1718 [1], 1734 [1], 1746 [2].
La Montre M. - 1691 [2].
Leibnitz G. G. - 1691 [2].
Wallis Gio. - 1693 [3].
Whiston Guglielmo - 1703 [1], 1714 [1], 1719 [3], 1725 [1], 1737 [4], 1744 [1], 1745 [1].
Gregory David - 1703 [3].
Castroni Benedetto - 1705 [2].
Hudson - 1709 [3].
Crivelli St. Gaetano - 1710 [1].
100. Regolini G. B. - 1710 [1-2], 1718 [2].
Bernard - 1711 [1].
Herbenstein (ab) Ferdinando Ernesto - 1712 [1].
Varignon - 1719 [2].
Doria Paolo Mattia - 1722 [2], 1738 [4].
Sellier - 1723 [5].
Hodgson F. - 1723 [6].
Alfani Vincenzo - 1725 [2], 1729 [2].
Fagnani Gio. Fr. - 1727 [1].
Tosch Carlo - 1730 [3].
110. Saccheri Girolamo - 1733 [3].
Fortunato da Brescia - 1737 [1-2].
Fockens Lamberto - 1737 [3].
Bose George Matthias - 1737 [5], 1754 [1].
Naudé Filippo - 1745 [4].

Stone Odoardo - 1749[2].
Fagnani Giu. Carlo - 1750[2].
Hentschius Jo. Jacobus - 1751[2], 1752[7-8], 1755[2], 1756[4], 1757[4].
Gabrini Tommaso Maria - 1752[4-5].
Fagnani Giulio - 1752[4-5].
120. Riccati Vincenzo - 1752[4-5].
Jacquier e Le Seur - 1752[4-5].
Simson Robert - V. Classe VI.
Maggi Gioachino - 1757[2].
Cowley J. L. - 1759[1].
Bermannus (Bärmann) G. F. - 1762[1], 1764[5], V. Classe VI (A).
Andreini Carlo - 1767[4], 1796[1].
Marsson J. G. - 1770[3].
Anonimo - 1774[3].
Williamson Ja. - 1781[3], 1789[6], 1790[1].
130. Austin William - 1781[5].
Mouchart e Seyffer - 1782[2].
Pfleiderer Chr. Fed. - 1782[3], 1793[3], 1797[4], 1798[2], 1799[4], 1800[4], 1801[5], 1802[2], 1803[5], 1827[2].
Castiglioni Giovanni - 1785[3].
Taylor Th. - 1788[1].
Voigt Joh. Heinrich - 1789[7].
Schröttering Martin Wolder - 1790[2].
Landgärd Jo. e Brismann Car. - 1791[4].
Christianus Jo. Guil. - 1792[4].
Hauber Carol Frider. - 1793[3], 1820[3], 1824[4], 1826[3], 1829[2].
140. Hauff Gio. Carlo Fed. - 1799[3].
Chelli Tommaso - 1800[1].
Mohammed - 1801[2].
Schwab Joh. Crist. - 1801[4], 1814[5].
Peyrard F. - 1804[1], 1814[3].
Niesert J. H. Jos. - 1806[3].
Abreu (de) Jo. Manuel - 1808[2], 1809[10], 1818[6].
Lax William - 1808[3].
Crivelli Visconti Ignazio - 1809[2].
Mollweide Brandan Carlo - 1809[1], 1818[2], 1824[2].
150. Svamberg Jöns. - 1816[3].
Bevel - 1810[1].
Flauti Vincenzo - 1818[1-3], 1843[2]. V. Classe VI (A, B).
Wacther Friederich Ludwig - 1818[5].
Oliva Anton Maria - 1819[2].
Grones Giuseppe - 1819[3].
Ohm Martin - 1819[7].
Schön Johann - 1822[2].
Jacobi Car. Fed. Andrea - 1824[5].
Camerer J. G. (et Hauber) - 1824[4], 1826[2].
160. Bensemann - 1824[6].
Niede J. G. C. - 1825[1].
Plieninger Wil. - 1827[2].
Lampredi Urbano - 1828[3].
Hoffmann Jos. J. Ign. - 1828[1], 1829[1-3], 1832[3-4], 1859[4].
Hill C. J. - 1830[2], 1850[1].
Wallace William - 1831[1], 1832[2], 1846[3].
Bräkenhjelm P. R. - V. Classe VII.
Thompson T. Perronet - 1833[2], 1840[2].
Bürger J. A. P. - 1834[1].
170. Poselger Fried. Theod. - 1834[3].
Metzing S. - 1834[2].
Anonimo (C. G. O.) - 1836[2].
Gräf C. - 1837[3].
Edwards J. - 1838[5], 1842[1], 1852[5].
Anonimo - 1838[1].
Young J. R. - 1838[4].
Robertson A. - 1838[3].
Day Alfred - 1839[1].
Dippe M. C. - 1839[2], 1840[6].
180. Maynard S. - 1840[3], 1851[5], 1852[4], 1859[1].
Cooley W. D. - 1840[4], 1852[1-2-3].
Seeber Ludw. Aug. - 1840[5].
Fusco Giovanni - 1841[2].
Rutherford W. - 1841[4], 1847[12].
Narrien John. - 1842[3].
Adams C. - 1843[1].
Bergroth Jul. Ephr. - 1845[1].
Potts Rob. - 1845[5], 1846[3], 1848[8], 1850[2], 1851[2], 1853[7], 1860[4-10], 1868[4], 1884[12].
Lafitte C. - 1845[8].
190. Thomson Jam. - 1845[7], 1852[9].
Faure G. - 1845[8].
Colenso W. (V. Classe VII) - 1847[1], 1849[1-4],
Kelland P. - 1846[2].
Upton G. - 1847[5].
Blakelock - 1847[9], 1860[3], 1876[6].
Zeipel Ewald Victor Ehrenhold von - 1847[14].
Wiessner Gotth. - 1848[7].
Knorr E. - 1849[3].

Thate Th. - 1849 [5], 1880 [10].
200. Areskoug M. E. - 1850 [5], 1856 [3], 1868 [6], 1876 [6].
Minarelli E. - 1851 [1].
Pocock James - 1852 [6].
Dobelly Victor - 1853 [2].
Masieri Luigi - 1853 [1], 1862 [5].
Bergstrand - V. Classe VII.
Hennessy John Pope - 1853 [9].
Knochius (Knoche) J. H. - 1856 [5], 1862 [6].
Maerkerus F. J. - 1856 [5].
Hoüel J. - 1867 [1], 1870 [3-4], 1883 [1].
210. Rundbäch A. - V. Classe VI (B).
Wittstein - 1860 [10].
Friedlein G. - 1867 [7], 1873 [4].
Duhamel J. M. C. e De Tilly J. M. - 1867 [1].
Agolini Giulio - 1868 [2].
Luvini Gio. - 1868 [2].
Walton William - 1868 [3].
Curtze Max. - 1868 [5].
Betti e Brioschi - 1869 [1].
Purgotti Seb. - 1868 [7], 1869 [5], 1870 [5-11-12], 1871 [6-7], 1873 [1-2-3-8-9-10].
220. Hirst - 1868 [7].
Anonimo - 1869 [2].
Genocchi Angelo - 1869 [4].
De Luca Ferd. - 1869 [5].
Eudosso - 1869 [5].
Aéolus - 1870 [1].
Lobatschewsky N. S. - 1870 [4].
Massimino Alessandro - 1870 [4-5].
Flye Saint-Marie - 1870 [6].
Lionnet F. J. - 1870 [7].
230. Alessandri E. - 1870 [11].
Cappato - 1870 [12].
Ricciarelli R. M. - 1870 [12], 1871 [6], 1873 [3].
Wilson J. M. - 1870 [12], 1873 [9].
Sachero Celestino - 1870 [12].
Du Montel - 1871 [1], 1873 [3].
Cipolla Francesco - 1872 [2].
Anonimo - 1872 [3].
Argenti - 1873 [3].
Bertini G. M. - 1873 [7-9].
240. Cuthbertson - 1877 [2].
Dodgson Charles L. - 1879 [5], 1885 [4].
Vachtchenko-Zakhartchenko - 1880 [1].
Magnus Philip. - 1880 [8].
Cantor Moritz - 1880 [9].
Taylor T. S. - 1881 [4].
Casey John. - 1881 [5].
Majer Ludwig - 1881 [7].
Weissenborn Hermann - 1882 [4].
Malfitani Filippo - 1883 [4].
250. Cavezzali A. - 1883 [5].
Mackay J. S. - 1884 [1].
Paul J. D. - 1884 [7].
Dechamps J. - 1885 [3].
Cassani Pietro - 1885 [8] (n.)
Ruth - V. Classe VII.
256. Smith J. H. - (V. Classe VII).

Classe IX.

Pubblicazioni del testo e delle versioni, traduzioni e commenti del libro dei Dati.

1. Pappo e Zamberti Bart. - 1505 [1], 1510 [1], 1513 [1], 1521 [1], 1537 [3], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1756 [3]. 1565 [5].
Dasypodius Conradus - 1570 [4], 1571 [1].
Hardy Cl. (Archimede, Apollonio, Pappo, Eutocio) - 1625 [1], 1695 [2].
Marino - 1505 [1], 1510 [1], 1513 [1], 1521 [1], 1537 [3], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1565 [5], 1625 [1], 1661 [1], 1703 [3].
Herigone Pietro - 1644 [1].
Barrow Isacco - 1657 [3], 1659 [1], 1675 [3], 1732 [1].
Lecke Giovanni e Perle Giorgio - 1661 [1].
Gregory David - 1703 [3], 1749 [2], 1763 [4].
Hasendel Tomaso - 1732 [1].
10. Simson Roberto - 1756 [2], 1775 [3], 1780 [2], 1825 [2], 1838 [3].
Jach Rich. - 1756 [3].
Keill - 1763 [4].
Schwab Johann Cristoph. - 1780 [2].
Horsley S. - 1803 [1].
Peyrard Fr. - 1814 [3].
Wurm Julius Friederich - 1825 [2].
Robertson A. - 1838 [3].
18. Buchbinder Fried. - 1866 [4].

Classe X.

Pubblicazioni del testo e delle versioni, traduzioni e commenti ai libri di Ottica e Cattotrica. Trattato della Prospettiva.

1. Zamberti Bartolomeo - 1505[1], 1510[1], 1513[1], 1521[1], 1537[3], 1546[1], 1557[6], 1558[3], 1565[5].
Teone - Ivi, come sopra.
Pena (De la Péne) Giovanni - 1557[2], 1599[2], 1604[1], 1611[1].
Dasypodius Conradus - 1557[2] (n.), 1571[1].
Schneider J. Gl. - 1557[2], (n.).
Danti Egnatio - 1574[1].
Anonimi - 1585[2], 1607[3].
Kepler Giovanni - 1611[1].
Maurolico Francesco - 1626[4] (n).
10. Candalla - 1626[4] (n).
Herigone Pietro - 1644[1].
Fréart de Chanteloup Roland - 1663[3].
Ryff Pietro - 1665[2] (?).
14. Gregory David - 1703[3].

Classe XI.

Pubblicazioni del testo e delle versioni, traduzioni e commenti del trattato dei Fenomeni.

1. Zamberti Bartolomeo - 1505[1], 1510[1], 1513[1], 1521[1], 1537[3], 1546[1], 1557[6], 1558[3], 1565[5].
Maurolico Francesco - 1558[1], 1591[2], 1626[3].
Dasypodius Conradus - 1571[1].
Auria (d') Giuseppe - 1591[2].
Gregory David - 1703[3].
Hunt Gio. - 1707[2].
7. Nokk A. - 1820[1].

Classe XII.

Pubblicazioni del testo e delle versioni, traduzioni e commenti intorno ai trattati sui principii della Musica.

1. Valla Giorgio - 1498[1].
Cleonide - 1498[1], 1884[6].
Pena (de la Péne) Giovanni - 1557[1], 1607[4]
Forcadel - 1565[1], 1566[3], 1572[1].
Dasypodius Conradus - 1571[1].
Possevino Antonio - 1607[4].
Orsini Fulvio - 1607[4].
Herigone Pietro - 1644[1].
Meibom (Maybaum) Marco - 1652[2].
10. Gregory David - 1703[3].
Edmunds St. e Davy C. - 1787[1].
12. Ruelle Ch. E. - 1884[6].

Classe XIII.

Scritti concernenti la reintegrazione del libro dei Porismi.

1. Girard A. - 1629[3] (n).
Ghetaldo Marino - 1630[1].
Bullialdus (Boulliau) Ismaele - 1657[2].
Renaldini Carlo - 1668[1].
Fermat Pietro - 1679[5].
Simson Robert - 1723[4], 1776[2], 1837[2].
Fagnani Gio. Fr. - 1772[2].
Stanophe Filippo - 1776[2].
Lawson - 1777[1].
10. Playfair - 1794[2].
Wallace - 1796[3].
Lhuillier Simon - 1809[7].
Comte Augusto - 1809[8].
Hachette - 1809[8].
Leslie J. - 1809[8], 1821[1].
Richter Aug. - 1837[2].
Breton de Champ, Vincent, Housel - 1849[10], 1858[3], 1866[3].
Chasles M. - 1860[6].
Cantor M. - 1860[6].
20. Marianini Pietro - 1863[4].
Buchbinder Fried. - 1866[4].

Classe XIV.

Scritti concernenti la reintegrazione del libro sulla divisione delle aree.

1. Machometus Bagdedino - 1570[2-3], 1661[1].
Commandino Federico - 1570[2-3], 1661[1].

Dee Giovanni - 1570 [2-3], 1661 [1].
Viani de' Malatesti Fulvio - 1570 [3].
Lecke Giovanni - 1661 [1].
Perle Giorgio - 1661 [1].
Gregory David - 1703 [3].
Woepcke Fr. - 1851 [3], 1855 [5].
Ofterdinger L. F. - 1853 [10].
10. Favaro Antonio - 1882 [6], 1883 [11].

Classe XV.

Pubblicazioni del testo e delle traduzioni del trattatello " Della cosa grave e leggiera „ attribuito ad Euclide.

1. Melantone Filippo - 1537 [3], 1546 [1], 1557 [6], 1558 [3], 1565 [5].
Tartaglia Nicolò - 1585 [1], 1586 [1].
3. Gregory David - 1703 [3].

Indice alfabetico dei nomi degli autori di opere attinenti alla bibliografia euclidea, con riferimento alle Classi cui appartengono. (1)

Abella (y) - V. Deu y Abella Jos.
Aboul Wafa - 1855 [5].
Abreu (de) Jo. Manuel - VIII, 146.
Acceta Giulio - VII, 87.
Adams C. - VIII, 186.
Aéolus - VIII, 225.
Agolini Giulio - VIII, 214.
Albategnius - 1537 [1].
Alessandri E. - VIII, 230.
Alfani Vincenzo - VII, 66. VIII, 107.
Alfraganus - 1537 [1], 1645 [1].
Aller (v.) Hans - VI (B) 77.
Allman George Johnston - I, 9.
Andreini Carlo - VIII, 126.
Anonimi - V, 5. VI (A) 4, 29, 43. VI (B) 4, 8, 16, 23, 50, 57, 61, 63. VI (C) 2, 5, 18. VII, 13, 18, 27, 37, 61, 65, 78, 85, 102, 114, 119, 126, 131, 137, 159, 172, 188, 193, 206. VIII, 81, 128, 172, 175, 221, 237. X, 7.
Apollonio - 1625 [1], 1626 [3], 1644 [1], 1683 [2], 1691 [3-4], 1693 [4], 1731 [2], 1745 [3], 1792 [4].
Archimede - 1624 [1], 1625 [1], 1626 [1], 1660 [3], 1683 [2], 1691 [3-4], 1693 [4], 1701 [1], 1703 [1], 1705 [4], 1721 [1], 1725 [1], 1729 [4], 1731 [2], 1732 [1], 1734 [3], 1735 [1], 1737 [4], 1738 [6], 1744 [1], 1745 [3], 1747 [1], 1761 [1], 1762 [1], 1792 [4], 1801 [1], 1806 [1], 1818 [3].
Areskoug M. E. - VIII, 200.
Argenti - VIII, 238.
Arnaldus (Arnaldo) - VII, 38.
Arnett - V. Braithwaite.
Arzet Andrea - VII, 19.
Ash (Ashe) Giorgio - VIII, 87.
Astaroff Ivan - VI (A), 30.
Astorini Elia - VII, 51.
Atkins Ed. - VII, 207.
Audierne Jacques - VII, 79.
August E. F. - VI (A) 45. (B) 68.
Auria (d') Giuseppe - XI, 4.
Austin William - VIII, 130.

Barlaam - VIII, 33.
Bar Le Duc Errard Donnot - VI (B) 17, VII, 5.
Bärmann (Baermanus) G. F. - VI (A) 31.
Barozzi Francesco - VIII, 27.
Barrow Isacco - VI (A) 20. VII, 29. VIII, 73. IX, 6.
Bemporad Nicodemo - VII, 213.
Benedetti Giambattista - VIII, 20.
Beniamin ΛΕΣΒΙΟΥ - V, 12.
Bensemann - VIII, 160.
Bergroth Jul. Ephr. - VIII, 187.
Bergstrand P. W. - VII, 160, VIII, 205.
Berlin M. - VII, 217.
Bernard - VII, 63. VIII, 101.
Bertini Eugenio - VII, 196.
Bertini G. M. - VIII, 239.

(1) Le cifre romane e le arabe indicano rispettivamente la Classe ed il Numero progressivo.
I numeri corrispondenti ai nomi degli autori citati, ma non comprensibili nella bibliografia Euclidea, hanno riferimento all'*Elenco cronologico* contenuto nella *Parte seconda*.

Bertolini Giambattista - VI (B) 55. VII, 93.
Betti Enrico - VII; vedi VIII, 218.
Bettini Mario - VII, 31. VIII, 74.
Bevel M. I. G. - VIII, 151.
Biadego G. B. - I, 8.
Billingsley H. - VI (B), 15.
Björling E. G. - VI (B) 79. VII, 130.
Blackelock R. - VIII, 195.
Blassière J. J. - VII, 91.
Boezio A. M. T. S. - VII, 1. VIII, 7.
Bonnycastle Jo. - VII, 103.
Bonus (o Bonetus) Latensis - 1507[1], 1521[3].
Bordus (La) - V. La Bordus W.
Borelli Alfonso - VI (C) 13. VII, 30. VIII, 85.
Boscovich Ruggiero Giuseppe - 1745[1].
Bose di Wittemberg George Mat. - II, 1. VIII, 113.
Braithwaite Arnett, M. A. - VII, 214.
Bräkenhjelm P. R. - VI (B) 69. VII, 121. VIII, 167.
Brasse J. - VII, 149.
Brescia (da) Fortunato - V. Fortunato da Brescia.
Breton (de Champ) P. - XIII, 17.
Bretschneider C. A. - I, 7.
Briggs H. - V, 8. VI (B) 24.
Brioschi Francesco - VII; vedi VIII, 218.
Brismann Car. - VIII, 137.
Broman K. E. - VII, 216.
Broscius Joannes - VIII, 66.
Browne - VII, 187.
Brunacci Vincenzo - VII, 111.
Brunns Luc. Chr. - VII, 14.
Bryce James - VII, 184.
Buchbinder F. - IX, 18. XIII, 21.
Bulgaris Eugenius - VII, 110.
Bullialdus (Boulliau) Ismaele - XIII, 3.
Bürger J. A. P. - VIII, 169.
Buteone Giovanni - VIII, 25.
Byrne Oliver - VII, 146.

Cabral Stefano - VII, 96.
Cajani Angelo - V, 3.
Calisti Jacopo - VII, 84.
Camerarius Gioacchino - V, 10. VI (B) 9. VIII, 40.
Camerer Jo. Gu. V, 13. VI (A, 44. B, 67). VIII, 159.
Cametti Ottaviano - VII, 88.
Çamorano - V. Zamorano.
Campano Giovanni - VI (A) 1. (B) 1. VIII, 1.
Candalla Flussates (Foix) Francesco - VI (A) 8. VIII, 22. X, 10.
Cantor Moritz - I, 5. VIII, 244. XIII, 19.
Cappato - VIII, 231.
Caravaggi Pietro Paolo - VI (B) 33.
Caravelli Vito - VI (B) 53.
Carduchi L. - VI (B) 28.
Carlieri - VIII, 91.
Casey John - VII, 201. VIII, 246.
Cassani Pietro - VIII, 254.
Castillon (de) (Castiglioni) Giovanni - VII, 95. VIII, 133.
Castroni Benedetto - VIII, 97.
Cataldi Pietro Antonio - VI (C) 10. VII, 7. VIII, 51.
Cavezzali A. - VIII, 250.
C. G. O. - VIII, 172.
Chales (de) - V. Dechales.
Chambers - VII, 168.
C. H. F. - VII, 114.
Chasles M. - I, 4. XIII, 18.
Chelli Tommaso - VIII, 141.
Christianus Jo. Gu. - VIII, 138.
Cipolla Francesco - VIII, 236.
Clavius Cristoforo - VI (A) 10. VII, 34. VIII, 36.
Cleonides - XII, 2.
Coccapani Giovanni - VII, 11.
Coets Henricus - VII, 24.
Colenso William - VII, 132. 185. VIII, 192.
Commandino Federico - VI ((A) 9. (B) 25). VIII, 35. XIV, 2.
Comte Augusto - XIII, 13.
Cooley W. D. - VII, 128. VIII, 181.
Corsini Odoardo - VII, 70.
Cossali Pietro - 1805[1].
Cowley J. L. - VIII, 124.
Creswell - VII, 129.
Cristiani - V. Christianus.
Crivelli Giovanni - VII, 74.
Crivelli St. Gaetano - VIII, 99.
Crivelli Visconti Ignazio - VIII, 148.
Cuneo G. VII, - 212.
Cunn Samuel - VI (B) 43.
Curtius Seb. - VI (B) 21. VIII, 53.

Curtze Max. - VIII, 217.
Cuthbertson - VII, 182. VIII, 240.
Czecha Jos. - VI (B) 62.

Danti Egnazio - X, 6.
Dasypodius Conradus - III, 2. IV, 3. V, 7. VI (A, 7. B, 11). VIII, 32. IX, 2. X, 4. XI, 3. XII, 5.
Davis - VII, 189.
Davison - VII, 156.
Davy Ch. - XII, 11.
Day Alfred - VIII, 178.
Dechales Milliet Cl. Fr. - VI (A) 24. VII, 32.
Dechamps J. - VIII, 253.
Dee M. J. - XIV, 3.
Deidier - VII, 75.
Deighton H - VI (B) 80.
Del Beccaro Tommaso - VII, 220.
De Luca Ferdinando - VIII, 223.
Deu y Abella Jos. - VII, 64.
Dillner Göran - VII, 195.
Dippe M. C. - VI (B) 70. VIII, 179.
Dobelly Victor - VIII, 203.
Dodgson Charles - VII, 181. VIII, 241.
Doini Caterino - VII, 16.
Domenichi Francesco - VII, 106.
Doria Paolo Mattia - VIII, 104.
Dou J. Petersz - VI (B) 18.
Douglas G. - VII 98.
Duhamel J. M. C. - VIII, 213.
Du Montel - VIII, 235.
Durand J. Jacques Honorè - VIII, 59.
Dybaudius - VI (C) 9.

Edmunds St. - XII, 11.
Edwards J. - VIII, 174.
Ekman P. N. - VI (B) 71. VII, 133.
Elia Stefano - VI (B) 47. VII, 71.
Elrington Thom. - VII, 123.
Enestrom Gustaf - II, 12.
Errard - V. Bar Le Duc.
Eudosso Gnidio - VIII, 224.
Eugenio - V. Bulgaris.
Eutocio - IX, 3.

Faber Jac. - VIII, 9.
Fabricius Jo. Alb. - II, 4.
Fagnani Gio. Francesco - VIII, 108. XIII, 7.
Fagnani Giulio Carlo - VIII, 116, 119.
Faifofer Aureliano - VII, 210.
Falk H. - VII, 125.
Fardella Michelangiolo - VII, 52.
Faure G. - VIII, 191.
Favaro Antonio - XIV, 10.
Fazzini Lorenzo - VII, 116.
Fermat Pietro - XIII, 5.
Fernel J. - VIII, 23.
Ferrari Giuseppe Antonio - VII, 94.
Filippa di Martiniana Odoardo - VII, 53.
Finæus (Finé) Oronzio - V, 2.VI (B) 7. VII, 3. VIII, 11.
Fioravanti Cosimo - VIII, 86.
Fischer Antonio - VII, 58.
Flauti Vincenzo - VI (A, 40. B, 64.) VIII, 152.
Flussates - V. Candalla.
Flye Saint-Marie - VIII, 228.
Fockens Lamberto - VII, 73. VIII, 112.
Fontana Fortunato - VII, 167.
Forcadel P. - VI (B, 14. C, 7.) XII, 4.
Fortunato da Brescia - VIII, 111.
Fournier George - VI, (A) 19. VII, 26.
Fréard du Castel Raoul Adrien - VII, 77.
Fréart du Chanteloup Roland - X, 12.
Freidlein G. - VIII, 212.
Freigius Gio. Tom. - VIII, 44.
Fusco Giovanni - VIII, 183.

Gabrini Tommaso Maria - VIII, 118.
Galbraith - VII, 165.
Galigai Francesco - VI (C), 1.
Galilei Galileo - 1611 [1].
Gallimard P. M. - VII, 82.
Gartz J. C. - II, 6.
Genocchi Angelo - VIII, 222.
Geraghty W. - VII, 141.
Gestrinius Martinus - VII, 20. VIII, 60.
Ghetaldo Marino - XIII, 2.
Gill - VII, 218.
Giordano Vitale - VI (A), 23.
Girard A. - XIII, 1.
Good S. A. - VII, 161.
Gottigniez (de) Egidio Francesco - VII, 39.
Gracilis Stefano - V, 6.
Gräf C. - VIII, 173.
Grandi Guido - VI (B) 45. VII, 69. Vedi Brunacci Vincenzo.

Grandi Luigi - VII, 179.
Green - VII, 166.
Gregory David - III, 3. IV, 5. V, 9. VI (A) 26. VIII, 96. IX, 8. X, 14. XI, 5. XII, 10. XIV, 7. XV, 3.
Grienberger Christ. - VI (B) 27. VII, 21. VIII, 61.
Grones Giuseppe - VIII, 155.
Grüson Gio. Filippo - VII, 113.
Grynæus Simone - III, 1. V, 1. VIII, 13.
Guarini Guarino - VI (A) 21.

Hachette M. - XIII, 14.
Hällstrom Gust. Gabr. - VII, 134.
Hardy Cl. - IX, 3.
Harles Gotth. Chris. - II, 5.
Hartwig E. W. - VII, 169.
Harvey F. B. - VII, 198.
Haselden Thomas - IX, 9.
Hauber C. Fr. - V, 13. VI ((A) 44. (B) 67). VIII, 139, 159.
Hauff Gio. Carlo Federico - VI ((A) 37. (B) 59). VIII, 140.
Hawtrey S. - VII, 183.
Heiberg J. L. - I, 10. II, 11. III, 5. IV, 7. V, 14. VI (A), 149.
Heikel Henr. - VII, 135.
Heilbronner Jo. Christ. - II, 2.
Hellgren A. E. - VII, 203.
Hennessy John Pope - VIII, 206.
Henrion D. - VI (A) 14. VIII, 55.
Hentsch Jo. Sac. - VIII, 117.
Herbenstein Fed. Ern. - VIII, 102.
Herigone Pietro - IV, 4. VI, (A) 17. VII, 23. VIII, 62. IX, 5. X, 11. XII, 8.
Herlinus Christ. - VIII, 34.
Heron (Alexandrinus) - VIII, 37.
Hilarius Georgius - VIII, 69.
Hill C. J. - VIII, 165.
Hill H. - VII, 67.
Hirsch Meier - VI (C), 15.
Hirst - VIII, 220.
Hodgson Francis - VII, 211.
Hodgson J. - VIII, 106.
Hoffmann Henricus - VII, 28. VIII, 68.
Hoffmann Jo. Jos. Ign. - VII, 117. VIII, 164.
Holtzmann Wlh. - VI (B), 12. VIII, 30.
Hom John. - VI (B), 46.
Hoose Henry L. - VI (B), 74.
Horsley Sam. - VI (A) 38. IX, 14.
Hoste V. P. - VII, 54.
Hoüel J. - VIII, 209.
Housel - XIII, 17.
Howard W. - VII, 209.
Hudson - VIII, 98.
Hultmans F. W. - VII, 202.
Hundson - VII, 192.
Hunt Jo. - VI (B) 42. XI, 6.
Hypsicles - VIII, 5.

Jack Rich. - IX, 11.
Jacquier - VIII, 121.
Jacobi Carlo Fed. Andrea - VIII, 158.
Ingram Alex. - VI (B) 60.
Jocher Ambrogio - VI (B) 2. VIII, 6.
Jori F. Gio. Antonio - VII, 89.
Joung - VII, 177.
Ipsicle - V. Hypsicles.
Isaacus - VIII, 43.
Isbister A. K. - VII, 170.
Isidorus - VIII, 64.

Kaestner Abr. Gotth. - II, 3.
Keill Joan. - VI ((A) 27. (B) 40). IX, 12.
Keith T. - VII, 115.
Kelland P. - VIII, 193.
Kent - VII, 139.
Kepler Jo. - X, 8.
Kilpinen W. - VII, 144.
Kling J. - VII, 151.
Klingenstjerna - 1741 [2]. (Aggiungasi a VI (B) 49).
Knoche J. H. - VIII, 207.
Knopff Christ. - VIII, 50.
Knorr E. - VIII, 198.
Koenig C. G. - VII, 90.
Kourganoff N. - VI (B) 56.
Kresa Jacob. - VI (B) 36. VIII, 90.
Kuypers A. - VII, 90.

Labordus Wilhelmus - VII, 76.
Lacher de Merspurgk - VI (B) 3. VIII, 6.
Lafitte C. - VIII, 189.
Lampredi Urbano - VIII, 163.
Lamy Bernard - VII, 48.
La Montre - VIII, 92.

Landgärd Jo. - VIII, 137.
Lanz (Lantz) Joan. - VI (B) 22. VII, 8.
Lardner D. - VII, 147.
Lauterbach Jo. Ba. - I, 1.
Law - VII, 163.
Lawson - XIII, 9.
Lax William - VIII, 147.
Lecke John - VI (B) 30. VIII, 75. IX, 7. XIV, 5.
Leest (von) Jacob. - VIII, 78.
Leibnitz G. G. - VIII, 93.
Lensæus Arnoldus - VII, 4.
Le Seur - VIII, 121.
Leslie J. - XIII, 15.
Lhuillier - XIII, 12.
Libiola Giovanni - VII, 25.
Lindeman Chr. Fr. - VII, 175.
Linderup H. C. - VII, 108.
Lionnet F. C. - VIII, 229.
Lithander C. L. - VI (A, 41. C, 16).
Lobatschewsky N. S. - VIII, 226.
Lom (von) Johan Hendrik - VI (B) 49.
Lorenz Joh. Frid. - VI (A) 33.
Lorgna Mario - VI (B) 55. VII, 93.
Lowres Jacob. - VII, 152.
Lowthorp J. - VIII, 88.
Lüders Theod. - VII, 44.
Lundgren F. A. A. - VII, 155.
Lutteman C. F. - VII, 118.
Luvini Giovanni - VIII, 215.

Machomet Bagdedin - XIV, 1.
Mackay John. Sturgeon - VII, 208. VIII, 251.
Maerkerus F. J. - VIII, 208.
Maggi Gioacchino - VIII, 123.
Magni Domenico - VI (B) 32. VII, 35.
Magnus Philip. - VIII, 243.
Majer Ludwig - VIII, 247.
Malapertius (Malapert) Carolus - VI (B) 26. VII, 12. VIII, 57.
Malfitani Filippo - VIII, 249.
Manzon Pietro Giovanni - VI (C) 8.
Marchetti Angelo - VII, 57.
Mardelé (Le) P. - VI (A) 16.
Marianini Pietro - XIII, 20.
Marino - IX, 4.
Marius Simon - VI (B), 19.
Marsson J. G. - VIII, 127.
Martin - VII, 180.
Martino (Di) Nicolò - VII, 68.
Martino (Di) Pietro - VI (B) 48. VII, 72.
Masieri Luigi - VIII, 204.
Mason - VII, 145.
Massimino Alessandro - VIII, 227.
Matthias J. A. - VII, 107.
Maurolico Francesco - VIII, 38. X, 9. XI, 2.
Maynard Samuel - VII, 158. VIII, 180.
Medrano (de) Seb. Ferd. - VI (B) 35. VII, 49. VIII, 89.
Meibom (Maybaum) Marcus - XII, 9.
Meier Hirsch - V. Hirsch.
Meisnerus Henricus - VI (B) 39.
Melantone Filippo - IV, 2. VIII, 15. XV, 1.
Melder Christianus - VII, 41. VIII, 82.
Menelao - 1626 [3].
Menge H. - IV, 7.
Mercator N. - VII, 43.
Mersenne F. M. - VI (A) 15. VII, 15. VIII, 63.
Metzing S. - VIII, 171.
Méunier - VIII, 56.
Michelsen - VII, 104.
Minarelli C. - VIII, 201.
Moffatt - VII, 219.
Mohammed - VIII, 142.
Mohr Geor. - VI (A) 22. VIII, 80.
Mollweide K. Brandan - VIII, 149.
Montalbani Ovidio - VIII, 58.
Montaureus P. - VI (C) 4.
Moore Jona - VII, 46.
Morell - VII, 190.
Mouchart - VIII, 131.
Munn D. - VII, 204.

Napoli Ignazio - VII, 112.
Narrien John. - VIII, 185.
Naudé Filippo - VIII, 114.
Nassireddin al Thussi - VI (A) 11.
Niede J. G. C. - VIII, 161.
Niesert - VIII, 145.
Nikitin Yos. - VI (A) 35.
Nixon R. C. J. - VII, 215.
Nokk A. - XI, 7.
Nonancourt (de) Francesco - VIII, 67.
Nonius Petrus - VIII, 24.
Nops Marianne - VII, 205.
Nyberg Yngue - VII, 173.

Ofterdinger L. F. - XIV, 9.
Ognibene da Castellano - VIII, 29.
Ohm Martin - VIII, 156.
Oliva Anton Maria - VI (B) 65. VIII, 154.
Orsini Fulvio - XII, 7.
Ozanam - VI (B) 38. VII, 56.

Paccanaro Domenico - VII, 105.
Paciolo Luca - VI (A) 3. VIII, 8.
Paige - VII, 221.
Pappo - IX, 1.
Pardies Ignace Gaston - VII, 40. VIII, 79.
Paul J. D. - VII, 209. VIII, 252.
Peletarius (Peletier Jacques) - VII, 17. VIII, 21.
Pena (de la Péne) Giovanni - X, 3. XII, 3.
Perle George - VI (B) 31. VIII, 76. IX, 7. XIV, 6.
Petrouchewsky Th. - VI (A, 42. B, 66. C, 17).
Peurbach Giorgio- 1536 [2], 1539 [1].
Peyrard F. - III, 4. IV, 6. V, 12. VI (A) 39. VIII, 144. IX, 15.
Pfleiderer C. F. - VIII, 132.
Pirckenstein (von) A. J. Burch. - VI (B) 34.
Platone Tiburtino - VIII, 17.
Playfair J. - VI (A) 36. (B) 58. XIII, 10.
Plieninger W. H. Th. - VIII, 162.
Pocock James - VIII, 202.
Poggi D. - VII, 212.
Politi Gio. Battista - VIII, 10.
Polynier Pietro - VII, 59.
Poselger Fr. Th. - VIII, 170.
Possevinus Antonio - XII, 6.
Potts Robert - VI (B) 73. VII, 138. VIII, 188.
Proclo - VIII, 12.
Purgotti Sebastiano - I, 6. VIII, 219.
Puteanus Florimundus - VI (A) 13. VIII, 48.
Puyt (de) L. J. - VII, 100.

Ramus Pietro - VI (A) 6. VIII, 76.
Reder Matth. - VII, 109.
Regiomonte (de) Giovanni (Müller) - VIII, 14.
Regolini G. B. - VIII, 100.
Renaldini Carlo - XIII, 4.
Resenus J. Paulus - VI (B) 20. VIII, 49.
Reyher Sam. - I, 3. VII, 55.
Rheticus G. J. - VIII, 18.
Rhodius Ambrosius - VII, 6.
Riccardi Pietro - II, 14.
Riccati Vincenzo - VIII, 120.
Ricci Giovanni - VI (B) 29.
Ricci Matteo - VI (A) 12.
Ricciarelli Rinaldo - VIII, 232.
Richard Claudio - VI (A) 18. VIII, 65.
Richter Aug. - XIII, 16.
Robertson A. - VIII, 177. IX, 17.
Rogg J - VII, 143.
Rohault Giacomo - VII, 50.
Rondelli Geminiano - VII, 47.
Ruelle E. - XII, 12.
Rundbäck Abraham - VI (B) 75. VIII, 210.
Ruth C. O. - VII, 176. VIII, 255.
Rutherford W. - VIII, 184.
Ryeff (Ryff) Pietro - VIII, 46.

Saccheri Girolamo - VIII, 110.
Sacchero Celestino - VIII, 234.
Sacrobosco (Holiwod) Giovanni. 1507 [1], 1516 [1]. 1521 [3], 1531 [1].
Santini Antonio - VIII, 70.
Savilius Henricus - VIII, 47.
Scarbugh Edmund - VII, 60.
Scarlatti Maria - VI (C), 14.
Scheubelius (Scheybl) J. - V, 4. VI (B) 10. VIII, 19.
Schessler - VI (A), 28. VII, 63.
Schmid Jo. Andrea - I, 2.
Schmid Rob. - VII, 45.
Schneider J. Gl. - X, 5.
Schonerus Lazzaro - VIII, 44.
Schooten (von) Fr. - VII, 9. VIII, 52.
Schön Joh. - VIII, 157.
Schott Gasp. - VII, 33.
Schröttering M. W. - VIII, 136.
Schwab Joh. Cr. - VIII, 143. IX, 13.
Seeber Ludwig Aug. - VIII, 182.
Seeley Leonard B. - VII, 191.
Segner J. A. (von) - VII, 97.
Sellier - VIII, 105.
Serenus - 1626 [3].
Seyffer - VIII, 131.
Silicani Agostino Nicola - VII, 99.
Simson Roberto - VI ((A) 32. (B) 54) VIII, 122. IX, 10. XIII, 6.
Sjöstrand Abr. - VI (B), 76.

Smith J. H. - VI (B) 81. VII, 178. VIII, 256.
Soncke L. A. - II, 7.
Stanhope Filippo - XIII, 8.
Steenstra Pybo - VII, 92.
Steinmetz M. - VIII, 41.
Steinschneider M. - I, 11. II, 13.
Stevin Sim. - VI (C), 11.
Sthenius (Sthen) J. - VI (C), 3.
Stone Edward - VI (B) 52. VIII, 115.
Strömer Märten - VI (B) 51. VII, 80.
Sturm Joh. Christ. - VIII, 77.
Suvoroff Pr. - VI (A), 35.
Svamberg Jöns - VIII, 150.

Tacquet Andrea - VI (C), 12. VII, 36.
Tamberlicchi Andrea - VII, 101.
Tartaglia Nicolò - VI (A) 5. VIII, 16. XV, 2.
Tâtk - VII, 194.
Taylor T. S. - VII, 200. VIII, 134, 245.
Tenner G. W. - VII, 124.
Teone - VIII, 4. X. 2.
Thate Th. - VII, 199. VIII, 199.
Theodosius - 1558 [1], 1626 [3], 1691 [3-4].
Thomas (Anglus) - VIII, 72.
Thomson Jam. - VI (B) 72. VII, 136. VIII, 190.
Thompson T. Perronet - VIII, 168.
Tilly (de) J. M. - VIII, 213.
Todhunter J. - VI (B), 78.
Tognoli Oreste - VII, 196.
Tosch Carlo - VIII, 109.
Trollope W. - VII, 142.
Trotter J. - VII, 140.

Unger Ephr. Sal. - VI (A) 46. VII, 122, 157.
Upton Gul. - VIII, 194.

Vachtchenko-Zakhartchenko - II, 9. VI (A) 48. VIII, 242.
Valerio Luca - 1626 [3].
Valla Giorgio - VIII, 2. XII, 1.
Varignon - VIII, 103.
Ventretti Francesco - VI (B) 55. VII, 93.
Verordneten G. - VIII, 54.
Verrooten J. Willlemsz - VII, 22.
Viani de' Malatesti Fulvio - XIV, 4.
Vincent - XIII, 17.
Vinetus (Vinet) Elia - VIII, 39.
Viviani Vincenzo - VI (B) 37. VIII, 84.
Voegelin Giovanni - VII, 2.
Voigt Jo. Heinrich - VIII, 135.
Voodmasse - VII, 162.
Vooght Claes Jans. - VI (A) 25.

Wachter Fried. Lud. - VIII, 153.
Wallace R. - XIII, 11.
Wallace William - VII, 120. VIII, 166.
Wallis Joh. - VIII, 94.
Walmsley John. - VII, 197.
Walton William - VIII, 216.
Warius Pieter - VI (B), 41.
Wedgwood - VII, 164.
Weigel Erhard - VIII, 71.
Weise L. J. - VI (B), 44.
Weissenborn Hermann - II, 10.
Welperus Eberh. - VII, 10.
Westrom C. A. - VII, 174.
Whiston Gu. - VIII, 95.
Whittaker - VII, 154.
Wiemer A. - VII, 171.
Wiessner - VII, 150. VIII, 197.
Williams B. J. M. - VII, 148.
Williams R. - VII, 83.
Williamson J. - VI (A), 34. VIII, 129.
Wilson J. M. A. - VIII, 233.
Witt H. A. - VII, 153.
Wittstein - VIII, 211.
Woepcke Fr. - XIV, 8.
Wright J. M. F. - VII, 127.
Wright R. - VII, 186.
Wurm Julius Friederich - IX, 16.
Wylie A. - II, 8. VI (A), 47.

Xylander von Augspurg - VI (B) 13. VIII, 31.
Ximenes Leonardo - VII, 86.

Young J. R. - VIII, 176.

Zakhartchenko - V. Vachtchenko.
Zamberti Bartolomeo - IV, 1. VI, (A, 2. B, 6). VIII, 3. IX, 1. X, 1. XI, 1.
Zamorano Rodr. - VI (B), 5.
Zaragoza Joseph. - VII, 42. VIII, 83.
Zeipel Ewald Victor - VIII, 196.
Ziegenbalg Ernest Gottlieb - VII, 81.

SUL LAVORO DI DEFORMAZIONE

DEI

SISTEMI ELASTICI

NOTA

del Professor **LUIGI DONATI**

(Letta nella Sessione del 29 Aprile 1888).

L' oggetto di questa Nota verte principalmente sopra alcune proposizioni risguardanti il lavoro interno sviluppato nella deformazione dei corpi elastici, quali il così detto *principio di elasticità* o *teorema del minimo lavoro* dato dal MENABREA e il teorema del CASTIGLIANO intorno alle *derivate del lavoro*, mirando a metterne in luce il significato e la portata in relazione coi principî generali della teoria dell' elasticità. Al qual riguardo non sembra che regni ancora la dovuta chiarezza ed uniformità d' idee, quantunque le proposizioni in sè sieno già volgari e di uso frequente nelle applicazioni, specialmente nella Scienza delle costruzioni, e l' argomento stesso più o meno direttamente si trovi trattato o toccato in molte pubblicazioni. Oltre i lavori dello stesso MENABREA (1) e del CASTIGLIANO (2) mi basti citare a tal proposito quelli del Prof. CERRUTI (3) e del Prof. CANEVAZZI (4), dove come in questo scritto si considera l' argomento dal punto di vista della teoria del potenziale di elasticità. — Ad ogni modo credo che le seguenti considerazioni potranno tornare non del tutto inutili, se non altro per la forma con cui la quistione è trattata nel suo aspetto più generale.

(1) V. Comptes rendus, ecc. Vol. XLVI, an 1858 — *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques* par L. F. MENABREA — e inoltre dello stesso Autore: *Étude de Statique physique.* Turin et Florence chez Bocca frères, 1868 — e: *Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni nei sistemi elastici.* Roma, 1875.

(2) V. *Theorie de l' équilibre des systèmes élastiques* par A. CASTIGLIANO. Turin, 1879 — oltre altre Memorie.

(3) *Sopra un teorema del Sig. Menabrea.* Nota di V. CERRUTI. Atti della R. Accad. dei Lincei. Tomo 2, Serie II, 1875.

(4) *Sulla teoria delle travature.* Monografia di S. CANEVAZZI. Bologna, 1886.

Indichiamo con x, y, z le coordinate cartesiane ortogonali dei punti del corpo o sistema preso a considerare (che supponiamo mantenuto sempre a *temperatura costante*) nel suo stato primitivo, che designeremo con S_0, in cui non essendo soggetto a nessuna forza esterna, esso si trova nella sua condizione di equilibrio naturale, e con

$$x + u\,, \qquad y + v\,, \qquad z + w$$

le coordinate dei medesimi punti materiali nello stato S, quando il corpo si trova deformato sotto l' azione di forze esterne, denotando come di consueto con u, v, w le componenti dello spostamento del punto (x, y, z), che si suppongono funzioni continue delle coordinate e abbastanza piccole per poter essere trattate nei calcoli come differenziali. Indichiamo poi con a, b, c, f, g, h le sei componenti della deformazione nell' intorno del punto (x, y, z):

$$(1)\qquad \begin{gathered} a = \frac{\partial u}{\partial x}\,, \qquad b = \frac{\partial v}{\partial y}\,, \qquad c = \frac{\partial w}{\partial z}\,; \\ f = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\,, \qquad g = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\,, \qquad h = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\,. \end{gathered}$$

Per semplicità supporremo sempre che le u, v, w rappresentino spostamenti relativi prescindendo da un moto generale del corpo riguardato come rigido, o ciò che è lo stesso, riferendoci ad un sistema d' assi fissi nel corpo. In tali condizioni le u, v, w sono pienamente determinate per mezzo dei valori delle $a, b, \ldots h$, dati che sieno in tutti i punti del corpo, e supposto che essi formino un *sistema congruente*, col qual nome intenderemo un sistema di valori ammissibili, cioè tali da poter rappresentare effettivamente le componenti di una *deformazione possibile* del corpo considerato nel suo insieme. Si sa che per questo essi valori debbono soddisfare per tutti i punti del corpo a 6 equazioni, che rappresentano le condizioni necessarie e sufficienti affinchè per un *dato* sistema di 6 funzioni $a, b, \ldots h$ possano sussistere le (1).

Denotiamo con $X_x, Y_x, \ldots$ le componenti della *tensione,* secondo la segnatura di Kirchhoff, con la quale X_n, Y_n, Z_n stanno in generale a rappresentare le componenti secondo gli assi della tensione unitaria esercitata sopra un elemento piano di normale n. E infine indichiamo con X, Y, Z le componenti delle forze esterne agenti sulla massa degli elementi del corpo e riferite all' unità di massa, con ρ la densità e con L, M, N le componenti delle forze esterne unitarie applicate alla superficie del corpo.

Detto τ lo spazio (connesso) occupato dal corpo e σ il suo contorno superficiale di cui designeremo con n la direzione della normale interna, e denotando

con δu, δv, δw delle variazioni infinitesime delle u, v, w, corrispondenti ad uno spostamento *virtuale* dei punti del corpo già deformato, si ha per una trasformazione ben conosciuta (avuto riguardo alle (1) ed alle note relazioni $X_y = Y_x$, $X_z = Z_x$, $Y_z = Z_y$):

$$\int_\tau \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}\right)\delta u \\ + \left(\frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z}\right)\delta v \\ + \left(\frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z}\right)\delta w \end{array} \right\} d\tau + \int_\sigma \left\{ \begin{array}{l} (X_x\cos(nx) + X_y\cos(ny) + X_z\cos(nz))\delta u \\ + (Y_x\cos(nx) + \cdots\cdots\cdots\cdots)\delta v \\ + (Z_x\cos(nx) + \cdots\cdots\cdots\cdots)\delta w \end{array} \right\} d\sigma$$

$$= -\int_\tau \left\{ X_x\delta a + Y_y\delta b + \cdots\cdots + X_y\delta h \right\} d\tau .$$

Ponendo

$$F = \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} ,$$

$$G = \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} , \qquad (2)$$

$$H = \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} ,$$

e tenendo conto delle relazioni

$$X_n = X_x\cos(nx) + X_y\cos(ny) + X_z\cos(nz) ,$$

$$Y_n = Y_x\cos(nx) + \cdots\cdots , \qquad (3)$$

$$Z_n = Z_x\cos(nx) + \cdots\cdots ,$$

la stessa formola può scriversi più brevemente

$$\int_\tau \left\{ F\delta u + G\delta v + H\delta w \right\} d\tau + \int_\sigma \left\{ X_n\delta u + Y_n\delta v + Z_n\delta w \right\} d\sigma \qquad (4)$$

$$= -\int_\tau \left\{ X_x\delta a + Y_y b + \cdots\cdots + X_y\delta h \right\} d\tau .$$

E insieme con essa si ha analogamente l' altra

$$(4)_a \qquad \int_\tau \left\{ u\delta F + v\delta G + w\delta H \right\} d\tau + \int_\sigma \left\{ u\delta X_n + v\delta Y_n + w\delta Z_n \right\} d\sigma$$
$$= -\int_\tau \left\{ a\delta X_x + b\delta Y_y + \cdots + h\delta X_y \right\} d\tau .$$

Si ha inoltre collo stesso processo

$$(5) \qquad \int_\tau \left\{ Fu + Gv + Hw \right\} d\tau + \int_\sigma \left\{ X_n u + Y_n v + Z_n w \right\} d\sigma$$
$$= -\int_\tau \left\{ X_x a + Y_y b + \cdots + X_y h \right\} d\tau ;$$

e più generalmente

$$(6) \qquad \int_\tau \left\{ Fu' + Gv' + Hw' \right\} d\tau + \int_\sigma \left\{ X_n u' + Y_n v' + Z_n w' \right\} d\sigma$$
$$= -\int_\sigma \left\{ X_x a' + Y_y b' + \cdots + X_y h' \right\} d\tau ,$$

dove le quantità accentate si riferiscono ad un altro stato qualunque S'.

Il 2° membro della (4) rappresenta, come si sa, il lavoro virtuale delle forze interne, onde il 1° membro fornisce un' espressione trasformata dallo stesso lavoro. Supponendo che nello stato S il corpo si trovi deformato ed equilibrato sotto l' azione di forze esterne, il cui lavoro virtuale corrispondente è espresso da

$$\int \left\{ \rho (X\delta u + Y\delta v + Z\delta w) \right\} d\tau + \int \left\{ L\delta u + M\delta v + N\delta w \right\} d\sigma ,$$

sommando i due lavori ed eguagliando a zero la somma si ha, giusta il principio di Lagrange, l' equazione generale d' equilibrio

$$\int \left\{ (\rho X + F)\delta u + (\rho Y + G)\delta v + (\rho Z + H)\delta w \right\} d\tau + \int \left\{ (X_n + L)\delta u + \cdots \right\} d\sigma = 0$$

che deve essere verificata qualunque sieno le $(\delta u, \delta v, \delta w)$. Onde ponendo a zero

i coefficienti si ha pei punti interni

$$(7) \qquad \rho X + F = 0\,, \qquad \rho Y + G = 0\,, \qquad \rho Z + H = 0\,;$$

che sono le note equazioni indefinite di equilibrio — dalle quali si passa poi alle equazioni del moto sostituendo alle ρX, ρY, ρZ rispettivamente

$$\rho\left(X - \frac{d^2u}{dt^2}\right), \qquad \rho\left(Y - \frac{d^2v}{dt^2}\right), \qquad \rho\left(Z - \frac{d^2w}{dt^2}\right),$$

cioè comprendendo colle forze esterne anche le *forze d' inerzia* che nascono dalle accelerazioni — e pei punti della superficie si hanno le equazioni di condizione

$$(7)' \qquad X_n + L = 0\,, \qquad Y_n + M = 0\,, \qquad Z_n + N = 0\,.$$

Le quantità F, G, H definite dalle (2) stanno a rappresentare le componenti delle forze (riferite all' unità di volume) cui in virtù dello stato di tensione sono soggetti i singoli elementi del corpo per effetto dell' azione risultante delle parti contigue, e che nella condizione di equilibrio sono uguali e contrarie alle forze esterne come è espresso dalle (7) (e nella condizione di moto, alle stesse forze modificate come si è detto in causa delle accelerazioni). Le X_n, Y_n, Z_n poi sono le componenti della tensione esercitata dall' interno sulla superficie del corpo, uguale e contraria per ciascun elemento alla forza esterna applicata allo stesso elemento, a senso delle equazioni (7)'. Tanto le prime come le seconde rappresentano le reazioni elastiche che nascono dalla deformazione. In ciò che segue io trovo conveniente di sostituire spesso nelle equazioni dove secondo l' uso comparirebbero le forze esterne, al posto di queste, le nominate reazioni; le quali avendo un significato dipendente unicamente dallo stato di tensione del corpo, danno alle relazioni stesse un significato più intrinseco e più generale. Per comodità di dizione le designerò col nome speciale di *elaterii*, e, ove occorra distinguere, chiamerò *elaterii interni* le F, G, H, e *elaterii superficiali* le X_n, Y_n, Z_n.

Partendo dai noti concetti su cui si fonda la nozione di energia, si ammette che l' espressione

$$X_x\delta a + Y_y\delta b + Z_z\delta c + Y_z\delta f + X_z\delta g + X_y\delta h$$

corrisponda (a temperatura *costante*) alla variazione esatta di una funzione dipendente unicamente dallo stato di deformazione nell' intorno del punto (x, y, z), che sta a rappresentare l' energia di deformazione riferita all' unità di volume, o come si dice, il potenziale elementare di elasticità.

Nell' ordinario modo di presentare la teoria si suppone che nello stato primitivo S_0 del corpo non soggetto a forze esterne ed in riposo, tutti gli elementi del corpo stesso si trovino allo stato naturale, di guisa che ogni sua porzione, anche supposta isolata e sottratta all' azione del resto, conservi invariata la propria forma: onde le tensioni sarebbero *nulle* dappertutto e *nulla l' energia di deformazione* di ogni singolo elemento.

Per ogni altro stato S, detta e tale energia, si trova in queste condizioni che deve aversi

$$e = \vec{\varphi}(a, b, c, f, g, h) \,, \tag{8}$$

dove $\vec{\varphi}$ è il simbolo di una funzione omogenea di 2° grado, *sempre positiva* e che solo si annulla per $a = b = c = \cdots = h = 0$, cioè nello stato S_0: onde poi eguagliando l' espressione precedente alla variazione di questa funzione, si hanno le note relazioni

$$X_x = \frac{\partial e}{\partial a} \,, \qquad Y_y = \frac{\partial e}{\partial b} \,, \ldots . \, X_y = \frac{\partial e}{\partial h} \,, \tag{9}$$

le quali danno le componenti della tensione in funzione lineare delle componenti della deformazione, con le reciproche

$$a = \frac{\partial e}{\partial X_x} \,, \qquad b = \frac{\partial e}{\partial Y_y} \,, \ldots . \, h = \frac{\partial e}{\partial X_y} \,, \tag{9$_a$}$$

dove s' intende che e rappresenti l' energia espressa per le tensioni, ossia la forma quadratica reciproca della $\vec{\varphi}(a, b, \ldots h)$.

Si ha pertanto

$$X_x \delta a + Y_y \delta b + \cdots + X_y \delta h = \delta \vec{\varphi}(a, b, \ldots h) \,,$$

$$X_x a + Y_y b + \cdots + X_y h = 2\vec{\varphi}(a, b, \ldots h) \,,$$

$$X_x a' + Y_y b' + \cdots + X_y h' = \psi \begin{pmatrix} a, b, \ldots h \\ a', b', \ldots h' \end{pmatrix} = X_x' a + Y_y' b + \cdots + X_y' h \,,$$

nell' ultima delle quali le quantità accentate si riferiscono ad un altro stato S', e $\psi \begin{pmatrix} a, b, \ldots h \\ a', b', \ldots h' \end{pmatrix}$ sta ad indicare la forma bilineare associata alle $\vec{\varphi}(a, b, \ldots h)$ e $\vec{\varphi}(a', b', \ldots h')$. Per S' infinitamente vicino a S si ha facendo $a' = a + \delta a, \ldots$ e riducendo colla precedente

$$X_x \delta a + Y_y \delta b + \cdots = a \delta X_x + b \delta Y_y + \cdots \,;$$

e quindi per la prima si ha anche

$$a\delta X_x + b\delta Y_y + \cdots\cdots + h\delta X_y = \delta\vec{\varphi}(a, b, \ldots h) .$$

Moltiplicando per $d\tau$ ed integrando si deducono di qua le relazioni corrispondenti per l' intero corpo, che poi trasformate mediante le formole (4), $(4)_a$, (5), (6) danno

$$\text{(I)} \quad \int\Sigma(F\delta u)d\tau + \int\Sigma(X_n\delta u)d\sigma = -\delta\int\vec{\varphi}(a, b, \ldots h)d\tau ,$$

$$(\text{I})_a \quad \int\Sigma(u\delta F)d\tau + \int\Sigma(u\delta X_n)d\sigma = -\delta\int\vec{\varphi}(a, b, \ldots h)d\tau ,$$

$$\text{(II)} \quad \int\Sigma(Fu)d\tau + \int\Sigma(X_n u)d\sigma = -2\int\vec{\varphi}(a, b, \ldots h)d\tau ,$$

$$\text{(III)} \quad \int\Sigma(Fu')d\tau + \int\Sigma(X_n u')d\sigma = -\int\psi\begin{pmatrix} a, & b, & \ldots & h \\ a', & b', & \ldots & h' \end{pmatrix}d\tau = \int\Sigma(F'u)d\tau + \int\Sigma(X_n' u)d\sigma,$$

dove il segno Σ sta ad indicare che al termine scritto vanno aggiunti i due analoghi relativi alle altre due componenti.

La prima di queste relazioni, mediante l' eguaglianza dell' espressione trasformata del lavoro virtuale di deformazione per un sistema qualsiasi $(\delta u, \delta v, \delta w)$ alla variazione corrispondente dell' energia di deformazione dell' intero corpo, ritraduce ancora il principio dell' energia da cui si è partiti ; mentre la seguente $(\text{I})_a$ dà una nuova espressione di eguaglianza per la stessa variazione di energia. La (II) fa conoscere il valore dell' energia totale di deformazione $\int\vec{\varphi}(a, b, \ldots h)d\tau$ in funzione degli elaterii e degli spostamenti. L' ultima infine rappresenta una legge di reciprocità, che riferita al caso dell' equilibrio e poste per gli elaterii le forze esterne si riduce ad un noto teorema dato dal Betti. (1)

Ma può ben darsi che anche senza l' azione di forze esterne, in virtù della connessione fra le diverse parti del corpo, queste si trovino in un certo stato di mutua costrizione, e che quindi non si verifichi la condizione supposta precedentemente, che cioè nello stato S_o gli elementi del corpo sieno tutti allo stato naturale e le tensioni nulle.

Si potrebbe cercare di ridurre ancora la questione al caso precedente per via di decomposizione sostituendo al corpo o sistema dato la considerazione di più

(1) V. *Teoria dell' elasticità* nel Nuovo Cimento, Serie II, T. VI, VII, IX, X.

corpi confinanti, ciascuno dei quali preso a sè soddisfaccia alla condizione predetta, e che si impediscano l' un l' altro con reciproco sforzo. Ma qui ne conviene meglio trattare direttamente questo caso più generale, che comprende naturalmente anche il primo.

Per questo osserviamo che nell' ipotesi che nello stato S_o da cui si contano gli spostamenti (u, v, w) gli elementi del corpo non si trovino allo stato naturale, le quantità $a, b, \ldots h$ definite dalle (1) non rappresentano la deformazione assoluta o totale nell' intorno del punto (x, y, z), ma sì la *nuova* deformazione che per effetto del detto sistema di spostamenti viene a sovrapporsi a quella già preesistente nello stato S_o (che supponiamo di equilibrio stabile). Limitandoci a considerare il caso che quest' ultima sia dello stesso ordine di grandezza, potremo porre pertanto al posto delle $a, b, \ldots h$ le differenze $\mathrm{a} - \mathrm{a}_o, \mathrm{b} - \mathrm{b}_o, \ldots \mathrm{h} - \mathrm{h}_o$, dove i nuovi simboli si riferiscono alle deformazioni assolute, che invertite servirebbero a ricondurre allo stato naturale ogni particella del corpo *considerata separatamente.* Dacchè poi per ipotesi la compagine del corpo non consente *nell' insieme* tale ritorno allo stato naturale, ne segue che le $(\mathrm{a}_o, \mathrm{b}_o, \ldots \mathrm{h}_o)$ o le $(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \ldots \mathrm{h})$ non costituiranno un *sistema congruente* nel senso dichiarato più sopra: il che per altro non toglie nulla evidentemente al loro significato rispetto alle singole parti del corpo considerate in sè.

Posto adunque

$$a = \mathrm{a} - \mathrm{a}_o\,, \qquad b = \mathrm{b} - \mathrm{b}_o\,, \ldots\ h = \mathrm{h} - \mathrm{h}_o\,,$$

saranno

$$\mathrm{e}_o = \vec{\varphi}(\mathrm{a}_o, \mathrm{b}_o, \ldots \mathrm{h}_o)\,, \qquad \mathrm{e} = \vec{\varphi}(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \ldots \mathrm{h})$$

i valori dell' energia unitaria di deformazione nei due stati S_o e S, e

$$(X_x)_o = \frac{\partial \mathrm{e}_o}{\partial \mathrm{a}_o}\,, \qquad (Y_y)_o = \frac{\partial \mathrm{e}_o}{\partial \mathrm{b}_o}\,, \ldots$$

$$X_x = \frac{\partial \mathrm{e}}{\partial \mathrm{a}}\,, \qquad Y_y = \frac{\partial \mathrm{e}}{\partial \mathrm{b}}\,, \ldots$$

le rispettive tensioni. Avuto riguardo alla relazione

$$\vec{\varphi}(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \ldots) = \vec{\varphi}(\mathrm{a}_o + a, \mathrm{b}_o + b, \ldots) = \vec{\varphi}(\mathrm{a}_o, \mathrm{b}_o, \ldots) + \vec{\varphi}(a, b, \ldots) + \frac{\partial \vec{\varphi}(\mathrm{a}_o, \mathrm{b}_o, \ldots)}{\partial \mathrm{a}_o}\, a + \ldots\,,$$

si avrà quindi

$$(8)' \qquad \mathrm{e} - \mathrm{e}_o = \vec{\varphi}(a, b, \ldots h) + (X_x)_o a + (Y_y)_o b + \ldots + (X_y)_o h\,,$$

che dà l' espressione della variazione di energia nel passaggio da S_o a S, la quale può anche essere negativa in alcune parti del corpo; e si avrà inoltre per le tensioni:

$$(9)' \qquad X_x - (X_x)_o = \frac{\partial \vec{\varphi}(a, b, ...)}{\partial a}, \qquad Y_y - (Y_y)_o = \frac{\partial \vec{\varphi}(a, b, ...)}{\partial b}, \ldots .$$

Per mezzo di queste si ottiene il sistema di relazioni:

$$(X_x - (X_x)_o)\delta a + (Y_y - (Y_y)_o)\delta b + \cdots = \delta \vec{\varphi}(a, b, ...),$$

$$(X_x - (X_x)_o)a + (Y_y - (Y_y)_o)b + \cdots = 2\vec{\varphi}(a, b, ...),$$

$$(X_x - (X_x)_o)a' + (Y_y - (Y_y)_o)b' + \cdots = \vec{\varphi}\begin{pmatrix} a, b, .. \\ a', b', .. \end{pmatrix} = (X_x' - (X_x)_o)a + (Y_y' - (Y_y)_o)b + \cdots,$$

$$(X_x - (X_x)_o)\delta a + (Y_y - (Y_y)_o)\delta b = a\delta X_x + b\delta Y_y + \cdots,$$

$$a\delta X_x + b\delta Y_y + \cdots = \delta \vec{\varphi}(a, b, ...),$$

le quali fanno riscontro alle corrispondenti trovate di sopra, da cui differiscono solo pei termini contenenti le tensioni iniziali $(X_x)_o$, $(Y_y)_o$,... che mancano in quelle.

Ma se, come si è fatto per quelle, s' integra a tutto il corpo, trasformando poi colle formole (4) a (6), e si nota che nello stato iniziale S_o gli elaterii per la definizione stessa di esso stato *sono tutti nulli*, spariscono dalle equazioni integrali tutti i termini relativi a S_o, e risultano ancora le equazioni (I), $(I)_a$, (II), (III), le quali adunque valgono ancora per il caso più generale che ora consideriamo.

Insieme con esse si ha poi qui l' altra

$$(IV) \qquad \int e\,d\tau - \int e_o\,d\tau = \int \vec{\varphi}(a, b, ...)\,d\tau,$$

che si deduce dalla (8)' integrando e poi similmente riducendo; e la quale fa vedere che mentre per alcune parti del corpo la variazione di energia nel passaggio da S_o a S può come sopra si è detto essere negativa, per l' intero corpo la nuova deformazione importa necessariamente in complesso un *aumento* di energia. Questa ha dunque nello stato S_o il suo valore *minimo*, generalmente diverso da zero e dipendente dalla compagine del sistema, che si potrebbe chiamare energia *latente* o *vincolata*. L' espressione $\int \vec{\varphi}(a, b, ...)d\tau$ che per ogni altro stato S rappresenta l' eccesso di energia del corpo rispetto allo stato S_o, si può prendere anche per misura del *lavoro totale di deformazione* nel passaggio da S_o a S.

Alle nominate equazioni aggiungerò le seguenti relative a due stati diversi

qualunque $(a, b,...)$, $(a + \Delta a, b + \Delta b,...)$, la cui deduzione, dopo quanto precede, non presenta difficoltà:

$$\text{(V)} \qquad \int \Sigma (F\Delta u)d\tau + \int \Sigma (X_n \Delta u)d\sigma = -\Delta \int \vec{\varphi}(a, b,...)d\tau + \int \vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b,...)d\tau$$

$$\text{(V)}_a \qquad \int \Sigma (u\Delta F)d\tau + \int \Sigma (u\Delta X_n)d\sigma = -\Delta \int \vec{\varphi}(a, b,...)d\tau + \int \vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b,...)d\tau$$

$$\text{(VI)} \qquad \int \Sigma (\Delta F\Delta u)d\tau + \int \Sigma (\Delta X_n \Delta u)d\sigma = -2 \int \vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b,...)d\tau \,.$$

Dalle (V), $(V)_a$ si ritorna alle (I), $(I)_a$ supponendo i due stati infinitamente vicini (avvertendo che $\vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b,...)$ coll'impiccolire delle $\Delta a, \Delta b,...$ si riduce ad una quantità di 2° ordine); e dalla (VI) supponendo che il primo stato coincida con S_o si ritorna alla (II). — Vuolsi notare poi che la $(V)_a$ con la $(I)_a$ conservano il loro significato e sussistono anche per un *sistema non congruente* di variazioni $(\Delta a, \Delta b,...)$ o $(\delta a, \delta b,...)$, come è facile convincersi riandando il modo con cui esse sono state dedotte: il che vuol dire che esse sono applicabili anche ad una variazione per le singole parti del corpo riguardate come indipendenti, e tale che non ne risulti una deformazione possibile per il corpo stesso nel suo insieme.

Osserviamo infine che tutte queste equazioni (I) a (VI) potranno valere anche pel caso di sistemi complessi costituiti di più parti confinanti. Qualora lungo le superficie di separazione non vi sieno strisciamenti, od anche essendovi, se le tensioni o elaterii superficiali opposti riescono normali alle superficie stesse (il che accadrà sempre qualora si prescinda dagli attriti), spariscono dai risultati le parti degl'integrali relative ad esse superficie; ed è come se non esistessero superficie di separazione e si trattasse di sistemi continui.

Dall'equazione (VI) si trae immediatamente la dimostrazione dell'*unicità* del sistema di spostamenti (u, v, w) che fa equilibrio a date forze esterne o, nel nostro modo d'intendere, che sviluppa dati elaterii. Basta osservare che supponendo uguali a zero tutte le ΔF, ΔX_n, ed annullandosi per conseguenza il 1° membro di detta equazione, deve annullarsi altresì $\int \vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b,...)d\tau$; il che porta che si abbia $\vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b,...) = 0$ e quindi $\Delta a = \Delta b = \cdots = 0$, in tutti i punti del corpo: onde vi sarà un solo sistema *congruente* $(a, b,... h)$ e quindi un solo sistema (u, v, w) corrispondente agli elaterii dati. La reciproca sussiste pure, ed il valore degli elaterii risulta pienamente determinato date che sieno le $(a, b,... h)$ o le (u, v, w), *indipendentemente dalle condizioni di tensione preesistenti nello stato* S_o, il che è conseguenza dell'essere gli elaterii tutti nulli in detto stato.

Ne segue che si ha una corrispondenza univoca fra gli elaterii e gli spostamenti, di guisa che dati gli uni, gli altri risultano pienamente determinati; e in tal senso si può dire che gli elaterii sono funzioni degli spostamenti e viceversa: ed inoltre funzioni omogenee e lineari, dacchè evidentemente se si suppone di far variare gli spostamenti in un dato rapporto uguale per tutti, anche gli elaterii variano tutti in quel medesimo rapporto.

Il lavoro di deformazione del corpo nel passaggio da S_0 a S, dato come si è detto or ora da $\int \bar{\varphi}(a, b, ...) d\tau$, si presenta analogamente come funzione omogenea e di 2° grado del sistema $(a, b, ... h)$ delle componenti della deformazione: poichè è pienamente determinato date che sieno le $a, b, ... h$ in tutti i punti del corpo, e ponendo dappertutto per $a, b, ...$ rispettivamente $ka, kb, ...$ dove k è un numero qualunque, esso varia nel rapporto da 1 a k^2.

Lo stesso lavoro di deformazione, data la *congruenza* del sistema $(a, b, ... h)$, cioè trattandosi di una deformazione realmente *possibile* del corpo, si può anche riguardare evidentemente come funzione degli spostamenti (u, v, w) per mezzo dei quali le $(a, b, ... h)$ sono pienamente determinate, e come tale sarà pure omogenea e di 2° grado. E in virtù poi dell' accennata corrispondenza fra gli spostamenti e gli elaterii, ne segue che esso lavoro potrà considerarsi altresì come funzione degli elaterii, similmente omogenea e di 2° grado. Così partendo dalla (II) e riguardando nel 1° membro le $(F, ... X_n, ...)$ come funzioni degli spostamenti o viceversa, si avrà rispettivamente il detto lavoro in funzione degli spostamenti o degli elaterii.

La parola *funzione* è usata qui sopra in un senso che corrisponde ad una estensione del concetto ordinario, nel senso cioè di *quantità che dipende da tutti i valori che una o più funzioni prendono in dati campi*, e che per chiarezza specificherò qui col nome di *funzione di campo*. — Così diremo che le u, v, w relative ad un determinato punto sono funzioni di campo degli elaterii interni e superficiali, e nell' insieme sono funzioni della posizione del punto o delle sue coordinate e funzioni di campo degli elaterii. Lo stesso dicasi reciprocamente degli elaterii rispetto agli spostamenti. Il lavoro di deformazioue è funzione di campo sia degli spostamenti come degli elaterii.

Siffatta estensione del concetto di funzione è stata presa in considerazione in alcuni recenti lavori del prof. Volterra (1) che ne ha fatto argomento di studii interessanti. Qui ne conviene pure per il nostro soggetto di fare qualche breve osservazione intorno a questo genere di funzioni, specialmente per ciò che riguarda il modo con cui si può intendere estesa ad esse la derivazione.

(1) V. Volterra — *Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei. Vol. III, fasc. 4°. 1887.

Diremo che una funzione di campo è *continua*, se dando alla funzione o alle funzioni da cui dipende delle variazioni arbitrarie ma inferiori in valore assoluto ad un numero k, la variazione corrispondente di essa funzione può coll' impiccolire di k rendersi minore di ogni quantità data.

Supposta dunque una funzione continua Φ dipendente dalla funzione ξ data nel campo ω, e presa a considerare una porzione ω_p di campo che formi l' intorno di un punto p, s' immagini data a ξ dentro ω_p una variazione continua $\Delta\xi$ dappertutto di ugual segno ed inferiore in valore assoluto ad un numero k. Se $\Delta\Phi$ è la corrispondente variazione della Φ, e si pone

$$\int_{\omega_p} \Delta\xi d\omega = \varepsilon ,$$

qualora per tutte le variazioni possibili $\Delta\xi$ esista un limite determinato e finito del rapporto

$$\frac{\Delta\Phi}{\varepsilon}$$

per k ed ω_p tendenti a zero, diremo col Volterra che il detto limite rappresenta *la derivata della* Φ *nel punto* p. — Questa derivata, ch' io chiamerò pure *derivata di campo*, dipenderà dalla posizione di p e dai valori della ξ, sarà cioè funzione di campo della ξ e funzione della posizione del punto.

Per una funzione Φ dipendente da più funzioni si potrà parlare allo stesso modo delle sue derivate parziali di campo rispetto a ciascuna di esse.

Questa definizione della derivata di campo concorda con quella a cui si giunge ponendosi come qui faremo sotto un punto di vista semplicissimo, che consiste nel riguardare una funzione di campo come il *limite* di una funzione di un numero finito di variabili. Posta come sopra la continuità della Φ, immaginiamo il campo ω diviso in un gran numero n di parti, ed ammettiamo che coll' ingrandire di n e con una conveniente distribuzione delle parti si possa far sì che in ciascuna parte ω_p, dove la ξ non è costantemente uguale a zero, abbia dappertutto lo stesso segno e la sua *oscillazione* o differenza fra il massimo e minimo valore risulti inferiore ad un dato numero k. Se ora si suppone di sostituire dappertutto in ω_p al valore variabile ξ il valore medio $\bar{\xi}_p$ dato da

$$\bar{\xi}_p \omega_p = \int_{\omega_p} \xi d\omega ,$$

e si chiama Φ_1 il valore modificato che ne risulta per la funzione Φ, la differenza $\Phi - \Phi_1$ potrà coll' impiccolire di k ossia col crescere di n, rendersi inferiore a qualunque quantità data. Si è condotti così a riguardare la Φ come il limite

per n infinito di una funzione delle n quantità $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_p, \ldots \xi_n$, o meglio delle $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_p, \ldots \lambda_n$ che risultano da quelle moltiplicando per le rispettive porzioni di campo:

$$\lambda_p = \bar{\xi}_p \omega_p = \int_{\omega_p} \xi d\omega .$$

Riguardata per tal modo la Φ come funzione delle $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ se si prende la sua derivata rispetto ad una qualunque λ_p, questa al limite si riduce, come è facile vedere, alla derivata di campo superiormente definita: la quale in sostanza rappresenta il limite del rapporto fra la variazione della Φ corrispondente alla variazione della ξ dentro una piccola regione ω_p, e il valor medio di quest'ultima variazione moltiplicato per l'estensione ω_p della regione considerata, il che dà per dir così l'*importo* della variazione della ξ dentro ω_p.

La variazione completa della Φ corrispondente ad una variazione infinitesima $\delta\xi$ della funzione ξ in tutto il campo, si presenta come il limite della variazione di una funzione di un numero finito di variabili:

$$\delta\Phi = \lim \Sigma \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_p} \delta\lambda_p = \lim \Sigma \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_p} \delta\bar{\xi}_p \omega_p ;$$

onde designando semplicemente con (Φ') la derivata di campo, si ha

$$\delta\Phi = \int (\Phi') \delta\xi d\omega ,$$

la quale coincide in sostanza coll'espressione trovata con analisi rigorosa del Volterra. Reciprocamente se si ha l'espressione di $\delta\Phi$ sotto la forma

$$\delta\Phi = \int \theta \delta\xi d\omega ,$$

si potrà concludere di qua

$$\theta = (\Phi') .$$

Lo stesso modo di ragionamento si estende al caso di una funzione dipendente da più funzioni date in uno o più campi. Tale è p. es. il lavoro di deformazione riguardato come funzione degli spostamenti o come funzione degli elaterii interni e superficiali; al quale appunto vogliamo riferire principalmente queste brevi considerazioni, che non hanno pretesa di rigore rispetto alla quistione analitica considerata in generale.

Incomincerò dall' applicazione al teorema del Castigliano intorno alle derivate del lavoro. Per questo osservo che alla predetta doppia dipendenza del lavoro di deformazione fanno riscontro le due diverse espressioni della sua variazione che si desumono dalle (I) e $(I)_a$; la prima delle quali riguardando gli elaterii come funzioni degli spostamenti, darà la variazione del lavoro considerato come funzione degli spostamenti, e la seconda riguardando gli spostamenti come funzioni degli elaterii, darà la variazione del lavoro stesso considerato come funzione degli elaterii. E dalla forma di esse espressioni, avuto riguardo a quanto si è detto di sopra, si conclude subito intanto che: *le derivate di campo del lavoro di deformazione, dato come funzione degli spostamenti, prese rispetto agli spostamenti, sono per ogni punto dell' interno e della superficie uguali e di segno contrario agli elaterii corrispondenti; e le derivate di campo dello stesso lavoro, dato in funzione degli elaterii, rispetto agli elaterii, sono uguali e di segno contrario agli spostamenti.*

Riferendoci ad una porzione elementare ω_p del volume o della superficie del corpo, e notando che il prodotto degli elaterii (forze unitarie) per ω_p rappresenta le forze effettive esercitate sull' elemento considerato, è chiaro dopo quanto precede che la stessa proposizione può enunciarsi dicendo che: le derivate del lavoro rispetto agli spostamenti dell' elemento danno gli *elaterii effettivi* agenti su di esso, e le derivate rispetto agli *elaterii effettivi* danno gli spostamenti. Così l' enunciato è ricondotto alle derivate ordinarie, e può applicarsi anche al caso di forze finite agenti su punti (caso limite di forze la cui azione si concentra in una regione ristretta), come p. es. quando si tratta di un corpo deformato sotto l' azione di forze esterne applicate in determinati punti della sua superficie.

Supponendo adunque il volume e la superficie del corpo divisi in tante porzioni elementari, e prendendo d' ora innanzi ad indicare col simbolo comune η una qualunque delle componenti degli elaterii effettivi sia interni che superficiali relativi a ciascuna porzione, e con u una qualunque delle componenti degli spostamenti, potremo scrivere più semplicemente l' espressione del doppio del lavoro di deformazione dato dalla (II) sotto la forma

$$-\Sigma[\eta u],$$

intendendo che il segno Σ, oltre alla somma per le tre componenti, stia ora ad indicare anche la sommatoria a tutte le parti elementari di volume e di superficie, che rimpiazza in generale il simbolo d' integrazione, e si riduce poi ad un numero finito di termini quando le η si annullino dappertutto salvo che in punti separati, dove poi allora giusta le dichiarazioni precedenti avranno un valore finito. Le due espressioni della variazione di esso lavoro date dalle (I), $(I)_a$ prendono così la forma

$$-\Sigma[\eta\delta u], \qquad -\Sigma[u\delta\eta];$$

e la doppia proposizione precedente, indicando semplicemente con $\Phi(u)$ e $\Phi(\eta)$ il lavoro di deformazione dato rispettivamente in funzione degli spostamenti o degli elaterii, si traduce in generale nelle formole

$$\text{(VII)} \qquad \frac{\partial \Phi(u)}{\partial u} = -\eta\,,$$

$$\text{(VII)}_a \qquad \frac{\partial \Phi(\eta)}{\partial \eta} = -u\,.$$

Riferendoci al caso dell' equilibrio e poste per gli elaterii le forze esterne con segno cangiato, avremo così che: *le derivate del lavoro di deformazione dato per gli spostamenti, rispetto agli spostamenti dei diversi punti, sono uguali alle forze esterne applicate ai medesimi punti (elementi); e le derivate di esso lavoro dato in funzione delle forze esterne, rispetto alle forze applicate ai diversi punti, danno gli spostamenti rispettivi.*

È questo il teorema del Castigliano che egli dimostrò per il caso di un sistema articolato, e poi generalizzò senz' altro supponendo che un corpo qualunque possa riguardarsi come il limite di un sistema articolato, i cui vertici corrisponderebbero alle molecole del corpo, e le tensioni delle aste di collegamento, alle forze intermolecolari. — La deduzione che se ne è data qui, oltre alla sua generalità, ha il vantaggio di determinarne esattamente il significato in ogni caso. Da essa appare che quando si tratta di forze esercitate in punti isolati, nel qual caso l' espressione del lavoro si riduce ad un numero finito di termini, l' enunciato del teorema si riferisce direttamente alle forze effettive applicate ai singoli punti. Quando invece si tratta di distribuzione continua di forze, sia agenti sulla massa degli elementi del corpo, sia sulla sua superficie, il teorema va riferito alle forze esercitate sopra porzioni elementari ω_p di volume o di superficie (intorno del punto p che si considera) ovvero alle forze unitarie che risultano da quelle dividendo per ω_p. La considerazione degli elaterii in luogo delle forze esterne dà poi al teorema stesso un carattere più intrinseco.

Si può notare che la 1ª parte (VII) non rappresenta in fondo che l' espressione ordinaria della proprietà caratteristica del potenziale (energia potenziale) di un sistema, secondo la quale le sue derivate prese negativamente danno le forze sviluppate nel sistema. L' altra parte (VII)_a, riguardando la funzione che rappresenta il lavoro di deformazione come il limite di una forma quadratica di un numero finito di variabili, si presenta quale conseguenza della prima, in virtù di una nota proprietà delle forme quadratiche reciproche: appunto come si hanno le relazioni reciproche (9) e $(9)_a$ fra le deformazioni elementari e le tensioni.

Fra le applicazioni più dirette del teorema in questione vi ha quella di servire al calcolo degli spostamenti dei punti del corpo o sistema, qualora si conosca in

modo qualsiasi l' espressione effettiva del lavoro in funzione delle forze. Al qual riguardo si presenta da fare un' osservazione.

Se, come accadrà d' ordinario nei problemi effettivi, una tale espressione si presenti sotto forma finita, trattandosi solo di forze applicate in certi punti, si può domandare come si abbia a procedere per calcolare lo spostamento di altri punti cui non sia applicata forza alcuna. Per rispondere a ciò basta osservare che la detta espressione deve ritenersi in ogni caso come discendente dalla forma generale $-\frac{1}{2}\Sigma[\eta u]$ con le (u) funzioni delle (η), in cui tutti i termini relativi alle parti del corpo dove non vi sono forze applicate spariscono, in quanto che le η corrispondenti sono uguali a zero. Per il calcolo degli spostamenti si dovrebbe di regola intendere la derivazione applicata all' espressione generale e quindi poste a zero le η nei punti nominati. Ma è chiaro che — fatta eccezione pel punto p di cui si cerca lo spostamento — il risultato è lo stesso supponendo già nulle fino da principio le η nei detti punti (con che non si fa che trascurare dei termini che vengono ad annullarsi di poi), e perciò basterà derivare l' espressione particolare relativa al caso concreto che si considera. Quanto al punto p, la forza non può supporsi nulla da principio dovendosi derivare rispetto ad essa: onde nel caso che in p non sia realmente applicata alcuna forza, converrà tuttavia prendere l' espressione del lavoro quale risulta supponendo che oltre alle forze realmente esistenti negli altri punti, anche in p sia applicata una forza qualunque indeterminata, e derivare rispetto a questa, dopo di che le si attribuirà nel risultato il valore *zero*.

Osserverò infine che si potrebbe facilmente dare a ciò che precede un' espressione generalizzata considerando invece degli spostamenti secondo i tre assi dei punti del corpo, un sistema qualunque di quantità (dello stesso ordine di grandezza) per mezzo delle quali venga determinata la deformazione. Conservando per indicare queste nuove quantità lo stesso simbolo (u), si avrebbe ancora

$$2\Phi = -\Sigma[\eta u],$$

dove Φ indica il lavoro di deformazione, e le (η) stanno a rappresentare le componenti generalizzate delle forze interne che tendono a far variare le (u), essendo queste funzioni lineari ed omogenee di quelle e reciprocamente. Varrebbero per le nuove quantità tutte le relazioni precedenti, e così anche le (VII), $(VII)_a$. Onde poi specializzando si potrebbero ricavare le varie proposizioni che si sogliono dare come altrettanti teoremi particolari.

Veniamo ora alla questione del minimo del lavoro cui si riferisce il teorema del Menabrea.

Se prendiamo a considerare la condizione d' equilibrio del corpo deformato

sotto l' azione di forze esterne ed indichiamo brevemente, secondo la notazione adottata di sopra, con

$$\Sigma[X\delta u]$$

il lavoro virtuale di esse forze per un sistema qualunque di spostamenti (δu), dove X sta ad indicare una qualunque delle componenti delle forze effettive agenti sugli elementi del corpo o della superficie, l' equazione generale di equilibrio data dal principio di Lagrange, ponendo per il lavoro $\Sigma[\eta\delta u]$ delle forze interne $-\delta\Phi$, prende la forma

$$\delta\Phi = \Sigma[X\delta u] .$$

Se le forze esterne hanno un potenziale, talchè

$$\Sigma[X\delta u] = -\delta P , \qquad (P = \text{energia potenziale})$$

l' equazione stessa diviene

$$\delta\Phi + \delta P = \delta(\Phi + P) = 0 .$$

Indicando con E l' energia totale di deformazione, ed avuto riguardo alla (IV) che ora prende la forma

$$\Phi = E - E_0 ,$$

la medesima equazione può anche scriversi

$$\delta(E + P) = 0 ;$$

ed esprime che allo stato di equilibrio (stabile) corrisponde un minimo dell'*energia potenziale complessiva* rappresentata dalla somma $E + P$ dell' energia di deformazione e dell' energia del sistema delle forze esterne. Il che rientra come caso particolare nella nota legge generale di equilibrio formulata dal Dirichlet.

Volendo invece riferirsi all' energia E o al lavoro di deformazione Φ considerati in sè, non si può più evidentemente parlare di minimo in senso assoluto, salvo il caso speciale in cui non vi sieno da considerare forze esterne: chè allora l' energia complessiva si riduce alla sola energia di deformazione, la quale dovrà perciò essere essa stessa un minimo. Infatti si è già visto direttamente che in tal caso il lavoro di deformazione Φ è nullo, e l' energia E ha il suo valor minimo E_0 dipendente solo dalla compagine del sistema.

Nel caso generale si suol dire che il valore di E o di Φ dovrà essere un mi-

nimo *compatibilmente colle condizioni imposte.* Ma un tal enunciato ha in sè troppa indeterminatezza, e parmi anche lasciar adito ad interpretazioni inesatte. — Ecco ora brevemente come secondo me la questione può essere posta in generale nei suoi giusti termini.

Partendo dallo stato S di equilibrio, si consideri la variazione $\Delta\Phi$ del lavoro di deformazione per un cangiamento qualsiasi $(\Delta a, \Delta b, ...)$, che sarà giusta le (V), $(V)_a$ nelle sue due forme, con notazione abbreviata:

$$\Delta\Phi = \Phi(\Delta a, \Delta b, ...) - \Sigma[\eta\Delta u],$$
$$\Delta\Phi = \Phi(\Delta a, \Delta b, ...) - \Sigma[u\Delta\eta].$$

Essa si compone di due parti distinte. Una parte:

$$\Phi(\Delta a, \Delta b, ...), \qquad \text{ovvero} \qquad \int \vec{\varphi}(\Delta a, \Delta b, ...)d\tau$$

è comune alle due espressioni; ed è essenzialmente positiva, e coll' impiccolire delle $\Delta a, \Delta b, ...$ si riduce ad una quantità di 2° ordine. Per la sua forma questa parte potrebbe chiamarsi il potenziale della deformazione relativa, e il suo valore dato dalla (VI):

$$2\Phi(\Delta a, \Delta b, ...) = -\Sigma[\Delta F\Delta u]$$

fa vedere che essa rappresenta la parte di energia dipendente dal nuovo stato elaterico che viene a sovrapporsi a quello già preesistente.

L' altra parte, che può essere positiva o negativa, nella 1ª forma è espressa da $-\Sigma[\eta\Delta u]$ e dipende dal valore degli elaterii preesistenti nello stato S. Nella 2ª forma è rappresentata dall' espressione $-\Sigma[u\Delta\eta]$, equivalente alla 1ª per la legge di reciprocità quando il sistema $(\Delta a, \Delta b, ...)$ sia *congruente.*

Facendo la differenza fra $\Delta\Phi$ e questa seconda parte, rappresentata nelle sue due forme da

$$\Delta\Phi + \Sigma[\eta\Delta u] \qquad \text{e} \qquad \Delta\Phi + \Sigma[u\Delta\eta],$$

avremo ciò che può chiamarsi la *variazione ridotta*, uguale a $\Phi(\Delta a, \Delta b, ...)$, e perciò *quantità essenzialmente positiva, che coll' impiccolire delle* $\Delta a, \Delta b, ...$ *diviene di* 2° *ordine.* Onde poi uguagliando a zero la parte di 1° ordine per una variazione infinitesima $(\delta a, \delta b, ...)$, si ricade sulle (I), $(I)_a$, ossia

$$\delta\Phi = -\Sigma[\eta\delta u] \qquad \text{e} \qquad \delta\Phi = -\Sigma[u\delta\eta].$$

Colla prima di queste, introducendo le forze esterne, si viene nell'ipotesi dell'esistenza di un potenziale P di esse forze, al minimo di $\Phi + P$ di cui sopra. Ma è da notare che $\Sigma[\eta\delta u]$ può riguardarsi in ogni caso come l'espressione di un lavoro esterno prodotto o di uno sviluppo virtuale di energia esterna per parte del sistema; e poichè l' espressione non contiene che quantità inerenti al sistema stesso, la variazione ridotta ha un significato autonomo che persiste anche prescindendo dalle forze esterne e dalla condizione di equilibrio. Lo stesso vale per l'altra forma.

Ciò che si è detto della variazione ridotta sta a significare in generale un minimo del lavoro Φ *in senso ridotto*, quale cioè si avrebbe facendo astrazione dalla parte corrispondente all'energia estrinsecata. Ne segue poi in particolare che si avrà un minimo propriamente di esso lavoro rispetto a tutti quei cangiamenti *che non importano estrinsecazione di energia;* che cioè Φ sarà un minimo nello stato S rispetto a tutti gli stati vicini S' tali che il passaggio da S a S' non sia collegato con uno sviluppo di energia esterna. Onde, specializzando, si avrà un minimo di Φ (o dell'energia E) subordinato alle condizioni

$$\Sigma[\eta\delta u] = 0 \qquad \text{e} \qquad \Sigma[u\delta\eta] = 0.$$

Lasciando la prima, con la quale si resta all'ordinaria equazione del potenziale, fermiamoci più particolarmente all'altra, tenendo presente che l'equazione cui essa si riferisce vale tanto per variazioni congruenti come per variazioni non congruenti. E quanto alle variazioni congruenti ricordiamo che a dati elaterii (η) corrisponde un sistema unico e determinato di spostamenti, e che perciò ogni sistema di variazioni (δu) importa necessariamente qualche variazione degli elaterii; onde supponendo dati gli elaterii in tutti i punti, non è possibile nessuna variazione congruente compatibile con quei valori. Non è più così quando si tratta di variazioni non congruenti, colle quali non si considera più tutto il sistema colla propria compagine ma le singole parti di esso riguardate come indipendenti, essendo possibile allora la considerazione di diversi stati variati corrispondenti agli stessi elaterii, cioè tali che tutte le $\delta\eta$ sieno uguali a zero. Allora però non si può parlar più di spostamenti dei punti del corpo nel suo insieme, nè il lavoro di deformazione può più riguardarsi come funzione degli spostamenti o degli elaterii, ma semplicemente come la somma o integrale $\int\vec{\varphi}(a, b, \ldots)d\tau$ dei lavori relativi agli elementi del corpo considerati partitamente.

Quest'avvertenza è necessaria per fissare chiaramente il significato del teorema del Menabrea, quale lo si suole enunciare, che cioè: *è un minimo il lavoro sviluppato nella deformazione di un corpo qualsiasi sotto l'azione di date forze esterne.* Poichè se s'intendono *date* le forze esterne (o gli elaterii) *in tutti i punti* (ritenendo dato il valore *zero* dove non è applicata alcuna forza), nessun sistema (δu) è possibile;

e non avrebbe senso il dire che il lavoro è un minimo *compatibilmente coi valori dati*, ove non si considerassero più generalmente anche delle variazioni non congruenti, giusta le dichiarazioni date or ora. Più esplicitamente il teorema allora viene a dire che: *a dati elaterii corrisponde un solo e determinato sistema di spostamenti* (u), *cioè un solo sistema congruente* $(a, b, \ldots h)$, *che è quello pel quale il lavoro di deformazione è un minimo rispetto ai valori variati che risultano da ogni variazione non congruente* $(\delta a, \delta b, \ldots \delta h)$ *che lasci immutati gli elaterii.*

La considerazione delle variazioni non congruenti rappresenta un processo astratto, in quanto che riguarda delle deformazioni non realmente possibili. Quando però non si ritengano come dati *tutti* gli elaterii, cioè non si ponga che tutte le $\delta\eta$ sieno nulle, mantenendo solo la condizione generale $\Sigma[u\delta\eta] = o$, basta limitarsi a considerare delle variazioni congruenti, ossia degli spostamenti possibili (δu) dei punti del sistema; e allora la detta condizione equivale per la legge di reciprocità all' altra $\Sigma[\eta\delta u] = 0$, e si rientra nell' ordinaria equazione dell' energia. Solo le due forme differiscono rispetto al processo analitico di applicazione, riferendosi l' una alle (u) e l' altra alla (η) come variabili nella funzione che rappresenta il lavoro.

Tutto poi ad ogni modo si riassume in ultima analisi nella tendenza al minimo di energia potenziale, che regola il modo con cui si trasmette ed equilibra lo stato di tensione attraverso i corpi elastici (come in generale ogni fenomeno fisico), e può intendersi rappresentare il principio di elasticità nel senso il più largo. Del quale si trova l' applicazione in questo, che si può in ogni caso in base alla condizione del minimo determinare le modalità di stato corrispondenti alle peculiari circostanze.

Frequenti esempi di pratica utilità s' incontrano sopratutto nella Scienza delle costruzioni, dove si riesce così, spesso in via semplicissima, alla conoscenza degli elementi relativi a sistemi formati di materiali elastici, che rimarrebbero indeterminati non tenendo conto dell' elasticità. Citerò come uno dei più semplici e interessanti quello che riguarda la determinazione delle tensioni delle verghe soprannumerarie nei sistemi articolati, che è poi anche quello intorno a cui si svolse principalmente la discussione relativa al teorema del Menabrea. Senza entrare in particolari nè rifare la storia ben nota di questa discussione, ricorderò solo che il Cerruti fece vedere nel citato lavoro come la trattazione del problema dei sistemi articolati poteva farsi molto semplicemente come applicazione del teorema del potenziale di elasticità, soggiungendo che il teorema del minimo lavoro preso in tutta la sua generalità non era poi altro che il teorema stesso del potenziale; al qual proposito mi basta richiamarmi alle osservazioni precedenti. D' altra parte il Castigliano stabiliva, come già si disse, il teorema delle derivate del lavoro pei sistemi articolati, d' onde poi dedusse il teorema del minimo come corollario.

Le considerazioni precedenti sono generali, e comprendono anche il caso di

sistemi vincolati, col qual nome intendo di riferirmi ai vincoli *esterni* che danno origine a forze esterne, e vanno distinti dalle connessioni onde risulta la compagine interna del sistema, di cui si è già tenuto conto espressamente. Terminerò ora appunto mostrando come coi principî esposti possa trattarsi in generale la questione della determinazione delle forze incognite che rappresentano le *resistenze dei legami* in tali sistemi.

Siffatti legami consisteranno in generale in un certo numero di relazioni cui devono soddisfare i punti del sistema; e il loro effetto, come si sa, si traduce pei punti che vi sono implicati nell'introduzione di nuove forze il cui valore viene a dipendere da delle quantità indeterminate, in numero uguale al numero delle condizioni stesse, e si può sempre fare che la dipendenza sia *lineare*.

Considerando quindi l'insieme delle forze *date*, che indicheremo ancora col simbolo (X), e di queste nuove dipendenti dai legami, che denoteremo con (X'), e il sistema deformato ed equilibrato sotto la loro azione complessiva, si potranno riguardare gli spostamenti (u) dei punti del sistema come funzioni di tutte le forze (X) e (X') o degli elaterii corrispondenti (η) e (η'). Il valore delle (X') o delle (η') dipenderà, come si è detto, linearmente da delle quantità indeterminate che indicheremo con (λ), che saranno tante quante sono le condizioni: onde supponendo di conoscere l'espressione *letterale* in funzione delle (η) e delle (η'), delle (u) implicate nelle equazioni di condizione, sostituendo in queste ultime tali valori (u), risulterebbero delle equazioni che per mezzo delle (η') verrebbero a contenere le (λ), ed essendo in numero uguale ad esse, potrebbero servire a determinarle. Dopo di che resterebbero determinate anche le (η') o le (X').

Ciò indipendentemente dal modo tenuto per calcolare i detti spostamenti: e perciò anche quando supponendo di conoscere l'espressione del lavoro di deformazione Φ in funzione degli elaterii (η) e (η'), si deducano da questa le (u) per derivazione secondo la $(\text{VII})_a$.

Ma quando si tratti di legami propriamenti detti, o legami *invariabili*, si può procedere più direttamente fondandosi sulla proposizione che: *le derivate del lavoro* Φ *prese rispetto alle* (λ) *sono uguali a zero.*

Questa si dimostra subito osservando che le (X') o le (η') per la loro natura di forze resistenti sviluppate da legami invariabili soddisferanno in complesso alle condizioni $\Sigma[\eta' u] = o$, $\Sigma[\eta' \delta u] = o$, da cui risulta anche

$$\Sigma[u \delta \eta'] = 0 .$$

Supponendo le (η') espresse per le (λ) da cui dipendono, si ha

$$\delta \eta' = \Sigma \frac{\partial \eta'}{\partial \lambda} \delta \lambda ;$$

onde sostituendo nella relazione precedente, essa prende la forma

$$\Sigma \Lambda \delta\lambda = o$$

dove $\Lambda = \Sigma u \frac{\partial \eta'}{\partial \lambda}$, e poichè si ha in generale $(\text{VII})_a$ $u = -\frac{\partial \Phi}{\partial \eta}$, sarà

$$\Lambda = -\Sigma \frac{\partial \Phi}{\partial \eta'} \frac{\partial \eta'}{\partial \lambda} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}.$$

Ora l'equazione precedente dovendo sussistere qualunque sieno le $\delta\lambda$, esige che le Λ sieno tutte uguali a zero; onde si avrà per ciascuna delle (λ):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0,$$

come si voleva dimostrare.

Le (λ) possono venir considerate esse stesse come delle forze, ed è in questo senso che la proposizione precedente può anche enunciarsi dicendo che: *le derivate del lavoro di deformazione rispetto alle forze sviluppate dai legami sono uguali a zero.*

Si hanno così tante equazioni quante sono le (λ) da determinare; e poichè per quanto si è detto è chiaro che le equazioni stesse sono lineari, si vede che la soluzione del problema della ricerca delle resistenze incognite è unica e determinata.

Osserviamo poi che dall' ultima proposizione si può concludere già senz' altro che lo sviluppo delle resistenze avviene in modo che il lavoro di deformazione risulti per parte loro un minimo. Ma è facile vedere come ciò discenda direttamente da quanto fu esposto più sopra.

Riprendendo infatti la condizione generale $\Sigma[u\delta\eta] = o$ relativa al minimo, che qui scindendo le (η) dalle (η') scriveremo

$$\Sigma[u\delta\eta] + \Sigma[u\delta\eta'] = 0,$$

notiamo che essa sarà soddisfatta se supponendo invariate tutte le (η) corrispondenti alle forze date o *attive*, si facciano variare comunque le (η'): poichè annullandosi tutte le $(\delta\eta)$, sparirà la prima somma, mentre la seconda sarà pure uguale a zero per la proprietà caratteristica delle resistenze rilevata poc' anzi. Onde risulta che il lavoro Φ nello stato S di equilibrio sarà un minimo rispetto ad ogni stato vicino S' che corrisponda ad una variazione delle forze sviluppate dai legami o resistenze, rimanendo invariate le forze attive: ed il valore delle resistenze stesse *sarà determinato da questa condizione di rendere un minimo il lavoro* Φ.

Di qui poi supponendo Φ dato in funzione delle (η) e delle (η') e queste ultime dipendenti dalle (λ), si sarebbe mediante la ricerca del minimo di Φ ricondotti alle equazioni

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = o\,,$$

da servire alla determinazione delle resistenze incognite, come sopra.

SUI

FENOMENI ELETTRICI PROVOCATI DALLE RADIAZIONI

MEMORIA

DEL PROFESSOR AUGUSTO RIGHI

(Letta nella Sessione dell' 11 Novembre 1888).

Cap. I.

Esame dei lavori sull' argomento, anteriori alle ricerche dell' Autore.

1. Spetta al Sig. H. Hertz l' onore di avere scoperto un' azione speciale di certe radiazioni, e precisamente delle più rifrangibili, sulla produzione delle scariche elettriche, benchè si sia voluto trovare in esperienze già note di altri fisici qualche analogia con quelle che hanno servito a stabilire l' esistenza di questa nuova serie di fenomeni foto-elettrici. Le esperienze anteriori a quelle di Hertz alle quali alludo, sono di Hittorf e di Schuster.

Nel corso delle sue belle ricerche sopra le scariche nei gas rarefatti, Hittorf riconobbe (1) che un gas percorso da scariche mostravasi conduttore per una debole corrente indipendente dalle scariche stesse. Stabilì questo fatto con un tubo portante, oltre che gli elettrodi necessari per farlo percorrere longitudinalmente dalle scariche, anche due elettrodi laterali, per mezzo dei quali il gas poteva farsi attraversare, in direzione perpendicolare a quella delle scariche, da una corrente dovuta a piccola forza elettromotrice. Stà di fatto che secondo ogni probabilità l' effetto è dovuto alla luce ultravioletta, prodotta dalle scariche, che agisce sugli elettrodi trasversali, ma è del pari vero che nè Hittorf nè altri pensarono alla possibilità di un fenomeno di questo genere, e l' Hittorf stesso sembrò considerare invece l' effetto constatato, come dovuto ad una modificazione prodotta nel gas dalle scariche elettriche che lo percorrono.

Del resto l' esperienza di Hittorf, non so se a ragione, sembrò poco dimostrativa (2), ed un' esperienza di Warren de la Rue e H. Müller (3), nella quale i

(1) Wied. Ann., t. VII, p. 614 (1879).
(2) Wied. Elec., t. IV, p. 504.
(3) Ibid. p. 505.

reofori di due distinte pile sono applicati alle estremità due a due opposte d' un tubo in forma di croce, sembra infirmare l' interpretazione data da Hittorf, poichè, a seconda dell' intensità delle due correnti vedonsi formarsi o due colonne luminose rettilinee entro i rami della croce che vanno ognuna dal polo positivo d' una pila al negativo della medesima, oppure due colonne piegate ad angolo retto, che si estendono dall' elettrodo positivo di una delle pile al negativo dell' altra.

2. Il Schuster (1) volendo studiare le condizioni nelle quali si trova la superficie dei corpi, conduttori o no, posti presso il cammino d' una scarica, fu condotto alle seguenti esperienze. Un recipiente cilindrico di vetro, contenente aria più o meno rarefatta, è diviso in due scompartimenti da una lamina metallica comunicante col suolo. In uno degli scompartimenti trovansi due elettrodi fra i quali si fanno passare delle scariche elettriche, nell' altro o una specie di elettroscopio formato da due foglie d' oro o da due pendolini, che si carica dall' esterno, oppure due altri elettrodi posti nel circuito di una coppia voltaica e di un galvanometro. Nel primo caso, il passaggio delle scariche fra gli appositi elettrodi determinava spesso il pronto scaricarsi dell' elettroscopio, nel secondo, il passaggio medesimo faceva deviare il galvanometro, come se l' aria posta fra gli elettrodi secondari fosse divenuta alquanto conduttrice.

L' analogia fra queste esperienze e quelle di Hertz è meno intima che per quella di Hittorf. Per ricondurre le esperienze di Schuster ad una azione delle radiazioni, bisogna infatti supporre, che le radiazioni emesse dalle scintille sieno riflesse dalle pareti del cilindro di vetro sino a trovare o l' elettroscopio o i due elettrodi secondari. Nel caso dell' elettroscopio che si scarica, sembra però che il fenomeno osservato sia d' altro genere da quelli di Hertz, poichè avrebbe dovuto sempre osservarsi l' azione solo quando i due pendolini possedevano la carica negativa (come si vedrà più oltre), mentre il Schuster ottenne più spesso il fenomeno contrario. Invece, nel caso dell' apparente conducibilità acquistata dall' aria fra gli elettrodi secondari, ammessa la supposta riflessione delle radiazioni, il fenomeno può effettivamente spiegarsi coll' azione scoperta da Hertz.

Però lo stesso Schuster spiegò il fenomeno in altro modo, partendo da un' ipotesi, che può apparire affatto gratuita, e cioè supponendo che gli atomi costituenti le molecole dei gas posseggano cariche opposte come quelle che si ammettono negli atomi dei corpi composti, e quindi i gas medesimi possano condurre l' elettricità solo per elettrolisi. Ma a vincere l' azione reciproca fra gli atomi d' una molecola, occorre, secondo Schuster una forza elettromotrice assai forte, quale appunto entra in azione colle scariche d' una macchina elettrica. Una volta però disgiunti gli atomi e trasportati per diffusione fino nello spazio interposto fra gli elettrodi secondari, essi possono cedere all' azione d' una forza elettromotrice anche piccolissima, e così dar luogo ad una notevole conducibilità elettrica.

(1) Nature, V. 36, n. 925, p. 284 (1887).

3. Ecco ora in che consistono i fatti fondamentali scoperti da Hertz (1). Studiando, per scopo affatto diverso, la produzione simultanea di due scintille, una assai più corta dell' altra, date da un rocchetto d' induzione, si accorse che l' interposizione d' un diaframma opaco fra le due scintille, rendeva anche più corta la più piccola di esse. Naturalmente l' azione fra le due scintille, che viene impedita dalla presenza del diaframma, è reciproca, ma più sensibile nella scintilla di minor lunghezza e consiste in questo, che l' azione di una delle scintille sull' altra, rende più piccola la differenza di potenziale necessaria perchè quest' ultima si produca, restando costante la distanza esplosiva. Variò l' Hertz con acume le sue esperienze, e si persuase che il fenomeno non era dovuto ad azioni elettrostatiche od elettrodinamiche, poichè un diaframma di vetro o di ebanite si comportava come uno di metallo, mentre uno di quarzo o di selenite non dava effetto; ma stabilì invece che una scintilla favoriva la produzione dell' altra per mezzo di una azione propagantesi in linea retta come la luce, poichè onde la scintilla studiata mostrasse l' aumentar di lunghezza quando più diaframmi portanti fenditure erano posti fra le due scintille, bastava che le fenditure e le scintille fossero in una stessa linea retta. Constatò inoltre che l' azione si poteva riflettere come la luce su superficie levigate e suppose fosse dovuta alle radiazioni ultraviolette, poichè l' azione stessa non era intercettata dal quarzo, mentre lo era dal vetro.

Interponendo vari corpi solidi, liquidi o gassosi, questi ultimi contenuti in recipienti chiusi con lastre di quarzo, trovò che alcuni sono permeabili assai alle radiazioni attive ed altri invece si comportano quasi come diaframmi metallici. Fra i liquidi trovò come abbastanza permeabili l' acido solforico concentrato, l' etere, l' alcool, e in minor grado gli acidi cloridrico e nitrico, mentre la paraffina fusa, la benzina, il petrolio, il solfuro di carbonio intercettarono le radiazioni attive. Fra i gas trovò pochissimo trasparenti per le radiazioni stesse, il gas illuminante e il protossido di azoto, assai più trasparente l' anidride carbonica, e completamente il vapor d' acqua. Il cloro, il vapore di bromo e quello di iodio, si mostrarono assai trasparenti per le radiazioni attive.

Localizzando l' azione delle radiazioni lungo la scintilla influenzata, riconobbe che è principalmente presso l' elettrodo negativo che si manifesta l' azione, e così per poco non giunse a considerare l' azione stessa non come esercitantesi sul gas, ma sull' elettrodo negativo, come dovevano poco dopo stabilire E. Wiedemann ed Ebert.

Infine alla scintilla influenzante sostituì, con effetti analoghi, la luce Drummond, quella del magnesio o quella dell' arco voltaico. Con queste sorgenti luminose, in grado più o meno forte ottenne sempre l' effetto osservato prima colla luce della scintilla, e cioè che illuminando gli elettrodi e lo spazio interposto, si facilita la scarica, ossia si rende minore a parità di distanza esplosiva, la differenza di potenziale necessaria a produrla.

(1) Wied. Ann., t. XXXI, p. 983 (pubblicato il 1° Luglio 1887).

4. Per seguire ormai l' ordine cronologico, devo far cenno ora di un lavoro di Svante Arrhenius (1), il quale variò l' esperienza di Hittorf colla vista di dimostrare che l' apparente conducibilità acquistata dall' aria fra gli elettrodi trasversali è dovuta all' azione della luce ultravioletta emessa dalla scarica principale.

A questo scopo adoperò un tubo in forma di L avente due elettrodi alle estremità ed uno, in forma di disco, presso il vertice. Quando le scariche di una macchina elettrica, i cui poli comunicano con uno degli elettrodi estremi e con quello che stà al vertice, percorrono una delle braccia dell' L, se l' aria racchiusa nell' altro braccio è resa luminosa (allorchè l' elettrodo in forma di disco che stà al vertice del tubo fà da catodo, ed è rivolto colla sua superficie verso quella parte), essa mostra la sua apparente conducibilità, per mezzo di due elettrodi trasversali, messi nel circuito d' una coppia e di un galvanometro, come nella esperienza di Hittorf. Con questa disposizione è eliminato ogni pericolo che il circuito secondario sia percorso da scariche derivate.

Ma se l' Arrhenius attribuisce l' effetto alle radiazioni, esso suppone che l' azione si eserciti sul gas e non sugli elettrodi, come del resto risulta dallo stesso titolo della sua Memoria: *Sul potere conduttore dell' aria fosforescente.*

5. I Signori E. Wiedemann ed Ebert (2) ripresero lo studio del fenomeno di Hertz, ne semplificarono le condizioni, ed ebbero il merito di stabilire che l' azione delle radiazioni si esercita, non sul gas, ma sugli elettrodi ed anzi sul solo elettrodo negativo.

Alle scariche d' una macchina d' Holtz sono offerte, mediante biforcazione dei reofori, due vie diverse, in ciascuna delle quali è riservato un intervallo per scintilla. Una di queste scintille, sulla quale si sperimenta, si forma fra due palline racchiuse in un tubo di vetro, nel quale trovasi aria o altro gas a pressione variabile a volontà. Una finestra laterale chiusa da una lamina di quarzo, permette di far cadere sulla scintilla le radiazioni d' una lampada ad arco voltaico, senza che le radiazioni stesse abbiano a traversare il vetro, il quale ne assorbirebbe la parte che è attiva in tali fenomeni. Una lente di quarzo serve poi a concentrare le radiazioni sulla scintilla studiata. Avvicinati gli elettrodi di confronto, cioè quelli che stanno all' aria libera, sinchè la scarica avvenga fra di essi, basta illuminare gli elettrodi posti nel tubo, perchè le scintille mutino posto e si formino entro il tubo medesimo. Bisogna accostare, di una quantità che può misurarsi, gli elettrodi posti all' aria libera (e riparati dalle radiazioni), se si vuole che le scariche si formino di nuovo fra essi.

Ma non solo le radiazioni rendono più piccola la differenza di potenziale richiesta alla produzione delle scintille, ma le modificano notevolmente. Infatti i

(1) Wied. Ann., t. XXXII, p. 545 (1887). Questa Memoria fu comunicata il 14 Settembre 1887 all' Accademia delle Scienze svedese.

(2) Wied. Ann., t. XXXIII, p. 241 (1888). Questa Memoria era stata comunicata compendiosamente alla Società Fisico-Medica di Erlangen, nelle Sedute del 1° Agosto, 14 Novembre e 12 Dicembre 1887.

detti Autori trovarono, che sotto l'azione delle radiazioni le scintille successive, anzichè seguire vie diverse (donde, per causa della persistenza delle imagini, l'aspetto di fiocco o di fascio, che assume la scarica della macchina d' Holtz senza condensatori), seguono tutte lo stesso cammino, e da rosse che erano divengono vivamente bianche. Il numero delle scintille prodotte in un dato tempo cresce, come fu constatato con un tubo spettrale posto in circuito ed osservato in uno specchio girante, ed infine le stesse scariche si seguono con tal regolarità, che un telefono posto in circuito, anzichè un suono rauco che è piuttosto un rumore, fa sentire un puro suono musicale.

Ma ciò che offre nel lavoro di E. Wiedemann ed Ebert il più grande interesse, si è l' avere essi riconosciuto, che si producono i detti fenomeni se si fanno cadere le radiazioni sull' elettrodo negativo, ma per nulla affatto se, nascosto quest' ultimo, esse giungono soltanto sull' elettrodo positivo e sul gas che si trova fra i due elettrodi.

E. Wiedemann ed Ebert cercano poi di collegare questi fenonemi alla teoria che il primo di essi formulò in occasione di altre ricerche (1), e che è fondata su ciò, che un gas rarefatto è reso luminoso dalla scarica, senza un riscaldamento corrispondente di esso.

L' elettricità accumulandosi sugli elettrodi, produrrebbe la polarizzazione dielettrica del mezzo, e cioè una deformazione delle atmosfere eteree delle sue molecole. Raggiunta che abbia la densità elettrica un certo valore, comincia l' elettricità a propagarsi dall' elettrodo negativo al gas, variandosi così istantaneamente la polarizzazione già esistente, con produzione di vibrazioni nelle dette atmosfere molecolari. Siccome la luce nel catodo, emerge solo in direzione normale alla sua superficie, così è a ritenersi che le vibrazioni si formano già alla superficie del catodo, per cui questa più che alla superficie di uu corpo luminoso, è da paragonarsi ad una superficie d' onda. Il periodo delle vibrazioni proprie delle atmosfere eteree, che può essere diverso per i vari gas, è dell' ordine di grandezza dei periodi vibratori delle onde luminose. Se onde luminose di egual periodo giungono al catodo, esse devono favorire la produzione dei fenomeni che costituiscono la scarica dall' elettrodo negativo, e quindi rendere possibile la scarica stessa quando la densità elettrica ha su di esso valori anche piccoli.

6. Al lavoro di E. Wiedemann ed Ebert, seguì da presso quello assai notevole di Hallwachs (2), il quale, fatto tesoro dell' osservazione, che le radiazioni agiscono sull' elettrodo negativo e non sul gas, cercò se un' analoga azione potesse constatarsi sui conduttori elettrizzati negativamente, in quanto a farne più rapidamente disperdere, entro il gas ambiente, la carica.

(1) Wied. Ann., t. IX, p. 160.

(2) Wied. Ann., t. XXXIII, p. 301. Fascicolo pubblicato il 15 Gennaio 1888.

Un chiaro riassunto delle esperienze di Hertz, di E. Wiedemann ed Ebert, e di Hallwachs, è stato fatto dal Dott. Faè, nella Rivista Scientifica Industriale del 15 Marzo 1888.

Egli trovò diffatti, che un disco di zinco elettrizzato negativamente e comunicante con un elettroscopio a foglie d' oro, perdeva rapidamente o anche istantaneamente la sua carica, quando si facevano cadere su di esso le radiazioni dell' arco voltaico. Constatò che l' effetto era maggiore se il metallo era stato di recente pulito, che era pure maggiore sullo zinco che non sul ferro o sull' alluminio, e che era nullo sull' oro non pulito. Si persuase che erano raggi ultravioletti, quelli che meglio producevano l' effetto, ed infine trovò, che l' elettricità dispersa dal disco illuminato poteva raccogliersi su altro conduttore attiguo comunicante con un elettroscopio.

7. Un lavoro ulteriore di Arrhenius (1) chiude la serie di quelli dei quali dovevasi trattare in questo primo capitolo. Continuando nelle ricerche, descritte nel suo lavoro precedente, riuscì a rendere indipendenti affatto le scariche elettriche ed il gas che, secondo lui, una volta illuminato diviene tanto conduttore. Un tubo contenente aria rarefatta, porta due elettrodi assai vicini di platino, ed ha una parete sostituita da una lamina di quarzo. I due fili sono posti in circuito con un galvanometro ed una pila. Appena che delle scariche prodotte esternamente al tubo illuminano gli elettrodi, il galvanometro devìa, e a parità d' altre circostanze la deviazione è massima quando l' aria ha la pressione di 4 a 6 millimetri.

Anche in questa Memoria, che ha per titolo: *Sul potere conduttore dell' aria illuminata,* l' Arrhenius considera l' aria come sede dell' azione che producono le radiazioni ultraviolette.

Cap. II.

Esame dei lavori sull' argomento, pubblicati durante e dopo le ricerche dell' Autore.

8. Le cose erano a questo punto quando intrapresi le ricerche, alla descrizione delle quali sono dedicati i capitoli seguenti. I risultati principali furono già sommariamente pubblicati in sei successive Note (2). Ma durante la pubblicazione

(1) Wied. Ann., t. XXXIII p. 638. Comunicata l' 11 Gennaio 1888 all' Accademia Svedese delle Scienze.

(2) *Di alcuni nuovi fenonemi elettrici, provocati dalle radiazioni.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, seduta del 4 Marzo 1888. Questa Nota è riprodotta nel N. Cimento, 3ª serie, t. XXIII, pag. 61, e nel Journal de Physique, Avril 1888, come pure nei Phil. Mag., t. V, n. 155, p. 25.

Di alcuni nuovi fenomeni ecc. Nota II, Rend. della R. Acc. dei Lincei, 6 Maggio 1888.
» Nota III, » 20 » »
» Nota IV, » 3 Giugno »
» Nota V, » vol. IV, 2° sem., pag. 16.
» Nota VI, » » » 66.

Un brevissimo riassunto di queste sei Note è apparso nei Comp. Rend. del 1° Ottobre 1888. Nella Nota I è contenuta anche una osservazione che riguarda il selenio. Questo corpo, pre-

di queste e dopo, apparvero altri lavori, dei quali è duopo render conto brevemente.

Dopo che la mia prima Nota era apparsa, anche tradotta in francese, fu presentata all' Accademia di Parigi (1) una nota del Sig. A. Stoletow, nella quale sono descritte esperienze che e per le disposizioni sperimentali e pei risultati ottenuti, coincidono quasi in ogni punto colle mie della detta prima Nota, come feci poscia rilevare alla stessa Accademia (2). Solo, invece dell' elettrometro, il Sig. Stoletow fa uso del galvanometro, precisamente come Arrhenius nelle esperienze precedentemente riassunte.

Il Sig. Blondlot (3) sostituì al metallo elettrizzato, una nappa di acqua cadente, o ferma in un vaso, ed elettrizzata negativamente dal polo d' una pila, ma non ottenne traccia di effetto, facendo cadere sul liquido le radiazioni. Trovò invece qualche traccia di effetto sul cartone bianco. Verificò poi, come già aveva annunciato l' Hallwachs, che l' acqua è trasparente per quei raggi che valgono a provocare i fenomeni di cui qui si tratta.

In un' ulteriore comunicazione (4), dopo avere riconosciuto la mia priorità sulle esperienze da lui fatte, il Sig. Stoletow riferisce altre esperienze dalle quali risulta, che contrariamente a quanto egli aveva asserito nella sua prima comunicazione, l' azione delle radiazioni ha luogo solo sui corpi elettrizzati negativamente, accordandosi così con me anche nel solo punto in cui esisteva divergenza fra i nostri risultati. Poscia studia l' azione delle radiazioni, sopra carta o tela imbevuta di diversi liquidi, e trova che questa azione ha luogo in modo tanto più marcato, quanto meno il liquido è trasparente per le radiazioni ultraviolette attive. Così, le soluzioni d' eosina o di fluorescina nell' ammoniaca mostrano sensibilmente il fenomeno di disperdere la carica negativa quando sono illuminate, mentre le soluzioni di fucsina e di violetto d' anilina nell' acqua, agiscono quanto un metallo.

A questa comunicazione il Stoletow ne ha fatto recentemente seguire un' altra (5), in cui rende conto dei risultati di esperienze fatte in vari gas, e cioè aria secca

parato nella sua condizione cristallina, mostra un fenomeno che non presentano i metalli, allorchè riceve radiazioni. La sua forza elettromotrice di contatto rispetto ad un metallo qualunque subisce sotto l'azione delle radiazioni (specialmente delle radiazioni visibili) una temporanea variazione, e precisamente il selenio illuminato si manifesta più elettronegativo del selenio non illuminato. Questo fenomeno, che è di natura affatto diversa da quella dei fenomeni dei quali mi occupo in questa memoria, fu poscia da me più diffusamente studiato. I risultati di questo studio sono pubblicati in una Memoria: *Sulla forza elettromotrice del selenio*, che fa parte dei Volumi pubblicati dalla R. Università di Padova ed offerti all'Università di Bologna, per le feste dell' VIII centenario di questa. La stessa Memoria verrà riprodotta nel N. Cimento, fascicolo Settembre-Ottobre 1888 e successivo.

(1) Nella Seduta del 16 Aprile 1888.
(2) Seduta del 7 Maggio 1888.
(3) Comp. Rend., Seduta 7 Maggio 1888,
(4) Comp. Rend., 4 Giugno 1888.
(5) Comp. Rend., 9 Luglio 1888.

od umida, idrogeno, anidride carbonica. D' accordo con E. Wiedemann ed Ebert e con Arrhenius egli trova nessuna differenza fra i primi gas, ed una rapida dispersione coll' ultimo, ed un massimo d' effetto ad un certo grado di rarefazione.

9. Un lavoro di Hallwachs segue in ordine di data (1). In esso è dimostrato, che un metallo scarico si elettrizza positivamente quando è illuminato. Questo fatto, che è evidentemente molto importante, fu considerato come probabile dal Sig. Hallwachs nella sua prima pubblicazione; ma fu asserito da me in modo sicuro nella mia prima Nota, che d' assai precedè quest' ultimo lavoro del Signor Hallwachs.

Inoltre fu il fatto studiato in modo completo nella mia Nota V; ma trattandosi di un fatto così nuovo e singolare, è stato bene che la dimostrazione venga data da più sperimentatori.

Esperienze in parte simili a quelle di Hallwachs, sono state recentemente eseguite dal Sig. Narr (2). Egli illumina, con una lampada a magnesio, due dischi paralleli, ad uno dei quali dà una carica iniziale costante, ora positiva ora negativa. La sorgente luminosa è posta di lato, ed illumina simultaneamente le faccie prospicienti dei due dischi. Egli trova risultati in generale poco distinti, il che è naturale stante la scelta della sorgente, e per la poca sensibilità dell' elettrometro dei seni, di cui fà uso; ma l' effetto secondo il Narr è più marcato quando il disco caricato possiede l' elettricità positiva.

Non si comprende bene questo risultato, nè la ragione per cui entrambi i dischi vengano simultaneamente illuminati, mentre, per riconoscere una differenza nel modo di comportarsi delle due elettricità, era bene tener all' oscuro il secondo disco, che certo si carica per influenza di elettricità di nome contrario a quella del primo.

10. Per ultimo devo far cenno di alcune osservazioni di Borgmann (3), e di una recentissima Nota di Bichat (4). Il Borgmann vede una relazione fra le esperienze dt Hertz, E. Wiedemann ed Ebert ecc., e le sue, relative alla propagazione nell' aria di correnti elettriche con elettrodi costituiti da fiamme o da punte metalliche. Egli crede che le radiazioni emesse dalle fiamme o dalla stelletta che ha origine sopra una punta mentre disperde elettricità negativa, agiscano sull' elettrodo stesso sul quale esistono, come le radiazioni dell' arco voltaico agiscono sui metalli nelle esperienze richiamate più sopra. Descrive poi un' esperienza nella quale le radiazioni dell' arco voltaico ed una fiamma si aiutano, per così dire, onde far disperdere ad un disco di zinco la sua carica negativa. Davanti al disco è posta la lampada ad arco, a tal distanza da non produrre effetto, anche

(1) Phil. Mag., July 1888. Wied. Ann. 1888, n. 8ª.
(2) Wied. Ann., t. XXXIV, pag. 712, (1888).
(3) Phil. Mag., September 1888, pag. 272.
(4) Comp. Rend., 1 Ottobre 1888.

se davanti al disco, sta una lamina metallica in comunicazione col suolo, traforata per lasciare adito alle radiazioni. La distanza di questa lastra dal disco elettrizzato è tale, che se alla lastra si sostituisce una fiamma in comunicazione col suolo, essa non produce nessun effetto. Ma se la fiamma e le radiazioni dell' arco voltaico agiscono ad un tempo, subito il disco disperde la sua carica, producendosi una corrente fra esso e la fiamma.

Infine, il Bichat descrive questa esperienza. Posto il suo molinello elettrico entro un cilindro conduttore comunicante col suolo, vide che cominciava a girare quando il suo potenziale era di — 63 (C. G. S.); ma illuminandolo coll' arco voltaico cominciò a girare al potenziale di — 22. Deduce da ciò che la convezione ha una parte essenziale nel fenomeno, accordandosi così col mio modo di vedere. Aggiunge poi una curiosa osservazione, che però sembra non avere nessuna intima relazione coi fenomeni dei quali qui si tratta, e cioè che una pianta qualunque collocata sopra un isolatore e comunicante coll' elettrometro, si elettrizza negativamente quando si fanno su di essa cadere i raggi ultravioletti.

Questi sono i lavori che sino a questo momento sono apparsi intorno all' argomento di cui qui si tratta. Fra essi spiccano maggiormente quello di Hertz, che per primo riconobbe l' azione delle radiazioni ultraviolette sulla produzione delle scariche, quello di E. Wiedemann ed Ebert, i quali stabilirono che sede dell' azione è l' elettrodo negativo, e quello di Hallwachs il quale trovò l' accelerarsi della dispersione dell' elettricità negativa per effetto delle radiazioni. Passerò quindi ad esporre i risultati delle mie ricerche, e per amore di chiarezza non seguirò sempre l' ordine nel quale le ricerche stesse furono da me compiute.

Cap. III.

Azione delle radiazioni sull' elettricità di contatto.

11. Le mie prime esperienze furono dirette ad esaminare se le radiazioni ultraviolette modificassero le cariche che assumono per contatto due conduttori affacciati, posti precedentemente per un istante fra loro in comunicazione.

Onde far agire le radiazioni su quella parte della superficie d' uno dei due metalli, che è vicinissima all' altro metallo, non era possibile ricorrere ad una illuminazione obbliqua, stante la grande prossimità che è necessaria fra le due superficie metalliche di diversa natura, onde ottenere deviazioni elettrometriche distinte. Perciò ebbi l' idea di prendere uno dei metalli sotto forma di reticella, e di illuminare l' altro metallo attraverso i vani di essa. È a questa disposizione semplicissima, che è stata addottata da altri dopo di me, che debbo gran parte dei risultati ottenuti.

Un sostegno isolante E (Figura 1) porta un pezzo d' ottone ABC formato da una parte cilindrica A e da una piastra circolare BC, sulla quale possono avvitarsi successivamente diversi dischi metallici D, di diversa natura, aventi in generale 6 centimetri di diametro (che già mi servirono per altre ricerche). Il sostegno E è girevole intorno ad un asse orizzontale O, ma in un senso il moto è vietato, allorchè una forte vite V tocca un pezzo metallico M, verso il quale è spinta da un peso P. Parallelamente al disco è fissata una rete metallica RR (d' ottone, o di ferro, o di platino, quali trovansi in commercio, oppure di zinco che feci espressamente fabbricare, oppure un reticolo di sottili fili metallici paralleli e vicinissimi fra loro). Questa rete è in generale mantenuta in comunicazione col suolo e con una delle coppie di quadranti di un elettrometro, mentre il disco comunica coll' altra coppia. La vite V permette poi di variare la distanza a cui il peso P mantiene il disco D dalla rete RR, mentre, profittando del giuoco che trova la vite centrale del disco, questo può essere ridotto parallelo alla rete, per mezzo di tre piccole viti v, v. Basta far girare il sostegno intorno ad O per allontanare d' un tratto il disco dalla rete.

L' elettrometro da me sempre adoperato è del modello Mascart, ma con specchietto piano e senza lente. L' ago dell' istrumento comunica con uno dei poli di una piccola batteria rame-acqua-zinco di 100 coppie, di cui l' altro polo comunica col suolo, e quando ebbi bisogno d' ottenere la massima sensibilità i due fili di seta della sospensione bifilare furono accostati il più possibile alla parte superiore, mentre furono permanentemente raccorciati i due fili di platino orizzontali che pescano nell' acido solforico e che sono destinati a smorzare le oscillazioni. L' acido fu rinnovato di frequente, onde non adoperarlo più appena diveniva un poco vischioso. Infine, la scala fu tenuta in generale a distanza piuttosto grande dall' istrumento, anche fino ad 8 metri, mentre il cannocchiale, posto su un sostegno indipendente, era a circa $1^{m},5$, in prossimità degli apparecchi che conveniva maneggiare nel corso delle esperienze. A norma della distanza fra i fili di sospensione, e della distanza fra la scala e l' istrumento, la sensibilità fu quindi variata a norma del bisogno, in modo che una differenza di potenziale eguale ad 1 Volta fra le coppie di quadranti, diede una deviazione da 12 a 400 e più particelle della scala.

Un commutatore costruito con vaschettine di rame isolate da colonne d' ebanite e piene di mercurio, permetteva di porre ad intervalli in comunicazione coll' elettrometro una pila campione Latimer-Clarcke. Si aveva così il modo di esprimere le deviazioni in Volta, qualora lo si stimasse necessario, ed in ogni caso si poteva aver idea del grado di sensibilità posseduta dallo istrumento.

Il sistema formato dal disco metallico e dalla rete, o in generale l' apparecchio su cui dovevansi far agire le radiazioni, era rivolto verso una piccola finestra quadrata praticata nel muro del laboratorio, e che si apre in un ambiente attiguo. La finestra era il più delle volte chiusa da una lastra metallica avente un' aper-

tura circolare coperta da una lastra di gesso trasparente (selenite), che permetteva alle radiazioni attive di cadere sugli apparecchi. Al di là del diaframma, e cioè nella camera vicina, stava la sorgente luminosa, la quale non poteva in tal modo esercitare sugli apparecchi nessuna dannosa influenza.

Ho fin dalle prime prove riconosciuto, che le radiazioni capaci di provocare i nuovi fenomeni fotoelettrici, sono le più rifrangibili delle ultraviolette. Infatti la luce ultravioletta solare, che secondo il Sig. Cornu è limitata, dalla parte più rifrangibile dello spettro, dalla lunghezza d'onda 295.10^{-7} (in centimetri), non produce nessun effetto, mentre la luce del magnesio e più ancora quella dell'arco voltaico, che forniscono onde anche più brevi, danno il fenomeno in modo marcatissimo.

Coll'arco voltaico formato fra due carboni, gli effetti sono molto incostanti, quanto ad intensità. Bisogna sempre procurare che l'arco voltaico si formi dalla parte degli strumenti sui quali le radiazioni devono agire, poichè non è la parte più luminosa della sorgente, quella che dà l'effetto. È bene pure ottenere un arco lungo, poichè è più difficile così che si nasconda dietro uno dei carboni quella parte dell'arco che emette più abbondantemente le radiazioni attive.

Ma ho ottenuto gli effetti più potenti sostituendo un cilindro di zinco fuso al carbone positivo. L'arco voltaico diviene così assai più lungo, e la luce ottenuta, che è rosea o violacea, benchè assai meno intensa all'occhio, ha sui corpi elettrizzati un'azione di gran lunga maggiore che quella dell'arco voltaico ordinario. Per esempio, la deviazione elettrometrica ottenuta da un disco metallico parallelo ad una rete di metallo diverso, nel modo che sarà descritto fra poco, anzichè richiedere più secondi o più minuti primi per raggiungere il suo valore definitivo, può divenire colla luce dello zinco, istantanea o quasi. Coi miei apparecchi, la corrente aveva un'intensità di circa 10 Ampère, mentre si produceva l'arco voltaico sullo zinco.

Per servirmi a lungo della luce ottenuta collo zinco, ho trovato comodo un regolatore di Reynier. I bastoni di zinco lunghi 7 centimetri e di 1,5 centimetri di diametro, vengono fissati successivamente al posto del carbone inferiore della lampada. Uno di tali bastoni dura in media cinque minuti primi. Una persona è incaricata di attendere alla lampada, ed ha cura di raschiare di tanto in tanto lo zinco, con un'asticella di ferro, per staccare la crosta bianca d'ossido che tende a formarsi nella sua parte superiore, e che farebbe da schermo. Non si può però impunemente guardare, anche per poco tempo, direttamente la luce emessa dall'arco voltaico in tali condizioni; ma bisogna riparare l'occhio dai raggi più rifrangibili per mezzo di lastre di mica o di vetro. Ho trovato infatti che senza questa precauzione quasi a tutti accade di essere assaliti da un molesto senso di bruciore agli occhi, che finisce col divenire intollerabile. Che sia dovuto ai raggi più rifrangibili, risulta da ciò, che mentre una lastra di vetro o di mica trasparentissime bastano a impedirlo, una di selenite o di quarzo è senza efficacia.

Avendo avuto bisogno in qualche caso, di ottenere effetti anche più intensi, ho aggiunto, fra l' arco voltaico e gli apparecchi, una lente di quarzo, che concentra su di essi le radiazioni (1).

12. Messo per un istante il disco metallico (che, come si è detto, comunica coll' elettrometro) in comunicazione col suolo, mediante una leva metallica girevole, comunicante col suolo, e che può pescare in uno dei pozzetti di mercurio comunicanti col disco, l' ago dell' elettrometro assume una posizione che indica lo zero delle deviazioni.

Se si lascia ogni cosa a sè, la posizione di fermata non varia affatto, dato che gli apparecchi siano in buone condizioni d' isolamento; ma se si allontana d' un tratto il disco dalla rete, si ottiene una deviazione, più o meno grande a norma della variazione di capacità che ha subìto il disco pel cambiamento della sua distanza dalla rete. La deviazione è positiva nel caso di un disco di zinco e della rete di platino; essa è dovuta alla differenza di potenziale che si stabilisce fra i due metalli, e sarebbe nulla se le superficie della rete e del disco fossero identiche chimicamente e fisicamente. Questi sono i noti fenomeni che si possono osservare senza far agire le radiazioni.

Supponiamo invece, che dopo avere per un istante fatto comunicare col suolo il disco, si apra l' adito alle radiazioni. Immediatamente l' elettrometro devìa, in senso negativo nel caso del disco di zinco e della rete di platino, cioè nello stesso senso come se i due metalli (rete e disco) venissero immersi nell' acqua. La deviazione cresce più o meno rapidamente, e infine diviene pressochè stazionaria.

Se a questo punto il disco viene allontanato rapidamente dalla rete, l' elettrometro non dà alcun sensibile indizio di variazione di carica, ammesso, come supponiamo quando non si avverte il contrario, che il disco e la rete abbiano subìto l' azione delle radiazioni stando estremamente vicini l' uno all' altra.

Ciò dimostra che dopo che le radiazioni hanno agito, non esiste più differenza di potenziale fra i due metalli, o in altre parole che: *le radiazioni riducono i due metalli allo stesso potenziale.*

È bene avvertire qui, una volta per tutte, che parlando di potenziale dei metalli, non intendo affermare che nei fenomeni così detti di contatto non intervenga il mezzo nel quale i conduttori sono immersi. Molti ritengono anzi, che le differenze di potenziale di contatto che si osservano nelle esperienze elettrostatiche, spettino piuttosto agli strati d' aria che avviluppano immediamente i metalli, che ai metalli stessi, dal che si avrebbe ragione del non esistere proporzionalità fra le differenze di potenziale di contatto misurate colle esperienze elettrostatiche, e quelle che si possono desumere dal fenomeno di Peltier. A tutt' oggi non vi sono

(1) Ho constatato poi direttamente che le radiazioni attive si polarizzano per riflessione (vedi la Nota VI), come le radiazioni visibili o attiniche, il chè toglie il dubbio che questi fenomeni non sieno causati dalle vibrazioni trasversali dell' etere luminoso.

prove sicure in favore nè di questo modo di vedere, nè del modo di considerare le cose addottato dal Volta, ed intendo lasciare libera la questione, quantunque le esperienze che sto descrivendo appariscano più favorevoli alla prima opinione.

Essendo i metalli ridotti allo stesso potenziale, la deviazione elettrometrica ottenuta per effetto delle radiazioni varrà a misurare la differenza di potenziale di contatto fra i due metalli. Infatti, assumiamo come zero il potenziale dei quadranti allorchè comunicano col suolo, e siano V, V' i potenziali rispettivamente del disco e della rete, allorchè pure comunicano col suolo. Sarà $V - V'$ la differenza di potenziale di contatto fra i due metalli. Se, dopo che le radiazioni hanno prodotto tutto il loro effetto, X è il potenziale dei quadranti che comunicano col disco, sarà $X + V$ il potenziale del disco (dovendo sussistere, fra il disco ed il metallo dei quadranti, sempre la stessa differenza di potenziale V), mentre il potenziale della rete, che è rimasta in comunicazione col suolo, è sempre V'.

L' esperienza indica che i due metalli hanno lo stesso potenziale, dunque:

$$V' = X + V,$$

da cui:

$$X = V' - V.$$

D' onde un mezzo assai preciso per misurare la differenza di potenziale fra due metalli, nell' aria o in un gas qualunque, che in seguito mi propongo di utilizzare.

Se si sperimenta con un disco meno ossidabile del metallo di cui è formata la rete, per esempio disco di rame e rete di zinco, la deviazione elettrometrica provocata dalle radiazioni è positiva. Essa si forma però in un modo assai più rapido e ne vedremo presto la ragione. Si può sostituire al disco di rame uno di mercurio, disponendo orizzontalmente la rete al disopra del metallo liquido, contenuto in un recipiente colmo sin oltre l' orlo. Si ha così un effetto simile a quello che si ottiene col rame, il chè prova che lo stato solido non è necessario, nel corpo che riceve le radiazioni, onde il fenomeno si produca.

Infine, se invece di mettere il disco in comunicazione coll' elettrometro, lo si mette in comunicazione col suolo, e si pone la tela metallica, in tal caso isolata, in relazione coll' istrumento, si ottengono deviazioni di segno contrario, ma non eguali in valore assoluto allorchè la tela metallica è di un metallo più ossidabile di quello con cui è fatto il disco (p. es. rete di zinco e disco di rame). In tal caso, come era a prevedersi, le radiazioni tendono a far disperdere continuamente la carica negativa dello zinco, come nelle citate esperienze di Hallwachs.

In ogni caso poi si ha sempre la stessa deviazione finale, se invece di far cominciare l' azione della luce dopo aver messo per un istante in comunicazione col suolo l' elettrometro, si comincia col comunicargli una carica qualunque, anche se questa è tale da produrre una deviazione maggiore della deviazione finale. Ciò

che principalmente influisce sul valore della deviazione finale è la condizione della superficie dei metalli; perciò essi furono generalmente puliti accuratamente con carta smerigliata, prima d' ogni esperienza.

13. Il sistema di disco e rete si comporta, mentre riceve le radiazioni, come una coppia voltaica a circuito aperto, che può chiamarsi *coppia fotoelettrica.* Si possono riunire parecchie di tali coppie, e formare così una *pila fotoelettrica.*

Ho sperimentato con una pila di 20 coppie, ciascuna delle quali è costituita da una rete di zinco, tesa in una cornice rettangolare di filo di zinco lunga $62^{m},5$ e larga 45^{m}, e da una lastra di rame parallela alla prima di egual grandezza, ed assai vicina. Le coppie sono disposte in serie nel modo ordinario, e cioè, il rame della prima comunica collo zinco della seconda, il rame di questa collo zinco della terza e così di seguito. Lo zinco della prima coppia ed il rame dell' ultima costituiscono i poli della pila. Le coppie sono poi sorrette da colonnette d' ebanite fissate ad una tavola verticale, e sono disposte in 4 fila di 5 coppie ciascuna, in modo da formare un rettangolo. Tutte le coppie sono interamente verniciate con vernice nera resinosa ad eccezione delle superficie di zinco e di rame che trovansi reciprocamente affacciate, onde attenuare, ove non è necessaria, l' azione delle radiazioni (vedi n. 14).

Se lo zinco della prima coppia è tenuto in comunicazione col suolo ed il rame dell' ultima è messo in relazione coll' elettrometro, e se dopo avere messo quest' ultimo in comunicazione col suolo per un momento, si fanno cadere sulla pila le radiazioni dell' arco voltaico (fatto sullo zinco), si ottiene una deviazione positiva che cresce rapidamente sino a divenire eguale a circa 20 Volta. Un piccolo elettroscopio a foglie d' oro si carica in modo visibile mettendolo in comunicazione col polo isolato. Se le radiazioni cessano d' agire, la deviazione diminuisce lentamente per ordinaria dispersione, e diminuisce pure momentaneamente se, come spesso accade per le irregolarità inevitabili nella produzione dell' arco voltaico e nella combustione dello zinco, l' intensità delle radiazioni viene a diminuire. Perciò quando la deviazione ha quasi raggiunto il suo valore massimo, si hanno delle fluttuazioni dovute all' incostanza della sorgente luminosa.

Le cose procedono ben diversamente se si dispongono all' inverso le comunicazioni, vale a dire se il polo zinco comunica coll' istrumento ed il polo rame col suolo. In questo caso sotto l' azione delle radiazioni si ottiene una piccola deviazione negativa, non molto maggiore certo di quella che darebbe una sola coppia.

Ciò si spiega facilmente. Infatti, essendo in comunicazione col suolo il polo rame, i potenziali di tutte le lamine della pila tendono a divenire negativi; ma la carica di un corpo elettrizzato negativamente si disperde prontamente sotto l' azione delle radiazioni (esperienze di Hallwachs), e questo avviene nella stessa rete di zinco che comunica coll' elettrometro. Non può dunque quest' ultimo assumere una carica negativa, se non assai debole. La vernice che ricopre la massima parte della superficie delle coppie attenua, come si vedrà più oltre (n. 14), ma non impedisce questa dispersione.

Questa diversità grandissima di effetti che si ottengono da una *pila foto-elettrica*, secondo che è l' uno o l' altro polo che resta isolato, fornisce la più bella prova, che le radiazioni non agiscono egualmente sui conduttori che hanno la carica positiva e su quelli che l' hanno negativa. Vedremo fra poco, che l' azione ha luogo esclusivamente sui corpi carichi di elettricità negativa.

14. Ho fatto alcune esperienze sostituendo al disco metallico, o sovrapponendo al medesimo, lastre di diverse sostanze.

Un disco di carta, applicato al disco metallico, si comporta, di fronte alla rete di ottone o di zinco, come un metallo poco ossidabile, e cioè sotto l' azione delle radiazioni si carica positivamente. Un disco di abete diede effetto simile. La deviazione però fu in entrambi i casi, e specialmente col legno, assai lenta.

Coprendo con una vernice resinosa il disco o la rete, gli effetti in generale si fanno più deboli, e la vernice nera di Soehné Frères che trovasi in commercio, si mostra più efficace che quella comune di gomma lacca. Però è ben diverso il risultato, secondo che si copre di vernice l' uno o l' altro dei due metalli.

È particolarmente interessante il caso in cui il disco costituisce il metallo più ossidabile della coppia, p. es. disco di zinco e rete di ottone. Verniciando la rete d' ottone la deviazione diviene estremamente lenta a formarsi. Questa esperienza conferma che le radiazioni agiscono su quello dei due conduttori che ha la carica negativa, e quindi nel caso attuale, sull' ottone. Le radiazioni raggiungono quest' ultimo dopo essersi riflesse alla superficie del disco. Si comprende con ciò come la deviazione sia assai più lenta a formarsi quando la rete costituisce il metallo elettronegativo, che nel caso contrario, e si comprende pure come si arrivi sempre alla stessa deviazione finale, anche se si comincia col dare al disco una carica qualunque.

Tutti i fenomeni fin quì descritti si comprendono bene, ammettendo che sotto l' azione delle radiazioni ultraviolette le cariche negative anche debolissime, sieno trasportate lontano dal corpo che le possiede sino ai conduttori circostanti. Uno dei due metalli, rete o disco, assume appunto una carica negativa sia semplicemente in causa della differenza di potenziale di contatto, sia per la carica che può darsi inizialmente all' elettrometro, mentre l' altro metallo assume la carica positiva. È sul metallo negativo, che le radiazioni, o direttamente, o dopo riflessioni, producono il loro effetto. La carica negativa è trasportata sul conduttore positivo, e l' azione non cessa che quando le cariche dei due metalli sono annullate nelle parti affacciate, e quindi quando i metalli stessi sono ridotti allo stesso potenziale (astrazione fatta per ora dai fenomeni di cui si parlerà nel cap. IV).

Vedremo più avanti che secondo ogni probabilità il trasporto delle cariche negative è operato dalle particelle d' aria o in generale del gas nel quale si sperimenta, e che queste si muovono come si muoverebbe qualunque altra particella elettrizzata nel campo elettrico.

Esaminiamo per ora come si modifica l' esperienza variando la distanza alla quale il disco è collocato dalla rete.

15. Ho detto più sopra che non si ha nessun movimento nell' ago dell' elettrometro, allorquando si allontana d' un tratto il disco metallico dalla rete che gli sta di fronte, dopo che le radiazioni hanno agito sui due metalli per un tempo sufficiente onde la deviazione elettrometrica che si forma sotto la loro influenza abbia raggiunto il suo massimo valore.

Ciò non è però esattamente vero, e solo sensibilmente si verifica, se disco e rete erano estremamente vicini durante l' azione delle radiazioni su di essi. Ma se al contrario si pone fin dal principio il disco a qualche millimetro di distanza dalla rete, e poi si fanno agire le radiazioni, i risultati delle esperienze mutano, e tanto più quanto maggiore è quella distanza.

Per chiarezza distinguo due casi, secondo che è elettropositivo per contatto il disco relativamente alla rete, oppure elettronegativo.

Il primo caso si può realizzare con un disco di zinco posto dietro una rete di platino o di ottone. Se la distanza fra essi è estremamente piccola, le radiazioni provocano una deviazione negativa nell' elettrometro comunicante col disco (essendo la rete in comunicazione col suolo), come si è detto più sopra, e riduce i metalli allo stesso potenziale, giacchè, una volta che la detta deviazione si è stabilita, essa più non varia sensibilmente allontanando d' un tratto il disco dalla rete. Ma se invece si pone il disco a distanza maggiore dalla rete, si osserva: 1° che la deviazione negativa prodotta dalle radiazioni è più lenta a formarsi, e tanto più lenta quanto più grande è quella distanza. Per esempio, con disco di zinco e rete d' ottone fra loro vicinissime ottenni:

dopo	10	secondi	d' azione delle radiazioni	— 0,05	Volta
„	20	„	„	0,12	„
„	30	„	„	0,17	„
„	60	„	„	0,30	„
„	90	„	„	0,38	„
„	alcuni	minuti primi	„	0,46	„

mentre che ponendoli ad un centimetro di distanza ebbi:

dopo	10	secondi	d' azione della luce . . .	— 0,04	Volta
„	15	„	„	0,07	„
„	30	„	„	0,13	„
„	60	„	„	0,18	„
„	90	„	„	0,22	„
„	alcuni	minuti primi	„	0,43	„

2° che il valore finale della deviazione (cui si può giungere, sia illuminando senz' altro il sistema, sia cominciando col caricare il sistema formato dal disco e dall' elettrometro ad un potenziale tale da aversi una deviazione negativa più forte della deviazione finale) è minore, di quando si operava con distanza piccola, e tanto più quanto maggiore è la distanza fra rete e disco. Per esempio, ho ottenuto in una serie di esperienze le seguenti deviazioni finali :

Distanza fra disco di zinco e rete di ottone	Deviazione finale in Volta
Minore di $^1/_2$ mm.	— 0,456
2^{mm}	0,431
5^{mm}	0,388

3° che formatasi la deviazione, essa diminuisce allontanando d' un tratto il disco dalla rete, ciò che dimostra che le radiazioni non riducono esattamente i due metalli allo stesso potenziale, ma lasciano al disco di zinco un potenziale positivo, tanto più grande quanto più il disco è lontano dalla rete.

Il secondo caso, cioè di un disco elettro-negativo rispetto alla rete, può realizzarsi con una rete di zinco ed un disco di rame, o meglio di rame dorato, oppure di platino. Mentre anche quì se la distanza fra disco e rete è estremamente piccola le radiazioni riducono i due metalli sensibilmente allo stesso potenziale, quando la distanza suddetta è maggiore si osserva che : 1° la deviazione provocata dalle radiazioni (che in tal caso è positiva) è anche in questo caso più lenta a formarsi. Per esempio, con un disco di rame comunicante coll' elettrometro, e rete di zinco vicinissima e comunicante col suolo, la deviazione elettrometrica arrivava al suo massimo 0,76 Volta, in tre o quattro secondi, mentre che ponendo il disco ad un centimetro dalla rete, ottenni :

dopo	10	secondi	d' azione delle radiazioni	+ 0,12	Volta
„	15	„	„	0,26	„
„	30	„	„	0,38	„
„	45	„	„	0,42	„
„	60	„	„	0,50	„
„	90	„	„	0,57	„
„	alcuni	minuti primi	„	0,78	„

2° che la deviazione finale che si ottiene, sia illuminando senz' altro i due metalli, sia caricando dapprima fortemente di elettricità positiva l' elettrometro, è maggiore di quella che si ebbe quando i due metalli erano vicinissimi fra loro, e tanto più grande quanto maggiore è la distanza fra disco e rete. Per esempio, ho ottenuto in due serie di esperienze questi risultati:

Distanza fra disco di rame e rete d' ottone	Deviazione finale in Volta
Minore di $\frac{1}{2}$ mm.	+ 0,144
2^{mm}	0,158
10^{mm}	0,170

Distanza fra disco di foglia d'oro e rete d' ottone	Deviazione in Volta
Minore di $\frac{1}{2}$ mm.	+ 0,292
10^{mm}	0,315
40^{mm}	0,392

3° che se una volta formatasi la deviazione positiva, si allontana d' un tratto il disco dalla rete, si ha un aumento nella deviazione positiva, tanto maggiore quanto più grande è la distanza iniziale fra i due metalli.

Anche in questo secondo caso dunque, i metalli non sono ridotti esattamente allo stesso potenziale, ma invece quello che direttamente riceve le radiazioni, e cioè il disco, rimane ad un potenziale positivo tanto più elevato quanto maggiore è la sua distanza dalla rete.

In conclusione, i fenomeni che si hanno allorchè si fa l' esperienza ponendo il disco non molto vicino alla rete, rivelano una tendenza, nel disco che riceve le radiazioni, a rimanere con carica positiva.

Fui così naturalmente condotto a studiare se e quali fenomeni si producevano sopprimendo la rete, e cioè illuminando semplicemente un metallo isolato comunicante coll' elettrometro, e precedentemente posto per un momento in comunicazione col suolo. Il risultato generale, che resi noto nella mia prima pubblicazione del 4 Marzo 1888, fu, che il metallo si carica positivamente sotto l' azione delle radiazioni. Ma il fenomeno è stato con maggior cura da me studiato, e ad esso viene dedicato il seguente capitolo.

Cap. IV.

Sviluppo di elettricità positiva nei corpi che ricevono radiazioni ultraviolette.

16. Per constatare questo nuovo fenomeno, che è ben distinto da quello della dispersione dell' elettricità negativa prodotta dalle radiazioni, bisogna impiegare un' intensa luce ultravioletta. Può bastare in molti casi quella che può fornire l' arco voltaico ordinario; ma è meglio far uso dell' arco voltaico formato sullo zinco, concentrando inoltre le radiazioni sul corpo che deve elettrizzarsi, per mezzo d' una lente convergente di quarzo. È facile allora constatare che: *un metallo qualunque si elettrizza positivamente quando cadono su di esso delle radiazioni ultraviolette.* La deviazione elettrometrica, che è positiva con tutti i corpi finora messi alla prova, cresce di più in più lentamente, tendendo a raggiungere un certo valore massimo, che nelle condizioni ordinarie è tutt' altro che piccolo, come si vedrà. Ma in generale questo valor massimo non viene raggiunto, poichè invece ad ogni diminuzione d' intensità delle radiazioni, dovute alle irregolarità di funzionamento della lampada, la deviazione diminuisce, in causa della dispersione ordinaria che ha luogo sempre dalla superficie non illuminata del metallo posto in esperienza, e dalle parti conduttrici dell' elettrometro con esso comunicanti. L' ago dello strumento, dopo aver deviato alquanto in senso positivo, non si ferma, ma oscilla alcun poco in relazione colle variazioni d' intensità delle radiazioni.

Ho quasi sempre adoperati i soliti dischi di 6 cent. di diametro, montati sopra un sostegno isolante, scaricato con cura dall' elettricità che può casualmente possedere. Siccome poi occorre un tempo non breve per esempio da 5 a 10 minuti primi, perchè cessi di crescere la deviazione elettrometrica, quando si vuol conoscere il valore finale della deviazione stessa si può abbreviare l' esperienza caricando dapprima disco ed elettrometro di elettricità positiva. Se questa carica è inferiore di poco a quella che è capace di acquistare il disco per effetto delle radiazioni, in breve la deviazione elettrometrica cresce sino al suo valore massimo. Se per caso la carica iniziale è troppo forte, essa diminuisce per dispersione sino al medesimo valore.

Si può dire evidentemente che: *le radiazioni ultraviolette aumentano la carica di un corpo che già possegga una carica iniziale positiva inferiore ad un dato limite.*

Invece di mantenere il disco in comunicazione coll' elettrometro, mentre agiscono su di esso le radiazioni, si può operare in quest' altra maniera. Si tiene isolato il disco e si fanno agire su di esso le radiazioni, poi lo si porta in contatto del filo che va all' elettrometro, dopo avere posto per un istante lo strumento in comunicazione col suolo. Il disco cede allora coll' elettrometro parte dalla propria carica, e l' ago devìa in senso positivo. Questo modo d' operare che ho impiegato di rado, ho voluto qui indicare, perchè può servire a togliere alcuni dubbi intorno alla produzione della carica positiva del disco.

Per fare una semplice esperienza di dimostrazione si può sopprimere quel diaframma metallico, che ha una finestra chiusa da una lamina di gesso, e che si pone fra la sorgente luminosa ed il metallo che riceve le radiazioni. Quest' ultimo si fà assai esteso, e lo si avvicina assai alla sorgente. Per esempio, illuminando coll' ordinario arco voltaico una lastra di rame piegata a cilindro, di circa 1000 centimetri quadrati, comunicante coll' elettrometro, e posta a circa 20 centimetri di distanza dalla sorgente, ho ottenuto questi risultati.

	Potenziale della lastra in Volta dato dall' elettrometro.
Dopo 15 secondi d' azione della luce	+ 2,35
„ 30 „ „	2,95
„ 45 „ „	3,52
„ 60 „ „	3,76
„ alcuni minuti primi (deviaz. quasi stabile)	6,28

Coi soliti dischi di 6 centimetri di diametro, e colla disposizione descritta più sopra, cioè tenendo la sorgente alquanto lontana dal disco, in modo da eliminare ogni causa di errore, le deviazioni si formano con lentezza di gran lunga maggiore.

Ho riferito questi numeri solo per dare un' idea dell' andamento del fenomeno, ma essi non hanno nulla di assoluto, poichè i risultati mutano, non solo al variare dell' intensità delle radiazioni, ma anche al variare della capacità della lastra (come si vedrà più oltre) e delle condizioni della sua superficie. Una lastra da poco pulita con carta smerigliata dà fenomeni molto più intensi di una che fu abbandonata qualche ora all' aria.

17. Varia la carica prodotta dalle radiazioni, secondo la natura dei metalli che le ricevono. Diversi dischi di metallo di eguali dimensioni e sostituiti successivamente l' uno all' altro, diedero, in una serie di prove, le seguenti deviazioni:

	Dopo 30 secondi	Deviazione finale
Oro (foglia applicata ad un disco di rame) . .	+ 0,187 Volta	+ 3,42 Volta
Rame	0,150 „	2,75 „
Bismuto	0,105 „	
Selenio	0,101 „	
Nichel.	0,098 „	
Carbone di storta	0,090 „	
Stagno.	0,083 „	
Ferro	0,075 „	1,23 „
Mercurio puro (illuminato per riflessione) .	0,057 „	

Come si vede, i metalli si seguono presso a poco secondo la serie di Volta, essendo massimo l' effetto sui più elettronegativi e minimo sui più elettropositivi. Il fenomeno è dunque ben distinto da quello della dispersione della carica negativa, la quale secondo Hallwachs, come pure secondo ricerche mie che riferirò più oltre, avviene molto più rapidamente collo zinco, che non col rame o coll' oro.

I numeri della precedente tabella (penultima colonna), e cioè le deviazioni ottenute dopo tempi eguali d' azione delle radiazioni, non rappresentano però il limite di carica che possono raggiungere i diversi metalli, e potrebbe credersi che indipendentemente si facesse sentire ancora l' influenza di una diversa rapidità di formazione della carica finale. Ma i numeri dell' ultima colonna danno per l' oro, il rame e lo zinco, la deviazione massima, nelle condizioni delle mie esperienze, e si vede che anche per rapporto alla massima deviazione i tre metalli si seguono nello stesso ordine.

Non solo si caricano di elettricità positiva, quando cadono su di essi i più rifrangibili dei raggi ultravioletti, i metalli ed il carbone, ma anche sostanze semiconduttrici o isolanti.

Queste ultime, prese sotto forma di dischi furono applicate ad un disco di rame comunicante coll' elettrometro, ed impiegate solo quando si aveva la certezza che non possedessero traccia di cariche accidentali.

Nelle stesse condizioni delle precedenti esperienze fatte per comparare i vari metalli, ho ottenuto:

	Dopo 30 secondi d' azione delle radiazioni
Legno d' abete	+ 0,016 Volta
Cartone bianco	0,000 „
Solfo fuso da poco (e quindi anche trasp.)	traccie „
Solfo fuso (e già divenuto opaco). .	0,126 „
Ebanite.	0,078 „
Vetro	traccie „

È notevole il diverso modo di comportarsi dello solfo, secondo le sue condizioni molecolari.

Coi corpi isolanti si può operare anche nel modo seguente. Si prenda un disco di solfo fuso sostenuto da una colonnetta di vetro, e dopo averlo scaricato sopra una fiamma, lo si esponga a ricevere le radiazioni per qualche tempo. Se allora lo si avvicina ad un disco metallico di egual grandezza e comunicante coll' elettrometro, si ha per influenza una deviazione positiva. Questo modo così semplice di operare, è sopratutto addatto per mettere in evidenza l' esistenza del fenomeno.

18. Siccome non basta mettere in comunicazione col suolo un conduttore, per essere sicuri che la sua carica superficiale sia zero, così potrebbe nascere in qual-

cuno il dubbio che le esperienze precedenti fossero dello stesso genere di quelle che provano la dispersione della elettricità negativa per effetto delle radiazioni. Infatti, se si ammette che i corpi che circondano il disco metallico su cui si fanno cadere le radiazioni, sieno più elettropositivi di esso, il disco rimarrà con una carica superficiale negativa allorchè lo si mette in comunicazione col suolo. Il disperdersi di questa carica negativa per effetto delle radiazioni, farà deviare in senso positivo l' elettrometro comunicante col disco.

Quantunque non manchino argomenti che mostrano inverosimile questa ipotesi, tuttavia ho istituite esperienze destinate a far vedere come le radiazioni possono caricare realmente di elettricità positiva un metallo che sia perfettamente scarico o che abbia inizialmente una lieve carica positiva, che poi le radiazioni accrescono.

Una scatola cubica di metallo (Fig. 2) di circa 16 centimetri di lato, ha sul centro d' una faccia CD una piccola apertura, per la quale passa liberamente un filo FG di metallo che sostiene un disco HL, e che è sorretto all' esterno da una colonnetta d' ebanite M. Il filo, il disco e la scatola, sono dello stesso metallo, e ben puliti con carta smerigliata.

Supponiamo che il disco comunichi coll' elettrometro e la scatola col suolo. Se per un istante si pone in comunicazione col suolo anche il disco, è certo che esso rimarrà perfettamente scarico, circondato com' è da un conduttore la cui superficie è di natura identica alla sua e con esso comunicante. Se dopo ciò si fanno cadere le radiazioni ultraviolette (dell' arco voltaico fatto sullo zinco, e concentrate colla lente di quarzo) sul disco HL, facendole penetrare nella scatola per mezzo di innumerevoli forellini praticati nella parte centrale della faccia AB, l' elettrometro devìa lentamente ed in senso positivo.

Se il disco HL è pulito meglio o da meno tempo, che non la superficie interna della scatola, è verosimile che, comportandosi per questa circostanza come un corpo più elettropositivo, esso resti con una lieve carica positiva allorchè lo si mette in comunicazione col suolo. Ad onta di ciò si ha la deviazione positiva nell' elettrometro, non appena le radiazioni agiscono sul disco.

Non può dunque sussistere più nessun dubbio intorno alla causa della carica positiva che assume un corpo che riceve radiazioni. Essa è veramente dovuta ad una azione delle radiazioni, le quali probabilmente provocano un trasporto di elettricità negativa per opera delle particelle gassose che circondano il corpo illuminato. Se il disco è tenuto in comunicazione col suolo e la scatola coll' elettrometro, si raccoglie in questa una carica negativa.

19. Se si mette in relazione questo caricarsi positivamente di un metallo isolato quando riceve le radiazioni, colle variazioni nella deviazione elettrometrica che si ottengono da un disco posto di fronte ad una rete metallica a diverse distanze (vedi n. 15), si giunge facilmente a prevedere, che la deviazione positiva data da un disco isolato deve divenire di più in più piccola, avvicinando ad esso una lastra metallica della stessa natura e comunicante col suolo.

Se infatti si pone il disco HL assai più vicino alla faccia AB della scatola, la deviazione finale prodotta dalle radiazioni diviene più piccola, ed anzi tanto minore quanto più vicino si pone il disco alla lastra traforata. In pari tempo però, il fenomeno si compie con maggiore rapidità.

Ciò prova che cessa di accrescersi la carica positiva del metallo che riceve le radiazioni, non già quando il suo potenziale ha raggiunto un determinato valore, poichè se ciò fosse la deviazione elettrometrica sarebbe indipendente dalla distanza fra disco e parete opposta della scatola, ma quando il metallo che riceve le radiazioni ha raggiunto un certo potenziale tanto minore quanto minore è la distanza suddetta.

Ora, al variare della distanza fra il disco illuminato e la lastra di egual natura posta ad esso di fronte, varia in senso inverso la sua capacità elettrostatica, e quindi anche la densità elettrica alla superficie del disco relativa ad un dato valore del potenziale. Nasce quindi spontanea l' idea, che ciò che influisce sul far cessare l' accrescersi della carica positiva provocata dalle radiazioni, sia la densità elettrica sulle parti metalliche che le ricevono. Infatti, si comprende allora facilmente che perchè la densità elettrica sul disco raggiunga quel determinato valore pel quale cessa di accrescersi la carica, deve il disco stesso essere portato ad un potenziale tanto più elevato, quanto più piccola è la sua capacità.

Per sottoporre questa ipotesi alla prova dell' esperienza, ho costruito l' apparecchio della figura 3. Il disco di rame AB che riceve le radiazioni, è posto di fronte al disco di rame IL, che è traforato finamente nella parte centrale onde dar adito alle radiazioni, e che è mantenuto in comunicazione col suolo. La distanza fra i due dischi può variarsi a piacere, e farsi per esempio eguale ora ad $^1/_2$ mm. ora a 20^{mm}.

Il disco AB è poi formato di due parti; una fissa, che è un anello piano con foro di circa 6 centimetri di diametro, e una parte mobile CD, che copre l' apertura, e che è fissata per mezzo dell' asta EF al sostegno isolante MN mobile intorno all' asse O. Dopo che il disco composto $ACDB$ è stato messo un istante in comunicazione col suolo, e che le radiazioni hanno agito per un tempo sufficiente, si fa girare il sostegno MO intorno ad O, sinchè l' estremo F dell' asta EF vada a toccare un pezzo metallico comunicante coll' elettrometro. Si ottiene allora una deviazione proporzionale alla carica che era distribuita sulla porzione CD del disco illuminato, e per conseguenza proporzionale alla sua densità elettrica.

Ma conviene eliminare quella carica che può distribuirsi sulla faccia esterna di CD, ed a ciò serve un terzo disco di rame isolato GH posto dietro ai due primi, e comunicante con AB. Prima di muovere il sostegno MN, e dopo avere un pò scostato CD da AB, si allontana GH senza toccarlo, ed a questo scopo esso ha un taglio radiale per lasciar passare l' asta EF, ed è sostenuto da un braccio mobile intorno ad un asse (non rappresentato nella figura) parallelo ad EF. Il disco GH viene dunque spostato nel proprio piano, rimanendo isolato, sino a che

riesca possibile il movimento di *CDEF*. Con questa disposizione, analoga a quella dell' elettrometro ad anello di guardia di Thomson, il disco *CD* non trasporta all' elettrometro che quella carica che è distribuita sulla sua faccia rivolta al disco *IL*.

Facendo diverse prove, e variando dall' una all' altra la distanza fra *AB* ed *IL*, si ottiene così una misura relativa della densità elettrica che nei vari casi assume la parte centrale di *AB*, dopo che le radiazioni hanno agito per un tempo abbastanza lungo, onde la massima carica venga raggiunta.

Il risultato generale di molte esperienze, eseguite con questo apparecchio, è stato quello previsto, e cioè ho ottenuto una deviazione elettrometrica sensibilmente costante, variando da $^1/_2$ a 20 millimetri la distanza fra *AB* ed *IL*.

In tali esperienze, le radiazioni emesse dall' arco voltaico fatto collo zinco, erano concentrate colla lente di quarzo sui dischi e per essere sicuri che, anche quando la distanza fra il disco illuminato e quello comunicante col suolo era di 20 millimetri, venisse raggiunto il massimo di carica, si lasciavano agire in ogni esperienza le radiazioni per circa 5 minuti primi. La deviazione ottenuta al momento in cui l' asta *EF* giungeva a toccare il pezzo di comunicazione coll' elettrometro, era di circa 20 particelle della scala, mentre la sensibilità dell' elettrometro era tale, che un Volta era rappresentato da 245 particelle.

Se invece di eseguire le esperienze nel modo descritto, si tiene il disco *ACDB* in permanente comunicazione coll' elettrometro, si ottiene naturalmente una deviazione maggiore, ma differente secondo che è più o meno grande la distanza fra i dischi. Coi dischi a 20^{mm} essa fu per esempio di 69 particelle, e coi dischi ad $^1/_2$ mm. fu 22. Così facendo, la deviazione non è più costante, giacchè onde la densità elettrica sul disco illuminato arrivi al suo massimo, che è costante qualunque sia la distanza fra i due dischi, bisogna che il potenziale del disco medesimo arrivi a valori tanto più elevati, quanto maggiore è la distanza suddetta.

Benchè le esperienze, del resto concordanti, eseguite coll' apparecchio della figura 3, abbiano fornito, in causa delle loro condizioni speciali, delle deviazioni elettrometriche piuttosto piccole, pure mi sembra lecito affermare che: *la carica positiva che assume un conduttore quando è colpito dalle radiazioni ultraviolette raggiunge il suo valore limite, allorchè la densità elettrica del conduttore arriva ad un valore determinato, costante per un medesimo conduttore.*

Anche la forza elettrostatica presso la superficie del conduttore avrà quindi un valore determinato e costante, per un determinato conduttore, allorchè la carica positiva massima è raggiunta sotto l' azione continuata delle radiazioni.

Ho più volte accennato all' ipotesi di un trasporto delle cariche negative operato dalle particelle gassose, sotto l' influenza delle radiazioni. Vedremo più oltre alcuni fatti che appoggiano questo modo di vedere, almeno nel caso della dispersione delle cariche negative provocata dalle radiazioni. Se, come è naturale, ammettiamo che anche il caricarsi positivamente d' un metallo illuminato avvenga in seguito ad un simile movimento, ci figureremo questo fenomeno nel modo seguente.

Per ragioni ancora ignote le radiazioni ultraviolette, allorchè cadono sopra un metallo, obbligano le particelle gassose prossime alla sua superficie, o che a questa aderiscono, ad allontanarsene con carica negativa, lasciando al conduttore altrettanto di elettricità positiva. Mano a mano che il conduttore si carica positivamente, cresce d' intensità la forza elettrostatica esercitata dalla carica del conduttore sulle particelle, la quale forza evidentemente tende ad opporsi al loro moto. Sarà soltanto quando la forza elettrostatica ha raggiunto un determinato valore, capace di equilibrare la forza sviluppata dalle radiazioni, e per la quale le particelle gassose tendono ad allontanarsi con carica negativa, che il fenomeno di trasporto cesserà, e quindi cesserà d' accrescersi il potenziale del conduttore. Si spiega così come occorra un valor costante della densità superficiale e quindi della forza elettrostatica presso la superficie, indipendentemente dal potenziale del conduttore, onde sia raggiunto questo stato di equilibrio.

Invece, l' azione continuerà indefinitamente, se il conduttore sarà tenuto in comunicazione col suolo, ed allora il filo di comunicazione sarà percorso da una corrente continua. Lo stesso dicasi se la comunicazione verrà stabilita fra il conduttore illuminato ed i conduttori circostanti, sui quali le particelle gassose trasportano le loro cariche negative. La sorgente dell' energia di queste correnti dovrà ricercarsi nella energia delle radiazioni.

Cap. V.

Esperienze intorno all' azione delle radiazioni sui corpi elettrizzati.

20. Le esperienze narrate nei due precedenti capitoli, mi hanno naturalmente condotto ad eseguirne altre relative alla dispersione dell' elettricità negativa prodotta dalle radiazioni, sia per studiare l' assorbimento esercitato da diverse sostanze sulle radiazioni stesse, sia per riconoscere la diversità di effetti che si hanno mutando la natura del corpo elettrizzato.

In quanto all' assorbimento esercitato sulle radiazioni attive, ho fatto servire appunto il fenomeno della dispersione dell' elettricità negativa, per indicare le variazioni d' intensità delle radiazioni che traversano diversi corpi. Un disco di rame è mantenuto ad un potenziale costante di circa — 6,2 Volta, da una pila di sei elementi a bicromato il cui polo positivo è in comunicazione col suolo. Davanti al disco e alla distanza di 2 millimetri trovasi una reticella d' ottone verniciata, che comunica coll' elettrometro, ed a traverso i vani della quale passano le radiazioni che agiscono sul disco. Posto l' elettrometro per un istante in comunicazione col suolo, e poi aperto l' adito alle radiazioni, subito comincia il fenomeno di trasporto dell' elettricità negativa, e l' elettrometro devìa in senso negativo. La deviazione ottenuta dopo un intervallo costante di tempo, è maggiore o minore,

secondo la diversa intensità delle radiazioni attive, e può quindi dare un' idea relativa di questa intensità, specialmente se si rende brevissima la durata costante dell' illuminazione.

In queste esperienze comparative la variabilità della sorgente luminosa costituisce una seria difficoltà. Si può eliminare sino ad un certo punto questo inconveniente, adoperando una sorgente non tanto intensa, ed aumentando la durata dell' azione. Perciò l' arco voltaico ordinario è da preferirsi in questo caso a quello fatto collo zinco, e forse la luce del magnesio è anche migliore, per la sua minor incostanza.

Per esempio, colla luce dell' arco voltaico ordinario ho avuto questi risultati:

Azione diretta delle radiazioni	in 30 secondi	0,572	Volta
Interponendo un quarzo grosso 4 cent.	»	0,092	»
» un pezzo di salgemma di 3 cent.	»	0,116	»
» » di spato d' Islanda di 18 mm.	»		
» » di vetro grosso 8 mm.	»	zero	
» » di mica di $0^{mm},5$	»		
» uno strato grosso 5 cent. di gas illuminante . . .	»		
» » » » di aria carica di vap. di benzina	»	traccie.	
» » » » di aria car. di vap. di solf. di carb.	»		

Il grande assorbimento prodotto dal gas illuminante, era stato riconosciuto già da Hallwachs, circostanza questa che mi era sfuggita allorchè pubblicai la mia V Nota.

Vedendo quanto è grande il potere assorbente di certi gas e vapori, e pensando al fatto singolare che i raggi solari sono inetti alla produzione dei fenomeni dei quali qui si tratta, volli esaminare se la causa di tale inettitudine fosse un assorbimento operato dall' aria atmosferica, probabilmente coi suoi strati più bassi e più densi.

Perciò, fra la sorgente luminosa ed il disco elettrizzato che riceve le radiazioni, collocai un tubo lungo circa 30 cent., chiuso alle estremità con lastre di gesso trasparente, nel quale potevasi a volontà o far il vuoto (sino a 5^{mm} di pressione) o fare entrare un gas qualunque; trovai così che l' anidride carbonica, l' idrogeno, l' azoto, sostituiti all' aria entro il tubo, non producono differenze di effetti nettamente definite, mentre poche traccie di gas illuminante o di vapori di etere, benzina o solfuro di carbonio, manifestano la loro presenza con un assorbimento distinto. Infine, facendo il vuoto, e alternativamente lasciando rientrare l' aria ambiente, disseccata o no, ottenni sempre una deviazione elettrometrica sensibilmente maggiore allorchè il tubo era vuoto.

Così per esempio ottenni un giorno le deviazioni seguenti, in 60 secondi di azione delle radiazioni:

Tubo vuoto (o meglio aria a 5^{mm}) . . .	1,20	Volta
„ con aria all' ordinaria pressione . .	1,12	„
„ vuoto	1,28	„
„ con aria alla press. ord. e secca .	1,05	„
„ vuoto	1,22	„
„ aria ordinaria	1,11	„

Mi propongo di studiare con apparecchi migliori questo notevole assorbimento operato dai gas; ma intanto sembra provato, che l' atmosfera assorbe i raggi capaci di generare i nuovi fenomeni foto-elettrici. Questi raggi attivi non sono dunque probabilmente altro che quei raggi ultravioletti la cui lunghezza d' onda è minore di 0,0000295 centimetri.

21. Secondo Hallwachs, mentre si disperde rapidamente la carica negativa di un disco di zinco, allorchè riceve i raggi ultravioletti, un disco di rame, dà effetti assai minori, ed uno dorato non dà effetto sensibile. Ma operando coll' elettrometro a quadranti, si trovano effetti assai distinti anche coll' oro e cogli altri metalli meno ossidabili, come pure con un gran numero di altri corpi.

Per farmi un' idea dell' azione relativa dei diversi metalli o conduttori, ho disposto gli apparecchi press' a poco come per le ultime esperienze descritte più sopra, se non chè ho tenuto la rete lontana 6 centimetri dal disco, ed ho mantenuto quest' ultimo carico a circa 90 Volta, per mezzo d' una piccola pila secca. Le deviazioni ottenute in 20 secondi d' azione della luce dell' arco voltaico ordinario, nell' elettrometro comunicante colla rete, furono in una serie di esperienze le seguenti:

Disco di zinco	— 32	Volta
„ ferro	28	„
„ rame	19,9	„
„ platino	16	„
„ rame dorato	10	„
„ carbone	5,3	„
„ rame verniciato con gomma lacca	0,8	„
„ rame coperto di cera	0,0	„
„ rame coperto di carta	0,08	„
„ abete	0,11	„

Mettendo la rete metallica comunicante coll' elettrometro a distanza minore dal disco carico, le differenze si accentuano di più, ma occorre ridurre ancora la sensibilità dell' elettrometro, che durante le esperienze precedenti era di 12 particelle della scala per 1 Volta.

Disponendo i metalli in serie secondo la rapidità con cui perdono la loro carica negativa sotto l' influenza delle radiazioni, essi risultano dunque disposti all' incirca come nelle serie della elettricità di contatto, essendo i più elettropositivi quelli che più abbondantemente perdono la elettricità negativa.

Ma ciò si verifica solo per i potenziali più elevati. Se si caricano i dischi a piccoli potenziali, per esempio ad un Volta o meno, essi poco a poco si comportano diversamente, e l' ordine finisce coll' invertirsi e divenire quello stesso nel quale sono disposti per rapporto alla carica positiva che acquistano sotto l' influenza delle radiazioni, quando sono presi allo stato naturale. Così per esempio, caricando i dischi al potenziale di — 0,1 Volta ha avuto in 30 secondi queste deviazioni:

Oro	— 0,072	Volta
Rame. . . .	0,061	„
Zinco. . . .	0,041	„

Evidentemente con questi piccoli potenziali comincia a manifestarsi in modo preponderante la diversa attitudine dei metalli a caricarsi di elettricità positiva a partire dallo stato naturale, poichè questa attitudine, come si è visto nel capitolo precedente, è maggiore, a parità di condizioni, per i metalli più elettropositivi.

22. Ho riconosciuto che anche alcuni coibenti solidi presentano il fenomeno di perdere rapidamente la loro carica negativa allorchè ricevono sulla loro superficie le radiazioni ultraviolette. Le esperienze possono eseguirsi in diverse maniere.

Si fissi un disco coibente, per esempio di solfo, sopra un disco metallico comunicante coll' elettrometro, e si elettrizzi negativamente la faccia libera del coibente, per esempio collo strofinamento. Appena che le radiazioni cadono sul coibente elettrizzato, l' elettrometro devìa in senso positivo, se fu messo in comunicazione col suolo prima dell' esperienza, o si vede diminuire la deviazione negativa rimasta, se lo si lasciò colla sua carica d' influenza.

L' effetto è notevolissimo collo solfo, un po' minore coll' ebanite, ed assai più piccolo colla gomma lacca e specialmente col vetro.

L' azione è più rapida se di fronte al disco viene collocata una rete metallica comunicante col suolo, facendo passare le radiazioni attraverso i vani della rete. Se si lascia isolato di disco metallico che regge il coibente, o lo si sopprime, e si pone la rete in comunicazione coll' elettrometro, si raccoglie nella rete dell' elettricità negativa e l' elettrometro devìa appunto in senso negativo.

Invece di elettrizzare la faccia del coibente che riceve le radiazioni, si può dare la carica negativa al disco metallico al quale è applicato il coibente, oppure, quando questo è sostenuto solo da una colonnetta isolante, si può elettrizzare negativamente la faccia della lastra coibente opposta a quella che viene illuminata. Anche operando in tal guisa si ottengono risultati analoghi ai precedenti, che dimostrano un trasporto di elettricità negativa dalla faccia illuminata ai corpi circostanti comunicanti col suolo oppure alla rete prospiciente, che, se comunica coll' elettrometro, lo fa deviare in senso negativo. Dopo che le radiazioni hanno agito per un tempo sufficiente si può riconoscere che la faccia illuminata del coibente, è rimasta carica positivamente.

Questa esperienza sembra indicare che la dispersione dell' elettricità negativa, può consistere realmente in uno sviluppo di elettricità positiva alla superficie del corpo che riceve le radiazioni. Anche in questi casi l' azione cesserà quando la forza elettrostatica nei punti illuminati arriverà ad un valore determinato, probabilmente costante per ogni corpo.

È sottointeso che si deve sperimentare sempre con coibenti perfettamente scarichi.

Alcuni liquidi, come l' acido solforico, danno pure il fenomeno della dispersione della carica negativa in modo apprezzabile. È dunque probabile che impiegando mezzi abbastanza delicati si arriverà a riconoscere, che l' azione delle radiazioni si fà sentire su qualunque corpo solido o liquido elettrizzato negativamente, quantunque con intensità diversa pei diversi corpi.

Cap. VI.

Sul trasporto dell' elettricità negativa determinato dalle radiazioni ultraviolette.

23. In quest' ultimo capitolo descriverò alcune esperienze che sembrano affatto favorevoli all' ipotesi di un trasporto dell' elettricità negativa operato dalle molecole gassose, sotto l' azione delle radiazioni ultraviolette.

Se fra la rete metallica ed il disco adoperati nelle esperienze del cap. III, si pone una lamina isolante, essa deve, ammessa l' ipotesi più volte citata, arrestare sul loro cammino le molecole gassose cariche negativamente, che partono dal metallo negativo e si dirigono verso quello che ha la carica positiva.

Però non può impiegarsi nessuno dei comuni coibenti, giacchè essi arresterebbero le radiazioni che devono investire il disco, quando questo è costituito dal metallo elettronegativo. Perciò ho adoperato delle lastre sottili e trasparenti di gesso.

Si abbia dunque una *coppia foto-elettrica* formata per esempio da una rete di zinco e da un disco di rame, paralleli e a piccola distanza fra loro (2^{mm} circa).

Fra i due metalli della coppia e parallelamente alla loro superficie, si collochi una lamina di gesso, in modo che non tocchi nè il disco nè la rete, e che sia stata liberata in precedenza da ogni carica accidentale coll' uso di una fiamma.

Si facciano cadere sul sistema delle intense radiazioni ultraviolette per alcuni secondi, e poi, tolto di posto il disco, si porti la lamina di selenite a piccola distanza, ma senza contatto, da un disco metallico isolato comunicante coll' elettrometro a quadranti. Si otterrà, per influenza, una deviazione negativa.

Dunque la lamina posta fra i due metalli si è impossessata di quell' elettricità negativa che sotto l'influsso delle radiazioni abbandona il metallo elettronegativo. Il risultato è qualitativamente il medesimo, tanto se il disco è negativo rispetto alla rete, che nel caso inverso.

Nei due casi, la carica negativa della lamina deve risiedere sopra una sola delle sue faccie, e cioè o sulla faccia volta alla rete o su quella volta al disco, secondo che quella o questo costituisce il metallo elettronegativo della coppia. Ma essendo difficile assai il decidere su quale delle due faccie d' una lamina sottile risieda una carica elettrica, così ho variato l' esperienza nel modo seguente.

Fra il disco e la rete si collocano due lamine di gesso, in modo che non si tocchino reciprocamente, nè tocchino i due metalli. Dopo che le radiazioni ultraviolette hanno compiuta la loro azione sul sistema, si trova carica negativamente quella delle due lamine di gesso che è dalla parte del metallo elettronegativo, per esempio quella che è dalla parte del disco, se la coppia fotoelettrica è formata da una rete di zinco e da un disco di rame.

È facile estendere queste esperienze anche ai casi di dispersione della carica negativa comunicata ad un metallo qualunque esposto alle radiazioni. Infatti una lamina isolante, posta davanti al metallo e a poca distanza si trova carica negativamente alla fine dell' esperienza.

24. Era prevedibile che mentre le particelle gassose trasportano la carica negativa d' un metallo su cui cadono le radiazioni ultraviolette, si manifesti un movimento nel conduttore, dato che sia delicatamente sospeso, in causa della ripulsione elettrica fra le particelle stesse ed il metallo, precisamente come accade nel molinello elettrico, e forse anche in causa di reazione, come accade alle alette del radiometro. Il metallo deve dunque muoversi nel senso in cui si propagano le radiazioni come se fosse da queste respinto.

L' apparecchio col quale ho verificato questa previsione, e nel quale il metallo è sospeso press' a poco come la pallina mobile di una bilancia di Coulomb, ha dovuto subire varie successive modificazioni, onde eliminare varie cause d' inganno, delle quali le due seguenti sono le principali.

Indipendentemente da ogni fenomeno elettrico, una laminetta metallica delicatamente sospesa, si muove non appena su di essa cadono le radiazioni dell' arco voltaico, dirigendosi verso la sorgente luminosa. Il fenomeno è notissimo, ed è dovuto alla formazione di correnti d' aria generate in contatto della faccia che riceve le radiazioni, e che in conseguenza lievemente si riscalda.

Questi movimenti dovuti all' azione termica sono tali da dissimulare completamente il moto che si vuole rendere manifesto.

In secondo luogo, può il metallo mobile mettersi in movimento in causa delle variazioni che subiscono le forze elettriche, quando le radiazioni agiscono su di esso. Si esercita infatti in generale una forza elettrostatica fra il metallo elettrizzato ed i conduttori circostanti, e comunicanti col suolo, se questi non sono disposti simmetricamente rispetto al metallo mobile. Basta dunque caricare il conduttore mobile, perchè in generale esso si sposti ed assuma una nuova posizione di equilibrio. Ora, se la carica data al conduttore è negativa, può darsi che non appena agiscono sulla sua superficie le radiazioni ultraviolette, la sua carica diminuisca alcun poco, quand' anche sia mantenuto in comunicazione con una sorgente di elettricità negativa, e resti diminuita per tutto il tempo durante il quale è illuminato. Se dunque il conduttore nell' atto di caricarlo aveva mutato posizione di equilibrio per effetto delle forze elettrostatiche esercitantesi fra esso ed i corpi circostanti, esso ritornerà alcun poco verso la posizione che occupava prima di essere caricato, e rimarrà nella nuova posizione finchè agiscono le radiazioni. Anche questo spostamento, prodotto nell' atto in cui si fanno cadere le radiazioni, deve dunque eliminarsi.

L' apparecchio che permette di togliere di mezzo queste cause di errore, è rappresentato schematicamente dalle figure 4 e 5.

La parte mobile è costituita da due fili metallici CoA, BoD, piegati come nella figura 4, e fissati ad una laminetta di mica in modo che mentre i tratti oA, oB sono sopra una stessa linea orizzontale, i tratti oC ed oD sieno su una stessa verticale. Due laminette d' alluminio A e B di circa 8 cent. quadrati, e che distano fra loro circa 4 centimetri e mezzo, sono portate dai bracci orizzontali. Il tratto oC è sospeso ad un sottile filo di metallo PC, mentre al tratto oD è attaccato uno specchietto S ed una lamina di mica che è immersa nell' acido solforico contenuto in un piccolo recipiente V. Per mezzo d' un filo metallico immerso nell' acido, la laminetta B è mantenuta in comunicazione col suolo, mentre che per mezzo del filo di sospensione si può caricare a volontà la laminetta A.

La piccola bilancia di torsione così costituita è contenuta in una cassa parallelepipeda $MNQR$ (Fig. 5) il cui fondo ed il cui coperchio sono di legno, e le cui pareti sono in massima parte conduttrici. I bracci orizzontali oA, oB occupano una posizione parallela alle faccie verticali maggiori MN, QR della cassa, quando il filo di sospensione non ha torsione, ed inoltre sono equidistanti da esse.

La faccia MN ha poi una finestra larga e bassa, chiusa da una lastra di selenite. Attraverso di questa passano le radiazioni emesse dall' arco voltaico (ottenuto fra carbone e zinco), e collocato press' a poco nel piano di simmetria dell' apparecchio, in modo da illuminare con pari intensità le due lamine. Infine, la parete QR è formata da una lastra di cristallo, la quale permette di leggere le piccole deviazioni del sistema mobile per mezzo dello specchietto S e di un cannocchiale con scala.

In causa della costruzione simmetrica dell' apparecchio, le due cause d' errore descritte, riescono facilmente soppresse. Infatti, se si tiene in comunicazione col suolo anche la laminetta A (mentre la B lo è permanentemente), non si ha nessuna deviazione nell' atto in cui si accende la lampada. Soltanto, in causa delle inevitabili irregolarità nella produzione dell' arco voltaico sullo zinco, il sistema mobile assume lievi oscillazioni irregolari, che non disturbano troppo la riescita dell' esperienza. Se poi per caso v' è tendenza a deviazione permanente in un dato senso, basta spostare un poco lateralmente nel senso dovuto la sorgente delle radiazioni per farla sparire. Allora gli effetti prodotti dalle correnti d' aria presso le due lamine si bilanciano, ed infatti basterebbe intercettare le radiazioni sopra una di esse, perchè si avesse una notevole deviazione.

Anche le forze elettrostatiche si equilibrano per ragioni di simmetria, ed infatti non si ha deviazione sensibile se, mentre la sorgente L è nascosta da un diaframma, si carica la laminetta A. Se per caso una piccola deviazione si notasse, basta, per sopprimerla, girare in un determinato senso la sospensione del filo.

Supponiamo che, una volta messo l' apparecchio in buone condizioni, si facciano giungere sul sistema mobile le radiazioni. Non appena si dà alla lamina A una carica negativa, si ottiene una deviazione nel senso previsto, cioè come se la laminetta stessa fosse respinta dalle radiazioni. Lo stesso accade se prima si carica negativamente la lamina A, e poi si apre l' adito alle radiazioni. La deviazione ha luogo in tal caso nell' atto di togliere il diaframma che le intercettava.

Se poi si dà alla lamina A una carica positiva, non si ottiene deviazione alcuna in nessun caso, il chè è ben naturale, poichè è solo dai corpi carichi negativamente che ha luogo la convezione *foto-elettrica*.

La sorgente elettrica di cui mi sono servito per caricare la laminetta consiste in due antiche pile secche (del 1830) lunghe 40 centimetri circa, poste in capo una all' altra, e di cui un polo estremo comunica col suolo e l' altro colla laminetta. La forza elettromotrice di queste pile, misurata con uno dei noti metodi elettrostatici, si trovò essere circa 900 Volta per una, e 1000 circa per l' altra.

25. Ammesso il trasporto della carica negativa per opera delle particelle del gas ambiente, è naturale il pensare, che le molecole gassose elettrizzate si muovano come si muoverebbe un piccolo corpo elettrizzato nel campo elettrico, salvo le modificazioni che possono derivare dalla velocità termica iniziale, e dalle reciproche collisioni.

Ora, in altro lavoro ho dimostrato (1): 1° che una particella elettrizzata abbandonata a sè stessa in un campo elettrico si muove percorrendo una traiettoria in generale curvilinea, che non coincide colla linea di forza passante pel punto di partenza neppur nel caso in cui la particella elettrizzata non abbia velocità iniziale; 2° che questa traiettoria è indipendente dalla carica e dalla massa materiale

(1) 2ª Memoria sulle Ombre elettriche. R. Acc. di Bologna, ser. 4ª, t. III pag. 465 (1881).

della particella che si muove (dato che la velocità iniziale sia zero), per cui non si modifica se la particella perde strada facendo parte della sua carica, poichè in tal caso varia soltanto la velocità con cui la traiettoria viene percorsa; 3° che se per altre cause qualunque la particella perde continuamente parte della sua velocità, la traiettoria si modifica tendendo a trasformarsi nella linea di forza che passa pel punto di partenza.

Ho spiegate, partendo da queste premesse, le esperienze così dette delle *ombre elettriche*, che ottenni nell' aria all' ordinaria pressione, per opera delle molecole gassose respinte da una punta acuta elettrizzata, le quali seguono nel loro moto sensibilmente le linee di forza. In questo caso può darsi che gli urti delle molecole respinte contro le altre molecole del gas, producano perdite continue di velocità nelle molecole elettrizzate, e così le traiettorie che percorrono differiscano poco dalle linee di forza.

Si noti poi, che se si ammette che coi detti urti ogni molecola respinta, abbia a subire anche una perdita di carica, ciò non modifica la sua traiettoria, ma fa solo scemare la velocità con cui la percorre; e che in causa della carica che coll' urto acquista una molecola urtata, questa devesi pure avviare, come le altre molecole cariche, per una traiettoria poco diversa da una linea di forza.

In tutto questo bisogna ammettere che le velocità dovute alle forze elettriche sieno molto grandi di fronte alle velocità dovute al moto termico del gas, se nò non potrebbe evidentemente originarsi un movimento regolare delle molecole, qual' è quello che le ombre elettriche mettono in evidenza.

Ora, è naturale il pensare, come notavo più sopra, che il moto delle molecole gassose che partono da un corpo elettrizzato negativamente, sul quale cadono raggi ultravioletti, abbia luogo colle stesse modalità, e cioè che anche in tal caso le molecole gassose si muovano regolarmente secondo traiettorie poco dissimili dalle linee di forza.

Non riferirò i molti tentativi che ho fatti, prima di potere ottenere qualche verificazione sperimentale di questa facile previsione, ma mi limiterò a descrivere l' apparecchio che mi ha dato buoni risultati, ed a dar ragione dei principi sui quali è fondato.

Bisognava evidentemente realizzare uno di quei pochi casi in cui sono note le linee di forza, ed ho scelto il più semplice, quello cioè di un cilindro indefinito elettrizzato, parallelo ad un piano indefinito comunicante col suolo. Questo caso può dedursi da quello di due rette parallele indefinite, con cariche eguali e di nome contrario.

Preso per piano di figura (Fig. 6) un piano perpendicolare alle due rette elettrizzate, sieno O ed O' le traccie di esse, e sia DE la traccia del piano parallelo alle due rette e da esse equidistante. Le linee di forza del sistema sono tutti gli archi di circolo i quali, come OEO', sono in un piano perpendicolare alle due rette O, O', e passano per O ed O', mentre che le superfici

di livello, sono cilindri le cui sezioni fatte dal piano di figura sono cerchi, come per esempio MPN, col centro C sulla retta OO' e tali che si abbia $MO : MO' = NO : NO'$.

Una delle superfici di livello è il piano ED, ed anzi è quella che corrisponde al potenziale zero.

Ora, per un noto teorema, non variano nè le linee di forza nè le superfici di livello intermedie a due di tali superfici, se queste due vengono assunte come superfici di due conduttori caricati al loro rispettivo potenziale. Per cui se si prende un cilindro MPN ed il piano DE, le linee di forza fra i due conduttori saranno ancora porzioni di circonferenze, i cui piani sono perpendicolari alle generatrici del cilindro ed i cui centri si trovano nel piano DE. E siccome le linee di forza sono normali alle superfici dei conduttori, per tracciare la linea di forza che parte da un punto P del cilindro, basterà descrivere una circonferenza avente per centro il punto Q in cui la DE è intersecata dalla tangente QP in P al cerchio MPN.

Indichiamo con R il raggio CP della sezione retta del cilindro, e con d la distanza DC fra il suo asse ed il piano, con θ l'angolo DCP, e con z la distanza DE, dal punto D al punto E in cui la linea di forza PE incontra il piano, ed occupiamoci di stabilire la relazione che passa fra θ e z, poichè sarà questa relazione che dovrà confermarsi coll'esperienza.

A questo scopo si abbassi PS perpendicolare ad OO', e si congiunga P con N ed E.

Dal triangolo isoscele CPN si ha $\widehat{DCP} = 2\,\widehat{CNP}$, ossia $\widehat{CNP} = \frac{\theta}{2}$ e quindi $\widehat{SPN} = 90° - \frac{\theta}{2}$. Dal triangolo isoscele QEP, in cui l'angolo $\widehat{EQP}$ è eguale a θ, si ha $\theta + 2\,\widehat{QEP} = 180°$, ossia $\widehat{QEP} = 90° - \frac{\theta}{2}$. Dunque $\widehat{QEP} = \widehat{SPN}$, per cui i tre punti E, P, N sono in linea retta, il che dimostra intanto questa proprietà geometrica, e cioè: le linee di forza incontrano il piano DE, precisamente dove l'incontrerebbero se invece d'essere archi di cerchio fossero rette provenienti dal punto N.

Ciò posto, dai triangoli simili DEN, SPN si deduce:

$$\frac{SN}{SP} = \frac{DN}{DE}$$

ossia

$$\frac{CN - CS}{SP} = \frac{R + d}{z}$$

od anche

$$\frac{R + R\cos\theta}{R\,\mathrm{sen}\,\theta} = \frac{R +}{z}$$

da cui

$$z = (R + d)\,\frac{\mathrm{sen}\,\theta}{1 + \cos\theta}\,,$$

o se si vuole:

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{2z(R + d)}{(R + d^2) - z^2} \quad (1).$$

Questa relazione permette di determinare qual' è il punto di partenza P sul cilindro, d' una linea di forza che arriva in un dato punto E dal piano. Ora, l' apparecchio che passo a descrivere, e che realizza praticamente il caso d' un cilindro elettrizzato e di un piano ad esso parallelo, permette, con appositi artifici, di riconoscere il punto di arrivo sul piano DE delle molecole gassose respinte da un punto P del cilindro, e per ciò si presta per ricercare se la relazione teorica precedente sia o no confermata, cioè se le dette molecole gassose seguano o no le linee di forza.

26. L' apparecchio consta di un cilindro verticale di zinco MPN (Fig. 7) lungo circa 15 centimetri e del diametro di $13^{mm},75$, e di una gran lastra di zinco AB pure verticale. La colonnetta di ebanite che sostiene il cilindro di zinco, è fissata in un pezzo metallico conico, mobile al centro di un circolo graduato GH,

(1) Nella mia Nota IV ho dato invece la formola:

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{2dz(z^2 + d^2 - R^2) + 2Rz(z^2 - d^2 + R^2)}{4Rdz^2 - z^4 + (d^2 - R^2)^2}$$

che trovai con altro metodo. Questa formola è identica a quella trovata or ora. Infatti essa può scriversi così:

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{2z(R + d)\left[z^2 + (R - d)^2\right]}{\left[(R + d)^2 - z^2\right]\left[z^2 + (R - d)^2\right]}\,,$$

e si riduce a quella data nel testo sopprimendo il fattore comune ai due termini della frazione.

e la lastra AB, che comunica col suolo, può spostarsi nel proprio piano e nella direzione orizzontale. La sua posizione è determinata da una scala fissa ST.

Se mantenendo carico il cilindro di elettricità negativa, si facessero cadere su di esso le radiazioni della sorgente L, da ogni punto della superficie illuminata partirebbero le particelle gassose elettrizzate, e sarebbe difficile assai il riconoscere il cammino percorso da ciascuna di esse, con diaframmi traforati od altro, poichè s' incontrerebbero numerose cause di errore. Ma se, traendo profitto della circostanza che su alcuni corpi l' azione delle radiazioni è piccolissima, si copre la superficie del cilindro con una vernice appropriata, lasciando scoperta solo una sottilissima striscia P parallela alle generatrici (che si dovrà poi conservare sempre perfettamente pulita), sarà quasi esclusivamente dalla generatrice non verniciata che si stabilirà la convezione elettrica sotto l' influenza delle radiazioni.

La vernice nera resinosa che trovasi in commercio, o la cera deposta dalla sua soluzione nell' etere, servono bene. Colla lama di un coltello si leva la vernice secondo una generatrice, avendo cura di raschiare il metallo onde sia ben pulito. È conveniente dare alla parte scoperta una larghezza di circa $\frac{1}{3}$ di millimetro. Il circolo graduato GH farà conoscere l' angolo $\theta = PCD$, che fa il piano passante per l' asse del cilindro e per la generatrice nuda, col piano passante per l' asse stesso e perpendicolare al piano DE.

Mentre con questo artificio, viene limitato il fascio delle particelle respinte dal cilindro, è necessario determinare qual è la regione del piano DE che esse vanno a colpire. A ciò vale la disposizione seguente.

Nella lastra DE è praticata una fenditura rettangolare verticale, larga circa 3 millimetri ed alta circa 5 centimetri. Questa fenditura, che è a livello della parte media del cilindro di zinco, viene riempita quasi completamente da una lastrina metallica rettangolare mn, di dimensioni pochissimo inferiori alle sue, e sorretta da un isolatore. Fra la lastrina isolata e la lastra di zinco DE resta all' ingiro un piccolissimo intervallo (circa un terzo di millimetro) sufficiente per l' isolamento della lastrina mn.

La lastrina mn è tenuta in comunicazione coll' elettrometro. Questo strumento devierà, se la lastrina mn è colpita dalle particelle gassose elettrizzate che sotto l' azione delle radiazioni partono da P. Facendo scorrere la lastra DE nel proprio piano, si potrà trovare la posizione per la quale l' elettrometro devierà più fortemente a parità di durata dell' esperienza, e così si giungerà a determinare, con lettura fatta sulla scala ST, la distanza $z = DE$ dal punto D alla regione su cui giungono le particelle partite da P. Evidentemente deve essere in precedenza determinata con cura la posizione dell' indice annesso alla lastra, per cui si ha $z = 0$, e cioè quella nella quale la lastrina mn si trova esattamente di fronte al cilindro.

Se le particelle partite da P si muovono seguendo sensibilmente le linee di forza, l' esperienza dovrà verificare la relazione scritta più sopra fra θ e z.

Avendo eseguite molte esperienze con questo apparecchio, ho sempre trovato un notevole accordo colle previsioni. Una delle pile secche adoperate anche nell' esperienza delle fig. 4 e 5, servì a mantenere carico negativamente il cilindro. La sorgente delle radiazioni fu sempre l' arco voltaico collo zinco, e in ogni esperienza l' illuminazione si faceva durare un tempo costante, ma assai breve, onde evitare il cambiamento di condizioni dell' esperienza dovuto al caricarsi della lastrina mn.

Colla formula data più sopra avevo prima calcolati i valori di θ corrispondenti a diversi valori di z, come pure il valore di z che corrisponde a $\theta = 90°$, il quale non è altro che $d + R$.

Essendo $d = 20{,}675$, $R = 6{,}875$, trovai:

Z	θ
10^{mm}	$39°\ 54'$
20	$71\ 57$
27,55	90
30	$94\ 53$
40	$110\ 53$
50	$122\ 17$

Ciò fatto, diedi a θ uno di quei valori, per esempio 90°, e feci diverse esperienze, misurando la deviazione elettrometrica ottenuta con diverse posizioni della lastrina mn, cioè con diversi valori di z. Trovai che precisamente per $z = 27{,}55$ si aveva una forte deviazione elettrometrica, mentre che per valori inferiori o superiori a 27,55 la deviazione era notevolmente minore. Dato poscia all' angolo θ un altro valore, per esempio 110°53′ riconobbi che era per $z = 40^{mm}$ che si otteneva la deviazione elettrometrica massima, e così di seguito.

Riporterò i risultati di una serie di misure. Le radiazioni si fecero agire 5 secondi in ogni esperienza. La sensibilità dell' elettrometro era 150 particelle per un Volta.

$\theta = 71°57'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
0^{mm}	6 particelle
10	12 „
18	62 „
20	422 „
22	79 „
30	11 „

$\theta = 90°$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
10^{mm}	2 particelle
20	4 „
25	17 „
27,55	295 „
30	73 „
40	19 „

$\theta = 94°53'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
20^{mm}	0 particelle
28	65 „
30	300 „
32	110 „
40	19 „

$\theta = 110°53'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
30mm	10 particelle
38	84 „
40	260 „
42	35 „
50	8 „

$\theta = 122°17'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
30mm	3 particelle
40	17 „
48	100 „
50	190 „
52	120 „
60	15 „

Come si vede, le deviazioni che si hanno quando la lastrina *mn* occupa precisamente il luogo in cui giungono le linee di forza che partono da P, sono notevolmente superiori a quelle ottenute allorchè la lastrina stessa viene spostata di poco in un senso o nell' altro. Del resto non si poteva pretendere di più, tenuto conto anche della circostanza che, quantunque la regione scoperta P del cilindro e la lastrina *mn* sieno assai strette, pure devono esservi più posizioni successive della lastrina, nelle quali questa può essere incontrata da linee di forza partite da P, specialmente poi quando si danno a θ dei grandi valori, coi quali le linee di forza maggiormente si diradano prima di giungere al piano DE; e tenuto conto altresì del fatto che anche la parte verniciata del cilindro darà luogo, quantunque in grado molto piccolo, alla convezione elettrica.

La riuscita di queste esperienze è certa, se si dà al cilindro un potenziale negativo conveniente. Una carica troppo lieve, obbligherebbe a prolungare le esperienze, e la lastrina *mn* si caricherebbe tanto di elettricità negativa da modificare troppo il campo elettrico. Invece una carica troppo forte darebbe luogo a notevole dispersione della carica da ogni punto del cilindro anche senza l' azione delle radiazioni. Il potenziale di circa 1000 Volta dato da una delle mie pile secche era convenientissimo pel mio apparecchio.

Queste esperienze mi sembrano provare molto in favore della ipotesi di una convezione prodotta dalle radiazioni. Ma si possono fare esperienze non meno dimostrative, modificando la forma delle linee di forza, ponendo ostacoli sul cammino delle particelle gassose che si muovono lungo le linee di forza ecc.

Accennerò a qualcuna di queste esperienze. Se si pone in X (Fig. 7) un cilindro verticale verniciato comunicante col cilindro MPN, bisogna aumentare alquanto la distanza z, onde raccogliere le particelle emesse da P. Se il cilindro è in Y si ha naturalmente un fenomeno inverso.

Infine, se si pone in W una lastrina isolante, in modo che sia incontrata dalle linee di forza partite da P, cessa la lastrina $m\,n$ di caricarsi, ma si carica in sua vece la lastra W. L' esperienza è particolarmente notevole se, come mostra la figura 8, l' angolo θ è ottuso. Naturalmente l' esperienza deve sempre durare pochi secondi, se no la carica che acquista la lastra isolante modifica troppo la forma delle linee di forza del campo.

Conclusioni

Allorchè le onde ultraviolette più brevi giungono alla superficie d' un metallo carico negativamente, ne fanno disperderè la carica con una rapidità che a parità di circostanze cresce pei vari metalli andando dall' oro allo zinco nella serie del contatto.

La stessa azione ha luogo anche su corpi isolanti, per esempio solfo, ebanite.

Il corpo che perde la sua carica per effetto delle radiazioni, si sposta per reazione. La carica viene poi trasportata, probabilmente dalle particelle del mezzo gassoso, verso i corpi carichi positivamente, e seguendo sensibilmente le linee di forza.

Bastano le cariche dovute alla differenza di potenziale di contatto fra due conduttori, onde si manifesti il fenomeno del trasporto di elettricità negativa. Se i due conduttori sono vicinissimi, essi restano ridotti ad uno stesso potenziale, e si comportano come quelli d' una coppia voltaica. Molte *coppie fotoelettriche* di tale specie, riunite in serie formano una pila, che mostra i noti fenomeni d' una pila a circuito aperto, quando il polo negativo (ma non il positivo) sia tenuto in comu-

nicazione col suolo. È sempre sul metallo negativo che ha luogo l' azione, ma il metallo suddetto può ricevere le radiazioni o direttamente o dopo riflessione sull' altro conduttore.

Un corpo, metallo o dielettrico (solfo o ebanite) preso allo stato naturale, si carica positivamente sotto l' azione delle radiazioni ultraviolette le più rifrangibili. Se il corpo è preso con una carica iniziale positiva assai piccola, questa carica può aumentare per effetto delle radiazioni. Se infine il corpo ha una carica iniziale negativa, non solo la carica è dispersa, ma l' azione si continua ancora sino a lasciare il corpo con una carica positiva.

Il potenziale massimo positivo che raggiunge il corpo che riceve le radiazioni, è tanto più elevato quanto più piccola è la sua capacità elettrostatica. Sembra provato che in ogni caso cessa di aumentare la carica positiva del corpo, non già quando il suo potenziale arriva ad un valore particolare, ma bensì quando la forza elettrostatica alla superficie colpita dalle radiazioni, giunge ad un determinato valore, costante per ogni corpo.

Si spiega questa costanza, nell' ipotesi di un trasporto di elettricità effettuato dalle particelle gassose sotto l' azione delle radiazioni, riflettendo, che questo trasporto dovrà cessare quando, presso la superficie del corpo, la forza elettrostatica esercitata dalla carica positiva già acquistata dal conduttore sulle particelle gassose cariche negativamente, farà equilibrio alla forza (dovuta alle radiazioni) che tende ad allontanarle. Il valore della forza elettrostatica alla superficie, corrispondente all' equilibrio, dovrà essere dunque costante per ogni dato corpo.

ERRATA-CORRIGE

Pag. 370 linea 35, invece di **secondo Schuster una forza,** leggi: **secondo Schuster, una forza.**

» 382 linea 8 e 9, invece di **62^{m},5 e larga 45^{m}** leggi: **62^{mm},5 e larga 45^{mm}.**

» 383 linea 32, sopprimere la prima e terza virgola di questa linea.

» 388 tavola in fondo, invece di:

Ferro	**0,075** „	**1,23** „
Mercurio puro (illuminato per riflessione)	**0,057** „	

leggi:

Ferro	**0,075** „	
Zinco	**0,057** „	**1,23** „
Mercurio puro (illuminato per riflessione)	**0,182** „	

Fig. 1

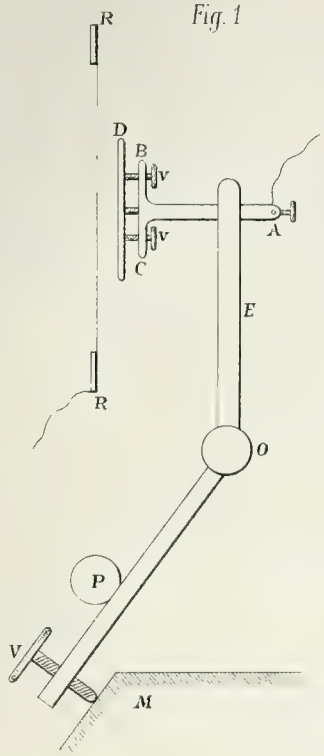


Fig. 2

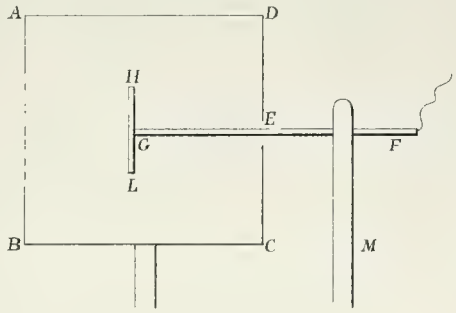


Fig. 3

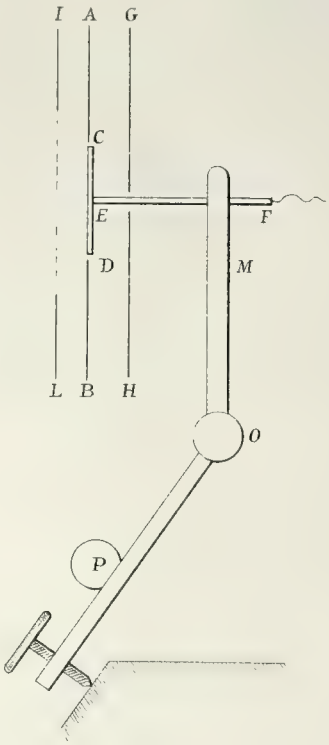


Fig. 6

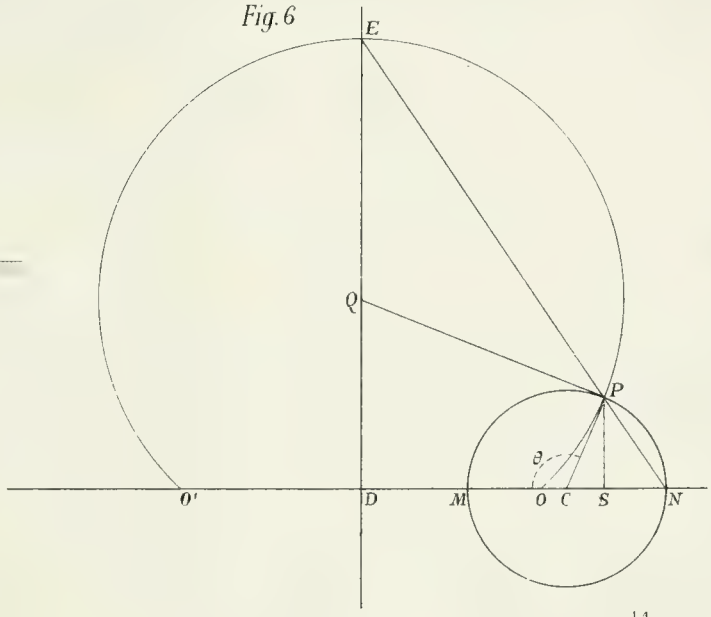


Fig. 4

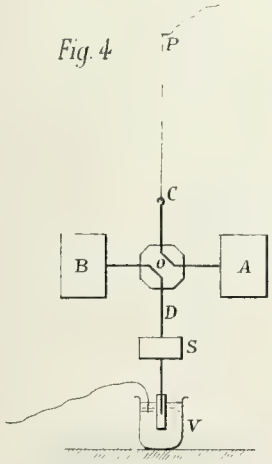


Fig. 5

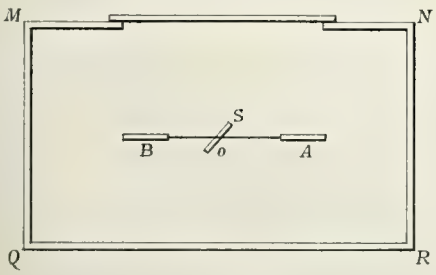


Fig. 7

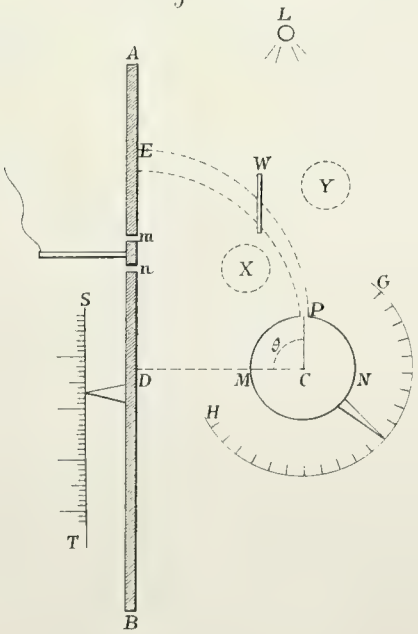
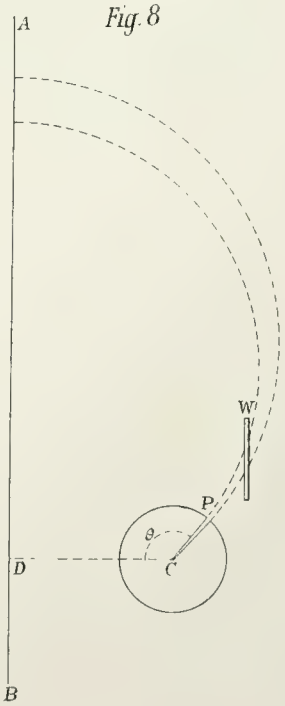


Fig. 8



SOPRA IL FIGURAMENTO E STRUTTURA

DELLE

FACCETTE DELLA CORNEA

E SOPRA

I MEZZI REFRATTIVI DEGLI OCCHI

COMPOSTI DELLE *MUSCIDÆ*

NUOVA RICERCA

DEL PROF. G. V. CIACCIO

(Letta nella Sessione de' 29 Aprile 1888).

Fin dall'anno 1876, che io lessi nella tornata del dì 20 aprile alla nostra R. Accademia delle Scienze il primo mio scritto sopra gli occhi de' Ditteri, il quale si ebbe l'onore di essere recato d'italiano in francese dal Gervais e pubblicato nel suo giornale di Zoologia Vol. V. 1876, pag. 312, io feci notare che nella famiglia delle Muscidæ ciascuna faccetta della cornea degli occhi composti è convessa dalla parte che riguarda in avanti e concava dalla parte che è volta allo indietro. E un tale figuramento, otto anni dipoi, lo rappresentai nella fig. 20 della Tavola VI di quelle XII che corredano i miei *tre libri sopra la minuta fabbrica degli occhi de' Ditteri*. Ed è cosa certo da maravigliare come tra gli odierni investigatori degli occhi delle Mosche a niuno non sia giammai occorsa una qualche faccetta della cornea così configurata come io dico e sostengo. E in verità il Grenacher (1), lo Charrière (2), il Bellonci (3), figurano le dette faccette *convesse piane:* altri come il Sidney-Hickson (4), e il Lowne (5) *biconvesse*. Sebbene quanto a questo ultimo sia da mettere in considerazione, il rassomigliare ch' egli fa la cornea sfaccettata delle Mosche a un piccolo pezzo di fiale di mèle con le cellette che si aprono allo indietro. Il che mi dà cagione di dubitare che costui, in osservando la cornea nella sua totalità, non possa per avventura aver veduto le faccette di

(1) GRENACHER — Untersuchungen über das Sehorgan der Arthropoden etc. — Gottingen 1879.

(2) CHARRIÈRE — Die sehorgane der Thiere vergleichend anatomisch dargestellett. — München und Leipzig 1885.

(3) BELLONCI — Intorno al ganglio ottico degli Artropodi superiori. — Internat. Monatsschrift f. Anat. u. Physiologie 1885. Bd. III. Heft. 6 – Fig. 1.

(4) SIDNEY-HICKSON — The eye and optic Tract of Insects. — Quarterly Journal of Micr. Sc. No. XCVIII. April 1885.

(5) LOWNE B.T. — On the Compound Vision and the Morphology of the Eye in Insects. — Transact. Linn. Soc. ii pt. II.

lei esser convesse al davanti e concave al di dietro, ma non fattone caso, per non essergli poi riuscito ad averne la riprova ne' tagli perpendicolari di quella.

Ecco dunque degli osservatori oculati e degni di fede, i quali nell' osservare una stessa cosa non la veggono tutti nello stesso modo. E noi non volendo dubitare che l'affermato da loro ei nol abbiano effettivamente veduto; ne conseguita quindi che le varie faccette della cornea delle Mosche non deono esser tutte della medesima figura, ma alcune convesse piane, alcune convesse convesse, alcune convesse concave. La qualcosa non ci parendo ammissibile, noi ci diamo piuttosto a credere che questo differente figuramento di faccette, che si ha tagliando la cornea secondo la grossezza, nasca e dal luogo e modo come il taglio si fa. Così quando la faccetta è tagliata a perpendicolo proprio nel suo mezzo, ella apparisce, così come veramente è, convessa concava (Fig. 1, 2, 3): apparisce poi convessa piana, qualora ella è tagliata rasente a uno de' suoi lati (Fig. 5): e da ultimo apparisce biconvessa, ov' ella tagliata venga assai obbliquamente (Fig. 6). E soggiungiamo che tutti e tre questi figuramenti di faccette a noi è accaduto di vederli in una stessa cornea di Moscone tagliata tutta sottilissimamente a piombo col microtomo a trascorrimento del Thoma.

Abbenchè la sostanza compositiva della cornea delle Muscidæ altro non sia che la medesima chitina dell' invoglio esteriore della lor testa, fattasi discolore e diafana, tuttavia ella nelle faccette tagliate sottilmente a perpendicolo si mostra per opera del coloramento col carminio del Beale o con quello boracico del Grenacher distinta in tre zone (Fig. 1, 2, 3); le quali più che da differenze nella composizione chimica, a parer nostro, muovono da una qualche differenza nella disposizione molecolare della detta sostanza. Di queste tre zone la più sottile è l'esterna, la quale è di color bianchiccio e non si colora affatto col carminio; la media poi e la interna, che sono quasi di egual grossezza, si colorano questa in rosso dilavato, quella in rosso cupo. E qui vogliamo si avvertisca che questo distinguersi della sostanza delle faccette della cornea in zone o parti per mezzo del carminio era stato avvisato prima di noi dall' Hickson e dallo Charrière, i quali però vogliono che mediante quello la detta sostanza solamente si differenzia in due parti, esterna l'una, interna l'altra. E questa parte interna della sostanza delle faccette, aggiunge lo Charrière, esser quella che figurandosi a cono va a costituire il mezzo rifrangente o pseudocono degli occhi composti delle Mosche. Ma noi non ci sentiamo di secondarlo in questa sua strana e falsa opinione, sì perchè a noi giammai non è incontrato di vedere alcun che di somigliante a quello che ei asserisce in tutte quelle osservazioni che da parecchi anni andiamo facendo sopra gli occhi degli insetti, e ispezialmente delle Muscidæ, e sì perchè negli occhi composti di queste noi siamo arrivati a scoprire un vero cilindretto cristallino non dissimile a quello da noi trovato negli occhi delle *Hippoboscidæ* ed *Oestridæ*.

Come si sa, negli occhi composti delle Muscidæ e di altre non poche famiglie de' Ditteri sotto a ciascuna faccetta della cornea sta attaccata una cassuletta in

foggia d'imbuto o campanella. La quale non è fatta, come afferma il Grenacher e i suoi seguaci, di due grandi cellule piatte di pigmento saldate insieme, ma di una sottilissima membranella omogenea, coperta solamente per di fuori da due a quattro delle predette cellule (Fig. 9, 20 e 22). Dal fondo di questa cassuletta si erge poi un piccolo cilindretto bianco e diafano (Fig. 7, 8, 9), il quale è mantenuto in sito nel vano della cassula da quattro espansioni membranose (Fig. 17, 20), e con l'estremo suo anteriore tocca e si attacca debolmente al centro della corrispondente faccetta della cornea (Fig. 24). Insieme con il cilindretto cristallino, durante la vita dell'insetto, ci è ancora una certa quantità di liquido contenuto in quei quattro scompartimenti ne' quali il rimanente vano della cassula vien diviso e distinto dalle quattro espansioni soprammentovate. E questo liquido, negli occhi indurati nell'acido cromico, e dai quali sen' è staccata la cornea, vedesi talvolta in forma di goccioline trasparenti poco discosto dall' estremità anteriore di bastoncelli ottici.

Il cilindretto cristallino delle Muscidæ ci si mostra sotto due differenti aspetti, secondo che l'occhio, dal quale si trae per osservarlo, sia stato indurito nell'alcool assoluto, o tenuto in macero nelle soluzioni lunghe di acido cromico ed osmico. Imperocchè nel primo caso il cilindretto, tanto che si osservi intero quanto tagliato a traverso, apparisce non altrimenti fatto che di una sostanza bianca, e in vista omogeneo (Fig. 7, 8, 20): nel secondo caso, al contrario, apparisce d'ordinario risoluto in quattro fili fondamentali (Fig. 13, 14, 19), i quali all'estremità loro si vedono alle volte risolversi in altri fili più sottili (Fig. 12, 15, 16). E i detti quattro fili, ciascuno con una piccola pallottolina in cima, accade alcuna volta di vederli col giro insieme dell'attaccatura del cilindretto cristallino applicati alla superficie interna delle faccette della cornea (Fig. 24, 25). E vuolsi notare ancora che l'estremo posteriore, o la base, che altrimenti si voglia dire, del cilindretto cristallino non si ferma in sul fondo della cassula, ma lo passa per un pertugetto rotondo (Fig. 10, 13, 16), che naturalmente c' è, e va quindi a circondare della sua propria sostanza l'estremità finale del bastoncello ottico (Fig. 18), immedesimandosi forse con quell' altra particolare sostanza che serve a collegare in uno solo tutto i sette filamenti che esso bastoncello compongono. La quale parte estrema del bastoncello, e l'altra insieme del cilindretto cristallino, che pajono essere in continuanza, sono tutte e due abbracciate e coperte, (come chiaro il dimostrano i tagli trasversali fatti in tal parte) da quelle quattro cellule prismatiche triangolari che stanno immediate sotto al fondo della cassula, e le quali al Grenacher è piaciuto chiamare cellule cristalline (Fig. 20, 21). Laonde tra queste cellule e il cilindretto cristallino delle Muscidæ non pare che vi sia altra attenenza che di semplice contiguità; e quindi l'origine e formazione di quello è per nuove investigazioni da ricercare altrove.

Discorso le quali cose, ci faremo ora a disaminare la strana opinione, messa fuori, è pochi anni, dal Sidney Hickson circa la composizione del pseudocono, o

mezzo rifrangente delle Muscidæ. Secondo cotesto osservatore inglese nelle Mosche il pseudocono si compone di quattro cellule, e ciascuna di due parti, l'una esterna più grande, chiara e trasparente, l'altra interna più piccola, granosa, oscuriccia, la quale contiene il nucleo della cellula. E di queste due parti è fuori dubbio che la grande risponde a uno di quei quattro scompartimenti pieni di liquido, nei quali, come si disse, le quattro espansioni membranose del cilindretto cristallino dividono il vano della cassula: la piccola poi risponde a una delle quattro cellule sottostanti al fondo della cassula, o cellule cristalline del Grenacher. E se così è, una tale opinione, com' io mi penso, si fonda parte in un abbaglio di osservazione e parte in un manco di diligenza nell' osservare. Perchè certo è un abbaglio di osservazione fare di due cose diverse e tra sè distinte due parti di una sola cosa: e, per contrario, è un manco di diligenza nell' osservare pigliare uno spazio pieno di liquido per una parte di cellula, e una intera cellula per sola una parte di essa. E questo basti di una tale opinione, che a parlarne davvantaggio non vale il pregio.

Ora da l' una o l' altra, o da tutte e due insieme le predette cagioni di errore, siami concesso di dirlo pur una volta, procedono principalmente le tante e tante opinioni strane che oggigiorno corrono sopra l' anatomia minuta degli occhi degli Artropodi. Al che si aggiunge la smania degli odierni Investigatori di cose naturali a coniare per ogni piccola cosa che lor vien fatto o credono di aver scoperta un vocabolo nuovo, che il più della volte tirano, dio sa con quanta perizia, dal greco; in guisa che oramai si è pervenuti a tale, che più non ci s' intende, e quando si è stretti da necessità a leggere le scritture di costoro, è una noia grave, uno sfinimento.

E qui faccio fine col dire concludendo:

1° Che la forma vera delle faccette della cornea negli occhi composti delle Muscidæ è convessa concava; le altre due forme, cioè la convessa piana e la convessa convessa, che eziandio si osservano, dipendendo dal luogo e modo come la faccetta si taglia.

2° Che le tre zone, le quali per mezzo del carminio del Beale o di quello boracico del Grenacher si divisano nella sostanza compositiva delle faccette, più che da differenza nella composizione chimica dipendono da una qualche differenza di ragione tutta fisica.

3° Che i mezzi rifrangenti degli occhi composti delle Muscidæ non sono dissimili da quelli degli occhi delle Hippoboscidæ ed Oestridæ, e consistono tanto nelle une che nelle altre in certi particolari cilindretti, i quali occupano il mezzo del vano della cassula, e sono mantenuti nel proprio sito da quattro sottili espansioni membranose.

4° Che il vano di ciascuna cassula, oltre del cilindretto cristallino, è pieno di un liquido trasparente che è contenuto in quei quattro scompartimenti in cui lo dividono le predette quattro espansioni membranose.

5° Che il cilindretto cristallino non è omologo, ma solamente analogo al cono cristallino, essendone differente l' origine, ma simile l' officio.

6° Che essendo molto probabile che in tutti quegli occhi de' Ditteri chiamati dal Grenacher pseudoconi ci sia un cilindretto cristallino non dissimile a quello che effettivamente ci è nell' Hippoboscidæ, Oestridæ e nelle Muscidæ; ei sarebbe bene che la voce *pseudocono* da ora in avanti si smettesse da coloro che si maneggiano e vogliono scrivere intorno alla interna struttura degli occhi degli Artropodi, e spezialmente degl' Insetti.

DICHIARAZIONE DELLE FIGURE

Il significato delle lettere dichiaranti i particolari delle figure che sono nella Tavola è come segue:

aec — Attaccatura dell' estremo anteriore de' cilindretti cristallini al mezzo della parte di dietro delle faccette della cornea.

aoc — Attaccatura dell' orlo o bordo delle cassule ai lati delle faccette della cornea.

b — Bastoncello ottico.

bpc — Bulbetto de' pelolini corneali.

ca — Cassula.

cat — Cassula tagliata di trasverso.

cc — Cilindretto cristallino.

cct — Cilindretto cristallino tagliato a traverso insieme con le sue quattro espansioni membranose che lo sostengono.

cfc — Concavo delle faccette della cornea.

cpb — Cellule pigmentarie che circondano e cuoprono il bastoncello ottico.

csfc — Cellule sottostanti al fondo delle cassule, o cellule cristalline del Grenacher e suoi seguaci.

csc — Cellule pigmentarie che soprastanno e cuoprono quelle che sono subito sotto al fondo delle cassule.

czps — Cellule che compongono la zona pigmentata infra e subcassulare.

eab — Estremità anteriore del bastoncello ottico, circondata ancor essa, come la base del cilindretto cristallino, dalle quattro cellule cristalline del Grenacher.

eabt — Estremità anteriore del bastoncello ottico tagliata di trasverso.

emsc — Espansioni membranose sostenitrici del cilindretto cristallino.

epct — Estremo posteriore o base del cilindretto cristallino, tagliata di traverso

in uno con le quattro cellule sottostanti alla cassula (cellule cristalline del Grenacher), le quali circondano strettamente essa base.

fac — Faccette corneali.

fc — Fondo della cassula che soprassiede ed è unito all' estremità anteriore del bastoncello ottico e alla base del cilindretto cristallino.

ffc — Forametto che è nel fondo della cassula, e per lo quale passa nel vano di quella il cilindretto cristallino.

frc — Fili ne' quali sotto certe condizioni si risolve il cilindretto cristallino.

nbc — Nuclei di quelle cellule pigmentarie che rigirano il bordo della cassula, le quali cellule con l' immedesimarsi insieme creano specialmente nelle *Muscidæ* una cotal maniera d' iride che soggiace alla corrispondente faccetta della cornea.

ncb — Nuclei di quelle cellule pigmentarie che abbracciano e cuoprono il bastoncello ottico.

ncsc — Nuclei di quelle cellule pigmentarie che soprastanno e cuoprono le cellule cristalline del Grenacher.

nfc — Nuclei delle quattro cellule sottostanti al fondo della cassula o cellule cristalline del Grenacher.

npc — Nuclei delle cellule pigmentarie che vestono esternamente le pareti delle cassule.

pbc — Pigmento che ricorre il bordo della cassula.

psc — Pigmento che in guisa di piccole strisce veste di fuori le pareti delle cassule.

rcem — Residuo del cilindretto cristallino e delle sue espansioni membranose.

remc — Residuo delle espansioni membranose sostenitrici del cilindretto cristallino.

sin — Sostanza intermedia tra le faccette della cornea, la quale serve a rilegarle insieme, e ne' tagli a perpendicolo di essa cornea apparisce in forma di piccolo conietto a base incavata tra una faccetta e l' altra.

ze zm zi — Zona esterna, media, ed interna della sostanza compositiva delle faccette della cornea.

AVVERTIMENTO

Vogliamo che si sappia le figure tutte della Tavola essere state ricavate da esemplari microscopici degli occhi composti di que' Mosconi (Somomyia Eritrocephala *Mgn.*) che massime al sopravvenir della primavera e nell' autunno sogliono aggirarsi ronzando per le stanze delle nostre case, ed essere tutte state disegnate con l' aiuto della nuova grande camera lucida dello Zeiss.

Fig. 1ª — Parte di un sottilissimo taglio perpendicolare di cornea sfaccettata, le faccette della quale appariscono manifestamente convesse concave, essendo il taglio caduto sopra il mezzo di ciascuna faccetta; e oltre a ciò la sostanza loro compositiva scompartita si vede in tre zone. (Al. Carm. Liq. risch. Ol. garof. Bals.)

Koristka $^3/_7$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 310.

Fig. 2ª — Tre faccette corneali con parte delle loro sottostanti cassule, tagliate nel vero loro mezzo parimente a perpendicolo. La sostanza loro compositiva mostrasi mediante il coloramento col carminio distinta in tre zone, e sotto ciascuna faccetta vedesi attaccata parte della corrispondente cassula. (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 3ª — Altre quattro faccette corneali tagliate medesimamente a perpendicolo. E dappoichè il taglio è venuto anzi che no grossetto, perciò oltre al concavo manifestissimo delle faccette si osserva parte di uno de' lati loro limitato in basso da una linea quasi diritta. Anche qui la sostanza onde son composte le faccette appare mercè il coloramento col carminio divisata in tre zone, l'esterna niente colorata, la media intensamente, l'interna colorata sì, ma assai di meno. (Medesimo preparamento).

Koristka $^3/_7$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 310.

Fig. 4ª — Altre due faccette corneali con le sottostanti cassule, tagliate piuttosto grossamente e alquanto per obbliquo. Insieme col concavo dell' una e l' altra faccetta vi si osserva anco per intero uno de' lor lati terminato al basso parimente da una linea quasi diritta, e il modo onde le cassule si attaccano alle dette faccette, e il luogo ove sono impiantati i piccoli bulbetti de' peluzzi corneali (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 5ª — Quattro altre faccette corneali tagliate per tal guisa che il taglio

rasenti uno de' loro lati. Onde ciascuna faccetta apparisce convessa piana. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{3}/_{7}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 310.

Fig. 6ª — Tre altre faccette corneali con le loro soggiacenti cassule tagliate molto obbliquamente. E però le faccette appariscono convesse convesse. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{3}/_{7}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 310.

Fig. 7ª — Parte davanti di un bastoncello ottico con la sua propria cassula, entro il vano della quale risiede il cilindretto cristallino. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 8ª — Parte davanti di altri due bastoncelli ottici colle loro proprie cassule e i propri cilindretti cristallini. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 9ª — Metà davanti di un altro bastoncello ottico con la sua propria cassula, dentro la quale vedesi il cilindretto cristallino. (Soluz. Ac. crom. 1 in 5000. Gl. Ac. form.)

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 10ª — Parte davanti di un altro bastoncello ottico con la cassula sua intera, e nel vano della quale scorgesi il cilindretto cristallino. (Medesimo preparamento.)

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 11ª — Parte davanti di un altro bastoncello ottico con solo il fondo della sua cassula, dal quale s' innalza il cilindretto cristallino di cui è rimasa buona parte. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 12ª — Parte davanti di un altro bastoncello ottico con quasi metà della sua cassula, dal cui fondo si lieva su il cilindretto cristallino, il quale all' estremo suo appare risoluto in un pennellino di fila sottilissime. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 13ª — Parte davanti di un altro bastoncello ottico con un brano di cassula, dal cui fondo per un foramетto si vede venir su il cilindretto cristallino risolutosi tutto in quattro filamenti. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 14ª — Parte davanti di un altro bastoncello ottico con solo il fondo della sua cassula, dal cui mezzo si vedono sorgere due filamenti doppi che sono appunto que' quattro filamenti fondamentali ne' quali il cilindretto cristallino per opera delle soluzioni lunghe di acido cromico ed osmico non di rado accade che si disciolga. (Medesimo preparamento).

Koristka $^{4}/_{8}$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 15ª — Parte davanti di altri due bastoncelli ottici, ciascuno con metà dalla sua propria cassula e il suo proprio cilindretto cristallino, il quale vedesi all'estremo suo risoluto in un ciuffetto di fili sottili, e sostenuto nella sua base da due espansioni membranose. (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 500.

Fig. 16ª — Parte di un altro bastoncello ottico con metà circa della sua cassula, dal fondo della quale per un manifestissimo forametto vedesi sorgere il cilindretto cristallino, il quale è mantenuto fermo nel vano della cassula da due laterali espansioni membranose, e non lungi dall'estremo suo si vede sciogliersi in parecchi fili. (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 500.

Fig. 17ª — Parte di un altro bastoncello ottico con un pezzo di cassula e con presso che intero il suo cilindretto cristallino, il quale per tutta la sua lunghezza appare provvisto di una sottilissima espansione membranosa. (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 18ª — Parte davanti di un altro bastoncello ottico con solo un pezzo del suo cilindretto cristallino, il quale distendesi in giù e va a coprire l'estremo finale di esso bastoncello. (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 19ª — Due faccette corneali coi quattro filamenti fondamentali del cilindretto cristallino rimasti attaccati alla parte di dietro di ciascuna faccetta. (Soluz. Ac. Osm. Al. Ol. Garof. Bals.).

Koristka $^3/_7$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 310.

Fig. 20ª — Taglio trasversale di un occhio composto, parallelo alla cornea. In questo taglio si osservano prima tre faccette corneali con le sottostanti cassule tagliate di traverso di qua dalla loro bocca, con dentrovi il cilindretto cristallino, tagliato di traverso ancor esso, e mantenuto in sito da quattro espansioni membranose, le quali, perchè tagliate secondo la grossezza, qui appariscono in guisa di quattro linee che vanno dal dintorno del cilindretto cristallino alle pareti della cassula: poi tre cassule con entrovi i tre cilindretti cristallini, tagliate di traverso là per appunto ove si trovano i nuclei di quelle cellule pigmentarie che vestono esternamente le pareti di esse cassule: e da ultimo la base o estremo di dietro de' tre prenominati cilindretti cristallini abbracciata dalle quattro cellule sottostanti al fondo della cassula o cellule cristalline del Grenacher, insieme con le cellule che formano la zona pigmentata infra e subcassulare che a quelle fanno corona. (Al. Carm. Liq. risch. Ol. Garof. Bals.).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 21ª — Taglio trasverso della estremità anteriore di tre bastoncelli ottici con le quattro cellule sottostanti al fondo delle cassule che l'abbracciano

e con le cellule della zona pigmentata infra e subcassulare che alla larga l'intorniano. (Medesimo preparamento).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 22ª — Taglio trasversale di quattro cassule rivestite ciascuna all'esterno di quattro cellule pigmentarie, come il dimostrano i quattro nuclei che si osservano nelle pareti di ognuna di loro. Nel vano di tre di esse poi si vede il residuo dell'espansioni membranose sostenitrici del cilindretto cristallino. (Al. Carm. Liq. risch. Gl. Ac. Form.).

Koristka $^3/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 400.

Fig. 23ª — Quattro faccette corneali osservate pel di dietro. Sotto ciascuna faccetta si vede la propria cassula tagliata di traverso con dentrovi il cilindretto cristallino insieme con le quattro espansioni membranose che lo sostengono, e con al bordo loro i nuclei di quelle dodici cellule pigmentarie le cui sostanze cellulari con l'immedesimarsi insieme vanno di poi a formare quella specie di iride subito sotto a ciascuna faccetta della cornea. (Al. Carm. Liq. risch. Ol. Garof. Bals.).

Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

Fig. 24ª — Altre quattro faccette corneali osservate per davanti. Al di sotto di ciascuna di esse si vede l'estremo anteriore del cilindretto cristallino rimastovi attaccato, e di più i nuclei di quelle cellule pigmentarie che circondano il bordo delle cassule, le quali qui si sono distaccate e venute via. (Ac. Crom. Gl. Ac. Form.).

Koristka $^4/_7$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 430.

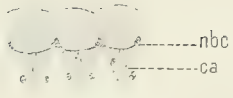
Fig. 25ª — Altre quattro faccette corneali osservate pel di dietro, ciascuna con i suoi sei lati vestiti di quel pigmento che orla il bordo delle cassule e con sotto il giro dell'attaccatura del cilindretto cristallino, del quale qui sono rimasti aderenti solamente i quattro suoi fondamentali filamenti, ciascuno con una piccola pallina in cima. (Medesimo preparamento).

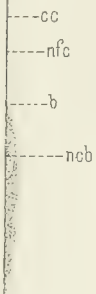
Koristka $^4/_8$ Canna del microscopio in tutto scorciata × 600.

1

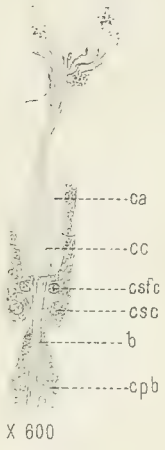
5

6

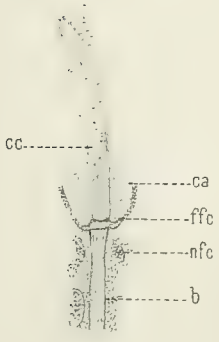




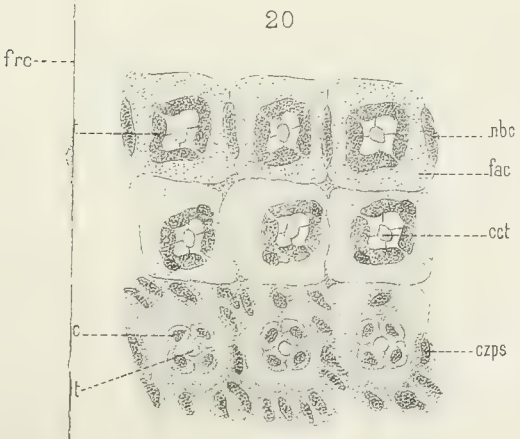
12



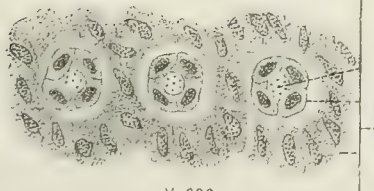
13



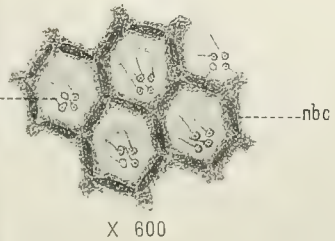
20



21

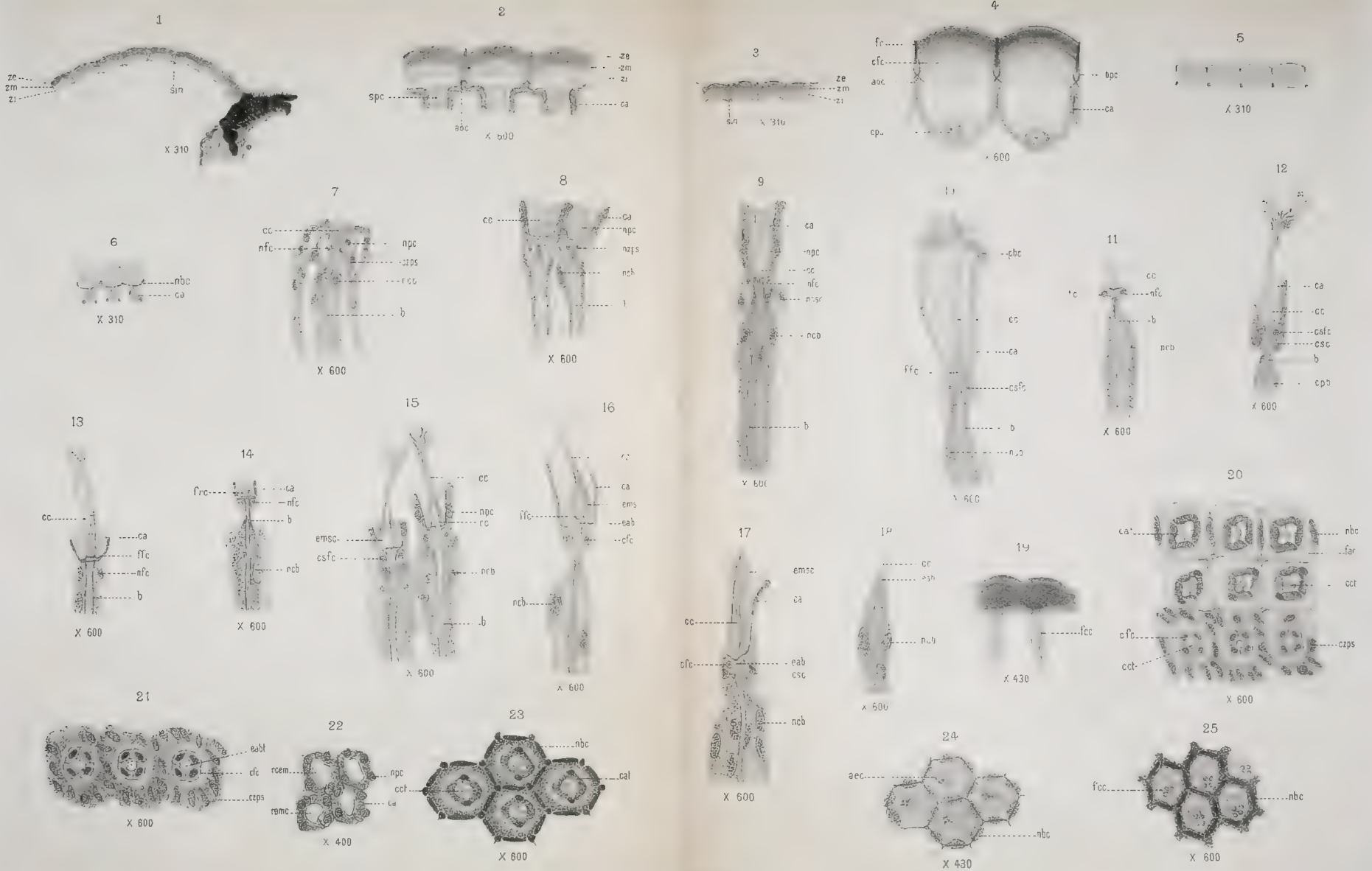


25



Pio Pº Gregori dis. dal nat. e in pietra.

lit. G. Wenk e Figli — Bologna



Fio P.° Gregori dis. dal nat. e in pietrà.

lit. G Wenk e Figli—Bologna

SULLA

LUCENTEZZA E STRIATURA LISCIA DELLE SUPERFICIE

NELLE SALBANDE DEI FILONI METALLIFERI

E NELLE ROCCE SCAGLIOSE

NOTA

DEL PROF. LUIGI BOMBICCI

(Letta nella Sessione delli 26 Febbraio 1888).

Fra le collezioni che servono allo studio pratico, nella scuola universitaria di Mineralogia, ne ho disposta una, di soli venticinque esemplari, ma sufficiente ad illustrare il fenomeno della striatura delle salbande nei filoni metalliferi, ed a far conoscere quelle singolari superficie specchianti, denominate dai tedeschi *eisenspiegel* e *bleispiegel,* quando si osservano nei solfuri di ferro o di piombo, le quali non di raro si presentano nei giacimenti di origine filoniana. Mi sono in tal occasione convinto che la lucentezza brillantissima di quelle superficie è prodotta, *nel maggior numero dei casi,* dalla iniezione e circolazione di acque minerali, o di poltiglie liquide acquose, attraverso le fratture o screpolature delle ganghe e delle rocce incassanti; sia nei filoni metalliferi propriamente detti; sia nelle dicche litoidee, di di origine idrotermale.

Se qui trascrivo il catalogo di quei venticinque esemplari e ne accenno le particolarità che mi sembra si coordinino col fenomeno sovraindicato, non già per esaltare, esagerandola, l' importanza della lisciatura sopra piccole porzioni di superficie in una roccia o in una ganga metallifera; bensì, per modificare o correggere la spiegazione datane finora, dai più; la quale, generalizzata come è, induce una frase sbagliata nella storia dei piccoli e locali movimenti cui va soggetta la crosta del globo. Difatti, quelle lisciature *a specchio*, quelle striature lucenti di cui è parola, si vollero attribuire al forte e ripetuto spostarsi delle masse rocciose; ad attriti ed a strofinamenti che s' immaginavano capaci di dare splendido polimento a pietre incapaci di assumerlo per qualsiasi processo meccanico artificiale; dunque ad un genere di dinamismo endogeno *sui generis*, di cui niun altro fenomeno terrestre interviene a far comprendere l' indole e la ragione.

Senza dubbio, taluni movimenti del sottosuolo, relativamente rapidi e se vuolsi, talora istantanei, avvennero; essi posson dirsi evidenti, dovunque sono montagne e

vallate, e dovunque s' incontrano salti di strati, o *faglie* di filoni. Ne sono perciò così comuni e così variati gli esempi, che sarebbe assurdo il negare che da essi movimenti possano derivare attriti enormi, disgregamenti di quelle parti che ne sono interessate, solcature e striature di superficie, e qualche lisciatura, laddove la sostanza pietrosa lo consenta per una sua speciale plasticità o compattezza.

Io mi propongo quindi, di dimostrare solamente questo : le superficie *specchianti*, che non di raro si trovano presso le salbande dei filoni o nelle screpolature delle rocce investite da attività idrotermali, piuttosto che dipendere da strofinamento di superficie che muovonsi le une presso le altre, son generate *dall' azione lubrificante, lucidante e polimentatrice, di filtrazioni di acque minerali, o di poltiglie, acquose, termali, circolanti.*

Faccio anzi eccezione per taluni casi, dei quali il più interessante, per grandiosità e frequenza, non che per le correlazioni sue colla storia geologica e fisica dei terreni terziari subappennini, è quello delle discusse e ridiscusse le nostre ARGILLE SCAGLIOSE.

La scagliosità di tali rocce, non di raro accompagnata da una brillante lucentezza in tutte le scaglie che derivano dalla friabilità delle loro masse, osservasi talvolta anche in certe magnesiti e in certe Giobertiti amorfe e silicifere, in taluni grafitoscisti nodulosi, e in quasi tutte le varietà di Steatite, aventi sede ed origine nelle fratture di rocce serpentinose. Siffatta scagliosità è dovuta ad una specie di laminazione, per via di fortissime pressioni oblique; pressioni, che quelle materie, in istato ancor molle o plastico, comprese in una formazione sottomarina già divenuta campo d' attività idrotermale, andarono subendo.

È ragionevole, anzi necessario, in tal ordine di ricerche, il riferirsi a quelli spostamenti rapidi del suolo ed a quelle fratture o litoclasi che andavano producendosi attraverso grosse pile di strati sottomarini, quando sul finire dei tempi terziarii compievasi il sollevamento dell' Appennino.

Talune di quelle pile, o plaghe variamente estese e conformate, rinvenute isolate per le fratture circostanti, or parallele or perpendicolari all' asse orografico attuale dell' Appennino, si sollevarono quasi orizzontalmente, sospinte dal potente rigonfiarsi ed espandersi delle argille scagliose sottostanti, divenute capaci di reagire, vincendola, contro la enorme e non più continua pressione cui erano state soggette.

Si producevano rilievi montuosi a strati scoperti all' ingiro colle loro testate, e quasi orizzontali, ovvero con lievi inclinazioni, per lo più immergenti a Nord. Ne danno esempio nel Bolognese il monte di Vigo, in parte il Montovolo, e con ben altra imponenza di moli, il Corno alle Scale.

Altre pile invece assai più numerose, e per tale ragione caratteristiche della orografia generale del territorio montano del Bolognese e di regioni vicine subappenniniche, si sollevarono obliquamente; sempre per opera di un impulso endogeno, di cui le argille scagliose, rigonfiate, invase da idrotermalità e da idroplutonismo ci offrono la più palpabile manifestazione. E vi è questo da notare d' importante;

che laddove si produssero più ampie, dominanti, le fratture parallele all' asse dell'Appennino, il sollevamento obliquo condusse ad *uniclinali*, immergenti a Nord; quindi con le testate scoperte, e in apparenza orizzontali, prospicienti a Sud, verso l' asse appenninico (Rupe del Sasso, Monte Mario, Mont' Adone, Monte delle Formiche, Monte Renzo, Livergnane, Monte Canida, ecc.); laddove invece, primeggiano le spaccature normali alle prime, dirette verso l' Appennino, e divenute oggidì erosissimi alvei di torrenti e di fiumi, sursero pure gli *uniclinali;* ma immergenti verso Ovest, nel maggior numero dei casi, ossia colle testate degli strati, in apparenza orizzontali, scoperte, spezzate, distintissime, prospicienti ad Est. — Esemplari stupendi di queste disposizioni orografiche e stratigrafiche, nel Monte Mario, nelle gole di Calvenzano e del Salvaro, nel Monte Aldara e altri presso Vergato, nel magnifico Cigno delle Mogne, nei Monti-della-Riva, verso il Modenese, il contrafforte fra Limentra e Reno e tanti altri. Dove peraltro, gli strati sollevati si piegarono ad arco, e ad anticlinale, come per esempio al Monte Cavaloro, presso Riola, e in altri punti, la frattura avvenne nella curvatura culminante, e si hanno testate opposte alle precedenti, che guardano cioè verso Nord. Tali casi sono rari nel Bolognese.

Anche il Monte Titano, o di S. Marino, colle sue ripidissime balze prospicienti l' Adriatico, e con i suoi innumerevoli straterelli di calcare organogenico del Miocene, ondulati in una prevalente orizzontalità di testate dà esempio di frattura e di faglia; ed alla base del pittoresco rilievo, appariscono difatti, in una stretta zona le argille scagliose, in più punti abbastanza libere dal miscuglio colle marne e le argille distese ivi largamente, per farsi visibili e distinte con i loro colori e le loro modalità caratteristiche.

Ogni qualvolta si ammettano siffatte condizioni geologiche, la scagliosità vera delle argille non solamente viene spiegata con somma facilità; ma si trova immediatamente la ragione del vederla *localizzatissima* qua e là in determinati e limitati allineamenti, entro certe vene di iniezione, colle sue lucentezze e le sue tinte calde, rossocupe, gialle, brune, verdi, violette; mentre la stessa roccia assume più frequentemente, ed in plaghe immensamente più estese la struttura scistosa, foglietta, o friabile o poligonale (argille galestrine o galestri ftanitici), ovvero la struttura terrosa, a grumetti, a zolle, con tinte grigie, cenerine, sbiadite, fosche, quasi uniformi.

Difatti, *veramente scagliose son solamente quelle che s' iniettarono e sursero nelle fratture e nelle faglie; che vi furono schiacciate compresse, laminate, scaldate, mineralizzate;* le varietà scistose, o galestrine, o stratificate son quelle che mantenendo la loro situazione originaria, rispettiva, venner tratte alla luce dal sollevamento o messe a nudo dalle erosioni superficiali in aree di più ampie o ripetute dislocazioni; le varietà terrose sono per lo più radunate nei valloni, presso le fratture, ed a mio credere *rappresentano il traboccamento — sottomarino —, delle precedenti, sulle pile di strati che loro davano, invece, passaggio.*

E siffatte modalità terrose, di spappolamento per trabocco, son quelle appunto che si giudicano da taluni di seconda formazione, e di età più recente: del cretaceo superiore o dell' eocene inferiore, le altre; queste del miocene.

Tali idee sulle argille scagliose, e molte altre concorrenti alla storia naturale di questa roccia interessantissima, le ho altra volta esposte e messe in discussione, negli atti dell' Accademia di Bologna. Mi ci son trattenuto facendo digressione dal soggetto della presente Memoria, non parendomi mai superfluo il richiamar su di esse l' attenzione di colleghi e di scienziati competenti.

Aggiungo altre poche parole in proposito.

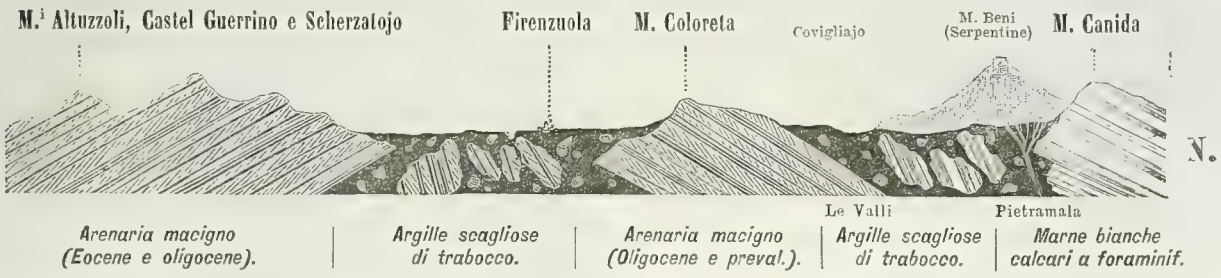
Le pressioni incalcolabili che le argille scagliose dovevano sostenere penetrando le spaccature regionali delle masse terziarie stratificate, sovraincombenti, e restandovi come schiacciate e laminate, dovettero essere *oblique*.

Di tal circostanza hannosi prove evidenti, oltre che nella lisciatura e nella scagliosità delle stesse argille, anche nella spalmatura quasi steatitosa e per lo più lucentissima dei frammenti o scheggioni di calcare alberese che le argille scagliose traevano seco nella loro forzata intromissione; di più, nel fitto screpolamento di parecchi massi dello stesso calcare, con obliquità di spostamento dei singoli frammenti stratiformi (Fig. 4ª della Tavola); e nell' arrossamento delle argille medesime per calore sviluppato.

Del resto, dove più ampie e beanti si produssero quelle fratture, anche le serpentine poterono associarsi alle argille scagliose irrompenti, se pur non si costituirono cause prime del sollevamento nelle zone che oggi le presentano allo scoperto; si produsse quindi quel campo classico di metamorfismo idrotermale che diede all' Appennino nostro tanta copia e varietà di argilliti, di ftaniti, di gabbro rosso, di diabasi, di oficalci e di ofisilici, con vene di Datolite, di Aragonite e via dicendo.

Se ne vede uno stupendo esempio nell' esteso avvallamento che si allinea, con una larghezza da 8 a 10 chilometri, fra Pietramala e Firenzuola toscana, quasi parallelo all' alto crinale dell' Appennino, e comprendente i bacini di origine del Diaterna e del Santerno. Ivi la depressione è tutta occupata, direbbesi riempita, da enormi trabocchi di argille scagliose, cosparse di massi e rottami di alberese, di macigno, in gran parte modificati nella struttura, nel colore; ivi sorgono, confusamente distribuite, fra le superficie ondulate o mammillonari, con balze e calanchi di erosione, grosse rupi staccate dalle parti stratificate e profonde della montagna, e sospinte tanto in alto da figurare come dipendenze montuose della maggiore catena; ivi, grandi, lunghe, ripetute fratture; ivi gli aditi aperti per l' intromissione ascendente di magmas cristallini profondi; ivi, fra il Canida (m. 1161), tutto di marne bianche a globigerine sulle sue pendici a picco verso Sud, il Coloreta (m. 962), e il Guerrino (m. 1398), tutti di macigno grigio, oligocenico ed eocenico, il Monte Beni, tutto di ofioliti, tutto di rocce eruttive serpentinose e diallagiche, giunte fino a 1243 metri sul livello del mare.

Ecco lo spaccato teorico, quale mi sembra ammissibile per la detta regione, condotto dai monti Altuzzoli e Castel Guerrino al Monte Canida, attraverso Firenzuola toscana e Pietramala:



In questo spaccato, può supporsi che la linea *dorsale* del M.e Coloreta soggiacesse, contigua, alle marne bianche a globigerine del M.e Canida; e che alle arenarie del M.e Coloreta, soggiacessero, pure contigue, quelle di M.e Altuzzoli e le inferiori del Guerrino. La condizione attuale, quale è rappresentata, proverrebbe da fratture, dislocazioni e scorrimenti da **N.** a **S.** con moto di *bascule*, per le masse discendenti verso **Sud.**

Dunque, la LISCIATURA SPECCHIANTE, quella che vedesi stupendamente presentata dalla calcopirite della miniera di Agordo nel Bellunese, dalla galena di Bleiberg, o delle miniere di Iglesias, è fenomeno di altro ordine; è l' effetto di una causa indipendente dai movimenti del suolo; e questa causa io l' ho fin da principio indicata nella circolazione delle acque minerali, entro le fissure e screpolature reticolate delle rocce, e delle ganghe metallifere.

Ciascuno degli esemplari della collezione sopra citata guardato che sia senza idea preconcetta, vale ad escluder gli sfregamenti a secco, fra solido e solido, per moto di masse contigue, come cause del fenomeno della lisciatura; e vale a confortare pienamente la spiegazione che ne do.

Accenno solo alla sfuggita la inverosimiglianza che una lucidatura così perfetta e splendida, quale è visibile negli specchi della Pirite, sia indotta da uno strofinio di breve durata fra superficie, dure, fragili e granulari. Tutti sappiamo quanto difficile, delicata e complessa riesca l' operazione di dare il perfetto polimento alle sostanze dure, alle gemme, alle pietre silicee ad ai silicati ornamentali.

Una grande velocità di rotazione nel disco lucidante è la condizione più efficace per ottenere un buon risultato, in un coll' impiego di speciali qualità di polveri impalpabili, rese uniformi colla levigazione.

Ad ogni modo, qualora pur si volesse attribuire la lucidatura di quelle superficie a potenti frizioni, dovrebbero pur verificarsi queste conseguenze:

a) Le parti più in rilievo dovrebbero essere le più lisciate; quelle in incavo, sottratte quindi all' attrito, non dovrebbero esser lucenti;

b) Se si osservano strie o solchi, sopra pareti opposte, o sopra superficie opposte di un dato pezzo, a forma di scaglia o di strato, deve pure osservarsene un dominante parallellismo;

c) Sulle superficie lisciate, mai dovrebbero trovarsi punte o particelle o granuli in rialzo, imperocchè l' attrito lisciante avrebbe commosso e distrutto ogni sporgenza superficiale;

d) dovrebbero costantemente mancare le superficie SPECCHIANTI sui pezzi cuneiformi od a cuspide;

e) Le superficie liscie e rilucenti dovrebbero appartenere sempre esclusivamente a masse di un certo e non lieve spessore; giammai a veli tenuissimi, UNIFORMI sebbene spesso ondulati, simili a patine di vernice di estrema finezza e di *completa continuità*, stese sulle roccie.

Pertanto, gli esemplari della raccolta qui presente offrono condizioni precisamente opposte a tali conseguenze logicamente derivabili dall' idea che combatto; son perciò autorizzato a dichiarare erronea quell' idea, ed a sostituire la mia, colla quale le suddette condizioni perfettamente si accordano.

Per esempio il grosso pezzo di salbanda di filone con Blenda, (N. 34224), non rimane indietro nel contributo per la dimostrazione che mi sono prefissa.

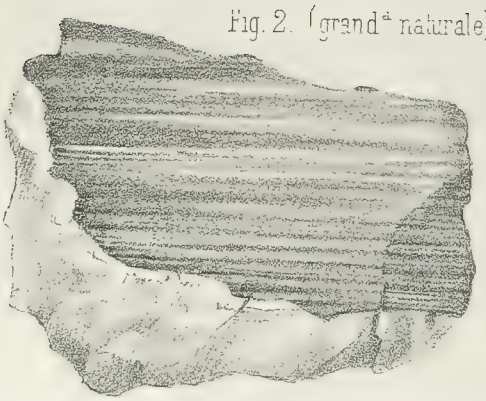
La ganga è una miscela di calcare, baritina, silice, silicati di magnesia, di color bianco e verdiccio chiaro; il minerale è solfuro di zinco, con solfuro di piombo commisto. Delle sue facce ondulate, con lisciatura e strie, talune lucentissime, quattro son disposte in modo da comporre un' informe zona prismatica, irregolarmente trapezia; ma le strie vi son dirette con un generale parallelismo, nel senso dei piani secanti quella zona, con un' obliquità di circa 45°. — È inconcepibile qualsiasi causa meccanica di strofinamento, di trascinamento e di striatura, che abbia contemporaneamente e trasversalmente agito su quattro facce di un prisma. Invece è facilissimo concepire una spalmatura del pezzo, ed il polimento della superficie prodottasi, con strie lucenti parallele, mediante un' iniezione di poltiglia acquea; questa poltiglia liquida, fortemente compressa, se diretta obliquamente verso uno spigolo della zona, avrebbe invaso non solo le due faccie anteriori della sporgenza diedrica, ma altresì le contigue posteriori che formano angolo assai ottuso colle prime.

Anche l' acutezza degli spigoli intermedi; la lucentezza qua e là vivissima nelle parti più depresse, in incavo, ovvero appannata o nulla nelle salienti, in rilievo, e la natura frammentaria, friabile, impura della materia superficiale, che non potrebbe in alcun modo lucidarsi, convalidano l' argomento.

Fig. 1. (metà del vero)

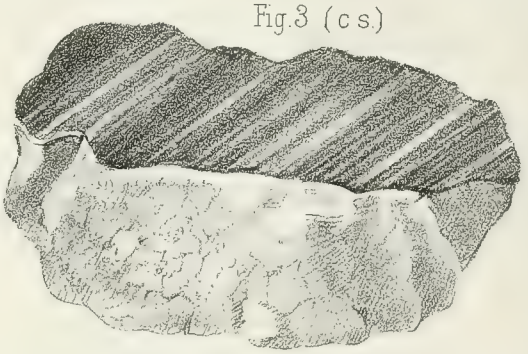
Velature lucenti e convergenti fra loro, di Galena.
Es. di Montevecchio (Iglesias)

Fig. 2. (grand.ª naturale)



Velatura lucente di Galena, sulla ganga frammentata — Es di Bleiberg

Fig. 3 (c s.)



Velatura lucente di Tormalina sul Granito — E s. dell'isola d'Elba.

Fig. 4.

Blocco di Calcare alberese lisciato e frammentato dal trabocco delle argille scagliose. I singoli frammenti furono spostati, a scaletta e risaldati — (Da una fotografia a 1/6 del vero.)

Profilo del precede

L. Bombicci, dis dal vero — A. Baraldini, dis in pietra.

lit. G. Wenk e Figli — Bologna.

CATALOGO

DELLA COLLEZIONE DI ROCCIE E DI SALBANDE, CON SUPERFICIE LISCIATE E SPECCHIANTI

N. **1.** (34210 del Catalogo generale). — **Impasto argilloso steatitico.**
Losima del filone *impastato*, ramifero di Montecatini; con superficie lisciate, striate, per scivolamento e laminazione meccanica.

N. **2.** (34211 c. s.). — **Argilla scagliosa.**
Var. con superficie liscie, lucenti, di color rosso-epatico, variegato di verde. — La lucidezza vi è data da attrito, strisciamento, con pressioni oblique e filtrazioni acquee.

Pian di Casale (Bolognese).

N. **3.** (34212 c. s.). — **Grafitoscisto.**
Var. a grosse scaglie, con superficie liscia, lucida per strisciamento con pressioni oblique, concorrendovi l'acqua, in filtrazioni continue.

Miniera di Baccu Arrodas (Sarrabus-Sardegna).

N. **4.** (34213 c. s.). — **Noccioli di filone ramifero.**
Var. litoidi, steatitosi, con rivestimento argilloso lucente. La lisciatura deriva c. s. Avvenne col trascinamento ripetuto, in mezzo alla pasta eruttiva del filone.

Min.ª di Montecatini (Volterra).

N. **5.** (34214 c. s.). — **Magnesite silicifera, scagliosa.**
Es. di var. bianca, amorfa, con superficie striata in parte, con areole liscie, lucenti. Cause della lisciatura c. s.

Baldissero in Piemonte.

N. **6.** (34215 c. s.). — **Arenaria macigno.**
Var. scistosa, con interposizione di patine argillose nere, ondulate e lucenti. La lisciatura, che vedesi indipendente, per direzione e modo, dalla schistosità, è dovuta a filtrazioni di poltiglie acquose, sotto forti pressioni.

Ospedaletto (Appennino Pistoiese).

N. **7.** (34216 c. s.). — **Schisto bituminoso e carbonioso.**
Es. sottile, con patine carboniose, friabili, e superficie lisciate, lucentissime. La lisciatura è dovuta a filtrazioni come nel caso precedente, con materiali bituminoidi.

Rochamp (Alta Saona).

N. **8.** (34217 c. s.). — **Calcare silicizzato, con superficie lisciate, striate, lucenti.**
Es. brecciforme, trasformato quasi completamente in piromaca; una superficie, esterna del giacimento, presenta un tenue rivestimento di calcedonio grigio e gialliccio, liscio, lucente, ondulato.

Terzorio (Porto Maurizio).

N. **9.** (34218 c. s.). — **Calcite silicifera a lastre.**
Es. in cui vedesi la lastra, molto sottile, costituita in una superficie da uno straterello di Calcite translucida, spatizzata, con strie e lisciature, in diversa direzione e a diverso livello.

Terzorio (Porto Maurizio).

N. **10.** (34219 c. s.). — **Arenaria grossolana, puddingoide.**
Es. in parte lisciato, lucente, di color grigiastro a zone quasi nere. La superficie liscia, è ondulata, a strie, con piccoli rialzi bastevoli a far escludere l'azione meccanica di strofinamento, per spiegare la lucidatura lucentissima. Ha disegno brecciforme e puddingoide.

N. **11.** (34220 c. s.), — **Selce carnicina brizzolata.**
Es. di forma irregolarissima, con superficie a rilievi ed incavi multiformi, ma con taluni spigoli assai sottili, talune angolosità assai salienti per escludere un logorìo meccanico dalle cause della sua lucentezza, della smussatura dolce e uniforme dei suoi rilievi.

Isola del Nilo dopo la prima Cateratta.

N. **12.** (34225 c. s. Fig. 3ª della Tavola). — **Tormalina nera, a superficie lucente.**
Es. in cui la Tormalina si presenta in forma di tenue patina, ondulata, a crespe parallele, distesa sul granito. Viene assolutamente esclusa la possibilità che tal disposizione dipenda da confricazione di opposte superficie; l'azione idrica è evidente.

S. Piero in Campo.

N. **13.** (34226 c. s.). — **Concrezione calcarea ferruginosa.**
Es. con superficie in parte mammillonare, in parte a rilievi cilindroidi bernoccoluti, con direzione obliqua, di color bruno, e con parziale lucidatura assai brillante per opera delle acque stesse, incrostanti.

Carlsbad.

N. **14.** (34227 c. s.). — **Fluorina spatica, verde-grigia.**
Es. con una superficie lisciata, lucente, con finissime strie parallele, e con incavi e rilievi escludenti che la striatura siavi stata prodotta da attrito meccanico, per strofinamento. Deriva da filtrazioni acque sotto forti pressioni.

Min.ª di Correboi (Lanusei).

N. **15.** (34228 c. s.). — **Fluorina spatica verde-grigia.**
Esemplare analogo al precedente e di eguale provenienza.

N. **16.** (34229 c. s.). — **Calcopirite massiccia a specchi.**
Es. di minerale in massa a grana fina, con superficie piane, liscie, lucentissime, con rilievi per traccie di cristallizzazione e con lievissima striatura. I rilievi suddetti escludono l'attrito e la frizione fra le cause della lucentezza specchiante prodotta invece da acque minerali circolanti sotto alta pressione.

Agordo (Bellunese).

N. **17.** (34230 c. s.). — **Calcopirite massiccia a specchi.**
Es. del minerale in massa a grana fina, con superficie piana, lievemente increspata, e con attitudine a staccarsi come patina sottile dalla massa del pezzo. Lisciatura specchiante. Cause c. s.

Agordo (Bellunese).

N. **18.** (34221 c. s.). — **Pirite con superficie a specchi.**
Es. in massa quasi compatta, screpolata, impura, con una superficie lucente, lievemente ondulata, con minimi rilievi, faccettati, irregolari, che sembrano prodotti da piccolissimi gruppetti di cristalli. — L'azione depositante e lisciante dell'acqua può essere, in questo caso aiutata dalla iso-orientazione delle molecole di pirite dell'ultimo velo di adunamento, alla superficie.

Schneeberg.

N. **19.** (34222 c. s.). — **Pirite con superficie a specchi.**
Es. in massa finamente granulare, lievemente ondulata sulla superficie liscia, alquanto appannata e con finissime screpolature.

Schneeberg.

N. **20.** (34223 c. s.). — **Calcopirite in ganga quarzosa.**
Es. con superficie lisciata a strie, in cui la parte striata offre leggere ondulazioni. Tinta nerastra e velature verdoline di carbonato e idrato di rame.

Massa marittima (Toscana).

N. **21.** (34224 c. s.). — **Blenda e Galena in massa, con lisciature striate.**
Es. di filone. I due solfuri sono in masse distinte, ma fra loro confusamente associate, con struttura lamellare dominante. La lisciatura presentasi in areole separate, con strie dirette in varii sensi, in una superficie ineguale, con incavi e screpolature, ed un intonaco sottile, nero, steatitoso.

Min.ª di Montevecchio.

N. **22.** (34231 c. s. Fig. 2ª della Tavola). — **Galena in velatura lucente** (Bleispiegel).
Es. di salbanda, che presenta la galena distesa in sottilissima patina lisciata, specchiante sopra una ganga friabile, calcareo-quarzosa, metallifera, con solfuro di piombo amorfo irregolarmente diffuso.

Miniera di Bleiberg (Carinzia).

N. **23.** (34232 c. s. Fig. 1ª della Tavola). — **Galena con superficie a specchi.**
Es. di salbanda quarzosa e spatica, frammentata, metallifera, a forma di cuneo, irregolare, curvilineo. Le due opposte superficie del pezzo, convergenti, presentano straterelli sottili di galena, uniformi, con lievissime ondulazioni tutte parallele per egual direzione e assai lucenti.

Min.ª di Montevecchio (Iglesias).

N. **24.** (34233 c. s.). — **Galena con superficie a specchio** (Bleispiegel).
Es. di salbanda, con superficie piana, liscia, lucente, sopra massa di galena finamente lamellare, in ganga di calcare bruno, con traccie di striatura e lisciatura sulle screpolature più fini.

Miniera di Bleiberg (Carinzia).

N. **25.** (34235 c. s.). — **Galena in patina lucente.**
Es. in cui la patina tenuissima di solfuro di piombo, vedesi *uniformemente* distesa sulla quarzite bianca frammentata, della ganga metallifera. È evidente l' azione di deposito e di lisciatura, idrica, esclusiva.

Schio (Vicentino).

N. **26.** (34236 c. s.). — **Fluorina spatica varicolare.**
Es. in aggregato irregolare, fragile, biancastro, livido e verdolino. La lisciatura, specchiante, su di una parte di superficie piana, lievemente increspata, non può derivare da attriti puramente meccanici.

Da una miniera di Boemia.

LE TEMPERATURE

NELL' EMILIA, NELLA LOMBARDIA E NEL VENETO

MEMORIA

del Professore PAOLO BUSIN

(Letta nella Sessione del 18 Marzo 1888).

Quasi tutte le pubblicazioni di meteorologia, riportanti i valori medî mensili della temperatura, sono affette da errori, sia che questi provengano dalla stampa, o dal modo di calcolare o da altre molteplici cause. Lo studioso, che cerca trarre deduzioni scientifiche da tali pubblicazioni, deve assoggettare tutti i valori climatologici che prende in considerazione ad un esame minuzioso, per rintracciare ed escludere tutti gli errori, altrimenti otterrà valori inesatti, e le deduzioni saranno spesso erronee. Sonvi due metodi distinti per fare questo esame; nel primo si stabiliscono per un determinato luogo le differenze da mese a mese successive, e si osserva se queste si approssimano o sono quasi eguali e mantengono lo stesso segno di quelle analoghe di una località vicina, nel secondo caso si determinano le differenze fra i mesi dello stesso nome di due anni diversi, e si osserva se queste sono quasi eguali e mantengono lo stesso segno di quelle analoghe di una località vicina. Risulta dagli studî fatti da molti meteorologisti che tali differenze per stazioni non molto discoste assumono una determinata costanza, e mantengono lo stesso segno, specialmente quando trattasi delle medie mensili.

Nello studio che faccio sulle temperature in Italia, e del quale espongo qui i dati ottenuti per le regioni emiliane, lombarde e venete, io adottai tutti e due i predetti metodi, e così giunsi ad eliminare parecchie imperfezioni che si trovano nelle pubblicazioni e ad escludere quelle località le cui osservazioni sulla temperatura sono poco attendibili o presentano lacune tali da non poter dedurne le medie con sufficiente esattezza. Di 165 stazioni che osservarono in diversi tempi nelle predette regioni, non potei perciò prenderne in considerazione che 119, ed i relativi dati climatologici li presi dalle pubblicazioni dell' Associazione meteorologica italiana e dell' Ufficio Centrale meteorologico di Roma.

Da tutta questa raccolta di dati dedussi poi le medie mensili, riferentisi alle

diverse serie di anni di osservazione per ciascuna località. In Italia le medie temperature diurne si usa desumerle, o prendendo la media dei due valori estremi diurni e delle osservazioni fatte alle ore nove antimeridiane e pomeridiane, o facendo solo la media dei valori estremi. Il primo metodo proposto dal Cantoni differisce di poco dalla media vera, che dovrebbe risultare dalla media di almeno ventiquattro osservazioni fatte in ogni ora della giornata; diffatti le correzioni da apportarsi alle predette medie per ridurle al medio vero espresse in centesimi di centigrado, sarebbero date dal seguente specchietto, indicando coi numeri romani i mesi dell'anno (I = Gennaio):

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Anno
Milano	12	11	13	12	7	5	7	9	12	11	9	13	10
Modena	8	19	20	4	—5	—5	—13	—2	1	15	13	3	5

quelle per Milano furon dedotte dal Celoria, e quelle per Modena dal Ragona. Tranne che per Piacenza le correzioni di Modena le introdussi in tutta l'Emilia, e quelle di Milano le adottai per la Lombardia e il Veneto.

Il secondo metodo segna al contrario delle divergenze sensibili, e siccome la correzione da apportarsi è alquanto variabile così la dedussi per parecchie stazioni. Questa correzione non la dedussi però per ridurre le temperature al medio vero, ma per ridurle alla media del metodo Cantoni, e poi a questa aggiunsi le altre correzioni per avere le medie vere. Il seguente specchietto dà in centesimi di centigrado per alcune città le suddette correzioni da introdursi per ridurre alle medie del Cantoni dedotte da cinque anni di osservazione (79 - 83):

Nome delle Stazioni	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Alessandria	—36	—62	—52	—35	—28	—32	—42	—52	—56	—38	—34	—24
Modena	— 8	— 4	6	22	44	54	54	32	22	12	— 6	— 6
Milano	—44	—52	—47	—32	—40	—48	—62	—60	—36	—34	—44	—32
Brescia	—30	—46	—38	—10	— 4	— 6	—20	—14	7?	—24	—30	—18
Venezia	—14	—16	— 4	— 4	2	2	12	12	10	— 2	— 4	—22
Belluno	—48	—70	—43	—18	—12	—30	—48	—48	—56	—35	—55	—34

Come vedesi le predette correzioni appariscono alquanto svariate, talchè si deve arguire che esse sono da calcolarsi per moltissime stazioni onde averle attendibili. La loro ommissione nel primo metodo si può ritenere che porti ad errori di $\pm$ 0,2 e nel secondo metodo a $\pm$ 0,5. L'incertezza che esiste nella determinazione di tali correzioni e sulla applicabilità della correzione spettante ad un luogo piuttosto che ad un altro, si può far salire a $\pm$ 0,2. Da questi dati si deduce che in generale le temperature medie nelle diverse pubblicazioni che si fanno in Italia non sono mai da assumersi come rigorosamente esatte come fanno taluni, ma in ognuna di esse devesi prendere in considerazione le correzioni da apportarsi.

Alcuni credono che le correzioni da apportarsi in ambi i casi subiscano una variazione piuttosto regolare a partire da nord andando verso sud. Questa credenza però non mi risultò giusta ed accettabile. Considerando i valori che servono a trovare le medie coi due predetti metodi, si vede subito che essi dipendono in gran parte dai valori estremi. A seconda che questi sono più o meno diversi e che si avverano in maggiori o minori distanze diurne di tempo, si hanno diversi andamenti della temperatura, e da questi andamenti si ottengono diverse correzioni. È quindi consigliabile di dedurre le correzioni da introdursi a seconda degli andamenti varî della temperatura, piuttostochè supporre una tale variabilità per latitudini.

Un piccolo ritardo o accelleramento nell'ora in cui avviene il massimo o il minimo della temperatura, prodotti per esempio o da montagne che impediscono che il sole risplenda, o da superficie acquee che moderano gli estremi, o dalle diverse colture e condizioni del suolo, o dallo stato medio della nebulosità ecc. assieme a molte altre, contribuiscono ad alterare i valori estremi e quelli delle letture che si fanno alle 9 ant. e 9 pom., cosicchè si ottiene per ogni caso correzioni diverse da introdurre. Tali correzioni in mancanza di osservazioni autografiche si potrebbero dedurre, supponendo noti gli andamenti tipici diurni approssimati principali delle località italiane.

Le temperature medie ridotte al vero, e provenienti da periodi di osservazione molto disparati fra loro, come capita sempre in simili studi, non sono però fra loro paragonabili, se non quando i periodi di osservazione sorpassino almeno il secolo. Allora se le osservazioni sono ben fatte, si può arrivare ad un' esattezza nelle medie di $\pm$ 0,1 centigrado. Ma in Italia le località che osservano sino dal 1866 sono poche e le osservazioni precedenti oltre a riferirsi a pochissime stazioni, non venivano fatte da tutti cogli stessi criterî e metodi di calcolo. Io raccolsi quindi solo tutte le osservazioni che si fecero in Italia nel periodo dal 1866-1886, e le medie dei diversi periodi di anni di osservazione le ridussi tutte al periodo predetto di ventuno anni adottando il principio delle differenze della temperatura che già esposi, e che è generalmente approvato dai migliori meteorologisti (1). Questo metodo di riduzione offre solo delle incertezze nei casi di poche osservazioni,

(1) Vedasi in proposito Hann. — Die Temperatuwerhältnisse der oest. Alpen. — Vienna I. R. Accademia delle scienze.

e nei quali le medie si riferiscono a mesi o anormalmente freddi o anormalmente caldi. Col crescere del numero degli anni di osservazione le correzioni, per ridurre ad un eguale periodo si fanno di solito piccole e più attendibili.

Le temperature riportate dalla Tavola I sono calcolate nel modo predetto ed esse si possono ritenere esatte sino a $\pm$ 0,3 a partire da quelle con pochi anni d' osservazione, e per quelle con molti anni l' esattezza cresce alquanto. I pochi numeri messi fra parentesi indicano o dati interpolati, o dedotti da osservazioni saltuarie, o che aveano medie molto anormali, che però apparivano attendibili, confrontando colle località vicine.

Le osservazioni provenienti da diversi periodi di tempo non sono paragonabili fra loro specialmente per la ragione che la temperatura si mantiene nei mesi omonimi dei diversi anni ora sempre sotto, ora sopra la normale, cosicchè confrontando le medie risultanti da anni in cui i dati trovavansi sopra, con quelle i cui dati si trovavano sotto la normale, si arriva a deduzioni strane e completamente erronee. Voglio far accentuare questo fatto, perchè sonvi parecchie pubblicazioni affette dal predetto errore.

In mezzo ad una sterminata quantità di piccoli calcoli ai quali mi dovetti sottoporre per avere i dati della Tavola I, io non potea credermi tanto sicuro da non cadere in errori. Per eliminarli ricorsi alle differenze da un mese all' altro delle temperature medie del periodo di ventuno anno ed a quelle dello stesso mese fra due stazioni vicine. Gli andamenti annuali di queste differenze presentano una determinata regolarità, tale da poter talvolta arguire se nelle medie si commisero degli errori anche di un decimo di grado. Queste differenze risultano inoltre di una grande importanza per la conoscenza dei climi. Quelle da mese a mese nella Tavola II danno un' idea come nasce il riscaldamento ed il raffredamento della atmosfera durante l' anno, e quelle da stazione a stazione come varia la temperatura in determinate direzioni in ogni mese, e può farsi un' idea inoltre della estrema variabilità della temperatura colle altezze per le regioni non molto elevate.

Dallo studio della Tavola I si arriva a farsi un' idea adeguata della distribuzione della temperatura nelle tre regioni prese in considerazione, meglio che con qualunque siansi altri dati che finora sieno stati pubblicati. Sarebbe lungo il descrivere dettagliatamente e criticare tutte le deduzioni che si possono ricavare da tale tavola, e per non dilungarmi di troppo ne accenno solo alcune e succintamente:

La valle del Po ha nell' inverno, e specialmente in Gennaio, un centro di freddo principale che a presso a poco è compreso nello spazio racchiuso dalla linea Alessandria, Piacenza, Parma, Cremona, Scandolara, Monza, Milano, Gorla minore. — Da questo centro le temperature medie vanno crescendo alquanto, sia andando verso i piedi delle Alpi e degli Appennini, come rivolgendosi verso l' Adriatico. Ai piedi delle montagne le temperature si manifestano generalmente più miti (si osservi Vittorio, Valdobbiadene, Castelcucco, Crespano, Bassano,

Verona, Brescia e Bergamo) che nell' aperta pianura. Questo importante fenomeno, che si manifesta in moltissimi casi anche in Piemonte, potrebbe avere la sua ragione, o perchè tali località si trovano o sempre o frequentemente nell' ombra portata dalle correnti fredde che discendono dalle Alpi, o perchè le superficie diverse ed irradianti il calore dal suolo all' atmosfera concentrano in queste località più calore di quello che possa accadere nella pianura. Una delle altre cause potrebbe essere anche la diversa nebulosità. Sarebbe consigliabile uno studio speciale su questo argomento, ed oltre al predetto per l' inverno, in tali ricerche dovrebbesi prendere in considerazione eziandio la quantità di neve caduta, e la sua durata sul suolo, e in tutte le altre stagioni si dovrebbe pure considerare la quantità delle precipitazioni ed il loro effetto sulla temperatura. All' uopo non sarebbe poi fuor di luogo lo studio topografico speciale di ogni singola località, giacchè se le precipitazioni si raccolgono rapidamente nei bacini, allora esse lasciano meno acqua esposta all' evaporazione, producente sensibili o lenti variazioni della temperatura e se tali precipitazioni cadessero su superficie che le trattengono, allora esposte all' influenza svaporante del calore atmosferico produrebbero più forti abbassamenti termici.

Il predetto centro invernale di freddo, inoltrandosi la stagione, si affievolisce e verso l' Aprile, o tutt' al più al cominciar del Maggio scompare, essendovi fra questi due mesi un' epoca in cui le temperature medie diurne di tutta la valle padana differiscono fra loro di poco. Da tale epoca la temperatura continuando a crescere, genera poi nella valle padana un centro principale di calore che di solito raggiunge la sua massima intensità nel Luglio, e che si estende approssimatamente nella plaga racchiusa dalla linea Bologna, Carpi, Mantova, Cremona, Milano, Monza, Verolanuova, Rovigo, Ferrara. Un centro secondario di calore formasi pure nella parte piana del Veneto che stà fra Oderzo e Treviso.

Si scorge quindi che il centro principale di calore si tiene più vicino all' Adriatico del centro di freddo, che sta più in alto verso il Piemonte. È evidente che le plaghe sovrapponentisi in cui d' estate v' è il centro di caldo e d' inverno il centro di freddo, saranno quelle che addimostreranno la massima differenza fra le temperature medie invernali ed estive, e per riconoscerle aggiunsi nella Tavola I le differenze fra le temperature medie del mese più freddo (Gennaio) e del mese più caldo (Luglio) nell' alta Italia. Queste differenze diminuiscono in generale colle altezze e sono più piccole nelle località esposte alle influenze delle superficie acquee, le quali hanno la proprietà di mitigare gli estremi termometrici. Queste località sono specialmente quelle marittime (Venezia, Chioggia ecc.) e quelle lacuali (Como, Desenzano ecc.).

Le regioni circostanti i laghi hanno sempre temperature molto miti, e per accorgersi di ciò basta fare la differenza delle temperature medie mensili dei mesi omonimi fra stazioni poste sui laghi ed altre alquanto discoste da questi. Riguardo al diportamento della temperatura nelle regioni montuose delle nostre Alpi e negli

Appennini io acquistai la convinzione che ogni vallata ha entro determinati limiti uno speciale diportamento della temperatura lungo l' anno (si osservi p. e. la Valtellina, e la valle del Piave), e che quindi miglior cosa si è quella di dedurre dalle singole medie calcolate queste diverse condizioni di temperatura, e non di fare deduzioni basantisi sulle condizioni di temperatura delle valli circonvicine, giacchè si cadrebbe con frequenza in inesattezze.

Nei confronti che feci fra stazione e stazione mi risultò che di frequente le stazioni poste in grandi città hanno una temperatura costantemente alquanto superiore a quelle vicine, poste in centri non popolosi. È quello che osservarono anche molti altri meteorologisti, e l' Hann calcolò che in media la differenza risultante possa ascendere a 0,2° (vedasi p. e. Rovigo e Lendinara).

Nella provincia di Treviso a Cansiglio si fecero delle osservazioni della temperatura nel prato e nei boschi di abete e di faggio, stimai opportuno di riportare qui ridotte anche tali osservazioni per addimostrare come i boschi alterino la temperatura, e agiscano su di essa quasi come le plaghe marine, mitigando gli estremi della temperatura, e specialmente i calori estivi.

Dallo studio delle condizioni della temperatura nella vallata del Po e specialmente considerando le posizioni dei centri di caldo e di freddo sia principali che secondarî risulta chiaro come non si possa dedurre formole empiriche che rappresentino le temperature medie mensili d' Italia, prendendo per argomento principale la variazione delle latitudini. Queste formole adottabili sino ad un certo punto nelle grandi plaghe con climi quasi uniformi, come sarebbe per la grande pianura russa e per le grandi regioni marine condurrebbero a risultati erronei in Italia, la quale è una delle regioni europee che più si distingue per la sua varietà di climi. Con questo non voglio negare l' esistenza reale di certe variazioni che si manifestano in Italia sufficientemente bene a seconda delle latitudini, come sono p. e. le epoche della minima e della massima temperatura, che ritardano col diminuire delle latitudini, le ampiezze della oscillazione annua della temperatura che diminuiscono pure col diminuire delle latitudini e ciò perchè mentre le temperature minime cangiano sensibilmente colle latitudini, le massime invece variano relativamente di poco.

Le differenze della temperatura da un mese all' altro presentano un andamento molto marcato e rappresentato da una curva con due massimi e due minimi. I minimi si osservano sempre nelle differenze XII - I e VII - VIII, ed i massimi quasi sempre nelle differenze III - IV e X - XI, come si scorge dalla Tavola II dalla quale si deduce pure che tali differenze diminuiscono in generale colle altezze. Per altezze eguali e regioni poco discoste esse mantengono una costanza significante, come può accertarsi, deducendole da tutte le stazioni della Tavola I. La differenza I - II è quella che offre la maggior variabilità. Essa è più piccola alla costa che verso l' interno della valle padana, ed i suoi massimi valori in questa valle si manifestano verso la linea Mantova, Verolanuova, Groppello. Nelle valli

non molto elevate la differenza I - II assume talvolta dei valori più grandi che al basso, come vedesi nel Bellunese e nella Valtellina, sebbene tali differenze addimostrino in generale in tutta l' Italia una diminuzione colle altezze. La II - III segna pure un leggero aumento risalendo, la valle del Po, ma non è più sì variabile come la I - II. La III - IV è quasi sempre costante in tutte le basse regioni emiliane, essa è più forte sulla linea Piacenza, Cavezzo (5,3°), e da questa va indebolendosi di pochissimo, mantenendo quasi sempre il valore di circa 4,9°. A partire da Milano, andando verso la linea che unisce Como a Bergamo la differenza III - IV tende eguagliarsi colla IV - V, o a farsi inferiore. La differenza VII - VIII è quasi eguale in tutta la pianura padana. Nelle regioni tra il Garda e la linea Brescia Celana al di qua dell' Oglio, la massima differenza autunnale succede prima che altrove, cosicchè in queste regioni il raffreddamento incomincia prima. Il massimo raffreddamento dall' Ottobre al Novembre ha luogo nella pianura padana. La differenza XII - I oscilla in questa pianura da 1° a 2°, e non è così costante come la VII - VIII.

La Tavola III dà le variazioni della temperatura ideali per ogni ettometro di altezza secondo determinate direzioni. I valori che risultano da stazioni la cui differenza d' altitudine è inferiore a circa quattrocento metri sono poco attendibili considerato il limite di errore che può esser affetto a ciascuna media. Ciò non pertanto io calcolai tali variazioni anche per alcune differenze d' altezza inferiori, per addimostrare alcuni andamenti annuali di queste variazioni nelle regioni da me prese in considerazione. Questi andamenti si possono raggruppare in tre gruppi principali e speciali a seconda della distanza orizzontale e verticale delle stazioni che si confrontano e del loro carattere climatologico, cioè se sono marittime o continentali, se in pianura o in montagna ecc. Il primo andamento, che è il più frequente per le stazioni vicine ha la minima variazione d' inverno e la massima d' estate, il secondo che nelle tre regioni prese in considerazione, di solito si appalesa per piccole differenze d' altitudine e per luoghi relativamente lontani, è inverso del primo, cioè ha un massimo nell' inverno e un minimo nell' estate, e il terzo che proviene di solito dal confronto di stazioni marittime e continentali alquanto discoste fra loro o fra stazioni non molto elevate, ha due massimi l' uno nella primavera e l' altro nell' autunno, e due minimi l' uno nell' inverno e l' altro nell' estate.

Nella Tavola III i numeri negativi denotano che la regione più alta è più calda della più bassa, cioè che v' è l' inversione della temperatura. Stabilendo dei confronti reciproci fra le diverse località, si arriva a sapere dove e quando questo fenomeno è più o meno frequente. In ogni modo dalla Tavola III apparisce chiaramente che la temperatura subisce delle grandi variazioni da strato a strato atmosferico, cosicchè le variazioni che in un determinato istante si osservano in uno strato, non possono servire per inferire sulle variazioni degli strati superiori, nemmeno i più prossimi.

Nonostante questa estrema variabilità della temperatura, nei casi ove non occorrano valori rigorosi ma approssimati, ricorrendo alle differenze da mese a mese, e da stazione a stazione, col mezzo di un' adatta interpolazione, sarà facile dedurre le temperature medie di luoghi prossimi a quelli dati dalla Tavola I. All' uopo si ponga attenzione che se la stazione per la quale si cercano le temperature medie approssimate, è di montagna, allora essa va confrontata con una di montagna, se è al piede dei monti con una prossima che sia pure ai piedi dei monti, se marittima con una pure marittima, o presso la costa ecc.

Tavola I.

Le temperature me die mensili nell' Emilia, nella Lombardia e nel Veneto.

LOCALITÀ	Latitudine N.	Longitudine da Roma	Altitudine in metri	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Media annuale	Differenza VII-I	Numero d'anni d'osserv.
Emilia																		
Piacenza	45°,3'	2°,49'W	72	—0,2	3,6	7,7	12,8	17,1	21,0	24,1	22,9	19,1	12,8	6,1	1,4	12,4	24,3	15
Parma	44,48	2,10 »	89	0,8	4,2	7,9	12,8	17,0	20,8	24,5	23,4	19,6	13,5	6,7	2,1	12,8	23,7	14
Bedonia	44,30	2,51 »	548	1,5	3.5	6,3	10,5	14,2	17,8	20,9	20,3	16,9	11,1	5,7	1,9	10,9	19,4	10
Guastalla	44,55	1,50 »	30	1,2	4,8	8,7	13,5	17,5	20,9	24,3	23,6	19,8	13,9	7,4	2,7	13,2	23,1	10
Reggio Emilia	44,42	1.51 »	62	1,3	4,6	8,3	13,2	17.3	21,1	24,6	23,5	19,8	13,6	6,9	2,4	13,1	23,3	9
Luzzara	44,57	1,49 »	22	(1,3)	4.6	8,3	(13,2)	17,2	(20,8)	24,1	23,0	19.4	13,4	(6,9)	2,6	12,9	22,8	1
Marola	44,29	1,57 »	717	0,5	2,4	5,7	9,9	13,9	17,4	20,9	19.9	16,2	11,1	5,7	2,0	10,5	20,4	8
Mirandola	44,54	1,24 »	37	1,6	4,9	8,6	14,3	18,4	22,3	25,4	24,7	20,7	14,9	7,5	2,8	13,8	23,8	3
Cavezzo	44,51	1,26 »	20	1,6	5,0	8,8	14,0	(18.5)	22,0	25,2	24,1	20,4	14,4	7,2	2,9	13,7	23,6	4
Carpi	44,47	1,35 »	25	1,7	5,0	8.7	13,9	18,1	21,9	25,7	24,5	20,6	14,2	7,1	2,8	13,7	24,0	3
Modena	44.39	1,33 »	64	1,4	4,7	8,4	13,3	17,3	21,1	24,6	23,5	19,8	13,8	7,2	2.7	13,2	23,2	21
Guiglia	44,27	1.33 »	521	2,6	5,1	8,5	12,7	(16,3)	19,9	23,4	22,2	19,0	13,0	7,3	3.5	12,8	20,8	4
Zocca	44,21	1.29 »	784	2,3	3,6	(6,2)	10,0	13,8	17,9	21,9	20,8	17,1	12,0	6,4	2,1	11,2	19,6	3
Spilamberto	45,32	1,28 »	121	0,1	2,6	6,2	11,1	14,9	18,7	22,1	20,7	17,9	11,9	5,3	1,2	11,1	22,0	3
Pavullo	44,21	1,40 »	696	0,8	3,1	6,3	10,2	14,2	18,0	21,3	20,4	16,7	11,3	6,1	2,4	10,9	20,5	3
Sestola	44,15	1,42 »	1046	1,5	3,1	4,8	8,6	12,7	16,7	20,3	19,0	15,7	10,4	5,9	2,8	10,1	18,8	3
Pievepelago	44,13	1,53 »	734	1,6	3,3	5,5	8,6	12,1	15,7	19,5	18,4	14,9	11,3	5,9	2,3	9,9	17,9	2
Fiumalbo	44,9	1,52 »	953	1,9	3,0	4,2	(7,8)	(11,6)	15,4	19,2	18,6	15.1	11,0	5,7	2.5	9,7	17,3	2
Ferrara	44,51	0,52 »	15	1,9	5,2	8,9	13,9	17,9	21,7	25,1	24.0	20,3	14,3	7,6	3,2	13,7	23,2	11
Bologna (Malvasia)	44,33	1,9 »	?	2,5	5,5	9,1	14,2	18,6	22,7	26,0	24,5	20,8	14,8	8,1	3,3	14,2	23,5	3
» (scuola ingeg.)	44.33	1.9 »	94	2,1	5,6	9,2	14,0	18,2	22,2	25,8	24.5	20,6	14,5	7,8	3,4	14,0	23,7	2
» (oss. univers.)	44.30	1,9 »	85	2,2	5,3	8,7	13,4	17,5	21,7	25,3	24,0	20,5	14,6	7,9	3,3	13,7	23.1	21
» (S. Luca)	44,29	1,12 »	?	1,7	4,1	7,1	11,7	15,7	19,7	22,6	21,8	18,3	13,2	7,5	3,4	12,2	20.9	4
Ravenna (1)	44,25	0,15 »	?	1,8	4,4	7,8	12,7	16,9	20,9	24,5	23,2	19.6	13,5	7,0	2,5	12,9	22.7	3
Rimini	44,3	0.5 E	21	(3,2)	5,9	9,1	14.0	18,1	21,9	25,0	23,9	21,2	16.0	9,3	4,9	14,4	21,8	2
Forlì	44,13	0.27W	49	2,0	5,2	8,4	13,3	17,4	21,3	24,6	23,6	20,2	14,7	7,9	3,5	13,5	22,6	11
Verucchio	43,58	0,4 »	300	2.2	5,2	8.2	12,8	16,7	20.5	23,8	22.8	19.6	14.2	7,6	3,9	13,1	21,6	2
S. Giovanni in Galil.	44,0	0,8 »	436	1,6	4,8	7,5	11.5	15,4	19,3	22,8	22,2	19,1	13,8	7,5	3,5	12,4	21,2	4
Lombardia																		
Como (Villa Carlot.)	45,57	3,14 »	223	3,2	5,5	8,1	12,3	(15,9)	19,5	22,6	21,7	18,3	13,0	7,9	4,7	12,7	19,4	8
Oggiono	45,56	3,00 »	?	0,7	3,2	6,9	(11,9)	(16,1)	(20,0)	22,8	21,6	18,2	12,3	6,0	2,3	11,8	22,1	1

Segue Tav. I.

LOCALITÀ	Latitudine N.	Longitudine da Roma	Altitudine in metri	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Media annuale	Differenza VII-I	Numero d'anni d'osserv.
Como	45°,48'	3°,22'W	112	1,1	3,6	7,1	11,4	15,6	19,5	22,3	21,1	17,2	11,6	5,7	2,4	11,6	21,2	13
Varese	45,49	3.40 »	862	1,7	3,0	5,2	8,2	12,8	16,7	19,8	18,9	15,2	10,1	5,4	3,0	10,0	18,1	10
Sondrio	46,10	2,35 »	363	(0,8)	3,8	7,1	(11,9)	15,7	(19,5)	22,4	20,9	17,1	(11,6)	5,5	2,3	11,6	21,6	2
Bormio (città)	46,28	2,7 »	1230	—2,4	—0,7	1,8	5,5	10,2	14,3	17,2	16,4	13,1	7,5	1,6	—0,6	7,0	19,6	1
Bormio (bagni)	46,29	2,7 »	1340	—2,2	—0,3	1,7	5,4	9,6	13,4	16,3	15,4	11,9	6,8	1,8	—0,6	6,6	18,5	10
Stelvio (2)	46.32	2,4 »	2543	—9,6	—8,5	—7,0	—2,6	(1,0)	4,6	7,2	6,9	4,4	—0,4	—6,0	—8,3	—1,5	16,8	13
Lodi	45,19	2,58 »	85	1,2	4,8	8,7	14,0	18,0	21,6	24,8	23,4	19,5	13,2	6,5	2,6	13,2	23,6	13
Milano	45,28	3,18 »	147	0,8	4,4	8,2	13,2	17,5	21,5	24,7	23,3	19,4	13,1	6,4	2,3	12,9	23,9	21
Monza	45,35	3,11 »	185	—0,1	3,5	7,3	12,5	17,7	21,7	25,2	23,8	19,3	12,9	5,4	2,1	12,6	25,3	9
S. Stefano	45,29	3.33 »	145?	0,1	3,7	7,3	(12,3)	(16,6)	20,4	23,3	21,8	(18,0)	11,8	5,7	(1,6)	11,9	23,2	1
Gorla minore	45,39	3,36 »	240	—0,2	2,3	6,1	10,7	(14,8)	18,2	21,2	(20,0)	16,4	11,4	5,3	1,2	10,6	21,4	2
Verolanuova	45,20	2,26 »	70	0,8	4,8	8,9	13,7	18,0	22,0	25,0	23,7	19,9	13,7	7,0	1,5	13,3	24,2	9
Salò	45,36	1,58 »	92	3,1	5,6	8,1	12,3	16,5	20,8	23,7	22,8	19,8	13,6	8,1	3,9	13,2	20,6	3
Desenzano	45,28	1,57 »	105	3,2	5,3	8,2	12,2	16,2	20,6	23,4	22,5	19,6	13,7	7,9	3,7	13.1	20,1	3
Brescia	45,32	2,16 »	172	1,6	4,8	8,4	13,2	17,3	21,1	24,0	22,9	19,4	13,2	7,0	2,8	12,9	22,4	18
Collio	45,49	2,10 »	929	0,4	1,7	4,1	7,9	12,0	15,8	18,2	17,7	14,7	8,8	4,0	0,4	8,8	17,8	10
Lovere	45,49	2,29 »	191	1,9	5,1	(7,7)	12,2	16,2	(20,1)	23,2	22,8	19,0	13,9	7,2	3,4	12,7	21,3	1
Bergamo	45,42	2,48 »	382	2,1	4,7	7,4	11,9	16.2	20,1	23,1	22,1	18,5	12,7	6,5	3,6	12,4	21,0	9
Celana	45,46	2,59 »	400	1,1	3,2	6,4	11,2	15,3	19,3	22,5	21,6	18,2	12,1	6,3	2,4	11,6	21,4	3
Vilminore	45,59	2,23 »	1013?	0,1	1,1	3,3	7,7	11,8	15,0	18,1	17,6	14,1	8,8	3,5	0,7	8,5	18,0	8
Pavia	45,11	3,20 »	98	0,6	4,3	8,3	13,3	17,6	21,7	24,5	23,4	19,5	13,1	6,4	2,3	12,9	23,9	17
Vigevano	45,18	3,37 »	115	0,7	4,4	8,1	13,0	17,3	21,1	23,8	22,6	18,9	12,9	6,3	2,2	12,6	23,1	14
Cremona	45,28	2,26 »	68	0,3	4,0	7,9	12,8	17,6	21,6	24,8	23,4	19,5	13,2	6,4	2,1	12,8	24,5	5
Crema	45,21	2,50 »	78	1,0	4,6	8,2	13,2	17,0	20,8	23,7	22,6	19,2	13,0	6,3	2,2	12,7	22,7	2
Pieve d'Olmi	45,5	2,23 »	?	(0,1)	3,2	7,0	11,9	16,0	(19,9)	22,7	21,5	18,5	12,2	5,5	1,9	11,7	(22,6)	2
Scandolara	45,3	2,16 »	35?	(-0,3)	2,7	6,4	(11,4)	15,7	19,7	22,7	21,2	18,2	12,0	5,3	1,2	11,4	(23,0)	2
Mantova	45,10	1,42 »	40	1,7	4,7	8,8	13,9	18,3	22,6	25,7	24,3	20,4	14,1	7,1	3,2	13,8	24,0	17
Bozzolo	45,6	2,3 »	?	0,2	3,2	7,3	12,7	17,1	(21,4)	(24,9)	23,7	(19.8)	(13,4)	(6,6)	2,1	12,7	(24,7)	1
Viadana	44,56	1,59 »	26	(1,3)	4,6	8,0	13,0	16,8	(20,5)	23,9	22.5	(19,0)	13,2	6,7	3,2	12,7	(22,6)	2
Veneto																		
Rovigo	45,3	0,42 »	9	1,5	4,6	8,4	13,5	17,7	21,7	24,8	23,6	19,6	13,7	7,3	2,9	13,3	23,3	9
Crespino	44,59	0,37 »	11	1,2	4,8	8,5	13,5	17,7	21,8	24,8	23,6	19,7	13,9	7,4	3,0	13,3	23,6	4
Stienta	44,56	0,57 »	12	1,0	4,1	8,5	13,4	17,6	21,8	24,6	23,4	19,5	13,8	(7,4)	3,0	13,2	(23,6)	4
Ficarolo	44,56	1,3 »	10	(1,5)	(4,6)	8,4	13,5	17,7	(21,9)	(24,6)	23,3	19,1	13,1	(6,7)	2,3	13,1	23,1	1

Segue Tav. I.

LOCALITÀ	Latitudine N.	Longitudine da Roma	Altitudine in metri	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Media annuale	Differenza VII-I	Numero d'anni d'osserv.
Bresega	45°,3′	0°,27′W	3	1,5	4,4	8,1	13,1	17,2	21,1	23,9	22,2	19,3	13,4	7,2	3,0	12,9	22,4	5
Lendinara	45,4	0,54 »	12	1,3	4,4	8,2	13,1	17,1	21,1	23,8	22,5	18,9	13,0	6,8	2,7	12,7	22,5	4
Chioggia	45,13	0,14 »	10	3,6	5,5	8,6	13,4	17,6	21,6	24,6	23,7	20,3	14,7	8,7	4,7	13,9	21,0	11
Venezia	45,26	0,9 »	21	2,8	5,0	8,1	13,2	17,5	21,5	24,6	23 4	19,9	14,3	7,9	3,9	13,5	21,8	21
Salina S. Felice . .	45,30	0,1 E	3	(2,7)	(4,9)	8,0	13,0	(17,3)	(21,3)	24,4	23,2	(20,0)	14,9	8,0	3,8	13,5	(21,7)	1
Spinea	45,25	0,18W	17	3,0	5,2	8,3	13,4	17,7	21,7	24,8	23,6	19,8	13,6	7,0	3,9	13,5	21,8	5
Trepalate	45,32	0,3 »	6	2,6	5,0	(8,1)	13,2	17,3	21,4	23,9	22,6	20,0	14,4	7,7	4,2	13,4	21,3	3
Revedoli	45,32	0,14 E	3	(1,8)	4,0	7,7	13,4	(17,8)	21,8	(24,6)	23,0	19,4	13,7	7,1	(2,9)	13,1	(22,8)	1
Cavazuccherina. . .	45,31	0,10 »	8	2,9	4,6	7,2	12,3	16,6	20,6	23,4	22,2	18,7	13,5	6,9	3,9	12,7	20,5	6
Verona (3)	45,26	1,28W	66	2,6	5,9	9,3	14,1	18,4	22,0	25,6	24,7	20,9	15,2	8,5	4,0	14,3	23,0	5
Cologna veneta. . .	45,17	1,9 »	?	1,4	4,8	8,1	13,2	17,1	20,6	23,2	21,9	18,7	13,3	7,1	2,5	12,7	21,8	2
Bassano	45,17	1,9 »	?	3,6	5,4	8,1	13,3	(17,6)	21,5	24,8	23,6	(20,1)	15,0	8,6	4,6	13,9	21,2	4
Lonigo	45,22	1,7 »	31	2,2	5,4	8,6	13,8	18,1	21,9	24,5	23,1	19,5	13,9	7,4	3,1	13,5	22,3	4
Vicenza	45,33	0,57 »	54	1,8	4,3	7,5	12,6	16,9	20,9	24,0	22,7	19,2	13,6	7,1	3,0	12,8	22,2	16
Sant' Orso	45,45	1,5 »	203	(2,9)	4,6	7,2	12,2	(16,5)	20.3	23,4	(22,2)	18,9	13,4	(7,8)	4,1	12,8	(20,5)	1
Thiene	45,42	1,0 »	147	2,0	4,0	7,2	12,3	16,6	20,6	23,7	22,4	18,9	13,3	6,8	2,9	12,6	21,7	4
Marostica	45,45	0,51 »	108	(1,2)	3,7	7,1	12,3	16,7	20,6	23,7	22,4	18,8	13,2	6,6	2,4	12,4	(22,5)	4
Schio	45,42	1,8 »	203	2,2	3,9	6,9	12,0	16,0	19,8	22,9	21,7	18,5	13,2	6,7	3,0	12,2	20,7	5
Noventa	45,17	1,0 »	14	1,0	3,5	6,7	11,8	16,1	20,1	23,2	21,8	(18,2)	(12,6)	(6,1)	(2,1)	11,9	22,2	2
Quintarello	45,33	0,52 »	32	(0,8)	(3,4)	(6,6)	(11,7)	16,0	(19,8)	22,6	21,1	18,0	12,4	6,1	2,0	11,7	(21,8)	1
Montegalda	45,26	0,48 »	23	0,6	(3,1)	(6,3)	(11,4)	15,7	19,5	22,5	21,6	17,9	(12,4)	(6,0)	2,1	11,6	21,9	1
Recoaro	45,42	1,18 »	450	1,3	3,5	6,2	10,5	14,8	18,6	22,2	(20,9)	(17,5)	12,0	5,9	2,3	11,3	20,9	2
Valdagno	45,39	1,12 »	267	(1,1)	3,6	6,2	11,0	14,9	18,8	21,7	(20,3)	(16,8)	(11,3)	(5,9)	2,0	11,1	(20,6)	2
Isola di Malo	45,37	1,5 »	74	—0,7	(1,9)	5,3	10,4	14,7	18,7	21,8	20,1	16,2	10,4	4,1	0,5	10,3	22,5	3
Asiago	45,52	0,57 »	1000?	—3,0	—1,4	1,5	6,6	10,9	14,9	18,0	16,7	13,2	7,9	(2,6)	—1,4	7,2	21,0	9
Posina	45,50	1,13 »	536	—2,6	—1,1	0,9	4,6	(8,3)	12,1	(15,2)	13,9	11,4	(6,8)	1,4	(-1,6)	5,8	(17,8)	1
Bolzonella	45,35	0,40 »	?	2,7	5,6	8,7	13,8	18,2	21,8	24,9	23,6	19,7	13,8	7,4	3,4	13,6	22,2	4
Padova (specola) .	45,24	0,39 »	31	1,9	4,5	7,8	12,8	17,1	20,9	24,0	22,7	19,0	13,3	6,9	2,9	12,8	22,1	15
Monselice	45,13	0,46 »	159	1,6	4,2	7,5	12,3	15,9	19,5	22,9	21,9	18,5	13,1	(6,7)	2,7	12,2	21,3	3
Este	45,12	0,52 »	16	0,9	3,6	(6,9)	(11,9)	16,2	20,2	23,4	(22,1)	18,4	12,7	6,3	1,9	12,0	21,5	1
Saonara	43,33?	0,36»?	?	1,2	3,4	(6,7)	11,7	15,9	19,5	22,4	20,8	17,5	12,6	6,2	2,2	11,7	21,2	1
Oderzo	45,47	0,00	21	3,3	5,9	9,1	14,1	18,4	21,9	25,0	23,6	19,5	13,9	7,6	4,4	13,9	21,7	10
Treviso	45,40	0.16 »	26	2,8	5,2	8,6	13,7	18,0	22,3	25,2	23,9	20,1	14,5	7,8	3,8	13,8	22,4	9
Conegliano	45,53	0,13 -	79	4,0	5,4	8,2	13.0	17,1	21,2	23.5	22,5	18,7	13,4	7,8	4.9	13,3	19,5	10
Selva di Montebell.	45,40	0,12 »	86	3,7	5,1	8,2	12.8	16,6	20,3	22,6	21,9	18,7	13,8	7,7	4,1	13,0	18,9	3

Segue Tav. I.

LOCALITÀ	Latitudine N.	Longitudine da Roma	Altitudine in metri	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Media annuale	Differenza VII-I	Numero d'anni d'osserv.
Vittorio	45°,59′	0°,14′W	139	2,1	3,9	6,9	12,6	17,4	21,1	23,8	22,8	18,4	13,1	(8,3)	4,4	12,9	21,7	4
Valdobbiadene . . .	45,54	0,30 »	254	3,6	4,8	7,9	12,6	(16,5)	20,3	22,6	22,0	18,5	13,3	7,7	3,6	12,8	19,0	1
Crespano	45,49	0,8 E	194	3,2	4,3	7,5	12,3	16,2	20,1	23,4	22,1	18,5	13,0	7,1	3,8	12,6	20,2	3
Castelcucco	45,49	0,37 W	210	3,1	4,4	6,8	(11,6)	15,9	20,2	22,9	21,8	18,5	12,9	(7,0)	(3,7)	12,4	19,8	1
Cansiglio (prato). .	46,3	0,6 »	1115	—3,0	—1,3	0,4	5,7	10,1	13,7	16,5	15,5	12,0	(7,0)	(2,2)	—1,5	6,4	19,5	1
» (bosco abeti)	46,3	0,6 »	1022	—2,5	—0,8	(1,3)	(4,8)	8,6	(12.4)	15,2	14,3	11,8	7,1	(2,6)	—0,7	6,2	17,7	1
» (bosco faggi)	46,3	0,6 »	1022	—2,6	—0,6	(1,6)	(5,5)	9,6	12,8	15.0	14,0	11,4	7,1	(2,5)	—1,4	6,2	17,6	1
Ampezzo	46,25	0,17 E	569	—0,2	2,6	6,1	10,0	14,0	18,0	20,7	19,5	16,5	11,1	4,9	0,6	10,3	20,9	8
Belluno	46,8	0,15 W	404	—1,1	2,5	6,1	10,0	14,0	18,0	20,7	19,5	16,5	11,1	4,5	0,1	10,2	21,8	11
Pieve di Zoldo . . .	46,18	0,19 »	869	—1,1	1,6	4,5	9,6	14,0	18,1	(20,7)	18,9	15,1	9,4	4,3	0,3	9,6	(21,8)	1
Auronzo	46,33	0,2 »	888	—3,6	—0,6	2,3	6,8	11,4	15,7	18,5	17,2	14,2	8,8	2,1	—2,4	7,5	22,1	11
Zoppè	46,22	0,14 »	1478	—1,8	0,1	2,0	5,5	9,1	12,9	15,2	14,1	11,1	6,4	1,4	—1,1	6,2	17,0	3
Udine	46,4	0,44 E	116	2,8	4,9	7,8	12,7	16,7	20,6	23,4	22,3	18,8	13,2	7,3	3,8	12,9	20,6	21
Pordenone.	45,57	0,10 »	31	2,2	4,7	7,7	12,9	16,9	20,8	23,7	22,7	19,1	13,5	7,2	3,2	12,9	21.5	11
S. Vito al Tagliam.	45,55	0.22 »	29	2.3	4,5	(7,4)	12,8	(16,6)	20.3	23,0	22,3	18,8	13,4	7,1	3,6	12,7	20,7	1
Latisana.	45,47	0,32 »	10	1.9	4,2	(7,5)	12,8	(16,6)	(20.4)	23,3	22.4	18,0	13,8	6,9	3.1	12,7	21.4	1
Maniago.	46,10	0,14 »	290	1,4	3,5	(6.4)	11,2	15,0	18,7	21,6	20,5	17,2	12,2	(6,4)	3,1	11,4	20,2	1
Tolmezzo	46,24	0,33 »	331	—0,1	2,8	5,8	11,1	15,2	19,0	21,7	20,6	17,1	11,3	5,1	1,3	10,9	21,8	7
Pontebba	46,30	0,49 »	577	—1,9	1,1	(4,4)	9,8	14,0	17,8	19,9	18,5	(15,0)	(8,6)	(2,4)	—1,4	9,0	21,8	9
Claut	46,15	0,10 »	630	(-3,2)	(-0,3)	(3,3)	8,7	12,6	(16,3)	19,2	18,9	15,6	9,8	3,3	—1,3	8,6	(22,4)	1
Sauris	46,26	0,16 »	?	(-2,1)	(0,0)	(2,7)	5,5	9,5	13,0	16,0	15,3	(11,8)	6,9	2,0	(-1,1)	6,6	(18,1)	1

(1) (2) (3) Per queste tre stazioni i dati sono da ritenersi come relativi, sendochè sia per la cattiva esposizione del termometro come per altre cause, tali valori non appariscono del tutto attendibili, e furono introdotti in questa tavola solo per l'importanza dei luoghi.

N-B. S'osservi inoltre che le latitudini e longitudini sono approssimate e possono servire soltanto per facilitare la ricerca delle località sulla carta geografica.

Tavola II.

Differenze della temperatura media da un mese all' altro.

	I-II	II-III	III-IV	IV-V	V-VI	VI-VII	VII-VIII	VIII-IX	IX-X	X-XI	XI-XII	XII-I
Piacenza	3,8	4,1	5,1	4,3	3,8	3,1	1,0	3,9	6,3	6,7	4,7	1,6
Modena	3,3	3,7	4,9	4,0	3,8	3,5	1,1	3,7	6,0	6,6	4,5	1,3
Bologna (Oss. univ.)	3,0	3,4	4,8	4,3	4,2	3,6	1,3	3,5	6,2	6,6	4,4	1,3
Carpi	3,2	3,8	5,2	4,2	3,8	3,8	1,2	3,9	6,4	7,1	4,3	1,1
Forlì	3,2	3,2	4,9	4,1	3,9	3,3	1,0	3,4	5,5	6,7	4,5	1,5
Sestola	1,6	1,7	3,8	4,1	4,0	3,6	1,3	3,3	5,3	4,5	3,1	1,3
Como (Villa Carlotta)	2,3	2,6	4,2	3,6	3,6	3,1	0,9	3,4	5,3	5,1	3,2	1,5
Sondrio	3,0	3,3	4,8	3,8	3,8	2,9	1,5	3,8	5,5	6,1	3,2	1,5
Bormio (bagni)	1,9	2,0	3,7	4,2	3,8	2,9	0,9	3,5	5,1	5,0	2,4	1,6
Stelvio	1,1	1,5	4,4	3,6	3,6	2,6	0,3	2,5	4,8	5,6	2,3	1,3
Milano	3,6	3,8	5,0	4,3	4,0	3,2	1,4	3,9	6,3	6,7	4,1	1,5
Brescia	3,2	3,6	4,8	4,1	3,8	2,9	1,1	3,5	6,2	6,2	4,2	1,2
Collio	1,3	2,4	3,8	4,1	3,8	2,4	0,5	3,0	5,9	4,8	3,6	0,0
Desenzano	2,0	2,9	4,0	4,0	4,4	2,8	0,9	2,9	5,9	5,8	4,2	0,4
Verolanuova	4,0	4,1	4,8	4,3	4,0	3,0	1,3	3,8	6,2	6,7	5,5	0,7
Bergamo	2,6	2,7	4,5	4,3	3,9	3,0	1,0	3,6	5,8	6,2	2,9	1,5
Vilminore	1,0	2,2	4,4	4,1	3,2	3,1	0,5	3,5	5,3	5,3	2,8	0,6
Pavia	3,7	4,0	5,1	4,2	4,1	2,8	1,1	3,9	6,4	6,7	4,1	1,7
Cremona	3,7	3,9	5,0	4,8	3,7	3,3	1,4	3,8	6,2	6,9	4,3	1,8
Mantova	3,0	4,1	5,1	4,4	4,3	3,0	1,4	3,9	6,3	6,7	4,2	1,5
Rovigo	3,1	3,8	5,1	4,2	4,0	3,1	1,2	4,0	5,9	6,4	4,4	1,4
Chioggia	1,9	3,1	4,8	4,2	4,0	3,0	0,9	3,4	5,6	6,0	4,0	1,1
Venezia	2,2	3,1	5,1	4,3	4,0	3,1	1,2	3,5	5,6	6,4	4,0	1,1
Verona	3,3	3,4	4,8	4,3	3,6	3,6	0,9	4,0	5,5	6,7	4,5	1,4
Vicenza	2,5	3,2	5,1	4,3	4,0	3,1	1,3	3 6	5,5	6,5	4,1	1,2
Bassano	1,8	2,7	5,2	4,3	3,9	3,3	1,2	3,5	5,1	6,4	4,0	1,0
Lonigo	3,2	3,2	5,2	4,3	3,8	2,6	1,4	3,6	5,6	6,5	4,3	0,9
Posina	1,5	2,0	3,7	3,7	3,8	3,1	1,3	2,5	4,6	5,4	3,0	1,0
Padova	2,6	3,3	5,0	4,3	3,8	3,1	1,3	3,7	5,7	6,3	4,1	1,0
Este	2,7	3,3	5,0	4,3	4,0	3,2	1,3	3,7	5,7	6,4	4,4	1,0
Treviso	2,4	3,4	5,1	4,3	4,3	2,9	1,3	3,8	5,6	6,7	4,0	1,0
Crespano	1,1	3,2	4,8	3,9	3,9	3,3	1,3	3,6	5,5	5,9	3,3	0,6
Selva di Montebelluna	1,4	3,1	4,9	3,8	3,7	2,3	0,7	3,2	4,9	6,1	3,6	0,4
Cansiglio (prato)	1,7	1,7	5,3	4,4	3,6	2,9	1,1	3,5	5,0	4,7	3,8	1,5
» (bosco abeti)	1,7	2,1	3,5	3,8	3,8	2,8	0,9	2,5	4,7	4,5	3,3	1,8
Belluno	3,6	3,6	3,9	4,0	4,0	2,7	1,2	3,0	5,4	6,6	4,4	1,2
Auronzo	2,9	2,9	4,5	4,6	4,3	2,8	1,5	2,7	5,5	6,9	4,5	0,9
Zoppè	1,9	1,9	3,5	3,6	3,8	2,3	1,1	3,0	4,7	5,0	2,5	0,7
Udine	2,1	2,9	4,9	4,0	3,9	2,8	1,1	3,5	5,6	5,9	3,5	1,0
Palmanova	2,3	3,1	5,4	4,0	3,7	2,9	1,1	3,3	5,5	6,0	3,7	1,8

Tavola III.

Variazioni della temperatura in centesimi di centigrado secondo determinate direzioni atmosferiche inclinate e per ogni ettometro verticale d' altezza.

DIREZIONI	Differenze d' altitudine in metri	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Escursione
Reggio Emilia - Bedonia .	488	— 4	22	41	55	63	67	76	65	59	51	13	10	80
» Marola . .	655	12	33	39	50	52	56	56	55	55	38	18	6	50
Modena - Fiumalbo.	889	— 6	19	47	62	64	64	60	55	52	31	17	2	70
» Guiglia.	457	— 26	— 8	— 2	13	22	26	26	24	17	17	— 2	— 17	52
» Pavullo.	632	9	25	33	49	49	49	52	49	49	39	17	5	47
» Pievepelago . . .	670	— 3	21	44	70	77	81	76	76	73	38	19	5	84
» Sestola	982	— 1	17	36	48	47	45	44	44	42	34	13	1	49
» Zocca.	720	— 12	15	30	45	49	44	36	36	36	24	11	9	61
Forlì - Verucchio.	251	— 8	0	12	20	28	32	32	32	24	20	12	— 16	48
» S. Giov. in Galilea	387	10	10	23	46	52	52	46	39	28	23	10	0	52
Milano - Bergamo	235	— 56	13	34	56	56	59	68	51	38	17	4	— 56	124
» Vilminore	866?	8	38	57	63	65	75	76	65	61	49	33	18	68
» Villa Carlotta . .	76	—342	—171	— 13	92	184	237	250	184	118	— 13	—263	—342	592
» Stelvio	2396	43	54	63	66	68	70	73	68	63	56	52	44	30
Como - Varese	750	— 8	8	25	43	37	37	33	29	27	20	4	— 8	51
Sondrio - Bormio (bagni) .	977	31	42	55	66	62	62	62	56	53	49	38	30	36
Brescia - Collio	757	16	41	56	70	70	70	76	69	62	57	40	32	60
Desenzano - Brescia.	67	254	75	— 30	—149	—164	—134	— 90	— 60	30	75	134	134	418
Vicenza - Recoaro	396	13	20	33	53	53	58	45	45	43	40	30	18	45
» Valdagno.	213	32	32	61	70	94	99	108	113	113	108	57	47	81
Vittorio - Cansiglio (prato)	976	52	52	67	71	75	77	75	75	65	62	60	58	25
Treviso - Castelcucco . . .	184	— 16	43	96	114	114	114	125	114	86	86	43	5	141
» Crespano	168	— 22	53	66	83	106	131	106	106	95	89	42	0	153
» Valdobbiadene. .	228	— 22	18	31	48	66	88	114	84	70	52	4	4	136
Belluno - Auronzo	484	52	64	81	67	55	43	40	49	43	43	48	52	41
» Zoppè	1074	— 6	22	38	42	45	47	51	50	50	44	29	11	57
Udine - Pontebba	461	102	82	74	63	58	61	76	82	82	99	106	112	54

SULL' ISTOGENESI

DEL

CANCRO PRIMITIVO DEL FEGATO

NOTA

del Dott. FLORIANO BRAZZOLA

(Letta nella Sessione del 29 Aprile 1888).

Le nostre conoscenze sull' istogenesi del cancro primitivo del fegato, come si sa, sono ancor oggi piuttosto limitate e controverse. Trovo perciò conveniente, atteso anche la rarità del processo morboso, riferire alcune ricerche istologiche che ebbi l' opportunità di istituire su di un caso occorso ultimamente nella Clinica del Prof. Murri. L' illustre clinico aveva diagnosticato un cancro primitivo e localizzato al fegato, e la sezione cadaverica confermava pienamente il giudizio. Devo innanzi tutto i più sentiti ed umili ringraziamenti all' illustre mio maestro, il quale mi permise di usufruire di questo materiale di studio.

Premetto che in questa Nota io mi occupo unicamente dell' istogenesi nello stretto senso della parola, senza implicare per nulla la questione della natura infettiva del cancro ed i rapporti che potrebbero passare tra il preteso bacillo del cancro e le lesioni anatomiche, inquantochè la questione è ancor ben lungi dall' essere risolta. Sappiamo infatti i risultati divergenti che i diversi autori ottennero. Da parte mia ho istituite tre serie di ricerche microscopiche e di cultura, con risultati, finora almeno, negativi; percui io lascio per ora la questione sospesa e mi occupo unicamente dell' istogenesi nello stretto senso della parola.

Le opinioni degli autori sulla provenienza degli elementi costitutivi del cancro primitivo del fegato, come è noto, sono discordi, o per meglio dire furono descritti cancri primitivi del fegato di diversa origine.

Naunyn (1), Waldayer (2), Weigert (3) descrissero casi di cancro primitivo al fegato dovuti a proliferazione degli epitelî dei dotti biliari. Klebs (4) ritiene

(1) Archiv. f. Anatom. und Physiologie, 1866.
(2) Virchow's Archiv. Bd. 55.
(3) » » Bd. 67.
(4) Patholog. Anat. Bd. I.

che il cancro primitivo del fegato origini alcune volte dalle cellule epatiche, altre volte dagli epitelî dei piccoli dotti biliari. Schüppel (1) ammette pure questa duplice genesi; nei casi però da lui esaminati erano quasi unicamente le cellule epatiche che davano luogo alla produzione cancerigna. Perls (2) ritiene che la genesi comune sia quella dai dotti biliari; fa però notare la grande rassomiglianza che gli elementi del cancro hanno colle cellule epatiche. Dreschfeld (3) descrisse un caso sviluppatosi dalle cellule epatiche; egli però ritiene questo modo di sviluppo non come l' ordinario. Ziegler (4) potè confermare una genesi dalle cellule dei piccoli dotti biliari, non gli fu dato osservare casi iniziatisi dalle cellule epatiche. L' Harris (5) recentemente descrisse un caso la cui genesi era dalle cellule epatiche. Da Block (6) poi è stato descritto un tumore melanotico, quale endotelioma primitivo: questa forma di così detto cancro endoteliale però è ancora molto dubbia nello stato attuale delle nostre conoscenze. In questi ultimi tempi poi si sono pubblicati diversi casi: alcuni autori si sono anche occupati della parte anatomo-patologica, ma lo sviluppo del cancro primitivo del fegato, come fa notare lo stesso Birch-Hirschfeld (7) anche nell' ultima edizione della sua Anatomia patologica, non è ancora stato completamente indagato nelle sue particolarità.

In vista di questi diversi pareri o per meglio dire di queste diverse osservazioni, credetti bene, giacchè mi si presentava l' occasione, istituire alcune ricerche istologiche mettendo a profitto i metodi che la tecnica moderna del microscopio insegna per precisare la parte che gli elementi fissi dei tessuti hanno nei processi morbosi in genere, intendo i metodi suggeriti per la cariocinesi. Questo studio poi lo credetti non del tutto superfluo, inquantochè finora nessuno, a quanto mi sappia almeno, aveva studiato l' istogenesi del cancro primitivo del fegato col sussidio dei fenomeni cariocinetici.

I metodi di ricerca di cui mi servîi furono specialmente quelli proposti per lo studio della cariocinesi in genere: misi però a profitto anche gli altri metodi che la tecnica moderna del microscopio insegna. I migliori risultati li ebbi col processo recentemente proposto dal Flemming seguendolo nei suoi particolari, oppure apportandovi le modificazioni che suggerisce il Podwyssozki. Piccoli pezzetti di fegato furono posti (23 o 24 ore circa dopo la morte) nella soluzione cromo-osmio-acetica lasciandoli per 3 o 4 giorni, quindi furono ripetutamente lavati nell'acqua distillata, poscia passati nell' alcool a 60° e finalmente nell' alcool assoluto. I pezzi erano quindi inclusi in celloidina e le sezioni furono colorate colla saffranina Pfitzner-

(1) Spec. Pathologie von Ziemssen.
(2) Virchow's Archiv. Bd. 50, Pathol. Anat. Bd.
(3) Journal of anat. and physiol. XIV°.
(4) Pathol. Anat. II.
(5) Virchow's Archiv. Bd. 100.
(6) Archiv. der Heilkunde Bd. XVI°.
(7) Lehrbuch d. Pathol. Anat. Bd. II, 1888.

Flemming, come alle indicazioni che ne dà il Flemming, solo usando per il lavaggio una soluzione acida più diluita (0,1 od al massimo 0,25 %). Alcune volte si ricorse ad una seconda colorazione coll' acido picrico, seguendo le norme che ne dà il Podwyssozki. Le figure cariocinetiche, non ostante che i pezzi fossero passati nel liquido fissatore quasi 24 ore dopo la morte, si conservarono perfettamente inalterate.

Il fegato presenta macroscopicamente tutti i caratteri più tipici del cancro primitivo, forma infiltrata, tutti i caratteri della così detta degenerazione cancerigna diffusa e trovo superfluo fermarmi su questa parte. Dirò solo come esso fosse enormemente ingrandito nella sua totalità e tempestato di una grandissima quantità di piccoli noduli cancerigni, sicchè s' aveva quasi l' apparenza del fegato cirrotico; la superficie però era piuttosto levigata ed i bordi regolari. Questi noduli di un colorito bianchiccio o bianco-giallastro, erano piuttosto piccoli, della grossezza di un seme di canapa a quella di un nocciuolo di ciliegia od un poco più, alcuni si presentavano anche sotto forma di piccole striscie, solo nella parte centrale del fegato vi era un nodulo della grossezza di una noce avellana. Questi noduli poi erano numerosissimi ed invadevano talmente tutta la sostanza epatica, alternandosi senza limiti netti con piccole zone ed isole di parenchima apparentemente conservato, che era assolutamente impossibile decidere se fosse esistito dapprincipio un solo nodulo che avesse prodotto una successiva infezione diffusa, oppure se primitivamente e simultaneamente numerosissimi punti del fegato fossero diventati la sede della neoformazione; quest' ultima supposizione era la più probabile. Tutti gli altri parenchimi ed organi erano immuni da produzioni cancerose.

L' esame microscopico poi fece subito riconoscere come si trattasse di neoplasia cancerigna primitiva la più tipica, e più propriamente come si trattasse della così detta degenerazione cancerigna diffusa. In alcuni punti la struttura del fegato era ancora conservata, in altri la disposizione tipica delle trabecole era più o meno scomparsa ed incominciavano a presentarsi elementi cancerigni, finchè in altri punti della struttura del fegato non restava più traccia e tutto era trasformato in una massa cancerosa. Le figure I^a e II^a, infatti, come preparati d' insieme, ci mostrano questa trasformazione. Nella figura I^a la struttura del fegato è per la massima parte conservata; qua e là però si vede come la disposizione tipica delle trabecole sia scomparsa e come in alcuni punti incomincino a presentarsi limitate neoformazioni cancerigne. Nella figura II^a poi troviamo a sinistra delle trabecole epatiche in massima parte conservate, a destra invece il tessuto epatico è completamente trasformato in cancro.

Questi fatti poi si alternano fra loro ad ogni tratto, sicchè può facilmente seguirsi lo sviluppo della neoplasia in tutti i suoi particolari, ed anche ad un' osservazione grossolana e su preparati fatti coi metodi comuni, appare abbastanza chiaramente come il cancro si fosse sviluppato dalle cellule epatiche.

Accompagnando poi le fasi evolutive del tumore in preparati ottenuti col metodo

di Flemming per lo studio della cariocinesi, si può seguire nel modo più sicuro il processo formativo del cancro dalle cellule epatiche. La cariocinesi infatti mostrandoci quali sono gli elementi in preda ad aumentata attività cellulare, può dare il miglior criterio per stabilire la genesi degli elementi costitutivi del cancro. Certamente in queste ricerche fa d' uopo tener calcolo della possibilità di forme cariocinetiche negli elementi fissi dei tessuti, per lo stimolo che gli elementi proprî della neoplasia che va sviluppandosi, potrebbe esercitare su di essi; una diagnosi differenziale però tra gli uni e gli altri fenomeni cariocinetici non è difficile, quando si tenga calcolo delle modalità nel presentarsi del processo e del suo modo di succedersi.

Ora le successive modificazioni che noi notiamo sono le seguenti:

Nei punti in cui il parenchima epatico è normale gli elementi proprî del fegato si mostrano nello stato di riposo; il nucleo è piuttosto omogeneo, si tinge debolmente colla saffranina e solo presenta qualche traccia di sostanza cromatica sotto forma di granuli più o meno grandi e qualche lontano accenno di filamento.

In altri punti invece, corrispondenti alle prime fasi di evoluzione del cancro, si vede come le cellule epatiche entrino in attivissimo movimento nucleare. La sostanza cromatica del nucleo aumenta enormemente, i filamenti si rendono sempre più manifesti, finchè troviamo i nuclei allo stato di gomitolo (Fig. III^a e VII^a). Questi tratti in cui i nuclei delle cellule epatiche si trovano allo stato di gomitolo sono molto estesi. La struttura delle trabecole qui è ancora conservata, come pure è conservato il tipo della cellula epatica. In alcuni elementi però incominciano ad apparire delle modificazioni, per cui appare il passaggio ad elementi cancerigni; il nucleo apparisce più pallido, piuttosto omogeneo, irregolare; il protoplasma cellulare contiene qua e là dei cumuli di granuli di pigmento bruno-giallìccio od anche nero.

L' evoluzione del processo continua, le cellule epatiche passano per le diverse fasi della cariocinesi ed i prodotti della divisione cellulare costituiscono appunto gli elementi proprii del cancro (Fig. IV^a VII^a e VIII^a). Le cellule epatiche passando per le meta ed anafasi della cariocinesi diventano omogenee, ed i prodotti della divisione cellulare completata non hanno più i caratteri delle cellule epatiche, sibbene si presentano come elementi più o meno rotondeggianti od ovoidali od anche di forma irregolare, provveduti di scarsissima qnantità di protoplasma, di aspetto omogeneo ed aventi in una parola tutti i caratteri degli elementi cellulari che si riscontrano nei tratti in cui il tessuto epatico è completamente sostituito dalla neoplasia. Le modificazioni sopra ricordate delle cellule epatiche si possono abbastanza ben vedere nelle figure sopra riportate.

Queste modificazioni però e la trasformazione delle cellule epatiche in elementi del cancro, appariscono meglio nelle figure V^a, VI^a e IX^a. Nella figura V^a la struttura del fegato è quasi scomparsa, solo in qualche punto si vedono ancora dei tratti di trabecole più o meno conservate, i di cui elementi, alcuni almeno, mostrano fenomeni di cariocinesi. Il resto è quasi tutto trasformato in cancro, e

gli elementi cancerigni, di diversa apparenza e grandezza, mostransi frequentemente sotto forma di zaffo tra trabecola e trabecola. Che gli elementi in cariocinesi siano cellule epatiche non può esservi alcun dubbio; la loro forma, grandezza e disposizione, non che la massa protoplasmatica che li circonda, sono dati tali che non possono permettere alcun sospetto. L' iperplasia cellulare poi, nonchè il passaggio graduale dalle cellule epatiche agli elementi cancerosi apparisce chiaramente senza ulteriori dimostrazioni.

In queste figure poi, specialmente nella figura V^a si vede una grande quantità di pigmento giallo-bruno, più o meno traente al color ruggine od anche al nero. Questo pigmento, o trovasi contenuto nelle cellule epatiche ancora conservate, oppure libero sotto forma di cumuli più o meno grandi e alcune volte ha un colorito decisamente nero. Il tumore avrebbe quindi i caratteri del carcinoma melanotico. Io non mi fermo sulla genesi e sul significato di questa pigmentazione nel cancro primitivo del fegato, poichè l' Harris l' ha già studiata minutamente, che anzi egli si servì appunto di questa produzione pigmentale per spiegar la genesi degli elementi del cancro dalle cellule epatiche. Trovo perciò completamente superfluo il ritornare su questo argomento, dico solo che questo fatto, anche nel caso che io presento, può venire in appoggio dei dati offerti dalla cariocinesi, per sostenere la genesi degli elementi del cancro dalle cellule epatiche. Il modo di presentarsi di questa pigmentazione si può vedere nelle figure I^a, IV^a e V^a.

Nella figura VI^a e IX^a poi la struttura del fegato si può dire quasi completamente scomparsa; ci troviamo infatti in zone del fegato in cui l' evoluzione cancerigna è ormai completata; delle trabecole epatiche non abbiamo più neppure un cenno; solo qua e là si vedono ancora degli elementi che hanno i caratteri delle cellule epatiche e di cui alcuni mostrano fenomeni cariocinetici. Finalmente il tessuto epatico appare completamente trasformato in cancro, non restando più alcuna traccia dell' antica struttura. In questo punto il pigmento sopra ricordato può essere più o meno abbondante od anche mancare completamente: per lo più si trova nei noduli piuttosto recenti, mentre manca, essendo stata riassorbito, nei noduli di più vecchia data.

Gli epitelî dei dotti biliari, come pure gli endotelî vasali, non prendevano alcuna parte attiva nel processo neoplastico. In alcuni tratti poi vi erano fatti di cirrosi.

Da quanto sopra si è detto pertanto io concludo che nel caso da me studiato il cancro ebbe sviluppo non già dalle cellule epiteliali dei dotti biliari nè dagli endotelî dei vasi sanguigni, ma sibbene dalle stesse cellule epatiche. Queste patiscono fatti di moltiplicazione indiretta o cariocinesi, e gli elementi che così si producono sono appunto quelli che hanno i caratteri e le qualità delle cellule cancerigne.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Le preparazioni furono ottenute col processo di Flemming. Fissazione nella soluzione cromo-osmio-acetica. Colorazione colla saffranina — Olio garofani — Balsamo.

Significato delle lettere adoperate nella spiegazione delle figure.

c-e, Cellule epatiche. — *c-c*, Cellule cancerigne. — *c-p*, Cumuli di pigmento.

Fig. I^a — Serve come preparazione d'insieme. La struttura del fegato è in gran parte conservata; qua e là però si vede come la disposizione tipica delle trabecole vada scomparendo e come in alcuni punti incomincino a presentarsi dei cumuli di elementi cancerosi. Obb. 6 — Oc. 3 Koristka × 350.

Fig. II^a — In questa figura, che serve pure come preparazione d'insieme, si vede come a sinistra la struttura del fegato sia conservata, almeno in parte, mentre a destra il tessuto epatico è quasi completamente trasformato in cancro. Obb. 6 — Oc. 3 × 350.

Fig. III^a e VII^a — Parti di sezioni di fegato corrispondenti alle prime fasi evolutive del cancro. Si vede come le cellule epatiche entrino in attivissimo movimento nucleare. La sostanza cromatica del nucleo è molto aumentata, i filamenti si rendono sempre più manifesti, finchè molti nuclei si presentano sotto forma di gomitolo.

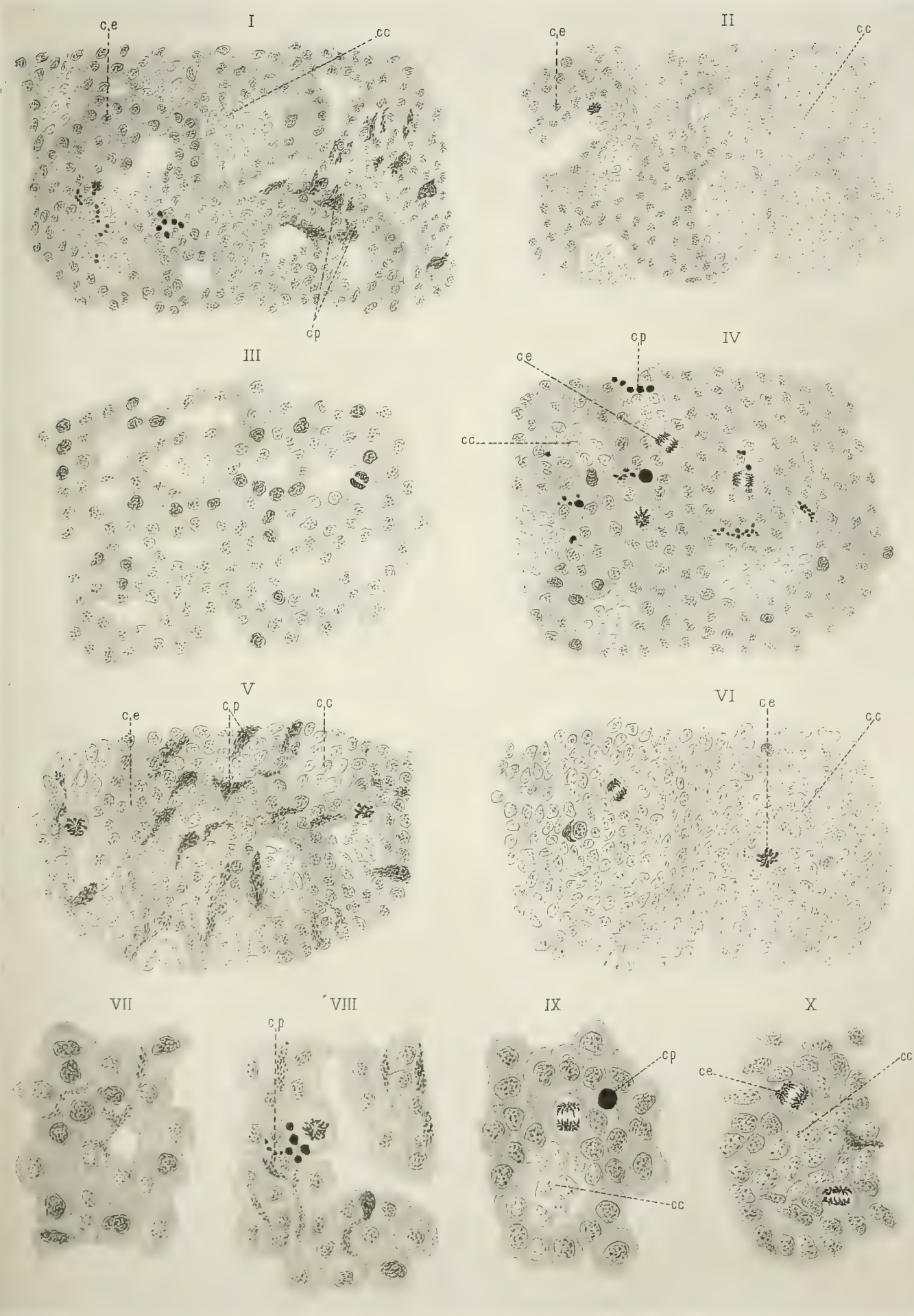
Fig. III^a — Obb. 8 — Oc. 3 × 450.
„ VII^a — Obb. $^1/_{16}$ — Oc. 2 × 650.

Fig. IV^a, VIII^a e IX^a — L'evoluzione della neoplasia cancerosa è maggiormente progredita. Le cellule epatiche patiscono la moltiplicazione indiretta o cariocinesi e gli elementi che da queste si producono sono appunto quelli che hanno le qualità delle cellule cancerigne.

Fig. IV^a — Obb. 8 — Oc. 3 × 450.
„ VIII^a e IX^a — Obb. $^1/_{16}$ — Oc. 2 × 650.

Fig. V^a, VI^a e X^a — Successive fasi di evoluzione della neoplasia cancerosa. La struttura del fegato va mano mano scomparendo, finchè appare completamente sostituita dalla neoplasia cancerigna. Anche in questi stadî però gli elementi che patiscono la divisione indiretta o cariocinesi hanno i caratteri delle cellule epatiche e si vede appunto come siano gli elementi prodotti dalla moltiplicazione indiretta quelli che acquistano i caratteri e le qualità delle cellule cancerose.

Fig. V^a e VI^a — Obb. 8 — Oc. 3 × 450.
„ X^a — Obb. $^1/_{16}$ — Oc. 2 × 650.



Brazzola dis dal nat. — Pio Pº Gregori dis. in pietra. lit G. Wenk e Figli—Bologna

SUI NERVI

DI UN

RENE A FERRO DI CAVALLO

CON ECTOPIA DEL RENE SINISTRO

NOTA

DEL PROF. LUIGI CALORI

(Letta nella Sessione dell'11 Novembre 1888).

Sono già quattro anni passati che io, com' oggi, apriva queste nostre esercitazioni accademiche esponendo l'anatomia di un rene arcuato od a ferro di cavallo trovato in una donna, illustrandone particolarmente le arterie, e soprattutto i nervi (1); e pareva che con ciò anche in questa parte l'anomalia fosse sufficientemente conosciuta. Ma essa novellamente occorsami nel cadavere di un uomo sessantenne ha quel parere convertito in parere contrario, convincendomi non bastare un' osservazione sola a stabilire la detta sufficienza, essendone richieste più, avvegnachè trattandosi di anomalie uno o più particolari possono soggiacere a varietà, le quali vogliono essere conosciute; chè ignorandole non si avrebbe piena contezza di quelle, nè per consequente pure dell' anomalia cui appartengono. Per la qual cosa avendo nel rene suddetto incontrato alcune differenze riguardanti i suoi plessi e gangli nervosi, ed in uno i finitimi, collegate con altre delle arterie e del sito di esso, mi sono brigato di studiarle con ogni cura, consegnandole a questa Nota che a Voi offro, Colleghi umanissimi, come penso di quest' anno accademico.

Questo rene a ferro di cavallo è con ectopia del rene sinistro (vedi la Figura), ectopia che va di conserva con un po d' inclinazione laterale della colonna lombare. Consta, secondo il solito, di due reni uniti per la loro estremità inferiore, e l'ectopia è del rene sinistro **B**, il quale abbandonato la sua sede normale è ito a collocarsi trasversalmente sulla parte inferiore dell' aorta addominale e della cava ascendente, in corrispondenza della quarta vertebra lombare. Questo rene ectopico volge la sua estremità superiore a sinistra, e dilungata dalla capsula surrenale **Q**, la quale tiene, secondo il costume, il suo posto ordinario a lato del ganglio semilunare sinistro. Ha il suo margine convesso che è inferiore, il concavo superiore, ed un

(1) Memorie dell'Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna. Serie IV, Tomo VI, pag. 73.

grande hilo largamente aperto in avanti, dond'escono i calici che mettono in una pelvi renale trasversalmente estesa, e sì questa che quelli sono, come l' hilo, anteriori e nella direzione dell' asse del corpo. Dalla pelvi discende nella escavazione pelvica presso la linea media l'uretere secondante da principio la direzione dell'asse del corpo, poi piegando alquanto a sinistra, nè ha rapporto con il muscolo psoas. L' unione infine della estremità inferiore del rene sinistro con quella del destro è a destra, e segnata da uno stringimento C. Il rene destro A è normalmente situato, ed esso altresì ha un grande hilo che guarda anteriormente, ed un' ampia pelvi renale pur anteriore: l' uretere ha un incesso normale. La divisata disposizione dei due reni uniti fa che la concavità dell' arco risultante dalla loro unione sia aperta non siccome suole, superiormente od in alto, ma verso il lato sinistro.

L' aorta discendente addominale *a, a,* offre una particolarità che io non scorsi nel rene muliebre a ferro di cavallo, ed è che dessa è un poco sigmoide. Infatti apparisce leggiermente concava verso destra superiormente, leggermente convessa pur verso destra inferiormente, anzi spinta alquanto da questo lato. Tale disposizione pare conveniente con la ectopia suddiscorsa e con la suddiscorsa inclinazione laterale della colonna lombare.

Egli è dei reni a ferro di cavallo avere più arterie, quantunque sì fatta multiplicità non si debba avere singolare di essi, trovandosi non di rado altresì in reni normali o quasi normali e semplici, ciò è a dire non composti. Nel primo caso di rene a ferro di cavallo ch' ebbi trovato nella donna, avevano quattro arterie renali, in questo dell' uomo sei, tre per ciascun rene, l' ordinaria o principale o superiore, e due accessorie o soprannumerarie od inferiori. Le ordinarie o principali sono le più grosse, e nascono dal lato corrispondente dell' aorta poco sotto l' origine dell' arteria mesenterica superiore. La destra *g,* ha la sua origine mezzo centimetro più in alto della sinistra *k;* lo che non conviene con quanto osservasi ordinariamente: conviene però con l' esserci più arterie renali destre: nel quale caso è notato essere la renale ordinaria sinistra semplice od unica; ma qui non è così, come vedremo. Alcuno potrebbe credere che l' origine meno alta dell' arteria renale ordinaria sinistra fosse collegata con l' ectopia del rene sinistro, o fossene un effetto od una dipendenza, essendosi questo rene molto adimato e dilungato da essa. Questa ragione parrebbe tanto plausibile, quanto quella del derivare che si fa l' origine solitamente più bassa dell' arteria renale destra ne' casi normali, dall' essere un po' più basso il rene destro. Se non che nel rene muliebre a ferro di cavallo altre volte citato, benchè non ci fosse ectopia del rene sinistro, l'arteria renale superiore o principale sinistra nasceva egualmente più in basso della destra. L' arteria principale o ordinaria destra poi va trasversalmente verso il rene, e dopo il tragitto di due centimetri circa si divide in due rami, il superiore dei quali suddiviso in altri due penetra con uno nel rene al di sopra dell' hilo, con l' altro per l' hilo: l' inferiore poi giunto all' hilo, entra tripartito pel medesimo nel rene. — La prima arteria renale soprannumeraria destra o seconda renale destra *h,* è la

meno grossa delle tre. Muove dal lato destro dell'aorta due centimetri sotto l'origine della mesenterica inferiore nascente in questi casi molto in alto, secondo già che quasi tutti notano: si dirige obliquamente in fuori ed in alto, aggiugne l'hilo nel quale s'immerge senza dividersi. — La seconda arteria renale soprannumeraria destra o terza renale destra ed ultima *i*, è, rispetto all'altre due, mezzana di grossezza. Deriva dalla faccia anteriore dell'aorta verso destra un centimetro sotto l'origine della precedente, e dopo il cammino pur di un centimetro si divide in due rami, uno dei quali si dirige obliquamente in alto ed in fuori, ed aggiugne l'hilo, in cui entra tripartito; l'altro discende alquanto, e dividesi in due rami, uno dei quali va verso il punto di unione dei due reni, ed ivi presso termina: l'altro va all'hilo del rene ectopico, entro cui si distribuisce, di qualità che quest'arteria soprannumeraria diventa arteria soprannumeraria comune od unitiva dei due reni. Lo stesso era nel rene a ferro di cavallo della donna rispetto all'arteria renale soprannumeraria destra.

L'arteria renale principale o ordinaria sinistra *k* non dissimilmente grossa della destra, va obliquamente in fuori e discende formando con l'aorta un angolo acuto di 60 gradi. E percorso ch'essa ha discendendo un tratto di tre centimetri circa, si scioglie in rami disposti a guisa di pennello, i quali vanno alla estremità sinistra dell'hilo, entro il quale due semplicemente penetrano. — La seconda arteria renale sinistra, o prima arteria accessoria o soprannumeraria sinistra *l*, non corrisponde per origine, nè per sito alla prima accessoria o soprannumeraria destra, ma alla terza, nascendo al lato sinistro di questa dalla faccia anteriore dell'aorta, e dista dall'origine dell'arteria mesenterica inferiore centimetri 2 $^1/_2$; volge allo esterno ed a sinistra, e bipartita penetra quasi tutta per l'hilo del rene sinistro. — La terza arteria renale o seconda accessoria o soprannumeraria sinistra *o*, nasce dalla arteria iliaca primitiva del medesimo lato ad un centimetro dalla biforcazione dell'aorta, si piega ad arco, ed ascende dividendosi alla fine in due rami, uno più grosso che è la continuazione del tronco, l'altro più sottile; e con questo penetra nella faccia anteriore del rene sinistro presso il margine inferiore dell'hilo, con quello nella faccia posteriore della estremità inferiore o destra del rene medesimo. Quest'anomalia conviene con l'essere il rene disceso molto in basso. Non vuolsi però credere ch'essa sia concomitanza necessaria di ciò, avvegnachè il rene muliebre a ferro di cavallo, quantunque discendesse ancor esso egualmente, nondimeno aveva tutte le sue arterie dall'aorta. Quanto alle vene nulla ho a dire, non avendomi esse presentato niente di notabile.

Premessa la descrizione delle arterie siccome necessaria, e come a dire fondamento a quella dei nervi, attenendosi questi specialmente a quelle, mi faccio subito al principale argomento di questa Nota; e dico che non prima hai posto l'occhio sulla Figura che ho dato dell'anomalia, che sei innanzi tratto offeso da una irregolarità od assimetria maggiore dell'ordinaria, quale non avvisi nella Figura del rene a ferro di cavallo della donna. Osservando quest'ultima Figura, oltre che è

distinta per ciò dalla novella, è anche distinta per una minore quantità di plessi nervosi, poichè non offre che quattro plessi renali, i due ordinarii, uno destro e l'altro sinistro, e due accessorii o soprannumerarii, pure uno destro e l'altro sinistro, ed il primo o destro comune ad entrambi i reni. Ma se è scarso il numero dei plessi, ben è ricco quello dei ganglii, tutti nefro-aortici, quattro ordinarii, e due soprannumerarii situati sotto il mesenterico inferiore. Nel rene a ferro di cavallo con ectopia del rene sinistro hanno due plessi renali di più; il quale aumento consente con l'esserci due arterie soprannumerarie di più. Ma ben maggiore differenza riguarda i ganglii. Certamente a sinistra vi sono due ganglii ben distinti, uno *25* situato all'origine dell'arteria renale ordinaria o principale, che è il ganglio nefro-aortico ordinario, l'altro *47* presso l'arteria renale terza o seconda soprannumeraria sinistra data dall'iliaca primitiva del medesimo lato, il quale ganglio per essere nel plesso ipogastrico chiamerò nefro-ipogastrico, donde muove il terzo plesso renale sinistro, o secondo soprannumerario sinistro. — Nel lato destro il ganglio nefro-aortico ordinario non è distinto, ma è confuso con la parte inferiore del ganglio semilunare *d*, ed anzi che confuso, continuo con il mesenterico superiore; il quale ganglio nefro-aortico destro par s'abbia ad avvisare nella porzioncella α, α, del ganglio semilunare, dalla quale provengono rami che vanno in tutte le direzioni, ed alla quale vanno due rami, uno $\varkappa$, della divisione inferiore ι, del grande nervo splancnico, ed altro η della divisione superiore ζ del medesimo nervo. Il quale entra così diviso nell'addome, e con l'ultima divisione indicata piega arcuando in alto, poi novellamente piega arcuando in basso, ed ingrossando in θ: con il quale ingrossamento si fa continua con il ganglio semilunare di cui sembra un'appendice caudata che porge ramuscelli alla capsula surrenale **P**, e che pare sia ganglio capsulare o surrenale del grande nervo splancnico (1); dico di questo nervo, poichè qui ha un altro ganglio capsulare in γ, il quale riceve tre o quattro filuzzi β, dalla porzioncella α, α, ed è connesso per una listarella reticolata δ coi nervicciuoli circondanti il tronco dell'arteria celiaca; dal quale ganglio muove il maggior numero dei nervicciuoli ε che vanno alla capsula surrenale. — La divisione inferiore ι, del grande nervo splancnico dato che ha quel ramo $\varkappa$ alla porzioncella α, α, si scioglie ne' filamenti λ, che discendono conformandosi a modo di pennello aperto, e andando a' due ganglii ν, ξ, non mica nefro-aortici, ma renali semplicemente, ai quali ganglii vanno pure i tre fili nervei μ provenienti dalla porzioncella α, α. Dei quali ganglii uno è superiore maggiore ν, di forma allungata, tendente a quella di fuso, situato superiormente dietro subito il principio della divisione dell'arteria renale ordinaria sottoposta, l'altro inferiore minore ξ di forma quadrata, posto sotto l'estremità interna del superiore. Dalla estremità esterna di questo ganglio superiore partono fili nervei o, che seguono i

(1) Questo ganglio chiamato splancnico surrenale suole essere o dello splancnico piccolo, o del medio, ma non del grande.

rami specialmente superiori dell' arteria renale ordinaria, formando la maggior parte del plesso renale superiore, e tra i fili che escono dalla detta estremità, ne ha uno π che discende obliquamente sulla divisione inferiore di quell' arteria, e termina ad un piccolo ganglio triangolare ρ, da cui nascono quattro rami, due esterni σ, τ, che vanno all' hilo seguendo la divisione inferiore dell' arteria e formando la parte inferiore del plesso, uno interno v, che si unisce al piccolo nervo splancnico *7*, il quale sparso ramuscelli alla faccia o parte posteriore dell'arteria e del plesso, anastomizzati con altri pertinenti a' rami descritti, va a comporre la radice esterna del grosso cordone *8:* il quarto ramo φ, tagliato in fine faceva parte del plesso testicolare soppresso nella Figura. Ai fili nervei renali divisati vuolsi aggiugnere il segnato χ, che viene da una radice del piccolo ganglio *3*, e questo filo completa il novero di quelli che compongono il plesso renale principale o superiore destro, il quale non ho d' uopo dire che apparisce chiaramente dalla Figura, è assai ricco di filamenti nervosi.

Innanzi di discendere agli altri plessi renali destri l' ordine vuole che io dica del grosso cordone *8*, e del ganglio mesenterico inferiore *35*. Il detto grosso cordone *8* può chiamarsi nervo laterale dell' aorta, ed origina dal piccolo ganglio renale *3* poco sopra mentovato, al quale concorrono fili radiculari somministrati dal ganglio renale fusiforme v, dal piccolo ganglio renale quadrato ξ, dalla porzioncella α, α, e dal ganglio mesenterico superiore *18*. Si notò già che il cordone *8* riceveva la radice 7^a, molto notabile per entrare che fa nella sua composizione il piccolo nervo splancnico *7*. Il cordone *8* discende obliquamente da destra a sinistra sull' aorta, e discendendo acquista un filamento dal tronco destro del simpatico, ed altri dal plesso intermesenterico od aortico addominale, il quale è spinto verso sinistra, dove è più sviluppato, ed è fornito di ganglii. Il cordone descritto *8* termina al ganglio mesenterico inferiore *35*, del quale forma la più grossa radice; e ad esso ganglio vanno pure due altri filamenti radicolari *34* appartenenti al plesso intermesenterico *33*. Il ganglio indicato *35*, è più grande dell' ordinario, e riceve direttamente, cosa molto notabile, il ramo *r* dal tronco destro del simpatico il quale ramo n' è pure altra grossa radice, e mette rami non solo al plesso mesenterico inferiore, ma due grossi rami renali, i quali somministrano i filamenti dei plessi renali accessorii o soprannumerarii, di qualità che al ganglio mesenterico inferiore si aggiusta dipintamente la denominazione di ganglio nefro-mesenterico. Dal ganglio partono inferiormente i due cordoncini nervei *37*, *44*, l'esterno o destro dei quali *37* è più grosso e nodoso, e mette i rami *38*, *39*, che costituiscono i due plessi renali soprannumerarii od accessorii destri *40*, *41*, *42*, l' inferiore dei quali va come l'arteria compagna ad ambidue i reni ed è plesso renale accessorio comune come nel rene a ferro di cavallo della donna; poi anastomizzato quel cordoncino con l' interno o sinistro *44* men grosso, si divide in due rami *43* che discendono al di dietro del rene andando al plesso ipogastrico. Il cordoncino men grosso appartiene al plesso renale soprannumerario od accessorio primo sinistro, e di esso terrò discorso più avanti.

A sinistra il ganglio nefro-aortico ordinario o principale *25* è ben distinto, e giace davanti l'origine dell'arteria renale ordinaria o principale, ed è unito al semilunare mediante due grossi processi caudati che gli sono superiori *12*, *12*, formanti un'isola e continuantisi con la porzione allungata *9*, del ganglio semilunare sinistro, il quale è qui composto di due soprapposti, uno maggiore *10*, e posteriore, in parte coperto dall'altro *9*; il quale ganglio maggiore che potrebbe chiamarsi profondo, riceve due nervi splancnici che entrano nell'addome con l'aorta passando pel forame che si denomina da essa. Di questi due splancnici uno *13* è il superiore, che è incostante, e l'altro *14*, che è il grande splancnico, i quali due nervi veggonsi al lato sinistro della parte superiore dell'aorta addominale, e nel torace erano applicati e aderenti pure al lato sinistro dell'aorta toracica discendente, ma il grande semplicemente alla porzione inferiore di questa: il superiore poi sì nell'una come nell'altra cavità è un po' più anteriore e più sottile, l'altro posteriore è più grosso. Nessuno dei due è connesso con il ganglio nefro-aortico suddivisato, nè col plesso renale principale. Il solo nervo piccolo splancnico *15*, va a questo ganglio e plesso, il quale è costituito da filamenti dati dal detto ganglio nefro-aortico, dal processo caudato esterno, e dal plesso aortico. Dalla parte superiore di questo plesso renale principale parte il filamento *28*, che va alla capsula surrenale, la quale ne riceve pur uno, dal processo esterno summenzionato, e moltissimi dal ganglio allungato, soprapposto al semilunare maggiore. Il quale ganglio soppraposto *9*, pei molti rami che porge a quella capsula, per non essere intimamente unito al sottoposto, ma lassamente per tenui fili nervei, ed essere sufficientemente distinto, salvo che internamente, si potrebbe paragonare al ganglio capsulare γ del lato destro, ed averlo in conto di un ganglio capsulare unico esistente a sinistra.

Quanto ai plessi renali accessorii o soprannumerarii sinistri, il primo *45* è desso altresì sotto la dipendenza del ganglio nefro-mesenterico *35*, così che questi tre plessi soprannumerarii non hanno ganglio nefro-aortico come i due plessi soprannumerarii situati subito al di sopra della parte media del rene muliebre a ferro di cavallo; ma quivi il ganglio mesenterico inferiore sovrapposto era piccolo, e nel rene a ferro di cavallo con ectopia del rene sinistro è grande, e per questa grandezza straordinaria sembra compensare la mancanza dei gangli nefro-aortici soprannumerarii, e direi quasi contenerli. Il primo plesso renale soprannumerario sinistro *45* poi non è semplicemente formato dal cordoncino *44* proveniente dal ganglio nefro-mesenterico *35*; ma questo cordoncino viene aumentato da un filamento del plesso mesenterico inferiore e da un altro del cordoncino *37*. Infine il plesso renale soprannumerario in discorso riceve un nervo *32*, che discende dalla estremità inferiore del ganglio nefro-aortico sinistro sopradescritto, e che altro non sembra essere che il nervo laterale sinistro dell'aorta.

L'ultimo plesso renale soprannumerario od accessorio sinistro *49*, notai già che aveva un ganglio *47*, il quale per essere nel plesso ipogastrico impari, e dare il filo costituente il plesso renale, è ganglio nefro-ipogastrico. Questo ganglio manda

parecchi filamenti, ma uno solo *48*, grossetto anzi che no, costituisce il secondo plesso renale soprannumerario sinistro od ultimo, il quale insieme con l' arteria a cui si accompagna, penetra nel rene sinistro, la maggior parte per la sua faccia posteriore, e la minore presso l' orlo inferiore dell' hilo.

Queste le differenze dei gangli e plessi nervosi tra i due casi di rene a ferro di cavallo da me esaminati. Per quanto grandi possano elleno parere, non cessa però il carattere che pure avvisammo nelle arterie, appartenente, se mal non mi appongo, esclusivamente all' anomalia, ed è l' esistenza di un plesso nervoso soprannumerario comune ai due reni uniti, movente in entrambi i casi dal lato destro.

SPIEGAZIONE DELLA FIGURA

Questa Figura rappresenta le arterie ed i nervi di un rene a ferro di cavallo con ectopia del rene sinistro. Grandezza naturale.

Si è trascurato di apporre segni alle parti accessorie, e si è pure trascurato di ritrarre nervi ed arterie accessorie, siccome non facenti al fatto.

A, rene destro.
B, rene sinistro ectopico.
C, punto di unione dei due reni.
D, hilo del rene destro.
E, labbro anteriore } dell' hilo detto.
F, labbro posteriore }
G, ampia pelvi renale destra.
H, uretere destro tagliato.
I, hilo del rene sinistro.
K, labbro anteriore } dell' hilo detto.
L, labbro posteriore }
M, **M**, **M**, grandi calici sinistri allo scoperto.
N, pelvi renale sinistra.
O, uretere sinistro tagliato.
P, capsula surrenale destra.
Q, capsula surrenale sinistra.
a, *a*, arteria aorta discendente addominale.
b, *b*, arterie diaframmatiche inferiori.
c, tronco della celiaca tagliato subito dietro il tripode.

d, porzioncella del tronco dell' arteria mesenterica superiore tagliato.

e, *e*, arterie spermatiche tagliate.

f, arteria mesenterica inferiore tagliata.

g, arteria renale ordinaria o principale o superiore destra.

h, arteria renale accessoria o soprannumeraria destra prima, o vero seconda arteria renale destra.

i, seconda arteria renale accessoria o soprannumeraria destra, o vero terza arteria renale destra.

k, arteria renale ordinaria o principale o superiore sinistra.

l, arteria renale accessoria o soprannumeraria prima sinistra, o vero seconda arteria renale sinistra.

m, *n*, arterie iliache primitive tagliate presso la loro divisione.

o, arteria renale accessoria o soprannumeraria seconda sinistra, o vero terza arteria renale sinistra data dall' arteria iliaca primitiva del medesimo lato.

p, porzione lombare del tronco destro del nervo gran simpatico.

q, *r*, rami dati da questa porzione al nervo laterale destro dell' aorta, o cordone nervoso *8*, ed al ganglio mesenterico inferiore *35*.

s, porzione lombare del tronco sinistro del nervo grande simpatico.

t, *t*, *u*, rami dati da questa porzione ai plessi addominali finitimi, cioè all' intermesenterico od aortico addominale, al renale soprannumerario sinistro primo ed all' ipogastrico superiore od impari.

v, *x*, *y*, *z*, plesso solare ed area in cui è compreso.

&, ganglio semilunare destro bellamente finestrato.

α, α, porzioncella del ganglio semilunare destro, la quale, sembra essere il ganglio nefro-aortico destro confuso con l' estremità inferiore del semilunare prefato.

β, ramuscelli sorgenti dalla porzioncella α, α, i quali terminano in ganglio.

γ, questo ganglio, che è ganglio capsulare o surrenale, da cui muovono i molti filamenti ε, che vanno alla capsula surrenale.

δ, listarella reticolata, che va ad unirsi ai nervicciuoli attornianti il tronco dell' arteria celiaca.

ζ, divisione o grosso ramo superiore sigmoide del grande nervo splancnico, la quale con il suo arco o curva superiore ingrossa, e coll' ingrossamento s' unisce con il ganglio semilunare di cui sembra una specie di coda.

η, ramo che dalla divisione ζ, va alla porzioncella α, α.

θ, il detto ingrossamento, che pare sia un ganglio capsulare o surrenale del grande nervo splancnico, dal quale ganglio nascono tre o quattro fili capsulari.

ι, divisione o ramo inferiore del grande nervo splancnico, la quale porge il grosso ramo

$\varkappa$, alla porzioncella α, α, poi si scioglie nei rami

λ, conformati a modo di pennello aperto, che vanno a' due ganglii del plesso renale.

μ, tre rami della porzioncella α, α, che vanno ai due ganglii renali detti.

v, ξ, questi due gangli renali, uno superiore v, più grosso e fusiforme, l'altro inferiore ξ men grosso e quadrato.

o, fili nervei provenienti dall'estremità esterna del ganglio renale fusiforme, i quali vanno a formare la maggiôr parte del plesso renale ordinario, salvo però il filo π, che va ad un piccolo ganglio triangolare.

ρ, questo ganglio dal quale partono i

σ, τ, due fili nervei che seguono la divisione inferiore dell'arteria renale ordinaria destra, e che formano la parte inferiore del plesso.

v, ramo interno dal ganglio ρ, che si unisce al piccolo splancnico.

ϕ, ramo tagliato del ganglio ρ, il quale ramo apparteneva al plesso testicolare qui soppresso.

χ, piccolo ramo complementario del plesso renale ordinario destro.

ψ, ω, radici del ganglietto *3*, proveniente dal ganglio renale v.

1, radice del ganglio renale ξ al ganglietto indicato.

2, radice al medesimo ganglietto data dalla porzioncella α, α.

3, ganglietto triangolare, donde procede il cordone *8*.

4, due fili della porzioncella α, α, i quali in un col filo *5* dato dal ganglio mesenterico superiore formano il filamento *6* che va al cordone *8*.

7, piccolo nervo splancnico destro, che dopo aver ricevuto il filamento 7^2 va al cordone *8*.

8, cordone nervoso che è il nervo laterale destro dell'aorta, il quale forma la più grossa radice del ganglio mesenterico inferiore, che vuole chiamarsi nefro-mesenterico.

9, *10*, ganglio semilunare sinistro formato di due soprapposti, minore *9* superficiale od anteriore, maggiore *10* profondo o posteriore.

11, numerosi filamenti esterni dati dal ganglio *9* alla capsula surrenale sinistra che con altri provenienti dal segnato *10* formano il plesso capsulare. Chiamo il ganglio *9* ganglio capsulare o surrenale sinistro.

12, *12*, processi caudati del ganglio *9*, i quali circoscrivono un'isola chiusa inferiormente dalla loro unione reciproca e dal ganglio nefro-aortico ordinario o principale sinistro.

13, nervo splancnico superiore che va a terminare nel ganglio *10*.

14, grande nervo splancnico che entra nell'addome col superiore e con l'aorta per il forame aortico, e che va pure al ganglio *10*.

15, nervo splancnico piccolo dispensante molti rami al plesso renale ordinario.

16, cordoncino nervoso tagliato, il quale apparteneva al plesso lienale, e che dà ramuscelli al plesso solare.

17, intumescenza gangliare commessurale situata fra le origini dell'arteria celiaca e mesenterica superiore; intumescenza che muove dal ganglio *9*, e va al ganglio semilunare destro.

18, ganglio mesenterico superiore.

19, *20*, plessi diaframmatici, nel destro dei quali ha un ganglio.

21, plesso attorniante il tronco della celiaca.

22, plesso mesenterico superiore.

23, *24*, rami dati dall'appendice caudata interna del ganglio *9* al plesso mesenterico anzidetto, non che al principio del plesso intermesenterico od aortico addominale.

25, ganglio nefro-aortico sinistro pertinente al plesso renale ordinario o principale sinistro.

26, *27*, plesso renale ordinario o principale sinistro.

28, ramo capsulare dato da questo plesso, il quale ramo era accompagnato dalla vena capsulare mettente foce nella vena renale superiore sinistra.

29, ceppo dei due ramuscelli *30*, *31*, movente dall'appendice caudata esterna del ganglio *9*, i quali vanno l'inferiore al ramo *28*, il superiore alla capsula surrenale.

32, nervo laterale sinistro dell'aorta, il quale discende dal ganglio nefro-aortico sinistro.

33, plesso intermesenterico od aortico addominale.

34, radici date da questo plesso o dal ganglio mesenterico superiore al grosso ganglio mesenterico inferiore.

35, questo ganglio, che io chiamo nefro-mesenterico, avente tre radici, la segnata *34*, quella del nervo laterale destro dell'aorta, e la terza dal tronco destro del simpatico.

36, plesso mesenterico inferiore.

37, cordoncino nodoso procedente dal ganglio nefro-mesenterico *35*, dal quale cordoncino partono i filamenti che compongono i due plessi renali soprannumerarii od accessorii destri.

38, *39*, i detti filamenti.

40, il primo plesso renale soprannumerario od accessorio destro.

41, *42*, il secondo plesso renale soprannumerario od accessorio destro, il quale è comune ai due reni.

43, due rami, ne' quali si risolve il cordoncino *37*, i quali discendono al plesso ipogastrico superiore.

44, cordoncino sinistro od interno del ganglio nefro-mesenterico, il quale cordoncino rinforzato da un filamento proveniente dal plesso mesenterico inferiore va in un col nervo laterale sinistro dell'aorta a comporre il primo plesso renale soprannumerario od accessorio sinistro.

45, questo plesso.

46, plesso ipogastrico superiore.

47, ganglio nefro-ipogastrico.

48, cordoncino nerveo movente da questo ganglio, e formante il secondo plesso renale soprannumerario od accessorio sinistro.

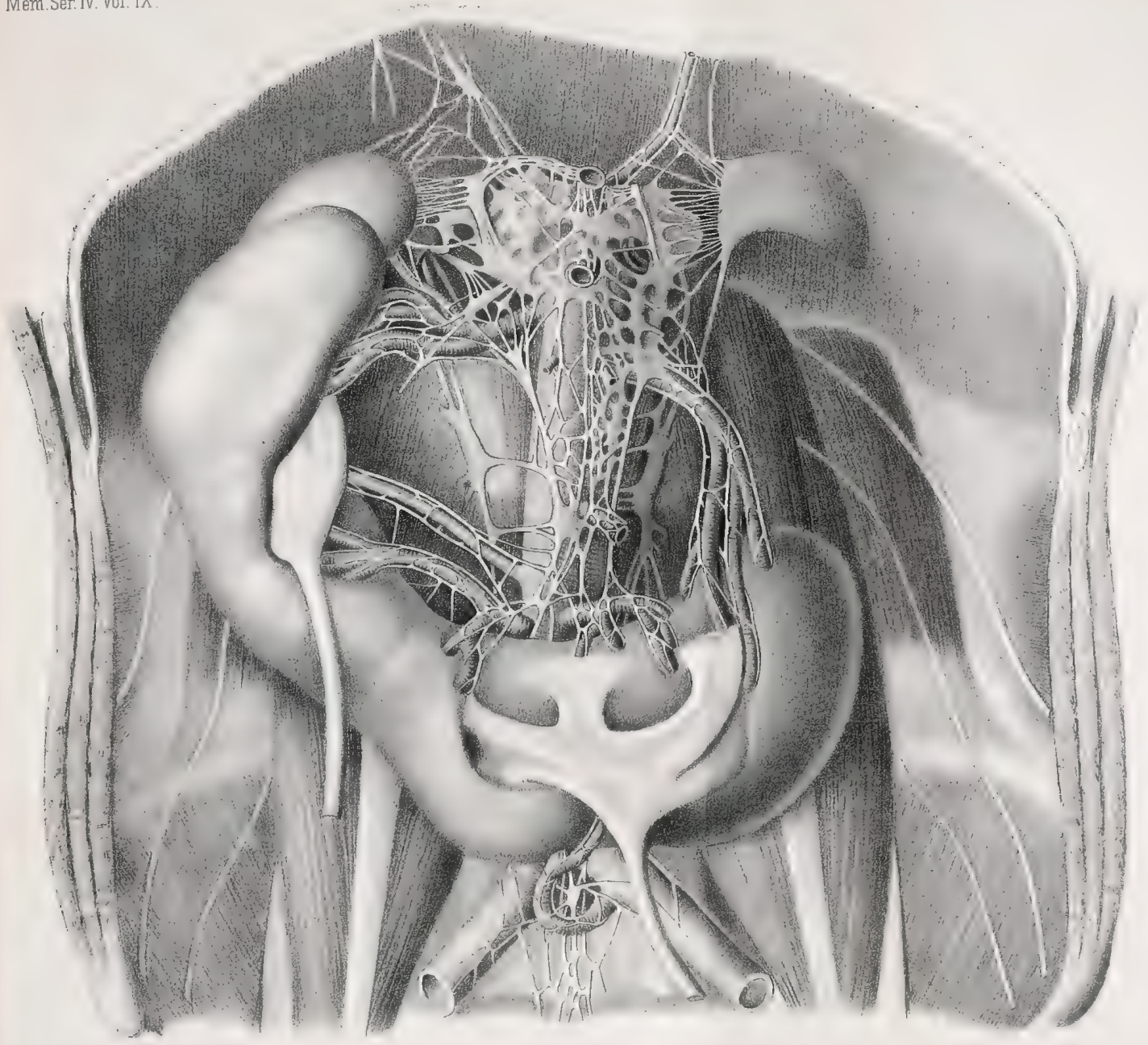
49, questo plesso.

50, *51*, filamenti dati dal ganglio nefro-ipogastrico alle arterie iliache primitive.

a ferro di cavallo ecc.

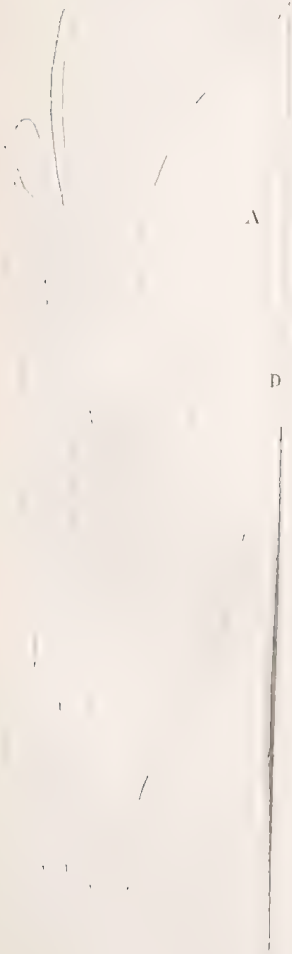
E. Contoli, dis. dal vero e in pietra.

lit. G. Wenk e Figli—Bologna.

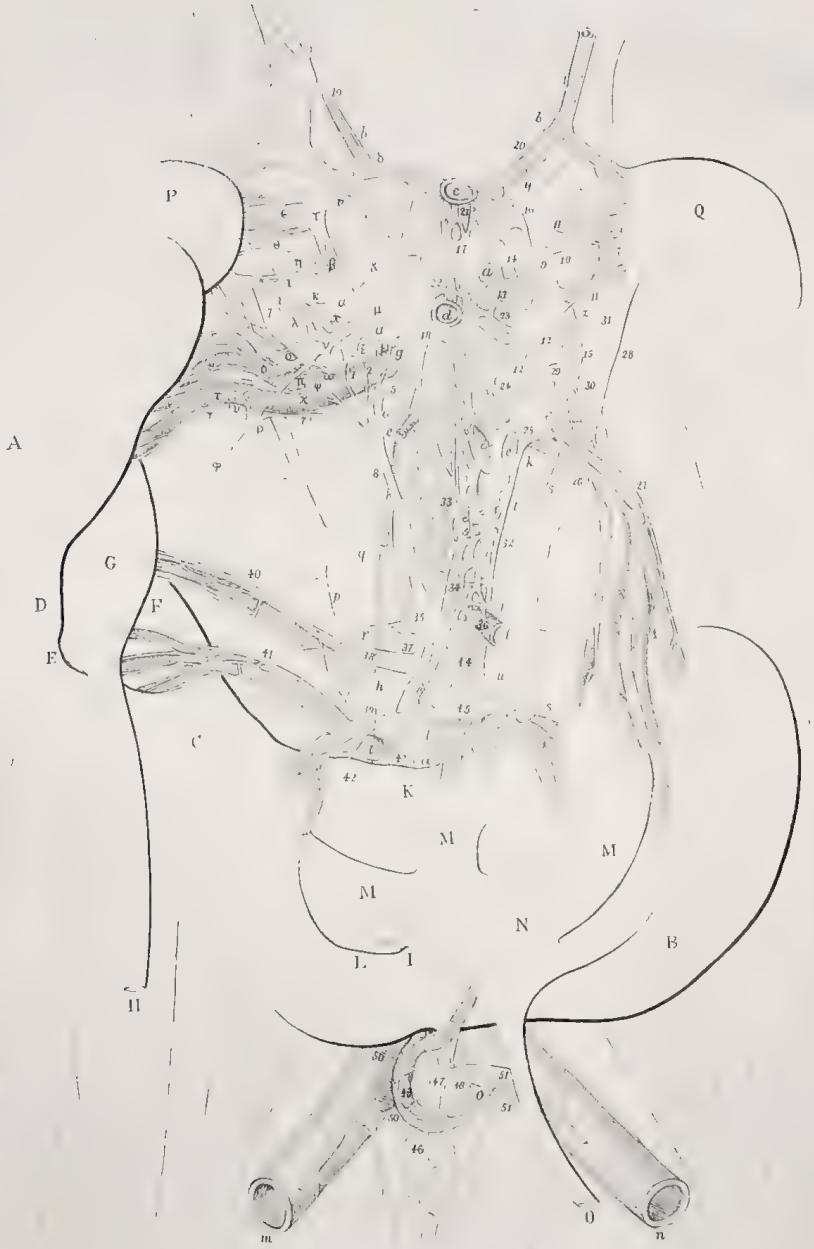


E. Contoli, dis. dal vero e in pietra

lit. G. Wenk e Figli – Bologna



Lit. C. Wenk e Figli—Bologna


P
Q
A
G
D
F
E
C
K
M
M
M
N
B
L
I
H
O
m
n

SULLE

COMUNICAZIONI DELLA VENA PORTA

CON LE VENE GENERALI DEL CORPO

NOTA

DEL PROF. LUIGI CALORI

(Letta nella Sessione dell' 11 Novembre 1888).

Vena singolare è quella che chiamano delle porte o vena porta, la quale da Galeno fu assomigliata ad un albero avente le sue radici nel tubo gastro-enterico, nella milza e nel pancreas, ed i suoi rami diramati nel fegato. Questa bella similitudine ci fa accorti primieramente essere tale vena composta di due porzioni, già conosciutissime, una chiamata vena porta ventrale o porzione venosa della vena porta, l' altra vena porta epatica o porzione arteriosa della medesima; secondamente essere dessa come un sistema a parte, divisato dalle vene generali del corpo, con le quali non comunicherebbe che mediante le vene sopraepatiche, e così si credette un tempo; ma assai di buon' ora scopersero gli anatomici altre comunicazioni, e queste pure della vena porta epatica, ma in pari tempo altresì della vena porta ventrale.

Tutti sanno che il Sappey ha chiamato l' attenzione degli anatomici sopra certe vene comunicanti coi rami della vena porta epatica, vene da lui dette porte accessorie, le quali egli ha raccolte in cinque gruppi (1) che trovo così denominati: 1° gruppo gastro-epatico, 2° gruppo cistico, 3° gruppo delle vene nutrizie, 4° gruppo del legamento sospensorio, 5° gruppo ombellicale o paraombellicale (2). Di questi cinque gruppi solo i due ultimi fanno al proposito, siccome quelli che stabiliscono comunicazioni fra i rami della vena porta e le vene generali del corpo. Infatti il quarto gruppo è costituito da vene, le quali, secondo che dicono, discendono dalla parte media del diaframma comprese fra le due lamine del legamento sospensorio del fegato andando a ramificarsi nei lobuli ai quali aderisce quel legamento. Sì fatte vene sono numerosissime, ma sottilissime, quasi capillari, e lungo il loro

(1) Mém. de l'Acad. de Médecine, XXXIII, p. 269. — Traité d'Anat. descrip. Tome quatrième. Paris 1879, pag. 340 e seg.

(2) Nouveau dictionaire de Médecine et Chirurgie. Tome vingtneuvième. Paris 1880, pag. 124 e seg.

tragitto anastomizzate insieme. Leggo nell'Anatomia di Henle (1) che Hyrtl non è riuscito ad accertarsi dell' esistenza di queste venuzze, e sospetta che per esse siano stati presi i linfatici che ascendono fra le due lamine del legamento sospensorio, simulanti l' aspetto di vene per il contenuto colorito in rosso. Certamente che a prima giunta potrebbe accadere per tale cagione lo scambio, ma le injezioni dimostrano che sonvi altresì delle vene certamente esilissime, le quali a vero dire non discendono dal diaframma, ma a questo muscolo ascendono, nascenti pennicillate da sottilissimi ramuscelli superficiali della porta epatica presso l' adesione del legamento sospensorio al fegato, o vero da finissime reticelle formate da minimi e brevi ramuscelli usciti dal fegato, ed insinuati fra le due lamine del legamento sospensorio, di qualità che le vene di questo gruppo hanno più presto aspetto di vene efferenti che afferenti, come la vena porta. Ma qualunque sia l' interpretazione che si voglia dare a queste venuzze, egli è chiaro che questo gruppo di vene comunicatorie realmente esiste. Ma passando al quinto gruppo, questo presenta le più ragguardevoli ed importanti comunicazioni, ed è formato da vene che dicono muovere dalla porzione sopraombellicale della parete addominale anteriore, e andare verso il solco longitudinale sinistro del fegato, correndo fra le due lamine della porzione ombellicale del legamento sospensorio, nella quale il gruppo è collocato. Secondo Henle alcuni suoi rami sono provveduti di valvole volgenti la loro concavità verso il cuore (2). Le dette vene cammin facendo si anastomizzano insieme, e le più importanti terminano nel margine acuto del fegato al principio del solco longitudinale sinistro; altre molto più fine, e spesso nulla manifeste senza previa injezione, entrano nel solco, e distribuisconsi nei lobuli della sua parte più profonda. Altre tuttavia sottilissime seguono il legamento rotondo od ombellicale, cui abbracciano con le loro anastomosi, fra le quali vene una o due apronsi costantemente o nel ramo sinistro della porta epatica a livello della inserzione dell' anzidetto legamento, o vero più spesso ancora nella porzione del legamento medesimo rimasta pervia in prossimità di quella inserzione. Nella loro origine le vene di questo gruppo comunicano per una parte con le vene epigastriche e mammarie interne, per l' altra con le vene sottocutanee dell' addome. Queste comunicazioni si dilatano nell' inceppato circolo della vena porta, e può mostrarsi molto dilatata una vena satellite del legamento rotondo, la quale potrebbe essere presa per una vena ombellicale non obliterata; ma questa interpretazione è vietata, considerando ch' essa coesiste insieme a quel legamento, secondo che il Sappey ha già avvertito. Questa descrizione delle vene del quinto gruppo ho io trovata, quanto a' punti principali, esatta. Se non che io porrei l' origine loro dove è stata posta la loro terminazione, e questa dove quella. Con questo gruppo di porte accessorie, o meglio di comu-

(1) Handbuch der Gefassthredes Menschen zweite verdefeerte Auflage. Braunschweig 1876, pag. 393.

(2) Op. cit., l. c.

nicazioni della vena porta epatica con le vene generali del corpo convengono due importanti anomalie, una descritta da Burow, il quale trovò in un feto una vena impari proveniente dal plesso vescicale, la quale vena si apriva nella ombellicale poco prima della sua foce nel ramo sinistro della vena porta epatica (1); l'altra dovuta a Manec, Serres (2) e Manière (3), i quali hanno veduto in adulti una grossa vena partire dall'iliaca esterna destra al di sotto dell'arcata crurale, salire verso la linea alba, e giunta al legamento sospensorio del fegato inoscularsi con la vena ombellicale rimasta pervia, ed una parte del sangue passava per tale via dalla detta iliaca nel seno della vena porta epatica. Hyrtl poi ha trovato in un anencefalo con spina bifida e labbro leporino complicato a gola lupina che la vena crurale sinistra non mandava che un ramo anastomotico alla ipogastrica, e che essa saliva lungo la faccia interna della parete addominale per gettarsi nella vena ombellicale in quella che penetrava nella cavità dell'addome (4). Io ho fatto la medesima osservazione in tre mostri umani acardi.

Fra queste osservazioni che gli autori hanno registrate di comunicazioni della vena porta epatica con le vene generali del corpo, non figurano quelle che io chiamerò del legamento triangolare o laterale sinistro del fegato, le quali sono più ragguardevoli di quelle del quarto gruppo sopradiscorse. Io non ho trovato, almeno nei libri che mi è stata fatta abilità di consultare, alcun cenno delle medesime, e mi è parso bene doverle ritrarre, rappresentandole di grandezza naturale nella Figura 1ª della Tavola ond'è corredata questa Nota. Esse avvengono tra i finissimi ramuscellini della vena diaframmatica inferiore sinistra insinuati fra le due lamine del legamento triangolare sopradetto ed i ramuscellini di non dissimile finezza egualmente situati, i quali provengono da venuzze della vena porta epatica, le quali escono dal lobo sinistro del fegato in corrispondenza dell'attacco del legamento triangolare ad esso lobo, e corrono fra le due lamine di quello, seguendone i numerosi vasi biliferi aberranti da' quali ricevono ramuscelli nutrizi, ed a' quali recano il sangue per la secrezione della bile; ed accompagnando esili ramuscelli dell'arteria epatica anastomizzati con ramuscellini non meno esili dell'arteria diaframmatica inferiore sinistra (5), i quali tutti ramuscelli arteriosi una coi vasi

(1) Muller's Archiv. 1838, p. 44.

(2) Archives générales de Méd. Décembre 1823.

(3) Archives générales de Méd. Avril 1826.

(4) Oesterreichische med. Jahrbücher, t. XXVII, p. 6.

(5) Ruischio nell'epistola responsiva all'anatomia problematica nona, epistola che gli fu scritta da Andrea Ottomaro Goelicke, indica alcune esili arteriuzze discendenti dal diaframma fra le due lamine del legamento sospensorio, e terminanti nel fegato. Tali arteriuzze sono da lui chiamate *arteriae hepaticae novae*. Sì fatta denominazione parmi che non si addica alle arteriuzze date dai rami dell'arteria diaframmatica sinistra al legamento triangolare del medesimo lato anastomizzati coi ramuscelli dei rami dell'arteria epatica diramati pel detto legamento, nè alle arteriuzze ruischiane, essendo che non sono che ramuscelli che mettono in comunicazione le arterie della parete addominale con quelle del fegato, o del suo involucro peritoneale.

biliferi aberranti non ho rappresentati a scanso di troppa foltezza, od intreccio e complicazione di parti ingeneranti facilmente confusione. D' altra parte io non ho avuto in cale altro che le comunicazioni della vena porta epatica con le vene generali del corpo, e quindi non mi sono brigato che a mostrare chiaramente tali comunicazioni. Se alcuno volesse ad imitazione del Sappey chiamare le vene descritte porte accessorie facendone un sesto gruppo, io non saprei secolui convenire, imperocchè quei fini ramuscelli e rametti della vena diaframmatica inferiore sinistra sono nelle medesime condizioni, ne' medesimi commerci anastomotici delle radici delle vene sopraepatiche o de' rami di quest' esse, le quali nessuno vorrà avere in conto di porte accessorie. Io dissi lo stesso delle venuzze del quarto gruppo, e sono di credere altrettanto di quelle del quinto, nel quale, secondo che notai, sonosi trovate valvole aperte verso il cuore, e quindi impedimenti al sangue di affluire al fegato, eccettuando però quella vena che accompagna il legamento rotondo mentendo essa l' ombellicale rimasta pervia; la quale vena essendo formata dalle vene nutrizie della ombellicale obliterata, ed avendo la sua foce o direttamente nel seno della porta, o vero nella vena ombellicale ancora aperta in prossimità di quel seno, potrebbe unirsi al gruppo delle porte accessorie nutrizie, composto dalle venuzze provenienti dalle pareti della vena porta epatica, dell' arteria epatica, dei condotti biliferi, della capsula di Glisson ecc., e sboccanti nei rami della vena anzidetta. — Le comunicazioni poi della vena porta epatica con i rami della vena diaframmatica inferiore sinistra osservate nel legamento triangolare di questo lato non potevano a meno di condurmi tosto ad estendere le mie ricerche sopra il legamento triangolare o laterale destro e sul coronario per vedere se fossevi una disposizione venosa consimile alla descritta in quel legamento; ma le injezioni non mi hanno scorto che minimissimi ramuscelli, uniti a rete, discendenti da' rami venosi diaframmatici corrispondenti, e sorgenti anche dal fegato; le quali venuzze facevansi meglio manifeste nella lamina superiore destra del legamento coronario che altrove, ma con tutto ciò erano niente a paragone di quelle del legamento triangolare sinistro, le quali erano come tipo, cui per la disposizione quei ramuscelli riferivansi, non che le altre vene degli altri legamenti peritoneali del fegato, salvo quella che mente la forma dell' ombellicale vera. Aggiugnerò all' ultimo che le immediate comunicazioni della porta epatica con la cava ascendente descritte da Bernard nel cavallo pare che nell' uomo non esistano.

Le comunicazioni della vena porta ventrale, o porzione venosa della porta sono parte normali, parte anormali od anomale. Fra le prime porrò innanzi tratto quelle dei rami esofagei della vena coronaria stomatica superiore sinistra coi rami esofagei delle vene intercostali e dell' azigos; ed in oltre le comunicazioni di essa coronaria con le vene diaframmatiche (1). Haller che nota quest' ultima comunicazione, ag-

(1) Vedi A. V. Haller. Elem. Physiol. corp. hum. Tom. VI. Bernae 1764, pag. 491.

giugne quella con le renali (1), stata poi esattamente descritta da Retius (2), ed è formata mediante tronchetti provenienti dagli intestini e sboccanti particolarmente nella vena renale destra. Blandin (3) ha recato a Bauhino e ad Abernethy la scoperta della comunicazione delle vene intestinali con le vene renali. Non mi è venuto poter verificare la citazione del Bauhino per quanto mi abbia cercato nelle opere di questo anatomico dove ne parli; ma ho bene potuto verificare quella di Abernethy, il quale non parla già di comunicazioni con le renali, ma del lasciare che fa il tronco della porta di andare a diramarsi nel fegato per aprirsi nella cava ascendente e divenirne un grosso ramo (4). A vero dire trascurando di leggere il testo, e non contemplando che la Tavola rappresentante tale comunicazione, chiunque è tratto a credere che non il tronco della porta, ma la vena meseraica maggiore metta capo nella renale sinistra. Se non che nel testo e nella spiegazione della Figura alla lettera *t*, *t*, è detto esplicitamente essere la vena porta che mette capo nella cava inferiore, e più, che la vena ombellicale rimasta pervia è ricevuta da una vena epatica. Laonde è chiaro essere stato il Blandin, almeno quanto ad Abernethy, in inganno, nel quale cadde per la detta ommissione. Ma passando ad altre comunicazioni, Haller riferisce avere Kaau veduto una venuzza muovere dalla spermatica destra e andare al duodeno anastomizzandosi con le vene intestinali (5). Parve al Winslow che la vena colica sinistra comunicasse con la vena spermatica del medesimo lato (6). A detta di Haller per queste comunicazioni, tutto che operate da esili venuzze, il Ruischio avrebbe riempiuto con la sua ceracea injezione il sistema della vena porta (7). Lo che conviene con un caso patologico riferito da Rindfleisch, nel quale essendo obliterata la vena porta il corso del sangue effettuavasi mediante il plesso pampiniforme soprammodo dilatato (8). Hyrtl ha veduto la colica sopradetta comunicare con una venuzza dell'uretere (9). Senza che hannovi venuzze che fanno comunicare le vene intestinali e mesenteriche con la cava ascendente, e queste comunicazioni sono inseparabili dal nome di Retius (10), tutto che Haller molto innanzi avesse già parlato di vene da lui chiamate ruischiane che vanno costantemente dalla cava agli intestini (11), e Bohl ne avesse comprovata l'esistenza e scrittone in proposito a

(1) Elem. cit., T. c., p. c.
(2) Tiedemann und Treviranus Zeitschrif. für Physiol. Bd. V, Heft 1, pag. 105.
(3) Nouveau elem. d'anat. descript. Tome second. Paris 1838, pag. 541.
(4) Pilosoph. Trans. 1793. P. 1, pag. 61. Tav. VII.
(5) Icon. anat. Fasciculus III. Gottingae MDCCXLIII, pag. 48, 49.
(6) Esposizione anatomica sulla struttura del corpo umano del Winslow. Traduzione dal franzese. Tomo terzo. Bologna MDCCXLIII, pag. 115.
(7) Icon. anat. Fasc. cit., l. c.
(8) Histol. pathol. Trad. par Gross, pag. 477.
(9) Lehrbuch der anatomie des Menschen ecc. Wien 1884, p. 1083.
(10) Op. c., l. c.
(11) Icon. anat. Fasc. c., l. c.

Ruischio (1); ma Retius le ha meglio descritte. Hyrtl le ha confermate (2), ed io altresì nel 1835; nel quale anno a richiesta di un mio amatissimo e venerato maestro, il Prof. Michele Medici, feci e nella porta e nella cava molte sottili injezioni che valsero a mettercele in vista. Chiudono il novero di siffatte comunicazioni le importantissime da lungo tempo note dei rami emorroidali della vena meseraica minore con le vene emorroidali delle ipogastriche, o meglio coi plessi emorroidali comunicanti coi vescicali e prostatici, e nella donna coi vaginali uterini. Onde che un' injezione spinta nella meseraica minore può passare in questi plessi, e Stahl pel primo notò che era passata nella cervice uterina (3), e Schmidel in quelle della vagina (4); osservazioni confermate da quelle di Hyrtl, il quale per la meseraica minore riempiè i plessi uterini e vaginali posteriori (5), ed io injettando la porzione venosa della porta sono riuscito a far penetrare la materia injettata ne' plessi prostatici e vescicali. Per le quali comunicazioni i rami della ipogastrica e della porta hanno, secondo che già disse Henle (6), un' origine comune dai plessi venosi della pelvi.

Le comunicazioni anormali od anomale della vena porta ventrale con le vene generali del corpo sono o del tronco o dei rami. Egli è consaputo che il tronco della porta può deviare lasciando di penetrare nel fegato per andar a sboccare nella cava ascendente come Abernethy (7) e Lawrance (8) hanno osservato, o vero, secondo Mende (9), andare a mettere foce nel seno venoso destro del cuore, o vero in mancanza della cava nell' azigos, la quale in tale caso riceve tutti i rami che ad essa cava appartengono: della quale osservazione è autore Hyrtl (10). Nota G. F. Meckel che con queste anomalie va di conserva una maggiore grossezza dell' arteria epatica (11). E mancando la cava Herhold ha veduto tutti i rami di questa vena farsi rami della porta (12). Quanto alle comunicazioni anomale dei rami della vena porta ventrale con le vene generali del corpo, notabile è quella tra la vena splenica e l' azigos descritta da

(1) Bohlii de via lactea, n. XLVII ecc. in Disput. anat. scelect. A. Haller, Vol. I, 1750, pag. 654, Nota 6, dove cita la sua dissert. epist. ad Ruischium hac de materia ecc., dissertazione che io non ho potuto consultare. Scrive però nella detta Nota: Rami aliquot vanae portarum meseraici... ingrediuntur cavam antequam hepar adcedunt.

(2) Lehrbuch der anat., l. c.

(3) De vena portae porta malorum ecc. Diss. med. inaug. Halae Magdeburgicae 1726, pag. 5.

(4) Vedi Haller. Elem. physiol. T. c., p. c.

(5) Lehrbuch der anat., l. c.

(6) Op. cit., l. c.

(7) Op. cit., l. c.

(8) Med. Chirurg. Trans. T. V, pag. 174.

(9) Vedi Mende in Hyrtl. Lehrbuch der anat. cit, l. c.

(10) Medicinische Jahrbücher. Tom. XXVII, pag. 5.

(11) Manuale di anat. gener. descrit. e patol. del corpo umano. Traduzione italiana di G. B. Caimi con Note. Tomo terzo. Milano 1826, p. 391.

(12) Vedi Herhold in Hyrtl. Lehrbuch der anat., l. c.

Hyrtl (1), quella tra la vena gastrica sinistra e la renale sinistra, osservata da Schmiedl (2), ed infine la emorroidale sinistra in luogo di andare a mettere nella splenica mettere nella detta vena renale, secondo che ha registrato Barthol (3). A queste comunicazioni registrate dagli autori due ne aggiugnerò da me osservate in due anencefali. Uno è tra la vena breve *t*, Fig. 2ª, e il ramo *s*, *s*, della vena diaframmatica inferiore sinistra *o*, la quale non mette nella cava discendente, ma nella vena renale sinistra, anomalia non infrequente. Il ramo comunicatorio *s*, *s*, ha il diametro di mezzo millim. ed è accompagnato da un ramuscello arterioso dato dall' arteria diaframmatica inferiore, propagine dell' aorta, il quale ramo si anastomizza con la corrispondente arteria breve. L' altra comunicazione riguarda la foce *k* della meseraica minore *l*, Fig. 3ª, la quale in cambio di essere nella vena splenica è nella cava ascendente *f*, *f*, certo tratto sopra l' unione delle iliache primitive *g*, *h*. Questa meseraica si anastomizza per un sottile ramuscello *n* con la vena spermatica *m* del medesimo lato.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª — Dimostra come nel legamento triangolare sinistro del fegato i rami della vena porta epatica comunicano con quelli della vena diaframmatica inferiore sinistra. Grandezza naturale.

a, porzioncella del lobo sinistro del fegato.

b, porzioncella di diaframma piegata, e veduta in

c, dalla sua faccia addominale coperta dal peritoneo.

d, legamento triangolare o laterale sinistro del fegato.

e, *f*, attacco di questo legamento al detto lobo epatico, e sua estensione.

g, *h*, attacco del legamento medesimo alla faccia addominale del diaframma.

i, porzione di questo attacco sciolta dal diaframma.

Da *k* a *l*, rami venosi della porta epatica, i quali, esciti dal lobo sinistro del fegato in corrispondenza dell' attacco esteso da *e* a *f* del legamento triangolare o laterale sinistro, corrono fra le lamine del legamento, e con fini ramuscelli si anastomizzano con fini ramuscelli pertinenti a' rami della vena diaframmatica inferiore sinistra.

(1) Medicinische Jahrbücher. T. c., l. c.
(2) Haller. Elem. physiol., l. c.
(3) Haller. Elem. physiol., l. c.

Da *m* a *n* piccoli rami venosi della vena diaframmatica sinistra, i quali ricevono molti fini ramuscelli provenienti dal legamento triangolare sinistro, anastomizzati coi fini ramuscelli dei rami della vena porta epatica insinuati fra le lamine del legamento prefato.

Da *o* a *p* reticella venosa comunicatoria fra i rami della vena porta epatica e quelli della vena diaframmatica inferiore.

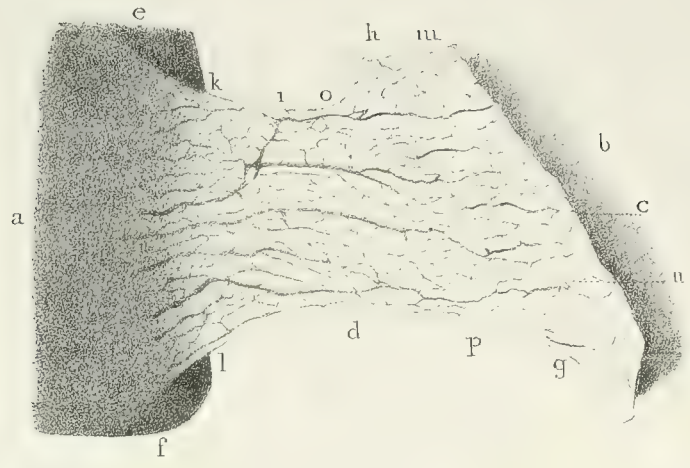
Fig. 2ª — Dimostra in un feto anencefalico a termine la comunicazione di una vena breve con la vena diaframmatica inferiore sinistra. Grandezza naturale.

a, indicazione del diaframma.
b, stomaco rovesciato in alto, e veduto dalla faccia posteriore.
c, porzioncella di duodeno.
d, rene sinistro.
e, il suo uretere tagliato.
f, capsula surrenale, piccola a rispetto dell' età del feto.
g, vena cava ascendente tagliata.
h, vena spermatica destra tagliata.
i, vena renale principale destra tagliata, che io così chiamo, per esserci in
i^2, una vena renale soprannumeraria destra tagliata come la precedente.
k, vena capsulare destra tagliata.
l, vene sopraepatiche tagliate.
m, vena renale sinistra principale, che io così chiamo per esservene una più piccola soprannumeraria indicata da m^2.
n, vena spermatica sinistra. la quale riceve un ramuscello dall' uretere.
o, vena diaframmatica inferiore sinistra sboccante nella renale *m*.
p, ramo capsulare della vena *o*.
q, ramo della vena *o*, che è formato dal ramo
r, che appartiene al diaframma, e dal ramo
s, *s*, che proviene dal cieco fondo dello stomaco, e comunica in *t* con una vena breve.
t, questa vena breve tagliata.
u, ramuscello dell' arteria diaframmatica inferiore sinistra, il quale è compagno della vena *s*, *s*, e si anastomizza con un' arteria breve, e coi rami arteriosi diramati nel cieco fondo dello stomaco.

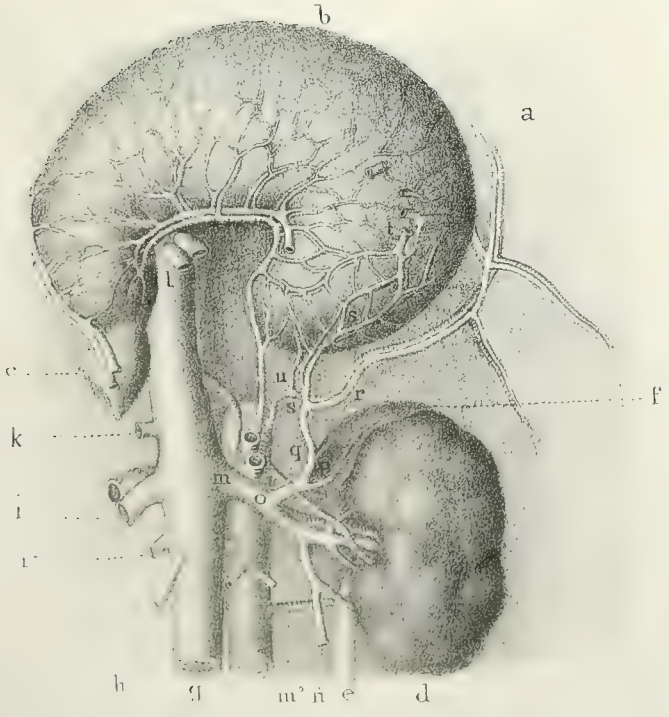
Degli altri vasi venosi ed arteriosi mi passo più perchè non fanno al fatto che per non riuscire prolisso.

Fig. 3ª — Anomalo sbocco della vena meseraica minore nella cava ascendente osservato in un anencefalo non a termine. Grandezza naturale.

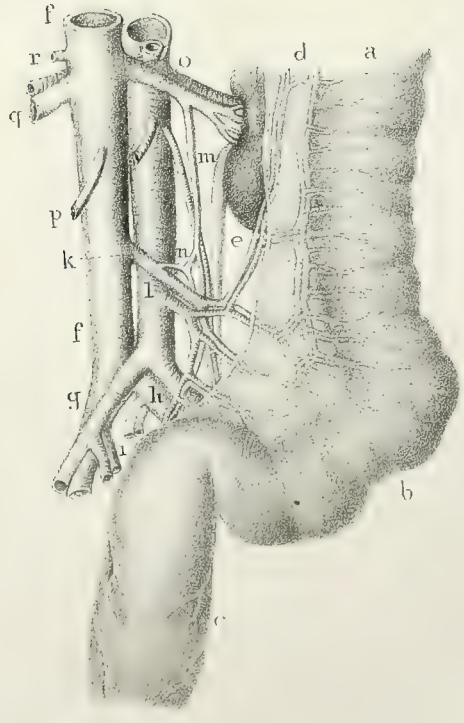
F. 1.


e
h
m
k
i
o
b
a
c
n
d
p
g
l
f

F. 2.


b
a
l
c
u
r
f
k
q
m
o
i
i'
h
q
m'
n
e
d

F. 3.


f
r
o
d
a
q
m
p
k
n
e
l
f
q
h
i
b
c

a, porzione di colon discendente con il suo sigma in *b*.
c, intestino retto tagliato trasversalmente presso la sua terza porzione.
d, porzione di peritoneo che va a continuarsi nel mesocolon discendente e nel mesoretto, ed alla quale aderiscono i vasi sanguiferi ad esso lei sottoposti.
e, porzione del rene sinistro.
f, *f*, vena cava ascendente, la quale ricevute che ha le iliache primarie *g*, *h* e la sacra media *i*, riceve in
k, la vena meseraica minore.
l, questa vena che si anastomizza per mezzo del ramuscello *n* con la spermatica sinistra.
m, questa vena.
n, il detto ramuscello anastomotico.
o, vena renale sinistra.
p, vena spermatica destra.
q, vena renale destra.
, vena capsulare destra.

Non mi sono brigato di apporre lettere alle arterie, essendo superfluo farne la spiegazione.

	ERRATA	CORRIGE
Pag. 465, linea 1ª ed in altri luoghi	*Retius*	*Retzius*

DI ALCUNE RICERCHE SPERIMENTALI

ESEGUITE

CON UNA TERRA TETANIGENA

MEMORIA

DEL PROF. ALFREDO GOTTI

(Letta nella Sessione dell' 11 Aprile 1888).

SOMMARIO — Lavori pubblicati su quest' argomento — Tetano terrigeno nel coniglio — Prima serie di sperimenti di passaggio del tetano terrigeno da coniglio a coniglio — Effetti delle inoculazioni intramuscolari e di quelle sottocutanee.

Seconda serie di sperimenti — In quale proporzione si può dare il tetano ai conigli colla terra tetanigena inoculata fra i muscoli — Sviluppo del tetano terrigeno nella pecora — Passaggio del tetano sperimentale dal coniglio all' asino.

Terza serie di sperimenti — Sviluppo del tetano nell' asino direttamente colla terra tetanigena.

Quarta serie di sperimenti fatti con terra tetanigena esposta all' acido solforoso o ad alta temperatura.

Tentativi di cultura col sangue e culture col pus degli animali affetti o morti di tetano sperimentale.

Ricerca dei microrganismi negli organi interni — Conclusioni.

Quantunque l' osservazione clinica avesse da molto tempo fatto sorgere il sospetto che il tetano traumatico potesse essere di natura infettiva, pure i tentativi di diversi ricercatori per trasmettere la malattia ad animali sani, col sangue, col midollo spinale e con parti di altri organi, raccolti da animali o da persone morte di tetano, non erano mai stati coronati da buon risultato.

È noto che Carle e Rattone (1) furono i primi che nel 1884 riescirono a dimostrare la trasmissibilità del tetano dall' uomo agli animali, servendosi del materiale di un acne raccolto poco dopo la morte di un tetanico.

Quasi nella stessa epoca Nicolajer (2) pubblicò di avere ottenuto nei topi, nei conigli, nelle cavie, servendosi della terra delle strade e dei campi, un assieme di sintomi che considerava come un vero tetano.

(1) Studio sperimentale sull' eziologia del tetano. — Torino 1884.
(2) Ueber infectiosen Tetanus. — Göttingen 1884.

Dopo molte ricerche, arrivò alla conclusione che i fenomeni tetaniformi osservati negli animali in esperimento, erano dovuti all' azione di un bacillo *anerobio* a forma di sottile bastoncello lineare, che ad una estremità presenta dapprima un piccolo rigonfiamento, che si colora facilmente e più tardi una spora, che si colora appena.

Però la prova rigorosa che veramente il tetano provocato negli animali fosse dovuto al bacillo anzidetto, non potè riescire a darla, perchè non gli fu possibile di ottenere culture pure di questo bacillo.

Rosenbach (1) trasmise alle cavie il tetano o una malattia analoga, insinuando sotto la loro pelle dei frammenti di tessuto esciso in prossimità delle piaghe di un uomo morto di tetano e confermò l' osservazione di Nicolajer; difatto nel pus formatosi attorno al punto dell' inoculazione trovò i bacilli del Nicolajer.

Però neppur egli riescì ad ottenere una cultura pura del bacillo anzidetto, ma dopo una lunga serie di esperienze molto accurate, riescì ad ammettere come cosa molto probabile, che i fenomeni morbosi osservati negli animali inoculati, dipendessero direttamente dal bacillo del Nicolajer.

Nel 1886 il Dott. Bonome (2) servendosi del materiale raccolto in prossimità a piaghe di decubito in un uomo morto di tetano traumatico, trasmise la malattia ad un coniglio, inoculandolo nella regione interscapolare.

Nell' infiltrazione purulenta sottocutanea e paramuscolare, rìscontrò al microscopio, oltre a dei micrococchi, i bacilli setolosi e spilliformi di Nicolajer e di Rosenbach.

Col pus fece culture e le usò in natura per innesti in conigli, in topolini e in cobaje.

Gl' innesti *qualche volta* produssero il tetano. Le cobaje si mostrarono più resistenti dei conigli e dei topolini. In questi ultimi potè il più delle volte seguire lo svolgersi dei fenomeni tetanici, fino al riprodursi di un tetano generale.

In alcuni sperimenti gli animali presentarono segni di tetano solo verso la fine della vita, essendo essi complicati ad altri fenomeni infettivi.

Col sangue e col succo del midollo spinale ed allungato non ottenne alcun risultato.

Nel 1887, Giordano (3), Vanni e Giarré (4), Hochsinger (5), Morisani (6) e

(1) Zur Aetiologie des Wundstarrkrampfes beim Menschen. — Centralblatt. f. chir. — 1886.

(2) Sull' eziologia del tetano. — Riforma medica N. 293 — 1886.

(3) Contributo all' eziologia del tetano. — Il Medico Veterinario. Torino 1887.

(4) Nuove ricerche micologiche e sperimentali sulla natura infettiva del tetano. — Riforma medica N. 184 al 190 — 1887.

(5) Zur Aetiologie des menschlichen Wundstarrkrampfes. — Centralblatt. f. Bacter. und Parasit. 2° Band. Iena 1882.

(6) Ricerche sperimentali sulla eziologia del tetano traumatico. — Progresso Medico. Ottobre 1887.

Nocard (1) pubblicarono interessanti osservazioni sulla trasmissibilità del tetano dell' uomo agli animali e del cavallo ad altri animali. A queste pubblicazioni bisogna aggiungere quelle recenti, pubblicate nel corrente anno, di Bonardi (2) e di Bonone (3).

Vanni e Giarré col sangue di tetanici, raccolto con purezza dai vasi prossimi alle raccolte purulenti, ottennero culture in siero gelatinizzato e poterono con queste, il più delle volte, trasmettere una malattia agli animali, che presentava la più grande affinità col tetano dell' uomo.

Anche Hochsinger avrebbe col sangue di un uomo morto di tetano, ottenute culture attive.

Però tanto i primi che l' ultimo dichiarano che le culture ottenute non erano pure, poichè unitamente ai bacilli setolosi e spilliformi vi esistevano diverse altre forme di microrganismi.

Assai importanti sono le osservazioni del Dott. Giordano. Il tetanico, dal quale raccolse il materiale per gli sperimenti, aveva riportata, cadendo da un fienile sul terreno asciutto e gelato, una ferita lacero-contusa al braccio destro con frattura del radio e del cubito.

Nel cencio necrotico raccolto dalla ferita del braccio, appena morto l' individuo, riscontrò varie forme microbiche, ma non i bacilli setolosi del Nicolajer.

Fece culture in brodo e in gelatina, ma non ebbe risultato alcuno usate nei conigli.

Pure col sangue raccolto in vicinanza delle ferite del braccio, col midollo allungato, colla polpa splenica non ottenne nelle cavie il tetano.

Invece col pus spremuto dalla guaina dei vasi del braccio ammalato e con un pezzetto di vena trombotica raccolta alla sezione cadaverica, ottenne irrigidimento tetanico in una cavia col primo materiale e la morte col secondo in un' altra cavia dopo 24 ore, con contrazioni tetaniche poco spiccate.

Invece essendosi procurato un miscuglio di terra asciutta e di paglia del luogo preciso dove il povero uomo urtò col braccio cadendo dal fienile, potè, mettendone una piccola quantità sotto la cute della regione intrascapolare di una cobaja, ottenere nel terzo giorno contrazioni tetaniche e la morte.

Col materiale purulento di questa, potè trasmettere il tetano ad altre cavie e da queste nei conigli.

La terra anche diluita in acqua e minime quantità di brodo in cui questa stessa terra era stata messa a coltivare, riprodussero il tetano in un coniglio e in una cavia.

(1) Recueil de Méd. Vét. Serie VII, Tomo IV, N. 18 — 1887.

(2) Contributo all' eziologia e all' anatomia patologica del tetano traumatico. — Gazzetta Medica Italiana Lombarda N. 5 e 6 — 1888.

(3) Sull' eziologia del tetano. — Archivio delle Scienze Med. V. XII, Fasc. 1. Torino 1888.

Il midollo allungato di uno degli animali morto di tetano, usato in una cavia, non fu seguito da effetto.

Morisani nei cenci necrotici di una vasta piaga alla mammella di una donna morta di tetano, riscontrava unitamente ad altre forme di germi, i bacilli a setola del Nicolajer, molti dei quali muniti di piccola capocchia ad una delle estremità.

L' esame del sangue, fatto poche ore prima della morte, riescì negativo, come pure ebbero risultato negativo le ricerche microscopiche sul sistema nervoso centrale e sui tronchi nervosi degli arti.

Dopo sette mesi i residui dei cenci necrotici della donna, come pure quelli degli animali morti di tetano, conservavano ancora l' attività di riprodurre il tetano, quantunque al microscopio non riscontrasse più i bacilli setolosi e sporigeni.

Bonardi servendosi di materiale del tetano dell' uomo, si è occupato specialmente d' ottenere delle culture pure, senza però, come gli altri, esservi riescito, quantunque abbia avuto ricorso a diversi espedienti e a parecchi substrati nutritivi.

Unitamente al bacillo setoloso e spilliforme vide svilupparsi altre forme microbiche e particolarmente dei cocchi, un bacterio somigliante al bacterium termo, il bacillo piogeno fetido.

Nello siero del sangue gelatinizzato però, più che negli altri substrati nutritivi, vide abbondantemente svilupparsi il bacillo del Nicolajer.

Le culture impure inoculate alle cavie e ai conigli diedero luogo a fenomeni tetaniformi.

Bonome ha coltivato il materiale del tetano umano giovandosi del metodo del frazionamento ed applicando la tecnica in uso per gli anerobi e dopo numerosi tentativi sarebbe riescito, facendo una lunga serie di culture in agar e in siero gelatinizzato a rendere facile lo sviluppo del bacillo setoloso, che prevalentemente vide accumularsi negli strati profondi dei substrati nutriti impiegati e ad isolarlo da molte, ma non da tutte le altre forme microbiche che lo accompagnano.

Queste culture conservarono una intensa attività tetanigena e disseccate erano ancora attive dopo quattro mesi.

Vide svilupparsi il tetano in topi e conigli, introducendo sotto la loro pelle un poco di polvere, ottenuta dai calcinacci della chiesa di Bajardo, crollata pel terremoto del Febbraio 1887, mentre i devoti ascoltavano messa, per cui 70 di essi restarono colpiti e nove fra questi morirono di tetano traumatico.

Ha pure sperimentato col tetano da castrazione del montone e, come prima di lui aveva osservato Nocard, nel pus sanioso ha riscontrato i bacilli setolosi e spilliformi mescolati ad altre forme di microrganismi.

Con questo pus trasmise il tetano ad un coniglio e nelle culture fatte ebbe ancora lo sviluppo del bacillo setoloso mescolato a molte impurità fluidificanti lo siero.

Nocard ha sperimentato col materiale del tetano da castrazione del cavallo.

Col sangue e col pus disseccato rimasto aderente alla faccia interna delle

stecche che avevano servito per l' operazione, ha ottenuto il tetano in un coniglio e col materiale purulento raccolto da questo, ha quasi sempre potuto riprodurre la malattia in altre cavie e conigli.

In una seconda serie di sperimenti potè pure, servendosi di materiale di altro cavallo morto per tetano da castrazione, riprodurre parecchi passaggi della malattia nelle cavie e col pus diluito in acqua di una di queste, inoculato nella quantità di 10 goccie al collo di un' asina, potè osservare lo svolgersi in essa, dopo otto giorni d' inoculazione, di un tetano classico terminato colla morte dopo un corso di nove giorni.

Una densa emulsione di midollo lombare tolta da un coniglio morto di tetano, venne inoculata sotto la pelle di quattro cavie, di un coniglio e di un capretto, ma senza effetto.

Pure tre cavie che inoculò sotto la pelle della coscia col bulbo dell' asina morta di tetano, non si mostrarono ammalate.

Ripetute le prove con midollo lombare di altro coniglio morto di tetano, sopra due cavie, due conigli e un montone, ottenne lo sviluppo del tetano seguito da morte in un coniglio e in una cavia si ebbe lo sviluppo di un lento tetano che a poco a poco guarì.

Nei numerosi sperimenti eseguiti, non sempre vide raccolte purulente al luogo dell' innesto, invece non poche volte, specialmente nei successivi trapassi del tetano da cavia a cavia, trovò alla parte un essudato gelatiniforme ora più abbondante, ora meno.

Nel pus trovò spesso forme differenti di microbi, ai quali erano mescolati i bacilli setolosi e spilliformi, ora più ora meno numerosi.

Nell' essudato gelatiniforme questi ultimi bacilli li trovò quasi sempre molto scarsi.

Nel passato Dicembre, quando tenni alcune conferenze sulle malattie carbonchiose degli animali domestici ai veterinari pratici della Regione Emiliana, avendo avuto bisogno di dimostrare loro una infezione sperimentale, che ha una certa affinità col Carbonchio enfisematoso dei buoi e delle pecore, mi servii di una terra di un orto in una cavia e in un coniglio, coll' intendimento di far sviluppare in essi il cosidetto edema maligno di Koch.

Per cui, come avevo praticato tante altre volte, inoculai nei muscoli della coscia di questi due animali una decina di goccie dell' acqua torbida ottenuta collo sciogliere un poco di terra fresca dell' orto in 15 volte circa il proprio volume di acqua sterilizzata e passata quindi attraverso tela.

Nella cavia ottenni dopo circa 38 ore la morte colle alterazioni caratteristiche del cosidetto edema maligno, nel coniglio invece ebbi ad osservare il secondo giorno dopo l' inoculazione, che tutto l' arto del lato inoculato presentavasi rigido per contrazione tetanica di tutti i suoi muscoli, tenendolo disteso in dietro e in forte abduzione.

Al punto inoculato vi esisteva una discreta tumidezza circondata da legger edema, il quale si estendeva fin poco sopra l' articolazione tarsica.

Con molta rapidità nella stessa giornata la rigidezza si estendeva ai muscoli dell' altro arto posteriore e a porzione di quelli dei lombi, e nel mattino seguente il coniglio mostravasi preso da un tetano generale dei più caratteristici, con trisma e rigidezza completa di tutto il tronco, del collo e degli arti posteriori portati in addietro e molto divaricati fra loro. Non erano liberi che gli arti anteriori.

Bastava toccare leggermente col dito o con una paglia una parte qualunque degli arti posteriori o del dorso del coniglio per fare insorgere convulsioni tetaniche violenti.

Presi occasione da questo caso di tetano sperimentale, occorsomi accidentalmente, per fare un buon numero di prove sperimentali, le quali formano appunto il soggetto di questo lavoro.

Prima serie d' esperimenti.

Primo passaggio. — Il mattino del 20 Dicembre muore il coniglio di tetano generale, dopo tre giorni di malattia.

Il cadavere presentasi colla testa ed il collo rovesciati sul dorso e rigidi, gli arti posteriori rigidi, distesi indietro e in forte abduzione.

Nel cellulare sottocutaneo della coscia e della gamba vi esiste un po' di infiltramento edematoso costituito da siero opalino. Un poco profondamente fra i muscoli ischio-tibiali un infiltramento purulento, in mezzo al quale trovo un residuo della terra impiegata. I muscoli all' intorno di questo focolaio sono tumidi, inzuppati di siero sanguinolento. Più profondamente ancora un essudato gelatiniforme trasparentissimo circonda lo sciatico e si prolunga in basso accompagnandone le diramazioni fin quasi al livello del garetto.

All' esame microscopico dell' infiltramento purulento esistono in abbondanza, in mezzo a molte altre forme di microrganismi (micrococchi, bacilli, streptococchi ecc.) i bacilli setolosi senza e con spora terminale di Nicolajer e Rosenbach, che riesco a colorire facilmente colla soluzione acquosa di metilvioletto.

Nell' essudato gelatiniforme che circonda i nervi mi è dato trovare solo rarissimi bacilli setolosi.

Porzioni di nervo sciatico esaminati con molta attenzione, dopo averli sfibrati a fresco, e trattati colla soluzione di metilvioletto, non mi hanno lasciato vedere *nessuna forma di microrganismo.*

Secondo passaggio. — Raccolgo un poco di materiale purulento dalla coscia del coniglio anzidetto e la diluisco con un cent. cubo circa di acqua sterilizzata. Colla sciringa Tursini ne inoculo otto o dieci goccie profondamente fra i muscoli della coscia sinistra di un coniglietto *A* di 2 mesi d' età.

Ad un coniglietto *B* della stessa età, scavo una piccola saccoccia sotto la pelle del dorso e vi introduco un pezzetto di muscolo infiltrato di siero sanguinolento, esciso in vicinanza al focolaio purulento.

Ad un terzo coniglietto *C* inietto sotto la pelle del lato destro del costato, mediante altra sciringa Tursini, circa 1 ½ cent. cubo di sangue raccolto lì per lì dal ventricolo destro del cuore.

Ad un quarto coniglietto *D*, nella profondità della coscia destra, inietto circa un cent. cubo di una emulsione densa, in acqua sterilizzata, di bulbo cerebrale.

Il coniglietto *A* il mattino del 23 presenta l' arto sinistro posteriore rigidissimo, diretto in dietro e fortemente abdotto.

Nella giornata la rigidezza muscolare si estende ai muscoli dei lombi e del dorso. Verso sera vi ha opistotono e trisma intensissimi. Il mattino del 24 trovo il coniglietto morto.

Alla sezione cadaverica rilevo: al luogo dell' innesto appena traccia di pus, invece essudato gelatiniforme abbondante. Lo sciatico, in vicinanza al poplite, circondato pure da questo stesso essudato; muscolatura, per un buon tratto attorno al luogo dell' innesto, tumida ed infiltrata di siero.

Visceri interni macroscopicamente normali, all' infuori dei reni che sono un poco voluminosi e sulla superficie di sezione vedonsi alquanto edematosi nella sostanza midollare, iniettati in quella corticale; e dell' urocisti che è esageratamente distesa da urina.

L' esame microscopico dell' essudato gelatiniforme del luogo dell' innesto, come pure di quello limitatissimo purulento è stato del tutto negativo, per quanto ha riguardo ai bacilli setolosi del Nicolajer; non ho trovato che dei micrococchi (?) piccolissimi, i quali appena si colorano colla miscela del Loeffler.

Il coniglietto *B* la sera del 23 cominciò ad avere l' arto destro alquanto rigido, disteso in dietro e abdotto.

Nel giorno dopo l' arto destro è fortemente tetanizzato, il rimanente del corpo è libero ne' movimenti; l' animale è vispo e mangia.

Però se lo tocco leggermente sull' arto rigido, insorgono delle contrazioni convulsive che si estendono pure al tronco.

In queste condizioni si mantiene fino al giorno 26, in cui noto che l'arto, per un breve tratto attorno al punto dell' innesto, è alquanto edematoso.

Eccitando l' animale, cerca di fuggire; ma subito viene preso da convulsioni tetaniche generali, che assomigliano alquanto a quelle stricniche.

Coprendolo con un panno, le convulsioni cessano tosto.

Lentamente la rigidezza tetanica si è andata estendendo lungo la metà destra del tronco (pleurostotono) e poscia al collo (opistotono).

Solo la mattina del 29 detto non mangiava più, aveva trisma e retrazione delle palpebre.

Moriva il mattino del 31, otto giorni dopo l' innesto.

In quest' esperimento si è avuto un tetano che si è lentamente aggravato, fino a produrre la morte.

Alla sezione cadaverica esiste una infiltrazione purulenta attorno lo sciatico, che si estende fino al garetto, però solo fra i muscoli profondi.

Il pus è cremoso e contiene una grande quantità di bacilli setolosi e spilliformi, oltre a molti cocchi (?) e ad altri piccolissimi bacilli.

L' esame del sangue raccolto in punti diversi del corpo (cuore, cava posteriore, vene degli arti posteriori) non mi ha dato alcun risultato, quantunque abbia usato tutte le cautele e diverse sostanze coloranti.

L' esame ad occhio dei visceri non mi ha lasciato scorgere alterazioni notevoli.

I reni pur qui erano tumidi, la capsula si distaccava facilmente, la sostanza corticale era molle e sulla superficie di sezione spiccavano tanti punticini di un rosso cupo, che, osservati colla lente, erano rappresentati dai glomeroli fortemente iniettati.

La urocisti era enormemente distesa da urina e verso il collo e attorno a questo vi esisteva nel cellulare infiltrazione siero-gelatinosa in discreta quantità.

Il fegato era ingorgato di sangue e pur esso mostravasi cosperso di minime punteggiature di un rosso cupo. I polmoni del colorito ordinario, solo in qualche parte limitata, enfisematosi.

Un poco di siero torbidiccio era racchiuso nel pericardio.

Il sangue nel ventricolo destro del cuore abbondante e sciolto, nel sinistro ventricolo scarsissimo e coagulato.

Sotto il punto di vista bateriologico ho esaminato lo siero contenuto nel pericardio, il fegato, la milza ed i reni.

Solo in questi ultimi ho potuto mettere in evidenza bacilli a setola e spilliformi in piccol numero; in tutti gli altri tessuti, come pure nel siero della cavità pericardica, l' esame fu negativo.

I coniglietti *C* e *D* inoculati il primo col sangue, il secondo coll' emulsione del bulbo cerebrale del primo coniglio morto di tetano, non hanno presentato alcun disturbo fino a tutto il 25 Gennaio. Dopo quest' epoca hanno servito ad altre prove.

Terzo passaggio. — 24 Dicembre.

Raccolto un pezzettino di muscolo coperto da essudato purulento e gelatiniforme del coniglietto *A*, l' ho introdotto in una taschetta sottocutanea della natica sinistra di un coniglio *E* di sei mesi d' età circa e medesimamente ad altro coniglio *F* ho messo sotto la pelle un pezzetto di nervo sciatico circondato da essudato gelatiniforme.

Colla polpa di un rene alterato del coniglietto *A*, ho fatto una emulsione in acqua sterilizzata e ne ho inoculato un centimetro cubo e mezzo profondamente nei muscoli della coscia destra ad un robusto coniglio *G*.

I conigli *E* ed *F* non hanno presentato segno alcuno di tetano, il coniglio *G* presentò un poco di rigidezza all' arto destro, accompagnata da lieve tumefazione all' intorno del punto inoculato alla natica; questa rigidezza si mantenne per due giorni, poi scomparve rapidamente.

Il 31 Dicembre col pus ricco di bacilli setolosi del coniglietto *B* morto di tetano, diluito un poco con acqua sterilizzata, inoculo al lato destro del collo nei muscoli un somaro vecchio, ma robusto, usandone un 12 goccie circa, e nello stesso tempo inoculo pure nei muscoli del dorso un coniglio *H*.

Nel somaro si formò una lieve tumidezza calda e dolente al luogo dell' innesto, che si accrebbe in tre o quattro giorni; si stabilì un piccolo ascesso che, apertosi spontaneamente, cicatrizzò in poco tempo.

La cicatrizzazione erasi stabilita già da alcuni giorni, quando un mattino notai una evidente rigidezza nel collo, che era tenuto leggermente piegato verso destra, lato nel quale avevo fatta l' inoculazione del pus.

Questa rigidezza non aumentò, come avevo ritenuto che accadesse, ma, rimasta stazionaria per due o tre giorni, scomparve in seguito del tutto.

Il coniglio *H* inoculato nei muscoli del dorso dopo circa 32 ore presentò rigidezza del tronco e poscia tetano classico esteso a tutto il corpo. Moriva verso la metà della terza giornata dopo l' innesto.

Quando il 19 Dicembre praticai la sezione del coniglio che aveva dato luogo a questa prima serie di esperimenti, avevo tenuto da parte un poco di materiale purulento, tolto dalla coscia nella quale avevo inoculata l' acqua di terra.

Questo materiale messolo sopra un piatto coperto da una campanella di vetro, lo posi fuori della finestra del laboratorio.

Esposto ad una temperatura, che in tutto questo periodo di tempo non si elevò mai sopra zero e nella notte discese molte volte a 10 o 11 gradi sotto zero, vi rimase fino al 10 Gennaio, nel qual giorno fattolo sgelare lentamente e scioltolo in un poco di acqua sterilizzata, me ne sono servito per inoculare un coniglio *I* nei muscoli della natica sinistra e un altro coniglio *L* sotto la pelle della schiena.

L' 11 Gennaio appena 24 ore dopo, il coniglio *I* presenta l' arto sinistro interizzito, disteso in dietro e fortemente abdotto e nella giornata il tetano si estende alla metà destra del tronco (pleurototono) e all' arto posteriore sinistro.

Il mattino del 12 trovo il coniglio intirizzito, tutto di un pezzo, col collo e testa rovesciati in dietro e tutta la colonna vertebrale incurvata all' ingiù; inoltre presentava fortemente tetanizzati i muscoli masseteri.

Moriva nella giornata.

Al luogo dell' innesto poco infiltrato purulento, trovo invece più abbondante l' essudato gelatiniforme.

All' esame microscopico trovo pochi bacilli setolosi e spilliformi ed invece molte granulazioni (spore ?) e piccolissimi bacilli.

L' altro coniglio *L* inoculato sotto la pelle del dorso, mostrò un poco di tumefazione attorno al luogo dell' innesto, fu triste per un paio di giorni, ma dopo si rimise completamente, non mostrando mai alcun segno di tetano.

Il risultato negativo in quest' ultimo coniglio unitamente a quelli, pure negativi, riscontrati precedentemente in altri conigli, nei quali avevo introdotto pure solo sotto la pelle senza insinuarli fra i muscoli, materiali tolti da animali morti di tetano, mi sorprese non poco, poichè in contradizione con quanto era stato constatato da altri sperimentatori i quali, mettendo semplicemente cenci necrotici o pus, raccolti da persone morte di tetano, sotto la pelle di cobaje, di sorci e di conigli, avevano non poche volte veduto insorgere forme caratteristiche di tetano.

Ritenendo perciò che nel caso mio questo risultato negativo osservato, in seguito al semplice innesto sotto-cutaneo, fosse una pura combinazione; volli ricorrere di nuovo alla terra d' orto, che mi aveva procurato il primo caso di tetano nel coniglio e inoculandola ora sotto la pelle nei conigli ora fra i muscoli, vedere quale risultato ne avrei ottenuto.

Potendone disporre ancora di una discreta quantità, il 15 gennaio ne stemperai un poco in acqua distillata e bollita, ottenendone una soluzione un poco densa, che filtrata attraverso tela, inoculai mediante sciringa Tursini sotto la pelle del dorso di due conigli *M* ed *N* nella quantità di un centimetro cubo: medesimamente ne inoculai pure la stessa quantità profondamente nei muscoli della coscia destra di altro coniglio *O*.

Poscia polverizzata un poco della stessa terra ne misi una piccola quantità in taschetta scavata nel tessuto cellulare sottocutaneo di un quarto coniglio *P*, che chiusi con un punto di sutura.

Il coniglio *P* il giorno seguente era molto abbattuto, con una notevole tumefazione al dorso che si estendeva fino ai lati dei fianchi.

Scorrendovi sopra col dito, vi avvertivo un crepitio dovuto a raccolta gasosa e dai lati del punto di sutura sortiva, sotto la pressione, un liquido sanioso mescolato a bollicine di gas alquanto fetido. Esaminata questa sanie al microscopio non vi riscontrai che il bacillo dell' edema maligno di Koch unitamente ad altre forme di microbi, e solo qualche rarissimo bacillo spilliforme.

Il coniglio non presentava nessun irrigidimento nella muscolatura del suo corpo, anzi uno stato apposto di marcata floscezza muscolare. Nella giornata moriva di setticemia, come fu accertato colla ricerca necroscopica.

Il coniglio *O* che aveva ricevuto l' acqua di terra nei muscoli aveva già l' arto fortemente tetanizzato il mattino del 16 Gennaio e nella giornata il tetano si estese, come, nei diversi casi precedenti, al dorso ed al collo.

Moriva nella notte dal 16 al 17 detto.

I due altri conigli *M* ed *N* presentaronsi tristi nei i due giorni successivi; ma solo attorno al punto d' innesto si sviluppò un poco diedema caldo e dolente.

In seguito si rimisero del tutto, senza avere mai presentato, anche a lievissimo grado, segni di tetano.

Seconda serie d' esperimenti.

Primo passaggio. — Quattro conigli *A*, *B*, *C*, *D*, che avevano servito ad antecedenti prove senza aver manifestati segni di mal essere o solo transitori; certo poi non avendo presentato sintomi di tetano, quantunque inoculati con materiali di conigli morti di tetano (bulbo cerebrale, sangue, rene ecc.); il 26 Gennaio li inoculo colla solita terra sciolta in acqua e filtrata attraverso tela, parte nei muscoli di una natica, parte nei muscoli del dorso, usandone per tutti la quantità di circa $^1/_2$ centimetro cubo: nello stesso modo inucolo pure due conigli nuovi *E*, *F*.

Medesimamente nel coniglio *G*, che avea nell' ultimo antecedente sperimento resistito all' inoculazione di terra sotto la pelle della schiena, pratico una taschetta nei muscoli della natica destra e vi introduco in ognuno una parte di questa stessa terra umettata.

Una pecora vecchia e robusta riceve acqua di terra, nella quantità di uno schizzetto comune di Pravaz, nei muscoli della coscia sinistra.

Il 28 detto, due dei quattro conigli *A* e *C* già usati in antecedenti prove, hanno un tetano generale spiegatissimo.

Nelle ore pomeridiane dello stesso giorno un terzo coniglio *D* mostra l' arto destro posteriore rigido.

Il 29 detto, al mattino muoiono di tetano i due primi conigli *A* e *C* e il terzo *D* è aggravatissimo; ha opistotono e trisma intensissimi e i due arti posteriori irrigiditi, distesi in dietro. Ad ogni lieve toccamento dell' animale, insorgono sussulti convulsivi, che si estendono a tutto il corpo. Muore nella notte.

Il quarto coniglio *B*, è ancora sano e vispo.

Pure lo stesso giorno 29 i due conigli nuovi *E* ed *F* inoculati alla natica, hanno l' arto corrispondente tetanizzato.

Il 30, il coniglio *F* nuovo ha un tetano dei più classici con rigidezza dei due arti posteriori, pleurototono, opistotono, trisma.

Muore verso le otto pomeridiane dello stesso giorno.

L' altro suo compagno *E* è rimasto per 6 giorni col tetano localizzato ad un arto posteriore, poscia è andato migliorando e lentamente il tetano all' arto è scomparso.

Il coniglio *G* infine, che in un precedente sperimento aveva resistito ad una prima inoculazione di terra sotto la pelle; fino al giorno 30 non ha mostrato alcuna alterazione.

Il mattino seguente invece lo ho trovato coll' arto destro intensamente tetanizzato.

Lentamente il tetano si è esteso all' altro arto posteriore, talmentechè il 4 Febbraio aveva tutti due gli arti rigidissimi, distesi in dietro e molto abdotti. Toccato nelle parti rigide aveva delle violenti scosse convulsive e cercava di fuggire drizzandosi per un poco sugli arti irrigiditi.

Gli sforzi che faceva per reggersi erano seguiti da convulsioni tetaniche violenti.

Rimase in questo stato per diversi giorni, poscia la rigidezza degli arti lentamente diminuì e parve guarito.

Passati però sei giorni, un mattino mi accorsi, che aveva di nuovo l' arto posteriore destro rigido. Lo esaminai e non vi trovai che una lievissima tumefazione pastosa alla natica attorno al punto d' innesto.

Anche questo nuovo attacco di tetano scomparve in alcuni giorni.

Conservai in uno stallo a parte il coniglio per ulteriori osservazioni.

Esso fino a pochi giorni fa ha presentato questa particolarità: se lo osservavo quando spontaneamente si muoveva nel suo stallo, gli arti posteriori erano liberi affatto; se invece lo toccavo o lo battevo leggermente sulle reni o sull' arto destro posteriore, quest' arto entrava in contrazione tetanica marcatissima.

La pecora fu un poco indisposta il giorno dopo l' innesto e mangiava poco, come pure presentò una lieve tumefazione alla coscia.

Il giorno successivo (27 Gennaio) e in seguito sembrò che si fosse del tutto riavuta.

Ciò durò fino a tutto il 2 Febbraio. Il mattino del 3 noto una leggera rigidezza all' arto sinistro, che verso sera si è fatta maggiore.

Il giorno 4 la pecora è tetanizzata agli arti posteriori e al tronco; sono ancora liberi gli arti anteriori, il collo, i muscoli masticatori. Mangia un poco di fieno e beve.

Verso sera è caduta in terra ed è in preda a convulsioni tetaniche.

La faccio sollevare e la trovo completamente rigida con trisma marcatissimo e opistotono intenso. Toccandola leggermente o battendo solo il piède in terra, si eccitano convulsioni tetaniche violentissime.

Mai, prima di questo caso, avevo osservato una forma così classica di tetano nella pecora.

Resta in questo stato di totale rigidezza tutto il 2 e muore alle 8 pomeridiane del giorno seguente.

Alle sezione cadaverica fatta il mattino del 6 detto, trovo infiltramento di siero torbido nel connettivo sottocutaneo esteso a grande parte della coscia e gamba.

La muscolatura della faccia posteriore della coscia, dove avevo praticata l' inoculazione, è tumida, rossastra e tagliando gli strati superficiali penetro in un esteso focolaio, fattovisi a spese del tessuto muscolare, contenente pus cremoso in abbondanza e le di cui pareti sono di un grigio cupo.

Al microscopio trovo che il pus contiene, mescolati a molte altre forme di schizomiceti, i bacilli setolosi e spilliformi, però non molto abbondanti.

Esiste un poco di versamento sieroso nella cavità peritoneale; sono iniettate le vene del mesenterio.

Mancano lesioni macroscopiche del tubo gastro-enterico. Milza di volume normale. Fegato sparso di minime punteggiature rosse, un poco meno consistente del normale. Reni mollicci; la capsula si distacca facilmente e mostra la sostanza corticale iniettata. Sulla superficie di sezione, la sostanza corticale osservata colla lente, mostra i glomeruli di un rosso cupo che spiccano sul fondo meno colorato. Il limite fra la sostanza corticale e la midollare è fortemente iniettato e nella sostanza midollare vedonsi strie rosse fra i fasci piramidali, che si prolungano fino alle papille.

Polmoni qua e là enfisematosi.

Un poco di siero citrino torbido nel pericardio, cuore destro disteso da grande quantità di sangue, in parte sciolto, in parte malamente rappreso, che si continua nell' arteria polmonare e principali sue diramazioni.

La trachea ed i bronchi contengono in quantità muco sciolto schiumoso e leggermente tinto in rosso.

I conigli *A*, *C*, *D*, *F* che di mano in mano erano morti di tetano vennero pure con diligenza esaminati.

Tutti presentarono le lesioni generali, quali le ho descritte nei conigli morti di tetano nella prima serie di sperimenti e da quasi tutti raccolsi diversi pezzetti di organi (reni, fegato, milza, midollo allungato e spinale) che vennero messi ad indurire nell' alcool per sottoporli in seguito all' esame microscopico.

Le alterazioni al punto dell' innesto della terra furono presso a poco eguali in tutti questi quattro conigli; trovai sempre un focolaio purulento putrido, che si era formato fra i muscoli fortemente infiammati ed edematosi; solo il focolaio ora era limitato, ora si estendeva profondamente, infiltrandosi fra gli spazi muscolari fin contro le ossa.

I bacilli setolosi e spilliformi, mescolati ad altre forme di schizomiceti, li trovai sempre in quantità e predominanti.

Nel coniglio *F* il loro numero era grandissimo.

In conclusione, di otto animali e cioè sette conigli ed una pecora inoculati nella muscolatura colla terra, in sette si è sviluppato il tetano, sei dei quali ne sono morti presentando forme classiche della malattia, un coniglio ha avuto un tetano localizzato agli arti posteriori che lentamente guarì.

Solo un coniglio non presentò alcun sintomo caratteristico della malattia e si mantenne sano.

Secondo passaggio — 1° Sperimento. — Il 29 Gennaio prelevo un poco di materiale purulento putrido dal focolaio della natica del coniglio *C*, morto di tetano da poche ore, lo diluisco in acqua stata bollita e ne inoculo 10 goccie con

un comune schizzetto Pravaz nei muscoli del lato destro del collo di un vecchio somaro (quello stesso che era stato inoculato il 31 Dicembre con materiale di secondo passaggio raccolto da un coniglio morto di tetano, senza ottenerne risultato).

Colla stessa diluzione purolento-putrida inoculo pure con poche goccie un grosso coniglio al dorso, interessando superficialmente il muscolo ileo-spinale di un lato.

Il mattino del 30, trovo il coniglio con tetano ad un lato del dorso, è tutto incurvato a destra (pleurototono); eccitato sussulta e ha convulsioni al tronco; gli arti sono ancora liberi, mangia.

Verso sera vi ha opistotono e trisma; gli arti sono ancora liberi.

Il mattino seguente il tetano è esteso agli arti posteriori e tiene sempre tutto il tronco fortemente piegato a destra. Muore verso le 10 antimeridiane.

Al dorso un poco di edema sottocutaneo, ed essudato gelatiniforme; l'aponeurosi sopra il punto dell' inoculazione è sollevata dalla raccolta purulenta sottostante, che ha distrutto un poco di tessuto muscolare. Al microscopio rilevo nel pus moltissime granulazioni e piccoli bacilli, i bacilli setolosi e spilliformi sono piuttosto scarsi.

Il somaro non ha presentato niente degno di nota il giorno dopo l' innesto.

Ma il mattino del 31 detto ha al lato sinistro del collo una notevole tumefazione attorno al punto dell' inoculazione, calda ed un poco dolente. Mangia, la temperatura rettale è a 38°.

Il 1° Febbraio rilevo che il somaro tiene il collo così piegato a destra da sembrare affetto da una distorsione. La tumefazione è stazionaria. Mangia, la temperatura rettale è a 37 $^{6}/_{10}$.

Verso sera il tetano è spiegatissimo.

Ha il collo così fattamente piegato a destra, che col muso tocca quasi il mezzo della regione scapolare, gli arti sono rigidi, divaricati. I movimenti della mascella sono un poco impacciati, però accostandogli un poco di foraggio alla bocca, lo afferra coi denti e lo mastica, quantunque con difficoltà.

Di tratto in tratto insorgono contrazioni convulsive al collo e agli arti, come pure ai muscoli retrattori dei globi oculari, per cui la membrana detersoria si avvanza a coprire momentaneamente la cornea (cosidetto impropriamente strabismo).

Minacciatolo colla mano, insorgono così violenti convulsioni tetaniche che perde l' equilibrio e cade in terra.

Avendolo gl' infermieri con molto stento rialzato, è in prenda ad un tremito generale, respira frequente, breve e rantoloso; restando cogli arti fortemente divaricati.

Poscia a poco a poco si calma e ritorna alle condizioni di prima.

Il 3 Febbraio al mattino lo trovo disteso al suolo in preda a convulsioni tetaniche generali.

Il trisma è completo.

Muore verso le ore undici antimeridiane.

La sezione cadaverica viene eseguita alle ore una.

Sotto la pelle di tutto il lato sinistro del collo, edema sieroso che si estende al davanti di esso, fino al petto e lateralmente fin oltre la spalla di questo lato.

I muscoli sono tumidi, infiltrati di essudato gelatiniforme per larga estensione attorno al focolaio purulento putrido, che grandissimo si approfonda fino alle vertebre cervicali.

Il pus circonda e si infiltra nelle guaine cellulari della arteria e vena vertebrale.

Quest' ultima è trombosata.

Il pus nel centro del focolaio è sciolto, di un colore cenerino; alla periferia è più denso, cremoso.

Le pareti del focolaio, formatosi in seguito di una estesa distruzione di tessuto muscolare, sono necrosate, di un colore grigio cupo.

Forme diversissime di microganismi presenta il pus. Predomima un micrococco piccolissimo in mezzo al quale si vedono numerosi i bacilli setolosi, scarsi quelli spilliformi.

Legger versamento di siero torbido nella cavità peritoneale. Massa intestinale macroscopicamente normale. Reni con intensa iniezione nei glomeruli. Milza di volume e d' aspetto normali, salvo poche echimosi sparse qua e là sulla capsula.

Fegato di consistenza diminuita, molto iniettato, cosperso alla superficie di piccole punteggiature rosse.

Polmoni parzialmente enfisematosi. Discreta quantità di siero raccolto nel pericardio, di un roseo sbiadito, alquanto torbido.

Cuore disteso in diastole, molto sangue semicoagulato nel ventricolo destro, vene coronarie distese da molto sangue in parte sciolto.

L' esame del sistema nervoso centrale mi diede i seguenti risultati:

La dura madre cerebro-spinale non mi parve presentasse alterazione alcuna. Invece le maglie dell' aracnoide contenevano abbondante sierosità citrina. La pia meninge qua e là presentava piccole emorragie puntiformi; i suoi vasi venosi erano ingorgati.

Ventricoli cerebrali contenenti siero tinto leggermente in rosso, in quantità discreta; corpi coroidei molto iniettati, di un rosso cupo.

La sostanza cerebrale e spinale ha la consistenza normale.

Pezzetti di sistema nervoso centrale, come pure pezzetti di diversi altri organi, li tenni a parte nell' alcool assoluto per esaminarli in seguito.

2° Sperimento. — Il 5 Febbraio col materiale purulento raccolto dalla pecora, morta di tetano in seguito a diretta inoculazione di acqua di terra, scioltone una piccolissima porzione in acqua sterilizzata, ne inoculo otto goccie profondamente fra la spalla destra di un grosso coniglio e medesimamente in un vecchio cavallo da biroccia (affetto da morva cutanea cronica all' arto posteriore destro e che era destinato ad essere ucciso) inoculo, al lato sinistro del collo fra la muscolatura più superficiale, un 12 goccie circa di questa stessa emulsione purulenta putrida, con un comune schizzetto Pravaz.

Il mattino del 7 il coniglio ha opistotono spiegatissimo e rigido l' arto destro anteriore. Verso sera il tetano si è generalizzato, vi ha trisma, rigidezza all' altro arto anteriore e il tronco piegato a destra. Gli arti posteriori sono liberi. Muore nella notte.

Il cavallo nei giorni successivi all'inoculazione, non presentò altro degno di nota che una discreta tumefazione calda e un poco dolente e molto circoscritta al lato sinistro del collo.

Questa tumefazione che restò stazionaria per parecchi giorni, la trovai molto aumentata il giorno 12 detto. Grande parte del lato sinistro del collo era edematoso e in corrispondenza al punto d' innesto vi esisteva una notevole rilevatezza con segni evidenti di fluttuazione, anzi la pelle nel punto più culminante della tumefazione era rammollita.

Il 13 trovai che il collo era piegato a sinistra ed alquanto rigido, l' ascesso nella notte si era aperto e il materiale purulento putrido imbrattava la pelle dell' arto sinistro anteriore.

Raccolto un poco di materiale dall' ascesso ed esaminatolo al microscopio, vi trovai abbondanti fra altre forme di microrganismi, i bacilli setolosi, più rari quelli spilliformi.

I movimenti della mascella erano liberi ed il cavallo aveva consumata l' ordinaria razione di fieno.

Con mia sorpresa il mattino del 15 trovai morto il cavallo.

Alla sezione cadaverica riscontrai un infiltramento siero-gelatinoso esteso a tutto il connettivo del collo dal lato sinistro, a grande parte di quello della spalla fin oltre l' articolazione del gomito e sotto la pelle del costato di questo lato, fin quasi al principio dell' ipocondrio.

Fra i muscoli del collo esisteva un esteso infiltramento gelatiniforme e profondamente una raccolta purulenta putrida notevolissima, che raggiungeva le vertebre cervicali. Fra il pus sciolto e alquanto fetido, trovai dei grumi recenti di sangue.

Pulita con acqua la cavità purulenta putrida, per poterne meglio esaminare le parti profonde, trovai che in alcuni punti da questo lato le vertebre del collo

erano a nudo e riscontrai parecchie vene circondate da pus, con pareti infiammate.

Aperta la cavità toracica, mi si presentarono i polmoni cospersi di numerosi noduletti morvosi.

Ma ciò che mi sorprese molto si fu di trovare il sacco pericardico fortemente disteso.

Credetti a tutta prima vi fosse raccolta sierosa; ma apertolo vidi che esso era stato spostato in fuori dal cuore esageratamente rigonfio.

Fatta una piccola incisione all' orecchietta destra, ne vidi sgorgar fuori sangue mescolato a bollicine d' aria in grande quantità e di nessun cattivo odore. Ampliata alquanto l' apertura ed estesala un poco alla parete del ventricolo destro, in pochi istanti col sortire del sangue misto all' aria, il cuore riprendeva press' a poco le ordinarie dimensioni. Il cuore sinistro conteneva solo poco sangue semicoagulato.

Compresi allora che il cavallo era morto improvvisamente per embolismo gasoso del cuore destro, forse perchè all' aprirsi spontaneo del focolaio purulento putrido si era rotta una qualche diramazione venosa dal lato sinistro del collo e l' aria per questa si era insinuata nel cuore destro. Però esaminata di nuovo con molta attenzione la parte sinistra del collo, (forse a causa delle gravi alterazioni esistenti nei tessuti che circondavano le vene, esse stesse, come ho detto, molto alterate) non mi fu possibile di mettere in evidenza lacerazione alcuna in esse.

In tutti i modi mi pare non azzardato il ritenere, che in questo cavallo l' evoluzione completa del tetano sia stata con molta probabilità istantaneamente interrotta dall' insorgere di quest' embolismo gassoso del cuore destro.

Terza serie d' esperimenti.

Allo scopo di provare la potenza tetanigena della terra che mi aveva dato risultati così netti nei conigli e nella pecora, volli usarla, molto diluita in acqua, direttamente nei solipedi, nei quali, come è noto, il tetano traumatico si svolge il più delle volte con intensità notevole e in modo tipico.

Non potendo disporre di un cavallo, mi servii di un asino vecchio, ma molto robusto.

Diluita un poco della solita terra tetanigena (circa 2 grammi) in 60 cent. cubi di acqua sterilizzata, la filtrai attraverso tela e la inoculai nella quantità di due schizzetti ordinari Pravaz fra gli strati superficiali dei muscoli del lato sinistro del collo dell' asino.

Presa la temperatura al retto prima dello sperimento era di 37 $^1/_2$.

Medesimamente ne inoculai la stessa quantità profondamente nei muscoli delle due coscie di un robusto coniglio.

Per quattro giorni dopo l' innesto l' asino si è mantenuto perfettamente sano.

La temperatura rettale presa tutti i giorni fu normale. Mangiava ed era libero

affatto nei movimenti. Appena una lievissima e limitata tumefazione pastosa e quasi indolente si era sviluppata al lato sinistro del collo.

Il mattino del 18 detto, noto che l' animale tiene il collo un poco piegato a destra e che è alquanto rigido; la tumefazione si è estesa ed è dolente e calda. La temperatura è 38°, l' arteria glosso-facciale un poco tesa, le pulsazioni 44. I movimenti del tronco e degli arti sono liberi; mangia.

Il 19 il collo è ancora più piegato a sinistra; presentasi un poco di rigidezza nel tronco; tiene gli arti anteriori e posteriori alquanto divaricati. Fatto muovere, mostra evidentemente un principio di tetano generale.

Eseguiti a stento pochi passi, si ferma ansante e colle narici fortemente dilatate.

Però i movimenti della mascella sono ancora del tutto liberi e quindi mangia come il giorno prima. La temperatura è a 37 $^{8}/_{10}$.

Nella giornata lo osservo parecchie volte e rilevo un aggravamento progressivo rapido.

Alle 8 ore pomeridiane è caduto in terra e leggermente eccitato, ha convulsioni tetaniche spiegatissime, accompagnate da retrazione dei bulbi oculari e sporgenza del corpo miccante.

Manca il trisma.

Il mattino del 20 lo stato dell' animale è aggravatissimo. È in terra, col respiro cortissimo e rantoloso ed è preso da frequentissime contrazioni tetaniche generali.

Fattolo sollevare a forza dagli infermieri, mostra il collo piegato così fortemente a sinistra che la testa tocca la spalla. Tiene gli arti anteriori e posteriori molto divaricati, la coda sollevata e rigida, il corpo è tutto di un pezzo. È in preda a un tremito generale, il respiro è brevissimo e così frequente che non è possibile di contare con precisione il numero degli atti respiratori; le pinne nasali sono in dilatazione permanente. La glosso-facciale è tesa, dura, con pulsazioni vibrate e frequenti. In diverse parti del corpo la pelle è bagnata da sudore.

Vi ha trisma completo.

Basta un legger tocco, un debole rumore per promuovere contrazioni tetaniche violenti.

È in una parola una forma delle più classiche di tetano traumatico.

In questo stato perdura per tutta la giornata, restando in piedi per parecchie ore; poscia verso sera cade a terra e muore il mattino dopo verso le 6 ant.

In tutto questo tempo il coniglio inoculato alle due coscie ha presentato solo per tre o quattro giorni un poco di malessere e lieve tumefazione attorno ai punti inoculati, ma nessun sintomo di tetano.

La sezione cadaverica dell' asino fatta alle ore 10 del 21 detto mi fa costatare un edema notevolissimo sieroso lungo il collo, esteso in avanti fino al canale delle ganascie e in basso lungo il petto, la spalla e la gamba anteriore sinistra.

Negli spazi intermuscolari del lato sinistro del collo essudato gelatiniforme, nel

punto dell' innesto una raccolta purulenta putrida, alla quale si trovano mescolati piccoli cenci necrotici, che ha prodotto una estesa distruzione di tessuto muscolare e si è approfondata fin quasi alle vertebre.

All' esame microscopico del pus e del cenci necrotici, riscontro micrococchi e numerosi bacilli del Nicolajer e del Rosenbach.

Le lesioni viscerali trovate in questo caso si accostano moltissimo a quelle riscontrate nei conigli morti di tetano terrigeno e a quelle della pecora.

Qui pure infatti trovo la urocisti enormemente distesa da urina. — Reni con glomerulo, nefrite evidentissima. — Fegato molto ricco di sangue e molle. — Milza e intestini macroscopicamente normali; nei polmoni niente di notevole. — Discreta raccolta di siero citrino alquanto torbido nel pericardio.

Quarta serie d' esperimenti.

1° Sperimento. — La solita terra tetanigena, dopo averla per bene polverizzata, viene esposta ai vapori di acido solforoso per 64 ore nel seguente modo: piccola porzione di terra distesa sopra un sottile strato di cotone, collocata al fondo di una cassettina di fina tela metallica, viene sospesa in una grande boccia di Wolf a tre larghe tubulature, contenente al fondo dell' iposolfito di soda, sul quale verso dell' acido idroclorico.

Il recipiente viene chiuso con tappi di gomma a perfetta tenuta.

Il 22 Marzo la terra così trattata è sciolta come al solito con acqua sterilizzata, poscia passata attraverso tela e con essa inoculo due grossi conigli.

Il coniglio *A* riceve un centimetro cubo di questa soluzione di terra nei muscoli della natica destra; il coniglio *B* la stessa quantità, ma nel connettivo sottocutaneo al dorso.

Il coniglio *A* si è mantenuto apparentemente sano per due giorni. Ma il mattino del 25 ha l' arto posteriore destro rigido disteso in dietro e abdotto. Vi esiste un leggero edema alla natica, che si estende un poco alla coscia.

Nella giornata il tetano si generalizza e verso sera ha il tronco fortemente piegato a destra (pleurototono) e il collo rigido e rovesciato in dietro. I muscoli masticatori sono tetanizzati.

Muore nella notte.

La sezione cadaverica, fatta il mattino del 26, mostra una edemazia notevole sottocutanea e intermuscolare in tutto l' arto destro; alla natica i muscoli sono tumefatti, arrossati e profondamente si è formato un focolaio purulento putrido mescolato a cenci necrotici.

All' esame microscopico trovo un numero grandissimo di bacilli setolosi, mescolati a micrococchi (?) e scarsi i bacilli spilliformi.

Il Coniglio *B* ha presentato una limitatissima tumefazione al dorso, pastosa e quasi indolente. Fu triste per due o tre giorni, poscia si riebbe del tutto.

2° Sperimento. — La solita terra tetanigena in piccola quantità, distesa in sottilissimo strato sopra una piccola lastra di vetro, viene esposta per 8 minuti alla temperatura di 92° cent. e scioltala poscia in acqua nel solito modo, il 22 Marzo la inoculo a due conigli *C* e *D* nella quantità di due schizetti Pravaz per ognuna.

Al coniglio *C* l' iniezione la faccio profondamente nei muscoli della spalla destra; nel coniglio *D* sotto la pelle del dorso.

Il risultato fu negativo in tutti due gli animali.

Mentre compivo queste diverse serie di sperimenti, non ho tralasciato di eseguire culture e di ripeterle molte volte, quantunque avessi ben poca speranza di riuscire in una ricerca nella quale si erano provati distintissimi sperimentatori nazionali e stranieri, senza aver potuto ottenere a tutt' oggi risultati molto soddisfacenti.

E prima di tutto rammentandomi delle osservazioni di Vanni e Giarrè in Italia e di Hochsinger in Austria, che direttamente col sangue di persone morte di tetano hanno ottenuto culture sullo siero gelatinizzato, che, quantunque non pure, conservavano l' attività tetanigena a grado elevato; volli incominciare a fare culture col sangue, che potevo raccogliere in condizioni favorevolissime, stante la facilità che avevo di produrre il tetano negli animali.

Ho eseguite tre serie di prove col sangue di conigli, appena morti di tetano, usando diversi materiali di cultura.

In una prima serie di prove ho seminato diversi tubetti di siero bovino gelatinizzato, con sangue di coniglio morto di tetano e raccolto con purezza da due o tre diversi punti del sistema vascolare, e generalmente dalla vena cava posteriore al livello delle emulgenti, dal cuore destro e da una vena superficiale dell' arto anteriore o dalla jugulare.

Mi astenni sempre dal prendere il sangue in vicinanza del focolaio purulento putrido per tema di raccogliere germi tetanigeni sparsi sopra le vene.

Nelle altre serie di prove, seminai col sangue tubetti di gelatina peptone, tubetti di agar semplice e di agar glicerinato; ultimamente ho ripetuto queste stesse culture su siero e su agar nel vuoto; ma in tutti i casi il risultato è stato sempre completamente negativo.

Le scrupolose cure da me usate nell' eseguire queste prove e l' averle ripetute parecchie volte senza alcun risultato, mi inducono a ritenere che il sangue, almeno nella maggioranza dei casi di tetano sperimentale, non contiene il germe tetanigeno.

Le culture eseguite col pus raccolto dalle regioni inoculate, le ho pure ripetute

moltissime volte, prelevando il materiale tanto dagli animali vivi, quanto da quelli appena morti di tetano.

Le culture in blocco su siero e su agar a contatto dell' ossigene, non mi hanno mai dato risultati soddisfacenti, perchè già in 2ª giornata, sempre poi in 3ª giornata, i germi della putrefazione vi predominavano e inoculandone le culture ai conigli, li vedevo morire in poche ore (20 a 24 ore), senza presentare segno alcuno di tetano.

Risultati alquanto migliori li ho ottenuti modificando alquanto il modo di eseguire le culture.

Li 4 Febbraio una goccia di pus raccolta da un focolaio di un coniglio, morto di tetano tipico da circa un' ora e mezzo, la diluisco in 10 centimetri cubi di acqua distillata e sterilizzata.

Ne raccolgo un poco con una pipetta di vetro e semino, con cinque goccie per ognuno, due tubetti di agar, precedentemente fatto sciogliere, poscia ognuno di essi li verso separatamente in due scatolette di vetro a fondo piano e li metto nella stufa a 37°.

In seconda giornata in ambedue le culture a piatto si è sviluppato un discreto numero di colonie isolate, il maggior numero delle quali però sono formate dallo streptococco piogeno bianco, altre da colonie di lunghi bacilli contenenti spore, e alcune poche da un grosso diplococco a forma di otto di cifra. Anzi una delle placche non presenta che queste colonie; nell' altra invece verso la periferia vi esistono tre o quattro piccole colonie che pel loro aspetto si differenziano anche ad occhio da tutte le altre. Sono della grandezza di poco più di una capocchia di uno spillo, infossate a scodellino e presentanti un fondo un poco opacato e diffluente.

Evidentemente hanno prodotto una limitata liquefazione dell' agar, attorno al punto nel quale si sono sviluppate.

Al microscopio mi presentarono l' aspetto, che è rappresentato esattamente nella figura 1ª e cioè erano formate di bacilli spilliformi e setolosi (unitamente a poche granulazioni libere) affatto assomiglianti a quelli che si riscontrano nei focolai purulenti putridi dei conigli morti di tetano, in seguito all' inoculazione di terra.

Nei giorni successivi (3°, 4°, 5°) queste colonie si dilatarono alquanto conservando però sempre i caratteri fondamentali che ho or ora accennati.

Una piccola quantità di una di queste colonie la diluisco in cinque centimetri cubi di acqua sterilizzata e con una goccia di questa diluzione semino un altro tubetto di agar fuso a moderata temperatura e faccio una nuova cultura a piatto in scatoletta di vetro.

Dopo tre giorni di stufa ottenni un grande numero di queste colonie coi caratteri di quelle prime e costituite dagli stessi microrganismi.

Noto che nessun odore di putrefazione ebbi ad avvertire in queste culture a piatto.

Allora seminai con una di queste colonie di secondo passaggio, del brodo di vitello leggermente alcalino, contenuto in vasetti a lungo e stretto collo, che chiusi alla lampada.

Medesimamente colla stessa cultura a piatto, seminai tubetti di gelatina peptone e di agar.

Nel brodo ebbi un intorbidamento rapidissimo, con sviluppo di gas dopo 20 ore circa.

Nei tubi con gelatina peptone, tenuti alla temperatura di 22°, anche dopo 8 giorni non notai sviluppo alcuno di colonie. Nell' agar invece lo sviluppo era evidente fin dal 2° giorno verso il fondo del tragitto percorso dal filo di platino e attorno alle colonie notavasi una limitatissima liquefazione del materiale nutritivo.

Dopo cinque giorni erasi la cultura estesa all' insù ed occupava la superficie dell' agar.

Esaminando la cultura in agar trovai predominanti i bacilli setolosi, pochi quelli spilliformi, ma mescolati ad un grande numero di micrococchi (?).

Nel brodo trovai quasi sempre in quantità bacilli setolosi e spilliformi, ma unitamente ad essi dei baccilli più grossi e quasi della lunghezza di quelli spilliformi, che nel loro interno mostrano ora due, ora tre spore.

Ottenuta una cultura di passaggio nel brodo, me ne servii per fare alcune inoculazioni.

Il 15 Febbraio la uso nella quantità di circa un centimetro cubo per ognuno in due grossi conigli *A* e *B*, inoculando l' uno in una coscia, l' altro nella muscolatura del dorso.

Il 16 e 17 seguente non rilevo nessuna alterazione nei due animali all' infuori di una lievissima tumefazione.

Il mattino del 18 trovo i due conigli tristi e che hanno poca voglia di muoversi. Però non posso rilevare segni di tetano.

Verso sera trovo morente il coniglio *B*. Il tronco è rigido ed incurvato all' insù.

Muore poco dopo. Al dorso sotto l' aponeurosi e nella sostanza muscolare dell' ileo spinale di destra, vi esiste un esteso infiltramento purulento putrido che contiene in grandissima quantità bacilli setolosi e spilliformi mescolati però, come nei casi di inoculazione con terra, a diverse altre forme di microrganismi.

Il coniglio *A* il 19 detto, mostrasi sempre tristo e non mangia, però i movimenti della mascella sono liberi. Alla coscia si è formato un edema discreto e nel punto dell' inoculazione rilevo un poco di fluttuazione.

Il mattino dopo lo trovai morto con tutto il corpo rigido, gli arti posteriori distesi indietro, tesi e divaricati, il collo e la testa rovesciata sul dorso.

Il focolaio purulento si estendeva fin contro al femore e mescolati a microrganismi di diverse forme, trovo i bacilli setolosi del Nicolajer in discreto numero, scarsi invece quelli spilliformi.

Subito, con una piccola quantità di questo pus diluito in alcune goccie di

acqua distillata, inoculo al dorso un altro coniglio *D*, il quale però, osservato per parecchi giorni, non presentò mai segno alcuno di tetano.

Ebbe solo una leggera tumefazione edematosa limitata ai contorni del punto dell' inoculazione.

Un altro vasetto di questa stessa 3ª cultura in brodo mi serve per inoculare il 13 Marzo due altri conigli *E* ed *F* il primo ad una coscia, l' altro alla muscolatura del dorso. Il coniglio *F* non ha presentato fino a tutt' oggi nessun disturbo; il coniglio *E* invece si portò bene fino al 7 marzo, non presentando che una piccolissima tumefazione alla coscia; ma dopo si mostrò triste, con poca voglia di mangiare e la tumefazione si fece fluttuante, circondata da una legger edemazia, che si estendeva fin sotto al tarso. Facendosi sempre più grave lo stato dell' animale il 20 Marzo col bistori aprii il focolaio, dal quale sortì in quantità pus sciolto mescolato a cenci necrotici.

Osservato il pus al microscopio vi trovai così abbondanti i bacilli del Nicolajer che ne inoculai una piccola parte diluita in acqua al dorso di un terzo coniglio *G*.

L' inoculazione la feci nelle ore pomeridiane, il mattino dopo trovai che il coniglio era morto.

Fui impedito di esaminar il cadavere.

In questo mentre il coniglio *E* al quale avevo aperto l' ascesso parve che migliorasse e non me ne occupai più, quando il 25 Marzo fu trovato morto in una stato di rigidezza notevolissimo.

Alle gambe vi era un infiltramento purulento putrido, che raggiungeva in alto le ossa del bacino e in basso quelle del tarso, con sfacelo del tessuto muscolare profondo.

Raccolsi un poco di materiale purulento putrido e dei cenci necrotici.

Un poco di pus, sciolto in acqua sterilizzata, lo inoculo nei muscoli superficiali del lato destro del collo di un somaro vecchio, la di cui temperatura rettale è a 37 $^{8}/_{10}$.

Il 26 detto, esiste al collo una tumefazione già notevole, l' animale è tristo, mangia poco, la temperatura al retto è di 39 $^{2}/_{10}$.

Il 27 detto, la tumefazione si è di molto aumentata ed è dolente, per cui l' animale tiene il collo dritto e fermo. Però non presentasi alcun segno di tetano.

Temperatura 39 $^{8}/_{10}$; mangia poco, ha sete viva. Movimenti della mascella liberi.

Li 28 detto nel mattino lo trovo in piedi coi quattro arti divaricati e che presentano un certo grado di rigidezza.

Eccitato a muoversi nella posta, mostra evidentemente i movimenti degli arti molto impacciati ed ha il tronco oscillante.

La tumefazione non è aumentata da ieri sensibilmente; la temperatura è a 38 $^{1}/_{10}$; mangia poco. I movimenti della mascella non sono intralciati.

Nelle ore pomeridiane si è aggravato molto e fu trovato verso sera immobile, in piedi coi quattro arti divaricati e rigidi, con tremori generali.

Verso le 9 pom. cadde a terra irrigidito e morì poco dopo.

Il mattino del 20 ne feci la sezione.

Le alterazioni al collo erano gravissime, poichè oltre all' edema sottocutaneo che si estendeva fino alla spalla e dal lato opposto fino nel canale delle ganascie; l' infiltramento purulento putrido era penetrato fra gli spazi muscolari del collo, fino ad isolare per più della loro metà alcune vertebre cervicali.

Nel pus esistevano numerosi i bacilli setolosi e spilliformi mescolati ad un micrococco piccolissimo in quantità grandissima.

Diluito in acqua un poco di questo pus, inoculo un grosso coniglio ai muscoli del dorso.

Verso le ore pomeridiane del 30 detto esso presenta già un poco di rigidezza del dorso.

Il mattino del 31 la rigidezza non solo persisteva, ma erasi aumentata. Verso sera il coniglio fu trovato in preda ad un tetano generale e moriva nella notte.

Nei primi del mese di Marzo ho pure ripetuta un' altra serie di culture nel *vuoto* col siero gelatinizzato di cavallo disteso in tubi di vetro addattati.

Mi sono servito di una diluzione in acqua sterilizzata di pus, (nel quale abbondavano i bacilli setolosi e spilliformi) stato raccolto con cura da un coniglio appena morto per tetano sperimentale di secondo passaggio.

Queste culture riescono abbastanza bene nel vuoto, quantunque non siano pure; ed ho notato, contrariamente a quanto altri hanno veduto, che è molto più facile veder diminuire nelle culture successive i bacilli setolosi e spilliformi ed essere sostituiti da bacilli corti e grossi che predominano ben presto. L' attività tetanigena delle culture in quest' ultima serie di prove, la ho veduto diminuire di più in più e ciò sempre col diminuire delle forme setolose e a spilli; talmentechè, mentre mi è stato possibile di ottenere forme classiche di tetano nei conigli, usando di una seconda e di una terza cultura; invece non ebbi che qualche disturbo generale, ma nessun sintomo di vero tetano in quelli, che vennero inoculati con una quinta cultura.

Per quanto ha riguardo alle indagini microscopiche di diversi organi degli animali morti di tetano sperimentale; dirò che mi occupai quasi esclusivamente di ricercare se esistevano negli umori o nei tessuti i microrganismi, che si riscontrano nei focolai, consecutivi alla inoculazione del tetano sperimentale.

Dissi già che l' esame microscopico del sangue mi era riescito parecchie volte, del tutto negativo.

Degli organi, esaminai in sezioni microscopiche i reni, la milza, il fegato di diversi conigli e di un asino morto di tetano, ed inoltre il midollo spinale, in

diverse regioni, di un asino morto di tetano di passaggio dal coniglio e quello di una pecora morta di tetano per diretta inoculazione di terra.

Per mettere in evidenza i microrganismi, mi sono servito dei metodi di colorazione più in uso e di preferenza del processo di Loeffler e di quello Gram.

Però in tutte le prove che feci, non sono mai riescito a mettere in evidenza, nelle sezioni dei diversi organi dianzi accennati, la presenza di microrganismi.

Una sola volta nella polpa di un rene di un coniglio, morto di tetano sperimentale, potei senza dubbio alcuno, usando della soluzione acquosa di metilvioletto, mettere in evidenza alcuni bacilli spilliformi del tutto identici a quelli trovati nel focolaio purulento putrido dello stesso animale.

Queste mie ricerche sperimentali non fanno che in grande parte confermare quanto da altri era stato pubblicato su quest' argomento.

Però dalle numerose prove che ho fatte, risultano alcune particolarità che, a mio parere, non sono prive di qualche interesse.

E prima di tutto debbo notare, che colla terra tetanigena da me usata in diluzione nell' acqua pura, mentre mi fu facile di ottenere parecchie volte forme classiche di tetano nei conigli, nella pecora e nell' asino; invece tutte le volte che iniettai queste stesse diluzioni nel tessuto sottocutaneo oppure che in questo misi terra in natura, non ottenni risultato alcuno generale; tutto si limitò ad un processo infiammatorio discreto alla località inoculata. Invece ottenni la morte rapidamente (per setticemia?) senzacchè gli animali presentassero in vita alcun segno di tetano; e pur non ostante nel pus raccolto dai cadaveri di alcuni di questi, furono trovati bacilli del Nicolayer e del Rosenbach in discreta quantità.

Mi pare quindi naturale il credere che nel caso mio, i germi tetanigeni della terra da me usata trovavano nella profondità dei tessuti muscolari condizioni più adattate, di quello che nel tessuto connettivo sottocutaneo, per potersi meglio sviluppare e quivi segregare in maggiore quantità i principî tossici che, come dai più si ritiene oggidì, sarebbero portati in circolo e produrebbero i fenomeni tetanici.

Per quanto riguarda il passaggio del tetano *sperimentale* da animale ad animale, non lo vidi riprodursi mai oltre il 3° passaggio, mentrecchè da alcuni fu asserito, che passando da animale ad animale acquistava maggiore intensità, nello stesso modo come avviene per alcune setticemie.

Questo stesso fatto lo ho veduto ripetersi pure nelle culture, che dopo alcuni passaggi, non mi produssero più il tetano nei conigli.

Gli effetti locali, che il materiale tetanigeno produce, li vidi pure alquanto variare e presentare delle differenze apprezzabili, confrontando per esempio quelli prodotti colla diretta inoculazione dell' acqua di terra tetanigena, cogli altri osservati nel tetano sperimentale di passaggio.

Nel primo caso, alla parte dove era stata inoculata l' acqua di terra, sem-

pre trovai delle estesissime lesioni, consistenti in un focolaio purulento putrido, conseguenza di un processo infiammatorio, che aveva determinato la necrosi di parte del tessuto muscolare.

Il pus in questi casi era sciolto e conteneva sempre piccoli detriti di tessuto; oltre a ciò si infiltrava estesamente nei tessuti vicini.

I bacilli setolosi e spilliformi li constatai sempre in quantità notevole, mescolati a buon numero di altre forme di microrganismi.

Invece già in un 2° passaggio da animale ad animale, le alterazioni locali necrotiche le vidi in generale diminuire, il pus farsi più consistente e l' infiltramento meno notevole. Negli ultimi passaggi poi, la formazione del pus alla parte era in alcuni casi piccolissimo e in suo luogo trovavo un abbondante essudato gelatiniforme.

Anzi in alcuni casi nei conigli non trovai altro alla parte, che quest' esudato gelatiniforme nel posto dell' inoculazione e infiltrazione nel tessuto intermuscolare vicino.

I bacilli setolosi e spilliformi li vidi scarseggiare col diminuire dell' essudato purulento; essere in piccolissimo numero quando alla parte trovavo quasi solo l'essudato gelatiniforme e in alcuni casi mancare affatto, come mi accadde di osservare in due conigli che pure avevano presentato in vita segni chiarissimi di tetano e ne erano morti.

Nocard sperimentando con materiale di cavallo morto di tetano da castrazione, ha veduto lo stesso fatto da me ora notato, nei casi appunto di trapasso del tetano da coniglio a coniglio.

Anche il Bonome ha pure osservato qualche volta questo stesso fatto.

In quanto al non trovare o solo in rarissimi casi, i microrganismi tetanigeni negli umori e negli organi interni degli animali che muoiono di tetano sperimentale, come risulta pure dalle mie osservazioni; ciò avvalorerebbe l' opinione avvanzata dal Rosenbach, che attribuisce i fenomeni generali tetanici all' azione venefica di alcuni principi alcaloidi che verrebbero segregati dai microrganismi tetanigeni esistenti in alcune terre.

Questa opinione ha ricevuto un valido appoggio da un importante lavoro, che Brieger presentò nell' aprile delle scorso anno alla Società di Medicina interna di Berlino (1).

Avendo egli trasportato delle culture impure di tetano, che contenevano i bacilli setolosi del Nicolajer, sulla carne pestata e sterilizzata, potè da questa estrarre quattro ptomaine; tre delle quali a composizione determinata e cioè la *tetanina*, la *tetanotoxina*, la *spasmotoxina* e un' altra *toxina*, con alcuni altri veleni convulsivanti, la di cui composizione non potè essere ben fissata.

La più importante fra queste cioè la *tetanina* cristalizza in aghi che resistono agli alcali e vengono distrutti dagli acidi.

(1) Semaine médicale, 13 Aprile 1887.

1

2

3

4

A. Baraldini, lit.

lit. G. Wenk e Figli — Bologna.

Essa uccide i sorci coi sintomi caratteristici del tetano, alla dose di alcun milligrammi.

In conclusione per quanto mi fu dato di vedere nelle prove sperimentali che feci con questa terra tetanigena, mi pare di essere autorizzato a ritenere.

Che il tetano sperimentale ottenuto negli animali con terra tetanigena è in tutto identico, del punto di vista clinico, a quello che accidentalmente ci è dato vedere prodursi in pratica in seguito a traumi.

Che nel maggior numero di casi di tetano sperimentale seguito da morte, si riscontrano nel luogo dell' inoculazione in quantità notevole i microrganismi ritenuti da Nicolajer e da Rosenbach per speciali al tetano traumatico.

Che nel tetano sperimentale di passaggio da animale ad animale, le alterazioni al luogo dell' innesto si attenuano, con diminuzione o scomparsa dei microrganismi del Nicolajer, per cui allora riesce di più in più difficile ottenere col mezzo dell' innesto ulteriori passaggi della malattia.

Che infine le ricerche batteriologiche degli umori e dei tessuti di alcuni organi di animali morti di tetano sperimentale, non mi fecero riscontrare i bacilli setolosi e spilliformi e neppure altre forme di microrganismi; per cui l' opinione del Rosenbach avvalorata dalle ricerche del Brieger, che cioè i fenomeni tetanici siano dovuti all' azione di sostanze tossiche, che si formano nella località dell' organismo dove il germe tetanigeno si sviluppa, mi pare la più probabile.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª — Rappresenta i microrganismi raccolti dal focolaio purulento della coscia di un coniglio morto di tetano di secondo passaggio. Ingrandimento 750.

Fig. 2ª — Seconda cultura in placca sull' agar, da una prima ottenuta colla diluzione in acqua sterilizzata del pus, raccolto da un focolaio purulento putrido della natica di un coniglio, morto di tetano terrigeno. Ingrandimento 750.

Fig. 3ª — Cultura di terzo passaggio in brodo, ottenuta da quella di 2° passaggio in placca sull' agar. Ingrandimento 750.

Fig. 4ª — Microrganismi contenuti nel focolaio purulento putrido della natica di un coniglio morto di tetano, in seguito ad inoculazione della cultura di terzo passaggio, rappresentata nella figura 3ª.

DI

ALCUNE PROPRIETÀ DELLE CONICHE CONJUGATE

MEMORIA

del Prof. F. P. RUFFINI

(Letta nella Sessione delli 11 Novembre 1888).

Il concetto di due coniche che sono polari reciproche ciascuna di se stessa in rispetto all' altra o come dicesi oggi molto propriamente dai geometri di due coniche *conjugate* fu già manifestato sino dal 1871 in uno scritto: *Sulla ricerca della conica rispetto alla quale due coniche date sono polari reciproche* (1) e di nuovo nel 1876 in un altro scritto col titolo: *Di alcuni teoremi riferibili alla polarità reciproca delle coniche* (2): il medesimo concetto è pure espresso in un' opera postuma dello STEINER (3) pubblicata nell' a. 1876 e ricordata dal ch.mo prof. dott. WIENER, e di poi venne anche ampiamente svolto negli scritti del sig. prof. RETALI (4) e del medesimo sig. WIENER (5), e fu accolto ed illustrato da parecchi geometri (6) in guisa che la teoria delle coniche conjugate suggerita dai lavori del CREMONA e dello STEINER resa feconda per quelli del RETALI e del WIENER ebbe e ha tuttora cultori insigni e ottenne libero accesso nelle scuole. Onde io spero che non sia per riuscire sgradito ai giovani questo breve scritto nel quale verrò esponendo e dimostrando con metodo analitico elementare alcune di quelle proprietà di due coniche conjugate che dipendono dalla posizione nel loro piano del punto in rispetto al quale esse sono conjugate, le proprietà principali delle coniche conjugate all' una e all' altra di due coniche conjugate, e alcune corrispondenze notabili fra il punto in rispetto al quale due coniche sono conjugate e il centro dell' una e dell' altra conica.

(1) Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere e Arti in Modena, T. XII.

(2) Fra le Memorie di questa Accademia, S. III, T. VI.

(3) *Die Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projektivische Eigenschaften-Auf Grund von Universitäts Vorträgen und mit Benutzung hinterlassener Manuscripte* JACOB STEINERS *bearbeitet von* D.r H. SCHRÖTER — 1876.

(4) RETALI — *Sopra una serie particolare di coniche d' indice 2.* — Fra le Memorie di questa Accademia, S. IV, T. V. — *Sulle coniche conjugate.* — Id. S. IV, T. VI.

(5) *Lehrbuch der darstellenden Geometrie von* D.r CHRISTIAN WIENER geh. Hofrath und Professor an der grossh. technischen Hochschule zu Karlsruhe. — Leipzig, Teubner 1884-1887.

(6) BATTAGLINI, SIACCI, D' OVIDIO, ecc.

1. Si diranno *conjugate* due coniche k' e k'' se una di esse è l'inviluppo delle polari in rispetto all' altra di tutti i suoi punti, vale a dire se essa è polare reciproca di se stessa rispetto all' altra presa per conica fondamentale. È noto che fra due coniche conjugate ha luogo il *principio di reciprocità* in questo senso che come una di esse per es. la prima è l' inviluppo delle polari in rispetto all' altra di tutti i suoi punti, così quest' ultima è l' inviluppo delle polari in rispetto alla prima di tutti i suoi punti (1), e da ciò segue che ciascuna delle due coniche si può riguardare o come *luogo* dei poli in rispetto all' altra delle sue tangenti o come *inviluppo* delle polari in rispetto all' altra dei suoi punti.

Dalla precedente definizione deriva che due coniche conjugate hanno nei punti comuni la tangente comune, ossia che sono a doppio contatto l' una dell' altra (1). Se si indica con o la retta che passa pei punti di contatto di due coniche conjugate e con O il polo di questa retta, le coniche si diranno conjugate in rispetto alla retta o oppure conjugate in rispetto al punto O; la retta o e il punto O si chiameranno col Retali *retta del contatto* e polo della retta del contatto o più brevemente *polo del contatto* delle due coniche.

Coniche conjugate con una medesima conica.

2. Sia data una conica h' riferita come a triangolo fondamentale a un triangolo polare per essa, cioè a un triangolo i vertici del quale sieno due a due poli conjugati, e del quale indicheremo con A, B, C i vertici e con a, b, c le lunghezze dei lati BA, BC, CA. L' equazione della conica k' avrà la forma

$$k') \qquad lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 ,$$

e l' equazione di un' altra conica h a doppio contatto colla k' sarà della forma

$$h) \qquad lx^2 + my^2 + nz^2 + h(px + qy + rz)^2 = 0 ,$$

nella quale h è un parametro arbitrario e

$$p) \qquad px + qy + rz = 0 ,$$

è l' equazione della retta che passa pei punti di contatto delle due coniche. Se si introduce la condizione che la polare rispetto alla conica k' di un punto qual-

(1) *Ricerca della conica* ecc., p. 81 (33).

sivoglia (xyz) della conica h sia tangente la stessa h si trova pel parametro h il valore

$$h = -\frac{lx^2 + my^2 + nz^2}{\left(\frac{p^2}{l} + \frac{q^2}{m} + \frac{r^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - (px + qy + rz)^2}$$

e sostituendo nell' equazione (h) risulta l' equazione

$$(lx^2 + my^2 + nz^2)\left\{\left(\frac{p^2}{l} + \frac{q^2}{m} + \frac{r^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(px + qy + rz)^2\right\} = 0 ,$$

che si risolve nelle due

k') $$lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 ,$$

k) $$\left(\frac{p^2}{l} + \frac{q^2}{m} + \frac{r^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(px + qy + rz)^2 = 0 .$$

La prima di queste equazioni prova che ogni conica è conjugata con se medesima e ciò è d' altronde manifesto; la seconda lasciando arbitrarii i due rapporti $p : q : r$ dimostra che colla conica k' sono conjugate le coniche di una serie doppiamente infinita di coniche [1]; ciascuna conica della serie ha doppio contatto colla k' in due punti di quella particolare retta p che determina la conica ed è per conseguenza conjugata colla k' in rispetto a quella retta (al polo di quella retta) e ciò prova che con una data conica e in rispetto a una data retta (in rispetto a un dato punto) è conjugata una sola conica diversa dalla data.

3. Se fosse

a) $$\frac{p^2}{l} + \frac{q^2}{m} + \frac{r^2}{n} = 0 ,$$

l' equazione (k) si ridurrebbe alla

$$(px + qy + rz)^2 = 0 :$$

l' equazione (a) esprime la condizione che deve essere adempita affinchè la retta p riesca tangente la conica k' e quando ciò avviene la conica conjugata colla k' o si riguarda come inviluppo e si risolve in un sistema di due punti coincidenti con

[1] *Ricerca della conica* ecc., p. 73 (25) ove però questa serie fu denominata impropriamente *rete* essendosi voluto con questa denominazione indicare soltanto che le coniche componenti la serie sono soggette a tre condizioni: similmente altrove una serie di coniche tutte soggette a quattro date condizioni fu detta *fascio* di coniche.

un punto della k' o si riguarda come un luogo e si risolve in un sistema di due rette coincidenti con una tangente la k'.

Supporremo da qui innanzi escluso questo caso particolare cioè che la retta p sia tangente la k' o che il polo della retta p sia un punto della k'.

4. A ciascuna retta della serie doppiamente infinita delle rette del piano della conica k' corrisponde una e una sola conica della serie delle coniche k: lo stabilire dunque che una conica k debba essere conjugata con una data k' equivale al dare tre condizioni della k e l'assegnare la retta in rispetto alla quale la k stessa deve essere conjugata colla k' (retta del contatto) o il polo di questa retta (polo del contatto) equivale a due altre condizioni.

Se si stabilisce una relazione

$$f(p, q, r) = 0$$

fra i coefficienti p, q, r nell'equazione della retta variabile p ciò equivale a una condizione, il numero delle rette rappresentate dall'equazione (p) diventa semplicemente infinito e il numero delle coniche k corrispondenti anch'esso semplicemente infinito: così colla condizione (a) del (n. 3) la serie delle coniche k (ciascuna un sistema di due punti coincidenti o un sistema di due rette coincidenti) rimane semplicemente infinita.

Se si stabiliscono fra i coefficienti p, q, r due relazioni

$$f(p, q, r) = 0\ , \qquad f'(p, q, r) = 0\ ,$$

equivalendo ciò a due condizioni, le coniche rappresentate dall'equazione (k) si riducono a un numero finito e eguale al numero delle rette che poste quelle due condizioni l'equazione (p) rappresenta. Sieno ad esempio i tre casi

$$q = 0\ ,\quad r = 0\ ; \qquad r = 0\ ,\quad p = 0\ ; \qquad p = 0\ ,\quad q = 0\ ;$$

vi corrispondono le tre equazioni

$$-lx^2 + my^2 + nz^2 = 0\ , \qquad lx^2 - my^2 + nz^2 = 0\ , \qquad lx^2 + my^2 - nz^2 = 0\ ,$$

rappresentanti tre coniche conjugate ciascuna colla conica k' in rispetto a uno dei tre lati (in rispetto a uno dei tre vertici) del triangolo fondamentale. Se si cangia il segno successivamente ai tre termini dell'equazione (k') e a ciascun cambiamento di segno si formano le equazioni delle tre corrispondenti coniche conjugate in rispetto ai tre lati del triangolo fondamentale riuscirà evidente che *due qualunque delle quattro coniche*

$$A)\ lx^2+my^2+nz^2=0,\ lx^2-my^2-nz^2=0,\ lx^2-my^2+nz^2=0,\ lx^2+my^2-nz^2=0,$$

sono coniche conjugate (¹): esse hanno i loro contatti sui lati del triangolo fondamentale che è triangolo polare comune e li dividono armonicamente. Questo sistema di coniche fu denominato sistema di quattro coniche *armoniche.*

Le rette che congiungono le comuni intersecazioni reali di quattro coniche armoniche una delle quali è sempre immaginaria passano tre a tre per un medesimo punto e ciò dimostrano le equazioni (A) di queste coniche: onde *le rette che congiungono i punti reali delle comuni intersecazioni di quattro coniche armoniche formano un quadrilatero completo del quale i tre lati del triangolo polare comune sono le tre diagonali.*

5. Per determinare le coordinate α, β, γ del polo P della retta

$$p) \qquad px + qy + rz = 0 ,$$

rispetto alla conica k' si hanno le equazioni

$$b) \qquad \frac{l\alpha}{p} = \frac{m\beta}{q} = \frac{n\gamma}{r} ,$$

mediante le quali si possono eliminare i coefficienti p, q, r dall' eqnazione (k) che così diventa

$$k^*) \qquad (l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\alpha x + m\beta y + n\gamma z)^2 = 0 ,$$

mentre il punto $P(\alpha\beta\gamma)$ e la retta p^* rappresentata dall' equazione

$$p^*) \qquad l\alpha x + m\beta y + n\gamma z = 0 ,$$

sono il polo e la retta del contatto variabili delle coniche conjugate k' fissa e k^* variabile.

Le due equazioni (k) e (k^*) connesse per mezzo delle equazioni (b) hanno lo stesso significato e rappresentano la stessa serie doppiamente infinita delle coniche che sono conjugate colla data k': la prima dà direttamente quella fra le coniche della serie che è conjugata colla k' in rispetto a una data retta p la seconda dà direttamente quella che è conjugata colla k' in rispetto a un dato punto $(\alpha\beta\gamma)$.

6. Le coniche della serie (k^*) che passano per un punto dato $P'(\alpha'\beta'\gamma')$ formano una serie semplicemente infinita di coniche. Pongasi nell' equazione (k^*)

$$x : y : z = \alpha' : \beta' : \gamma' ,$$

(¹) Retali - *Sulle coniche conjugate.* Teor. I. — Wiener - l. c. Parte 1ª, n. 404, 407.

l' equazione

$$(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2)(l\alpha'^2+m\beta'^2+n\gamma'^2)-2(l\alpha\alpha'+m\beta\beta'+n\gamma\gamma')^2=0$$

che ne risulta e nella quale α, β, γ sono le variabili rappresenta la conica conjugata colla k' in rispetto al punto $(\alpha'\beta'\gamma')$, onde *le coniche conjugate colla data k' che passano per un punto dato P del piano di questa conica hanno per polo del contatto ciascuna un punto della conica conjugata colla k' in rispetto al punto P.* Queste coniche perchè conjugate colla k' e perchè passano pel punto P sono tutte tangenti la stessa retta p polare del punto P e il teorema ora dimostrato si converte facilmente nel seguente: *le coniche conjugate con una data e che toccano una retta data formano una serie semplicemente infinita di coniche che passano tutte per un medesimo punto* (il polo della retta data).

Ne segue che *le coniche conjugate con una data e che passano per due punti dati P e Q sono le quattro coniche che hanno per polo del loro contatto ciascuna uno dei quattro punti nei quali s' intersecano le conjugate colla data in rispetto ai punti P e Q* [1]; e quindi anche che *le coniche conjugate colla data e che sono tangenti due rette date sono le quattro coniche che passano pei due poli delle rette date.*

7. Nei numeri che seguono ci varremo di alcune nozioni e formule elementari che per abbreviare il discorso qui richiamiamo.

1°. La polare di un punto P del piano di una conica intersecherà la conica in due punti che saranno o immaginarii o reali distinti o reali coincidenti secondo che sarà il punto P *nell' interno della conica* (punto *interno*) o *all' esterno della conica* (punto *esterno*) o *sulla conica:* un punto di coordinate α, β, γ è per la conica k' interno o esterno o sulla conica secondo che la quantità

$$H' = -lmn(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2),$$

riesce negativa o positiva o nulla.

2°. Se si rappresentano con x_1, y_1, z_1 le coordinate del centro della conica k' e si pone (n. 2)

$$K = -lmn\left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right),$$

si avranno per determinare il centro della conica le equazioni

$$\frac{lx_1}{a}=\frac{my_1}{b}=\frac{nz_1}{c},$$

[1] Retali — *Osservazioni analitico-geometriche sulla projezione immaginaria* — nel T. VII della S. IV di queste Memorie.

e la conica k' sarà una *ellisse* o una *parabola* o una *iperbola* secondo che risulterà K *minore* o *eguale* o *maggiore* dello zero.

3°. Se con $K^*, \mathrm{x}_1, \mathrm{y}_1, \mathrm{z}_1$ si rappresentano le quantità corrispondenti alle K', x_1, y_1, z_1 e relative alla conica variabile k^* si ha

$$K^* = lmn\left\{\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)A - 2U^2\right\}A\,,$$

$$\frac{l\mathrm{x}_1}{aA - 2l\alpha U} = \frac{m\mathrm{y}_1}{bA - 2m\beta U} = \frac{n\mathrm{z}_1}{cA - 2n\gamma U}\,,$$

$$A = l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2\,, \qquad U = a\alpha + b\beta + c\gamma\,.$$

8. L' equazione della polare del punto $P(\alpha\beta\gamma)$ rispetto alla conica k^* è la p^* del (n. 5) e se si cercano le intersecazioni di questa retta colla conica stessa k^* a fine di riconoscere se il punto P è interno o esterno o sulla conica si arriva manifestamente all' espressione H' del (n. prec.) che dovrà essere nel primo caso negativa, nel secondo positiva, nel terzo nulla e ciò conduce a conchiudere che *il polo del contatto di due coniche conjugate o è interno o è esterno per amendue le coniche* (1) (n. 3).

9. Se nell' equazione (k^*) del (n. 5) si suppone che i rapporti $\alpha : \beta : \gamma$ abbiano valori dati e determinati, l' equazione rappresenta una conica determinata conjugata colla k' in rispetto a quel punto O del piano del quale α, β, γ sono le coordinate. Quando il punto $(\alpha\beta\gamma)$ è un punto determinato del piano della conica k' indicheremo con k'' la conica conjugata colla k' in rispetto a quel punto e

$$k'') \qquad (l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\alpha x + m\beta y + n\gamma z)^2 = 0$$

sarà la sua equazione.

10. L' equazione della retta polare rispetto alla conica k' di un punto $P'(\alpha'\beta'\gamma')$ è

$$p') \qquad l\alpha' x + m\beta' y + n\gamma' z = 0\,;$$

se il punto P' appartiene alla conica k'' (n. prec.) la retta p' toccherà questa conica in un punto determinato $P''(\alpha''\beta''\gamma'')$ e se si riguarda la retta p' come

(1) Se i coefficienti l, m, n sono quantità reali positive, la conica (k') è immaginaria e la quantità H' riesce negativa per tutti i valori reali delle coordinate α, β, γ: si può quindi convenire di riguardare ogni punto reale del piano come *interno* per la conica immaginaria k' ed è in questo senso che si deve intendere il principio sopra enunciato, sapendosi che se il polo del contatto è *interno* per una delle due coniche conjugate ed è questa conica reale l'altra è una conica immaginaria (n. 11).

tangente la conica k'' nel punto P'' la sua equazione prenderà la forma

$$p'') \qquad (A\alpha'' - 2B\alpha)lx + (A\beta'' - 2B\beta)my + (A\gamma'' - 2B\gamma)nz = 0 ,$$
$$A = l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2 , \qquad B = l\alpha\alpha'' + m\beta\beta'' + n\gamma\gamma'' ;$$

le due equazioni (p') e (p'') debbono essere equivalenti e ciò importa sia

$$\frac{\alpha'}{A\alpha'' - 2B\alpha} = \frac{\beta'}{A\beta'' - 2B\beta} = \frac{\gamma'}{A\gamma'' - 2B\gamma} ,$$

e ne deriva

$$\begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ \beta'' & \gamma'' \end{vmatrix} \alpha' + \begin{vmatrix} \gamma & \alpha \\ \gamma'' & \alpha'' \end{vmatrix} \beta' + \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha'' & \beta'' \end{vmatrix} \gamma' = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha' & \beta' & \gamma' \\ \alpha'' & \beta'' & \gamma'' \end{vmatrix} = 0 ;$$

i punti $(\alpha\beta\gamma)$, P', P'' sono dunque tre punti di una stessa retta. I punti P' e P'' sulla conica k'' sono manifestamente poli conjugati rispetto alla k', e nello stesso modo sostituendo l' equazione (p'') alla (p') e questa a quella si dimostrerebbe che se due punti Q' e Q'' della conica k' sono poli conjugati rispetto alla k'' i punti $(\alpha\beta\gamma)$, Q', Q'' sono in una stessa retta: *onde se due coniche sono conjugate in rispetto a un punto O e due punti P' e P'' di una delle due coniche sono poli conjugati rispetto all' altra, i punti O, P', P'' sono tre punti di una stessa retta.* È agevole dedurne che inversamente *se due coniche sono conjugate in rispetto a un punto O, ogni retta condotta per questo punto interseca ciascuna delle due coniche in due punti* (reali o immaginarii) *che sono poli conjugati rispetto all' altra.*

È conseguenza immediata di questo teorema che *una retta α condotta pel punto in rispetto al quale due coniche sono conjugate e le due tangenti una di queste coniche nei punti nei quali essa è intersecata dalla retta α formano un triangolo polare per l' altra conica* (1).

11. Se il punto in rispetto al quale una conica k'' è conjugata colla data k' non è il centro di questa conica e non è un punto della retta all' infinito del suo piano, casi particolari che per ora s' intenderanno esclusi, si può senza nuocere alla generalità della questione supporre che questo punto sia uno dei vertici del triangolo fondamentale (n. 3) e così rendere più semplice l' equazione della conica k''. Suppongasi che il punto $(\alpha\beta\gamma)$ sia il vertice B del triangolo fondamentale e sia per conseguenza $\alpha = 0$, $\gamma = 0$: si avranno le equazioni delle due coniche k' e k'' sotto la forma

$$k') \qquad lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 , \qquad\qquad k'') \qquad lx^2 - my^2 + nz^2 = 0 .$$

(1) *Di alcuni teoremi* ecc., n. 4.

Ammettendo che la conica k' sia una conica reale, il punto B o è il vertice interno o uno dei vertici esterni del triangolo fondamentale.

1°. Il punto B sia nell' interno della conica k'. Se si tien conto dei segni dei termini nelle equazioni delle coniche k' e k'' esse avranno la forma

$$k') \quad lx^2 - my^2 + nz^2 = 0 , \qquad k'') \quad lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 ;$$

la conica k'' è dunque immaginaria: quindi *le coniche conjugate con una conica reale in rispetto a punti nell' interno di quest' ultima sono coniche immaginarie* (1).

2°. Il punto B sia esterno per la conica k': uno degli altri due vertici del triangolo fondamentale per es. il vertice C sarà interno e le equazioni delle coniche k' e k'' tenuto conto dei segni dei loro termini saranno

$$k') \quad lx^2 + my^2 - nz^2 = 0 , \qquad k'') \quad lx^2 - my^2 - nz^2 = 0 ;$$

la conica k'' è reale e il punto B le è esterno, perciò *le coniche conjugate con una conica reale in rispetto a punti all' esterno di questa sono coniche reali e il polo del contatto è per ciascuna di esse punto esterno.*

La conica rappresentata dall' equazione (k) sia immaginaria e i coefficienti l, m, n sieno quantità reali. Se si tien conto dei segni di questi coefficienti le equazioni delle due coniche conjugate in rispetto al punto B avranno la forma

$$k') \quad lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 , \qquad k'') \quad lx^2 - my^2 + nz^2 = 0 ,$$

e la conica k'' sarà reale: onde *ogni conica conjugata con una conica immaginaria rappresentata da un' equazione con coefficienti reali è una conica reale e il polo del contatto è interno per la conica reale.*

Nella teoria delle coniche conjugate a fine di abbreviare il discorso si può convenire di usare la denominazione di *coniche immaginarie* per indicare quelle coniche che sono conjugate con una conica reale in rispetto a punti interni per la conica reale, poichè non giova tener conto di quelle coniche immaginarie che sono rappresentate da equazioni con coefficienti immaginarii e colle quali non possono essere conjugate coniche reali. Ciò ammesso e ritenuta la convenzione espressa nella nota al (n. 8) si ha il principio seguente: *due coniche conjugate o sono amendue reali o una reale l' altra immaginaria; il polo del contatto è nel primo caso esterno e nel secondo interno per amendue le coniche.*

In generale comunque sieno positivi o negativi i coefficienti l, m, n, ogni retta

$$\lambda) \qquad z - \lambda x = 0 ,$$

(1) Retali - *Sopra una serie* ecc., n. 3. — Wiener - l. c., P. I, n. 401, 405.

condotta pel polo del contatto B intersecherà le due coniche conjugate k' e k'' nei punti

$$\frac{x}{y} = \pm\sqrt{\frac{-m}{l+n\lambda^2}}\,, \qquad \frac{x}{y} = \pm\sqrt{\frac{m}{l+n\lambda^2}}\,,$$

rispettivamente: se le intersecazioni della retta λ colla k' sono reali saranno immaginarie quelle colla k'' e se sono immaginarie le intersecazioni colla prima di queste coniche saranno reali quelle colla seconda: perciò *ogni retta condotta pel polo del contatto di due coniche conjugate ne interseca una in due punti reali e l' altra in due punti immaginarii.* Se le due coniche conjugate sono reali fanno eccezione a questo principio le due rette che sono tangenti comuni alle due coniche e per le quali è $l+n\lambda^2=0$.

12. Relativamente alle coniche conjugate reali (n. 11)

$$k') \quad lx^2+my^2-nz^2=0\,, \qquad k'') \quad lx^2-my^2-nz^2=0\,,$$

si ha (n. 7)

$$K' = lmn\left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}-\frac{c^2}{n}\right), \qquad K'' = lmn\left(-\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right),$$

ed è facile riconoscere che sono

k'	k''		
ellisse	iperbola	se	$\frac{c^2}{n} > \frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}$,
iperbola	ellisse	„	$\frac{c^2}{n} < \frac{a^2}{l}-\frac{b^2}{m}$,
parabola	iperbola	„	$\frac{c^2}{n} = \frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}$,
iperbola	parabola	„	$\frac{c^2}{n} = \frac{a^2}{l}-\frac{b^2}{m}$,
iperbola	iperbola	„	$\frac{a^2}{l}-\frac{b^2}{m} < \frac{c^2}{n} < \frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}$,

si conchiuderà che in generale (n. 14) *di due coniche conjugate reali una almeno è una iperbola* (1).

(1) *Di alcuni teoremi* ecc., n. 5°.

13. Per fare considerazioni corrispondenti a quelle dei (n. 11 e 12) circa alle coniche conjugate con una data k' quando il polo del contatto è il centro della conica k' ovvero un punto della retta all'infinito, casi nei quali il polo del contatto non può essere il vertice di un triangolo polare, conviene ricorrere alle formule più generali dei (n. 5 e 7).

Se il polo $(\alpha\beta\gamma)$ del contatto delle coniche k' e k'' (n. 9) è il centro della conica k' si ha

$$\frac{l\alpha}{a} = \frac{m\beta}{b} = \frac{n\gamma}{c} ,$$

$k')$ $\qquad lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 ,$

$k_o'')$ $\qquad \left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(ax + by + cz)^2 = 0 ,$

$$K' = -lmn\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right) , \qquad K_o'' = -lmn\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)^3 ;$$

le due coniche hanno comuni i loro punti all' infinito e sono perciò simili e similmente poste (1), sono coniche concentriche perchè la linea del loro contatto è la retta all' infinito, e il valore K ha per l' una e per l' altra il medesimo segno; se dunque il centro delle coniche non è a distanza infinita e le coniche sono reali, esse non possono essere che due iperbole conjugate nel senso ordinario (2): e si potrebbe infatti dimostrare direttamente che se la conica k' è una ellisse reale, la k'' è immaginaria perchè una retta $z - \lambda x = 0$ la interseca in punti immaginarii qualunque sia il valore reale λ e se la k' è una conica immaginaria la k'' è una ellisse reale. Anche a questo caso si estendono dunque i teoremi dei (n. 11 e 12).

Il discriminante del primo membro dell' equazione (k_o'') è

$$-lmn\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)^3 .$$

e un punto $O(\alpha\beta\gamma)$ sarà interno o esterno o sulla conica k_o'' secondo sarà la quantità

$$lmn\left\{\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)A - 2U^2\right\}\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)^3$$

nella quale è

$$A = l\alpha^2 + m\beta + n\gamma^2 , \qquad U = a\alpha + b\beta + c\gamma ,$$

(1) Wiener — l. c., P. I, n. 85.
(2) Retali — *Sopra una serie* ecc., n. 4.

quantità negativa o positiva o nulla. Se si richiama l' espressione del valore K^* (n. 7) si vede subito che *se la k' è una iperbola la sua conjugata in rispetto a un punto $O(\alpha\beta\gamma)$ esterno per la k' sarà una ellisse o una iperbola o una parabola secondo che il punto O sarà interno o esterno o sulla conica k_o'' conjugata colla k' in rispetto al suo centro.* Questo teorema è dovuto al prof. Retali (1).

14. Il polo $(\alpha\beta\gamma)$ del contatto delle coniche k' e k'' (n. 9) sia un punto della retta all' infinito e sia perciò

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = 0 :$$

ne deriva immediatamente (n. 7)

$$\frac{lx_1}{a} = \frac{my_1}{b} = \frac{nz_1}{c} ; \qquad \frac{l\mathrm{X}_1}{a} = \frac{m\mathrm{Y}_1}{b} = \frac{n\mathrm{Z}_1}{c}$$

$$K' = -lmn\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right), \qquad K'' = lmn\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2)^2 ;$$

le due coniche k' e k'' sono concentriche e i valori K' e K'' sono di segno diverso, perciò se le k', k'' sono coniche reali e una di esse è una ellisse o una iperbola l' altra è corrispondentemente una iperbola o una ellisse in accordo col teorema del (n. 12): si ha però come caso limite quello nel quale riuscisse $K' = K'' = 0$, in tal caso è

$$\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n} = 0 ,$$

e le due coniche sono due parabole: ossia *ogni conica conjugata con una parabola in rispetto a qualsivoglia punto della retta all' infinito del suo piano è una parabola* (2). Se però il polo $(\alpha\beta\gamma)$ fosse il punto della retta all' infinito determinato dalle condizioni

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = 0 , \qquad \frac{l\alpha}{a} = \frac{m\beta}{b} = \frac{n\gamma}{c} ,$$

ne deriverebbe

$$l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2 = 0 , \qquad l\alpha x + m\beta y + n\gamma z = ax + by + cz = 0 ,$$

la conica k'' conjugata colla parabola si ridurrebbe a un sistema di due rette coincidenti colla retta all' infinito.

(1) Citato dal prof. Wiener l. c., P. II in nota al n. 105.
(2) Retali — *Sopra una serie* ecc., n. 7.

Per ottenere l' equazione della conica k'' si supponga che il polo $(\alpha\beta\gamma)$ del contatto sia il punto all' infinito della retta

u) $$ux + vy + wz = 0 ,$$

e sarà

$$\frac{\alpha}{bw - cv} = \frac{\beta}{cu - aw} = \frac{\gamma}{av - bu} ,$$

e l' equazione della conica k''

$$\{ l(bw - cv)^2 + m(cu - aw)^2 + n(av - bu)^2 \} (lx^2 + my^2 + nz^2)$$
$$- 2 \{ l(bw - cv)x + m(cu - aw)y + n(av - bu)z \}^2 = 0 :$$

l' equazione della retta del contatto è

$$l(bw - cv)x + m(cu - aw)y + n(av - bu)z = 0 ,$$

la retta passa pel centro della k' e ha in questa conica direzione conjugata a quella della retta u.

Se il polo $(\alpha\beta\gamma)$ è il punto all' infinito della retta $y = 0$, l' equazione della conica k'' prende la forma più semplice

k'') $$(lc^2 + na^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(lcx - naz)^2 = 0 .$$

Col metodo indicato alla fine del (n. prec.) si potrebbe dimostrare che anche quando il polo del contatto è un punto della retta all' infinito hanno luogo i teoremi del (n. 11).

15. L' equazione della conica conjugata colla conica k' in rispetto a un punto dato $O(\alpha\beta\gamma)$ è (n. 9)

k'') $$(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\alpha x + m\beta y + n\gamma z)^2 = 0 ,$$

quella di un' altra conica conjugata colla k' in rispetto a un punto $P(\alpha'\beta'\gamma')$ è

k) $$(l\alpha'^2 + m\beta'^2 + n\gamma'^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\alpha' x + m\beta' y + n\gamma' z)^2 = 0 ;$$

suppongasi che il punto P appartenga alla conica k'' e sia perciò soddisfatta l' equazione (k'') se vi si pone

$$x : y : z = \alpha' : \beta' : \gamma' ;$$

allora anche l' equazione (k) sarà soddisfatta per

$$x : y : z = \alpha : \beta : \gamma ;$$

e la conica che essa rappresenta passerà pel punto $O(\alpha\beta\gamma)$ sarà tangente la polare o di questo punto perchè conjugata colla k' e toccherà la retta o in un punto determinato M, e come O e M sono poli conjugati rispetto alla k' così il punto M è l' intersecazione della retta OP colla retta o (n. 10): ossia *se due coniche sono conjugate in rispetto a un punto O, la conica conjugata a una di esse in rispetto a un punto qualsivoglia P dell' altra passa pel punto O ed è a contatto della polare del punto O in un punto della retta OP* (1). Questo teorema è inverso di quello del (n. 6).

Nella serie semplicemente infinita delle coniche che passano pel punto O e sono conjugate colla k' a ogni conica k_r che passando per O è tangente in un punto M la retta o polare del punto O corrisponde un' altra conica k_s della stessa serie che le è tangente nel punto M; poichè se si conduce una trasversale qualsivoglia pel punto O che intersechi la k'' in due punti P e Q e la retta o nel punto M, le due coniche che hanno per poli del loro contatto colla k' l' una il punto P l' altra il punto Q saranno amendue tangenti la retta o nel punto M. Le coniche k_r e k_s sono a contatto anche nel punto O perchè la polare del punto M nel quale esse si toccano e passa pel punto O pel quale passano pure le due coniche ed è tangente ad amendue perchè sono conjugate colla k': se si avverte che ogni trasversale condotta pel punto O interseca o l' una o l' altra delle coniche k' e k'' in due punti reali (n. 11) si ha in generale: *se due coniche reali k' e k'' sono conjugate in rispetto a un punto O, una trasversale qualsivoglia l condotta pel punto O intersecherà una di esse per es. la k'' in due punti P e Q: le coniche k_p e k_q conjugate coll' altra k' in rispetto ai punti P e Q sono a doppio contatto l' una dell' altra e i due punti del contatto sono il punto O e l' intersecazione M della trasversale l colla polare del punto O.* I punti O e M sono evidentemente poli conjugati tanto rispetto alla k' come rispetto alla k''; se L è il polo della trasversale OM le rette LP, LQ polari dei punti Q e P (n. 10) che sono punti della conica k'' sono tangenti questa conica e sono le rette del contatto delle coniche k_q e k_p colla k', le rette LO, LM sono le due tangenti comuni delle coniche k_p e k_q e sono polari conjugate rispetto alla k'', quindi *se dal punto d' intersecazione delle due rette tangenti comuni alle coniche k_p e k_q si conducono le due rette tangenti alla conica k'' le quattro rette formano un fascio armonico* (2). Si riconoscerà altresì che *le coniche k_p e k_q*

(1) Retali — *Sopra una serie* ecc., n. 8.

(2) I punti P e Q sulla trasversale arbitraria OM condotta per un punto fisso O esterno per la conica k' e che non interseca questa conica i quali dividono armonicamente il segmento OM e sono poli conjugati rispetto alla conica k' si possono ritenere come le intersecazioni *ideali* della trasversale OM colla conica k': il luogo di questi punti sulla trasversale variabile OM è una conica k'' che chiamasi *conjugata colla k' in rispetto al punto M*. — Wiener - l. c., P. I, n. 401.

sono coniche conjugate: il triangolo LPQ è triangolo polare per ciascuna delle coniche k', k_p, k_q che sono due a due a doppio contatto, hanno i loro contatti sui lati del triangolo e dividono questi lati armonicamente; sono dunque tre coniche di un sistema di coniche armoniche (n. 4) e la quarta conica del sistema è la conjugata colla k' in rispetto al punto L.

Si può ora indicare un modo di compartire le coniche della serie semplicemente infinita di coniche conjugate con una data k' e che passano per un dato punto O: ad ogni retta a del fascio di rette che ha per centro il punto a corrispondono due coniche della serie conjugate in rispetto alla retta a e conjugate colla k' ciascuna in rispetto a uno dei due punti d' intersecazione della retta a colla conica k'' conjugata colla k' in rispetto al punto O. Se la conica k' è reale e il punto O è nell' interno di essa non si hanno coniche reali corrispondenti alle rette a; se la k' è reale e il punto O le è esterno, sono reali quelle coniche soltanto che corrispondono alle rette a intersecanti la k'' in punti reali; se finalmente la conica k' è immaginaria le coniche corrispondenti alle rette a sono tutte reali.

Coniche conjugate con una conica data in rispetto ai punti di una retta data o in rispetto alle rette che passano per un punto dato.

16. La serie delle coniche conjugate colla data k' in rispetto ai punti di una retta data

$$u) \qquad ux + vy + wz = 0 ,$$

si otterrà mediante l' equazione (k^*) del (n. 5) collo stabilire che le coordinate α, β, γ debbano adempire la condizione

$$\alpha) \qquad u\alpha + v\beta + w\gamma = 0 ,$$

la quale equivale manifestamente alla condizione che la retta variabile p del (n. 2) debba passare costantemente per un punto dato (il polo della retta u).

Nell' equazione (α) non possono essere nulli tutti e tre i coefficienti u, v, w: suppongasi che il coefficiente v non sia lo zero mentre potrebbero essere nulli i coefficienti u e w, e col mezzo dell' equazione (α) si elimini dalla precitata equazione (k^*) la variabile β poi si ponga

$$\lambda = \frac{\alpha}{\gamma} ;$$

si otterrà per equazione risultante

$$k_1) \qquad \{(lv^2 + mu^2)\lambda^2 + 2muw\lambda + mw^2 + nv^2\}(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2\{(lvx - muy)\lambda + (nvz - mwy)\}^2 = 0 ,$$

nella quale rimane arbitrario il parametro λ e che rappresenta una serie semplicemente infinita di coniche. Per ogni punto del piano passano due coniche della serie e perciò la serie è d' indice 2 (1).

17. Si trova facilmente l' inviluppo delle coniche della serie di coniche k_1. Pongasi per brevità

$$lx^2 + my^2 + nz^2 = S ,$$

e scrivasi l' equazione (k_1) come qui appresso

$$\{(lv^2 + mu^2)S - 2(lvx - muy)^2\}\lambda^2 + 2\{muwS - 2(lvx - muy)(nvz - mwy)\}\lambda + (mw^2 + nv^2)S - 2(nvz - mwy)^2 = 0 ;$$

derivando rispetto al parametro λ e eguagliando allo zero la derivata

$$\{(lv^2 + mu^2)S - 2(lvx - muy)^2\}\lambda + \{muwS - 2(lvx - muy)(nvz - mwy)\} = 0 ,$$

mediante quest' ultima equazione eliminando dalla precedente la quantità λ, riducendo e rimettendo per S il suo valore risulta l' equazione

$$lmv^2\left\{\left(\frac{u^2}{l} + \frac{v^2}{m} + \frac{w^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(ux + vy + wz)^2\right\}(lx^2 + my^2 + nz^2) = 0 ,$$

nella quale la v non può essere nulla; l' inviluppo si compone dunque di due coniche delle quali una è la conica data k' e l' altra che nomineremo k'' è rappresentata dall' equazione

$$\left(\frac{u^2}{l} + \frac{v^2}{m} + \frac{w^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(ux + vy + wz)^2 = 0 ,$$

alla quale sostituiremo l' equazione equivalente

$$k'') \qquad (l\alpha_1^2 + m\beta_1^2 + n\gamma_1^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\alpha_1 x + m\beta_1 y + n\gamma_1 z)^2 = 0$$

(1) È questa la serie esaminata e discussa con accuratezza dal ch.mo prof. Retali nella più volte citata Memoria: *Sopra una serie* ecc.

nella quale $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, sono le coordinate del polo della retta u determinate per mezzo delle

$$\frac{l\alpha_1}{u} = \frac{m\beta_1}{v} = \frac{n\gamma_1}{w} .$$

La conica k'' è manifestamente compresa fra le coniche della serie di coniche k^* (n. 5) conjugate colla k'', ed è conjugata con questa in rispetto alla retta u (al polo della retta u), perciò *le coniche conjugate con una conica data in rispetto ai punti di una retta data hanno per inviluppo un sistema di due coniche delle quali una è la conica data l' altra è la conica conjugata colla data in rispetto alla retta data (al polo della retta data).*

18. Se la retta u è la retta all' infinito del piano della conica k', il suo polo è il centro di questa conica e sarà

$$u : v : w = a : b : c ; \qquad \alpha_1 : \beta_1 : \gamma_1 = \frac{a}{l} : \frac{b}{m} : \frac{c}{n} ;$$

e le equazioni (k'), (k''), (k_1) diventano

$k')$ $$lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 ,$$

$k'')$ $$\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(ax + by + cz)^2 = 0$$

$k_1)$ $$\{ (lb^2 + ma^2)\lambda^2 + 2mac\lambda + (nb^2 + mc^2) \} (lx^2 + my^2 + nz^2)$$
$$- 2 \{ (lbx - may)\lambda + (nbz - mcy) \}^2 = 0 :$$

la conica k'' è quella stessa rappresentata dall' equazione (k_o'') del (n. 13) come era facile prevedere.

Se la retta u passa pel centro della conica k' il suo polo è un punto della retta all' infinito ed è il punto all' infinito di quel diametro della k' che ha in questa conica direzione conjugata a quella della retta u. Se si suppone per maggiore semplicità (e ciò si potrà sempre ottenere) che la retta u sia quella che congiunge il centro della k' col vertice B del triangolo fondamentale, il suo polo sarà il punto all' infinito della retta $y = 0$ e si avrà l' equazione della conica k'' nella (k'') del (n. 12).

19. Escludendo che la retta u sia la retta all' infinito o passi pel centro della conica k', suppongasi che essa coincida col lato y del triangolo fondamentale e si abbia per conseguenza (n. 16)

$$u = 0 , \qquad w = 0 ; \qquad \alpha_1 = 0 , \qquad \gamma_1 = 0 ;$$

le equazioni delle coniche k', k'', k_1 si presentano tutte con forma molto semplice e sono

$$k') \qquad lx^2 + my^2 + nz^2 = 0 , \qquad\qquad k'') \qquad lx^2 - my^2 + nz^2 = 0 ,$$

$$k_1) \qquad (l\lambda^2 + n)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\lambda x + nz)^2 = 0 .$$

20. Le coniche della serie di coniche k_1 hanno in comune un triangolo polare. Si trasformino le coordinate col porre

$$\frac{1}{2}(x' - z')\sqrt{-\frac{n}{l}} , \qquad y' , \qquad \frac{1}{2}(x' + z') \qquad \text{a luogo di } x, y, z$$

nell' equazione (k_1) che così si riduce alla

$$\left(\lambda - \sqrt{-\frac{n}{l}}\right)^2 x'^2 + \frac{l\lambda^2 + n}{ln}\, my'^2 + \left(\lambda + \sqrt{-\frac{n}{l}}\right)^2 nz'^2 = 0 .$$

Il nuovo triangolo fondamentale $A'BC'$ è formato dalle rette

$$x' = z - x\sqrt{-\frac{l}{n}} = 0 , \qquad y' = y = 0 , \qquad z' = z + x\sqrt{-\frac{l}{n}} = 0$$

cioè dalla retta u o $y = 0$ e dalle due tangenti condotte alla k' dal punto B polo della retta u; quindi *le coniche conjugate con una data in rispetto ai punti di una retta u hanno in comune un triangolo polare e questo è formato dalla retta u e dalle due tangenti la conica data nei punti nei quali essa è intersecata dalla retta u*. Questo teorema del resto è una conseguenza immediata del teorema ultimo del (n. 10): la retta u passa pel polo del contatto di qualsivoglia k_r delle coniche della serie di coniche k_1 conjugate colla k' e interseca questa conica k' nei punti C' e A', il triangolo $C'BA'$ è dunque triangolo polare per la k_r.

21. Cerchiamo ora se fra le coniche della serie di coniche k^* (n. 5) conjugate colla k' ve ne siano di conjugate anche colla k'' del (n. 19), problema che equivale al seguente: date due coniche conjugate cercare se vi sieno coniche conjugate con amendue le coniche date.

Le coniche conjugate colla conica k'' sono tutte rappresentate (n. 5) dall' equazione

$$\bar{k}) \qquad (l\alpha_1^2 + m\beta_1^2 + n\gamma_1^2)(lx^2 - my^2 + nz^2) - 2(l\alpha_1 x - m\beta_1 y + n\gamma_1 z)^2 = 0$$

nella quale α_1, β_1, γ_1 sono le coordinate del punto (variabile) in rispetto al quale ciascuna conica è conjugata colla k''. Perchè una conica sia conjugata ad amendue

le coniche k' e k'' vi dovranno essere fra le α, β, γ e $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ relazioni tali da rendere equivalenti le equazioni (k^*) e $(\bar{k})$: sviluppando queste equazioni si riconosce che dovrè riuscire

$$a) \qquad \frac{-l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2}{-l\alpha_1^2-m\beta_1^2+n\gamma_1^2} = \frac{l\alpha^2-m\beta^2+n\gamma^2}{-(l\alpha_1^2+m\beta_1^2+n\gamma_1^2)} = \frac{l\alpha^2+m\beta^2-n\gamma^2}{l\alpha_1^2-m\beta_1^2-n\gamma_1^2}$$
$$= \frac{\beta\gamma}{-\beta_1\gamma_1} = \frac{\gamma\alpha}{\gamma_1\alpha_1} = \frac{\alpha\beta}{-\alpha_1\beta_1} :$$

le due ultime equazioni dànno

$$b) \qquad \frac{\alpha^2}{\alpha_1^2} = \frac{\beta^2}{\beta_1^2} = \frac{\gamma^2}{\gamma_1^2}$$

e le prime due tenuto conto delle (b)

$$l^2\alpha^2\alpha_1^2 - m^2\beta^2\beta_1^2 - n^2\gamma^2\gamma_1^2 = 0 , \qquad l^2\alpha^2\alpha_1^2 + m^2\beta^2\beta_1^2 - n^2\gamma^2\gamma_1^2 = 0 ;$$
$$l^2\alpha^2\alpha_1^2 - n^2\gamma^2\gamma_1^2 = 0 , \qquad \beta^2\beta_1^2 = 0 :$$

per queste due ultime equazioni le (a) si riducono alle

$$c) \qquad \frac{\alpha}{\gamma}\frac{\alpha_1}{\gamma_1} = -\frac{n}{l} , \qquad \beta = \beta_1 = 0 .$$

Questo risultamento dimostra che sono conjugate con amendue le coniche k' e k'', conjugate in rispetto al punto B, oltre queste due coniche [1] tutte le coniche e le coniche soltanto che hanno per polo del contatto un punto della retta polare del punto B, cioè le coniche della serie di coniche k_1 [2] (n. 19) e che ciascuna conica di questa serie è conjugata colle coniche k' e k'' in rispetto a due punti diversi i quali dividono armonicamente la corda CA comune alle due coniche [3].

Gioverà avvertire altresì che ogni conica k_r della serie di coniche k_1 corrispondente a un valore determinato λ_r del parametro arbitrario è conjugata colle k' e k'' in rispetto alle rette

$$d) \qquad l\lambda_r x + nz = 0 , \qquad x_1 - \lambda_r z_1 = 0 ;$$

(1) Le coniche k' e k'' non appariscono in questa soluzione perchè l' equazione generale (k^*) è quella delle coniche conjugate colla k' esclusa questa conica (n. 2 e 5).

(2) Cfr. — *Di alcuni teoremi* ecc., n. 7.

(3) Retali — *Di una serie* ecc., n. 10.

che queste rette formano un fascio armonico colle tangenti le coniche k' e k'' nei loro punti di contatto, ed è infatti

$$e) \qquad \frac{x}{z}\frac{x_1}{z_1} = -\frac{n}{l},$$

e che il triangolo che ha per lati le due rette stesse e la retta $y = 0$ è triangolo polare per ciascuna delle tre coniche k', k'', k_r le quali insieme colla conica conjugata colla k_r in rispetto al punto B formano un sistema di quattro coniche armoniche.

22. Una retta qualsivoglia

$$\alpha) \qquad z - \alpha x = 0,$$

condotta pel vertice B del triangolo fondamentale è intersecata da ciascuna delle coniche k_1 in due punti determinati dall' equazione

$$\{(l\lambda + n\alpha)^2 - ln(\alpha\lambda - 1)^2\}x^2 - (l\lambda^2 + n)my^2 = 0,$$

che si ottiene eliminando la z dall' equazione (k_1) per mezzo della (α). Queste intersecazioni formano sulla retta α una involuzione di punti; i punti doppi dell' involuzione soddisfanno le condizioni

$$l\lambda'^2 + n = 0, \quad x^2 = 0 \quad \text{e} \quad (l\lambda'' + n\alpha)^2 - ln(\alpha\lambda'' - 1)^2 = 0, \quad y^2 = 0;$$

e sono il punto B e l' intersecazione della retta α colla polare del punto B: ai due valori λ' del parametro λ corrispondono due coniche che si risolvono ciascuna in due rette coincidenti e coincidenti le une coll' una le altre coll' altra delle due tangenti la conica k' condotte pel punto B; ai valori λ'' corrispondono due coniche (*ideali* se le coniche k' e k'' sono reali e la retta α non coincide coll' una o coll' altra delle rette $x = 0$, $z = 0$) tangenti la retta α nel punto nel quale essa incontra la $y = 0$.

23. Per ogni punto P scelto ad arbitrio nel piano della conica k' passano due coniche della serie d' indice 2 di coniche k_1 e pel teorema del (numero preced.) queste stesse coniche s' intersecheranno di nuovo nella retta BP in un punto P' conjugato armonico del punto P rispetto al punto B e alla intersecazione della retta BP colla polare $y = 0$ del punto B: sia Q un altro punto comune alle predette due coniche che passano pei punti P e P', e le coniche medesime s' intersecheranno ancora in un punto Q' sulla retta BQ e conjugato armonico del punto Q rispetto al punto B e alla intersecazione della retta BQ colla polare $y = 0$ del punto B, e da ciò si può dedurre in generale che *le rette le quali congiungono i quattro punti d' intersecazione di due qualunque fra le serie di coniche* k_1

formano un quadrilatero completo due lati opposti del quale s' intersecano nel punto B e le altre due paja di lati opposti s' intersecano nella polare del punto B: ovvero *le sei rette che congiungono due a due i quattro punti d' intersecazione di due coniche qualunque della serie di coniche k_1 e la polare del punto B sono i quattro lati e le tre diagonali di un quadrilatero completo.*

Scelte ad arbitrio due coniche k_r e k_s della serie di coniche k_1 le quali dovranno intersecarsi in due rette PBP', QBQ' passanti pel punto B si avranno due sistemi di tre coniche k_r, k_s, k' e k_r, k_s, k'' in ciascuno dei quali due coniche k_r e k_s sono a doppio contatto colla terza e per un teorema noto in ciascuno dei due sistemi le corde del contatto e un pajo delle corde d' intersecazione passano per un medesimo punto e formano un fascio armonico, perciò *le due corde d' intersecazione BP e BQ formano un fascio armonico e colle rette del contatto delle k_r e k_s colla k' e con quelle del contatto delle medesime due coniche k_r e k_s colla k''.*

24. Le polari p di un punto $P(\alpha\beta\gamma)$ rispetto alle coniche k_1 sono rappresentate dall' equazione

$$p) \qquad l(-l\alpha x + m\beta y + n\gamma z)\lambda^2 - 2ln(\gamma x + \alpha z)\lambda + n(l\alpha x + m\beta y - n\gamma z) = 0 :$$

se si cerca l' inviluppo di queste polari che variano col valore λ si ottiene l' equazione

$$k_P) \qquad (l\alpha^2 + n\gamma^2)(lx^2 + nz^2) - m^2\beta^2y^2 = 0 ,$$

che può assumere l' una e l' altra forma

$$(l\alpha^2 + n\gamma^2)(lx^2 + my^2 + nz^2) - (l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2)my^2 = 0 ,$$

$$(l\alpha^2 + n\gamma^2)(lx^2 - my^2 + nz^2) + (l\alpha^2 - m\beta^2 + n\gamma^2)my^2 = 0 ,$$

e rappresenta una conica a doppio contatto colle coniche k' e k'' nei punti di contatto di queste coniche. Le due polari del punto P rispetto alle coniche k' e k'' hanno per equazione

$$l\alpha x \pm m\beta y + n\gamma z = 0 ,$$

se per mezzo di questa si elimina dall' equazione (k_P) la y risulta

$$(\gamma x - \alpha z)^2 = 0 ;$$

perciò la conica (k_P) è anche a contatto delle polari del punto P rispetto alle coniche k' e k'' ; onde *l' inviluppo delle polari rispetto alle coniche k', k'', k_1 di un punto qualsivoglia P del loro piano è una conica a doppio contatto colle coniche k' e k'' nei punti nei quali queste si toccano.*

Le coordinate (x, y, z) del polo di una retta

u) $$ux + vy + wz = 0$$

rispetto alle coniche k_1 sono determinate per mezzo delle equazioni

$$\frac{lx}{lu\lambda^2 + 2lw\lambda - nu} = \frac{-my}{lv\lambda^2 + nv} = \frac{nz}{-lw\lambda^2 + 2nu\lambda + nw},$$

e se da queste si elimina il parametro λ risulta l' equazione

$$\frac{v^2}{m}(lx^2 + nz^2) - \left(\frac{u^2}{l} + \frac{w^2}{n}\right)my^2 = 0,$$

equivalente a ciascuna delle due

$$\frac{v^2}{m}(lx^2 + my^2 + nz^2) - \left(\frac{u^2}{l} + \frac{v^2}{m} + \frac{w^2}{n}\right)my^2 = 0,$$

$$\frac{v^2}{m}(lx^2 - my^2 + nz^2) - \left(\frac{u^2}{l} - \frac{v^2}{m} + \frac{w^2}{n}\right)my^2 = 0,$$

ed è l' equazione di una conica a doppio contatto anch' essa colle coniche k' e k'' nella retta $y = 0$. Le coordinate $(\alpha_1, \pm\beta_1, \gamma_1)$ dei due poli della retta u rispetto alle coniche k' e k'' soddisfanno le equazioni

$$l\alpha_1^2 : m\beta_1^2 : n\gamma_1^2 = \frac{u^2}{l} : \frac{v^2}{m} : \frac{w^2}{n}$$

e alla precedente equazione della conica luogo dei poli della retta u si può sostituire la seguente

k_u) $$m\beta_1^2(lx^2 + nz^2) - (l\alpha_1^2 + n\gamma_1^2)my^2 = 0$$

la quale è soddisfatta per

$$x : y : z = \alpha_1 : \pm\beta_1 : \gamma_1,$$

e ciò prova che la conica k_u passa anche pei poli della retta u rispetto alle coniche k' e k'': perciò *il luogo dei poli rispetto alle coniche k', k'', k_1 di una retta qualsivoglia u del loro piano è una conica a doppio contatto colle coniche k' e k'' nei punti nei quali queste si toccano.*

Le coniche k_P e k_u sono state già avvertite dal sig. prof. Retali insieme con parecchie proprietà interessanti di queste due coniche (1).

25. Se il punto P è il polo della retta u in rispetto alla k' (n. prec.) si ha

$$\alpha_1 : \beta_1 : \gamma_1 = \alpha : \beta : \gamma$$

e in questa ipotesi le coniche k_P e k_u sono polari reciproche l' una dell' altra rispetto a ognuna delle coniche k', k'', k_1 e rispetto a queste coniche soltanto.

Pongasi

$$a_1 = (l\alpha^2 + n\gamma^2)l\,, \qquad b_1 = -\,m^2\beta^2\,, \qquad c_1 = (l\alpha^2 + n\gamma^2)n\,,$$

$$A = b_1c_1\,, \qquad B = c_1a_1\,, \qquad C = a_1b_1\,,$$

$$a_2 = lm\beta^2\,, \qquad b_2 = -\,(l\alpha^2 + n\gamma^2)m\,, \qquad c_2 = mn\beta^2\,,$$

ne risulterà

$$Aa_2 = -\,lm^3n(l\alpha^2 + n\gamma^2)\beta^4, \quad Bb_2 = -\,lmn(l\alpha^2 + n\gamma^2)^3, \quad Cc_2 = -\,lm^3n(l\alpha^2 + n\gamma^2)\beta^4 :$$

se si rappresenta coll' equazione

$$a) \qquad ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0\,,$$

la conica rispetto alla quale le k_P, k_u sono polari reciproche, i coefficienti a, b,..., h dovranno adempire le condizioni

$$1) \quad \begin{cases} Aa^2 + Bh^2 + Cg^2 = \rho a_2\,, \\ Ah^2 + Bb^2 + Cf^2 = \rho b_2\,, \\ Ag^2 + Bf^2 + Cc^2 = \rho c_2\,, \end{cases} \qquad 2) \quad \begin{cases} Agh + Bbf + Ccf = 0\,, \\ Aag + Bhf + Ccg = 0\,, \\ Aah + Bbh + Cfg = 0\,, \end{cases}$$

nelle quali la ρ può ricevere qualsivoglia valore diverso dallo zero.

Le condizioni (2) sono soddisfatte se si pone

$$f = g = h = 0\,,$$

e se si attribuisce a ρ il valore $-\,lmn(l\alpha^2 + n\gamma^2)$ le (1) dànno immediatamente

$$a^2 = l^2\,, \qquad b^2 = m^2\,, \qquad c^2 = n^2\,,$$

(1) Retali — *Sopra una serie* ecc., n. 10 e seguenti.

e l' equazione (*a*) diventa

$$b) \qquad lx^2 \pm my^2 \pm nz^2 = 0$$

che si risolve nelle equazioni di quattro coniche armoniche due delle quali sono le k' e k'' e le altre due sono comprese fra le coniche k_1, perchè conjugate colle k' e k'' in rispetto ai vertici C e A del triangolo fondamentale.

Suppongasi ora, se pur ciò è possibile, sieno i coefficienti f, g, h tutti diversi dallo zero. Dalle equazioni (2) si dedurrà

$$f = -\frac{Agh}{Bb + Cc}, \qquad g = -\frac{Bhf}{Cc + Aa}, \qquad h = -\frac{Cfg}{Aa + Bb},$$

$$fgh = -\frac{(Bb + Cc)(Cc + Aa)(Aa + Bb)}{ABC},$$

mediante quest' ultima equazione si eliminino dalle (2) i prodotti gh, hf, fg e risulterà

$$BCf^2 - A^2a^2 - (BCbc + CAca + ABab) = 0,$$

$$CAg^2 - B^2b^2 - (BCbc + CAca + ABab) = 0,$$

$$ABh^2 - C^2c^2 - (BCbc + CAca + ABab) = 0,$$

$$BCf^2 - A^2a^2 = CAg^2 - B^2b^2 = ABh^2 - C^2c^2 :$$

col mezzo delle due ultime equazioni eliminando g^2 e h^2, h^2 e f^2, f^2 e g^2 dalle (1) si otterranno le

$$\rho Aa_2 - (A^2a^2 + B^2b^2 + C^2c^2) - 2(BCbc + CAca + ABab) = 0,$$

$$\rho Bb_2 - (A^2a^2 + B^2b^2 + C^2c^2) - 2(BCbc + CAca + ABab) = 0,$$

$$\rho Cc_2 - (A^2a^2 + B^2b^2 + C^2c^2) - 2(BCbc + CAca + ABab) = 0,$$

le quali richiederebbero fosse

$$Aa_2 = Bb_2 = Cc_2, \qquad \frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1};$$

e ciò non ha luogo nè può aver luogo se le coniche k_p e k_u non si sovrappongono e formano una sola conica.

Non potendo i tre coefficienti f, g, h essere tutti diversi dallo zero uno almeno dovrà essere nullo, ed anzi per le condizioni (2) o saranno tutti nulli o uno solo sarà diverso dallo zero. Si escluderà sieno tutti tre nulli, caso questo già precedentemente esaminato, e si dovrà anche escludere sia nullo il coefficiente g, perchè se g è nullo dovendo per la seconda delle equazioni (2) essere nullo uno dei coefficienti f, h si può supporre

$$g = 0 , \qquad h = 0 , \qquad f \text{ diversa dallo zero ;}$$

in questa ipotesi le equazioni (1) e (2) si riducono alle

$$Aa^2 = \rho a_2 , \qquad Bb^2 + Cf^2 = \rho b_2 , \qquad Bf^2 + Cc^2 = \rho c_2 , \qquad Bb + Cc = 0$$

e da queste si deduce

$$Bb_2 - Cc_2 = B^2b^2 - C^2c^2 = (Bb - Cc)(Bb + Cc) = 0 ,$$

mentre è per le formule precedenti

$$Bb_2 - Cc_2 = lmn(m^2\beta^4 - (l\alpha^2 + n\gamma^2)^2)(l\alpha^2 + n\gamma^2) ,$$

e quest' ultima espressione è nulla soltanto in un caso particolare che sarà esaminato più avanti (n. 26). La ipotesi

$$g = 0 , \qquad f = 0 , \qquad h \text{ diversa dallo zero}$$

conduce al medesimo risultamento: escluderemo dunque sia nullo il coefficiente g e porremo

$$f = 0 , \qquad h = 0 , \qquad g \text{ diversa dallo zero}$$

e quindi

$$Aa^2 + Cg^2 = \rho a_2 , \qquad Bb^2 = \rho b_2 , \qquad Ag^2 + Cc^2 = \rho c_2 , \qquad Aa + Cc = 0 ,$$

dalle quali derivano le

3) $$c = -\frac{n}{l} a , \qquad A^2a^2 - C^2c^2 = Aa_2 - Cc_2 = 0$$

quest' ultima equazione rende la terza delle precedenti equivalente alla prima e

fra le a^2, b^2, g^2 rimangono solamente le relazioni espresse dalle

$$Aa^2 + Cg^2 = \rho a_2 , \qquad Bb_2 = \rho b_2 :$$

se si pone $ln(1-\omega^2)$ a luogo di g^2 riguardando ω come un parametro arbitrario, e $-lmn(l\alpha^2+n\gamma^2)$ a luogo di ρ e si sostituiscono per $A, B, C, a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$, i loro valori si troverà

$$a = \pm l\omega , \qquad b = \pm m , \qquad c = -\frac{n}{l} a = \mp n\omega , \qquad g = \pm \sqrt{ln(1-\omega^2)}$$

e l' equazione cercata

$$c) \qquad l\omega x^2 \pm my^2 - n\omega z^2 \pm 2\sqrt{ln(1-\omega^2)}\, zx = 0 ,$$

nella quale si è omesso il doppio segno del primo termine, perchè il cambiare il segno di questo termine coll' avvertenza che il terzo deve avere segno diverso dal primo equivale al cambiare il segno del parametro arbitrario ω.

L' equazione (*c*) si può trasformare col porre

$$\omega = -\frac{l\lambda^2 - n}{l\lambda^2 + n}$$

con questa sostituzione essa diventa

$$d) \qquad -(l\lambda^2 - n)lx^2 \pm (l\lambda^2 + n)my^2 + (l\lambda^2 - n)nz^2 \pm 4ln\lambda zx = 0$$

e scritta a questo modo permette di sopprimere il doppio segno davanti al suo ultimo termine e sostituirvi il segno — stante che questo termine soltanto cangia il proprio segno se si cangia segno al parametro λ, così l' equazione (*d*) si può risolvere nelle due

$$(l\lambda^2 + n)(lx^2 + my^2 + nz^2) - 2(l\lambda x + nz)^2 = 0 ,$$

$$(l\lambda^2 + n)(lx^2 - my^2 + nz^2) - 2(l\lambda x + nz)^2 = 0 :$$

la prima rappresenta la serie delle coniche conjugate colla k' in rispetto ai punti della retta $y = 0$, la seconda la serie delle coniche conjugate colla k'' in rispetto ai punti della stessa retta $y = 0$, ed è stato dimostrato che le due serie di coniche si compongono delle stesse coniche (n. 21); si concluderà dunque che l' equazione (*c*) o la sua equivalente (*d*) rappresenta una sola serie di coniche, la serie cioè delle coniche k_1 e che *le coniche* k_P, k_u *sono polari reciproche rispetto a ognuna delle coniche* k', k'', k_1 *e rispetto a queste coniche soltanto* (1).

(1) Cfr. Retali — *Sulle coniche conjugate*, n. 15.

26. Se si suppone che il punto P sia un punto della conica k' ovvero un punto della conica k'' le coniche k_P e k_u coincidono e formano una sola conica polare reciproca di se medesima rispetto a qualsivoglia delle coniche k', k'', k_1, cioè conjugata con ciascuna di queste coniche, e di fatto se si suppone

$$m\beta^2 = -(l\alpha^2 + n\gamma^2) \qquad \text{oppure} \qquad m\beta^2 = l\alpha^2 + n\gamma^2 ,$$

le coniche k_P e k_u coincidono colla k' nel primo caso e colla k'' nel secondo caso.

Centri delle coniche conjugate con una conica data.

27. Le coordinate x_1, y_1, z_1 del centro di una qualsivoglia k delle coniche k^* conjugata colla data k' in rispetto al punto che nomineremo $O(\alpha\beta\gamma)$ sono determinate per mezzo delle equazioni del (n. 7)

$$c) \qquad \frac{lx_1}{aA - 2l\alpha U} = \frac{my_1}{bA - 2m\beta U} = \frac{nz_1}{cA - 2n\gamma U} ,$$

$$A = l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2, \qquad U = a\alpha + b\beta + c\gamma ,$$

per le quali è

$$c') \qquad \frac{A}{2U} = \frac{\gamma y_1 - \beta z_1}{\frac{c}{n} y_1 - \frac{b}{m} z_1} = \frac{az_1 - \gamma x_1}{\frac{a}{l} z_1 - \frac{c}{n} x_1} = \frac{\beta x_1 - \alpha y_1}{\frac{b}{m} x_1 - \frac{a}{l} y_1} ,$$

$$\left(\frac{c}{n} y_1 - \frac{b}{m} z_1\right)\alpha + \left(\frac{a}{l} z_1 - \frac{c}{n} x_1\right)\beta + \left(\frac{b}{m} x_1 - \frac{a}{l} y_1\right)\gamma = 0 .$$

Quest' ultima equazione è identica colla

$$\gamma) \qquad \left(\frac{c}{n}\beta - \frac{b}{m}\gamma\right)x_1 + \left(\frac{a}{l}\gamma - \frac{c}{n}\alpha\right)y_1 + \left(\frac{b}{m}\alpha - \frac{a}{l}\beta\right)z_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \frac{a}{l} & \frac{b}{m} & \frac{c}{n} \end{vmatrix} = 0 ,$$

onde *i centri di due coniche conjugate e il polo del loro contatto sono tre punti di una stessa retta:* ovvero se pel centro della conica k' e pel punto O si conduce una retta γ, su questa retta cadrà il centro della conica conjugata colla k' in rispetto al punto O.

Se i centri delle due coniche conjugate coincidono si avrà

$$\frac{lx_1}{a} = \frac{my_1}{b} = \frac{nz_1}{c} ,$$

e le formule (c') manifestano che allora dovrà essere

$$\frac{\alpha}{x_1} = \frac{\beta}{y_1} = \frac{\gamma}{z_1} , \qquad \text{ovvero} \qquad U = a\alpha + b\beta + c\gamma = 0 ;$$

cioè *le coniche conjugate concentriche o sono conjugate in rispetto al loro centro o sono conjugate in rispetto a un punto della retta all' infinito.* Si è già veduto (n. 13 e 14) che inversamente le coniche conjugate con una data k' in rispetto al centro di questa o in rispetto a un punto della retta all' infinito sono concentriche colla k'.

28. Dal primo teorema del (n. prec.) discende immediatamente che se il polo O descrive una retta u condotta pel centro della conica k' i centri delle corrispondenti coniche conjugate con questa k' si mantengono sulla retta u; cioè il *luogo dei centri delle coniche conjugate con una data k' in rispetto ai punti di una retta u che passa pel suo centro è la stessa retta u.*

29. Se la retta descritta dal polo O non passa pel centro della conica k' e non è la retta all' infinito, si può ammettere che essa sia la retta $y = 0$. Si ponga dunque $\beta = 0$ nell' equazione (γ) e se ne deduca

$$\frac{\gamma}{\alpha} = -\frac{(cmy_1 - bnz_1)l}{(blx_1 - amy_1)n} ;$$

sostituendo il valore così ottenuto del rapporto $(\gamma : \alpha)$ in una delle equazioni (c) nella quale pure si sarà posto $\beta = 0$ risulta

$$C) \qquad \frac{b^2}{m}(lx_1^2 + my_1^2 + nz_1^2) - \left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right) my_1^2 = 0 ;$$

equazione di una conica che ha doppio contatto colla k' nella retta $y = 0$ e passa pel suo centro come è facile verificare: quindi *il luogo dei centri delle coniche conjugate con una conica data k' in rispetto ai punti di una retta è una conica che passa pel centro della k' e le è bitangente in quella retta.* È anche manifesto che la conica C ha pure doppio contatto colla k'' (n. 11) cioè colla conica conjugata colla k' in rispetto al polo della retta descritta dal punto O.

Se fosse

$$\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n} = 0 ,$$

la conica k' sarebbe una parabola e la conica C luogo dei centri coinciderebbe colla k' : ossia *il luogo dei centri delle coniche conjugate con una parabola in rispetto ai punti di qualsivoglia retta e per conseguenza di tutte le coniche conjugate con una parabola è la parabola stessa* (n. 35).

30. La polare reciproca della conica C rispetto alla conica k' è una conica a doppio contatto colla k' nella retta $y = 0$ ed è rappresentata dall' equazione

$$C') \qquad \left(\frac{a^2}{l} + \frac{c^2}{n}\right)(lx^2 + my^2 + nz^2) - \left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)my^2 = 0 :$$

se applicando le formule del (n. 25) si cercano le coniche rispetto alle quali le due C e C' sono polari reciproche si arriva all' identico risultamento ivi ottenuto, si trova cioè che esse sono polari reciproche rispetto a ciascuna delle quattro coniche

$$lx^2 \pm my^2 \pm nz^2 = 0 ,$$

e rispetto a ciascuna delle coniche rappresentate dall' equazione (n. 19)

$$k_1) \qquad (l\lambda^2 + n)(lx^2 + my^2 + nx^2) - 2(l\lambda x + nz)^2 = 0 :$$

perciò : *la conica luogo dei centri delle coniche conjugate con una data k' in rispetto ai punti di una retta data ha la medesima polare reciproca rispetto alla conica k' e rispetto a ognuna delle coniche conjugate colla k' in rispetto ai punti e in rispetto al polo della retta data.*

31. È data una retta

$$u) \qquad ux + vy + wz = 0 ,$$

e si vuol sapere quali fra le coniche conjugate colla k' abbiano i loro centri nella retta data data u.

Dovendo essere

$$ux_1 + vy_1 + wz_1 = 0 ,$$

per le equazioni (c) si ha immediatamente

$$u\left(\frac{a}{l}A - 2\alpha U\right) + v\left(\frac{b}{m}A - 2\beta U\right) + w\left(\frac{c}{n}A - 2\gamma U\right) = 0 ,$$

e sviluppando

$$U) \quad \left(u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - 2(u\alpha + v\beta + w\gamma)(a\alpha + b\beta + c\gamma) = 0 :$$

equazione che rappresenta una conica che ha comuni colla data k' i due punti ne' quali questa è intersecata dalla retta u e i due punti all' infinito e ha il suo centro nel polo della retta u: ciò dimostra che *le coniche conjugate con una data k' e che hanno i loro centri in una retta data u hanno per polo del loro contatto ciascuna un punto di una conica simile alla k' e similmente posta, che ha comuni con questa i due punti sulla retta u e ha il suo centro nel polo della retta u* (1).

Se la retta u è la retta all' infinito si ha

$$u : v : w = a : b : c$$

e l' equazione (U) diventa

$$U') \qquad \left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - 2(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 :$$

le coniche che hanno i loro centri nella retta all' infinito sono parabole, e confrontando l' equazione (U') colla (k_o'') del (n. 13) si conchiuderà che *le parabole conjugate colla k' hanno per polo del contatto ciascuna un punto della conica conjugata colla k' in rispetto al suo centro* (2). Queste parabole passano tutte pel centro della conica k' (3) e infatti l' equazione (k^*) del (n. 5) col porre

$$l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2 = \frac{2(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2}{\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}}$$

si trasforma nella

$$(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2(lx^2 + my^2 + n\gamma^2) - \left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(lax + m\beta y + n\gamma z)^2$$

(1) Si dimostra facilmente che *di queste coniche due soltanto* (n. 3) *passano pel polo della retta u e queste hanno per assintoto comune la retta u medesima.* Sia P il polo della retta u e k_p la conica conjugata colla k' in rispetto al punto P: la conica U intersecherà la k_p in due punti sulla retta u e in altri due punti M e N; le coniche k_m e k_n conjugate colla k' in rispetto ai punti M e N passeranno amendue pel punto P (n. 10) e avranno i loro centri sulla retta u; se C_m è il centro della k_m, la polare del punto C_m incontra la k_m in P e in un altro punto Q, le polari dei punti P e Q sono gli assintoti della k_m e il primo di questi assintoti è la retta u. In modo analogo si trovano gli assintoti della conica k_n uno dei quali è la retta u. — In generale quando una conica k_r conjugata colla k' in rispetto a nn punto R è una iperbola si potranno costruire i suoi assintoti nel modo seguente: si trovi il centro C_r della k_r che sarà un punto deila retta che congiunge il punto R col centro della k'; la polare rispetto alla k' del punto C_r intersecherà la k_r in due punti le polari dei quali sono gli assintoti della k_r.

(2) Cfr. (n. 13) in fine.

(3) *Ricerca della conica* ecc., pag. 83 (35).

e si risolve in una identità per

$$x : y : z = \frac{a}{l} : \frac{b}{m} : \frac{c}{n} .$$

Inversamente se una conica conjugata colla k' passa pel suo centro, risulterà

$$(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2)\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right) - 2(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0$$

il polo del contatto sarà un punto della k_o'' e la conica sarà una parabola: cioè *le coniche conjugate con una conica data e che passano pel suo centro sono parabole.* È d' altronde manifesto che le coniche conjugate colla k' e che passano pel suo centro debbono avere per una delle loro tangenti la retta all' infinito e inversamente.

Questi medesimi risultamenti circa le parabole che sono conjugate colla k' si ottengono direttamente se si avverte che fra le coniche k^* conjugate colla k' sono altrettante parabole quelle per le quali è nulla l' espressione K^* del (n. 7), escludendo che possa essere $A = 0$ (n. 3).

Se anche la k' fosse una parabola, l' equazione (U') si ridurrebbe alla

$$(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 ,$$

e si ha il teorema inverso di quello enunciato al (n. 15).

Suppongasi in fine che la retta u passi pel centro della conica k' e si abbia perciò identicamente

$$u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n} = 0 ,$$

l' equazione (U) si risolverà nelle due

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = 0 , \qquad u\alpha + v\beta + w\gamma = 0 ,$$

e quindi *le coniche conjugate colla data k' che hanno i loro centri in una retta u che passa pel centro della stessa k' hanno i loro poli del contatto o sulla retta all' infinito o sulla stessa retta u* (n. 14, 28).

32. Sieno date due rette

u) $\quad ux + vy + wz = 0 ,$ $\qquad\qquad$ u') $\quad u'x + v'y + w'z = 0 :$

le coniche conjugate colla k' che hanno i loro centri sulla retta u e quelle conju-

gate colla stessa k' coi loro centri sulla retta u' hanno i poli dei loro contatti rispettivamente sulle coniche (n. 31)

$$U)\ \left(u\frac{a}{l}+v\frac{b}{m}+w\frac{c}{n}\right)(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2)-2(u\alpha+v\beta+w\gamma)(a\alpha+b\beta+c\gamma)=0\,,$$

$$U')\ \left(u'\frac{a}{l}+v'\frac{b}{m}+w'\frac{c}{n}\right)(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2)-2(u'\alpha+v'\beta+w'\gamma)(a\alpha+b\beta+c\gamma)=0:$$

diremo che le coniche U e U' sono corrispondenti delle rette u e u'; esse sono simili alla k' e similmente poste, avendo comuni con questa i loro punti all'infinito, e s'intersecano inoltre nella retta

$$g)\ \left(u\frac{a}{l}+v\frac{b}{m}+w\frac{c}{n}\right)(u'\alpha+v'\beta+w'\gamma)-\left(u'\frac{a}{l}+v'\frac{b}{m}+w'\frac{c}{n}\right)(u\alpha+v\beta+w\gamma)=0,$$

la quale passa manifestamente pel punto comune alle rette u e u' e passa pel centro della conica k' perchè la sua equazione è soddisfatta per

$$\alpha:\beta:\gamma=\frac{a}{l}:\frac{b}{m}:\frac{c}{n}\,.$$

Nominiamo P il punto comune alle rette u e u' e indichiamo brevemente con u, u', U, U' i primi membri delle equazioni (u), (u'), (U), (U'). Se pel punto P si conduce una retta ad arbitrio

$$u^*)\qquad u-\lambda u'=0\,,$$

l'equazione della conica corrispondente della retta u^* sarà

$$U^*)\qquad U-\lambda U'=0\,;$$

ciò dimostra *che le coniche U corrispondenti delle rette u condotte per uno stesso punto P nel piano della conica k' formano un fascio di coniche simili alla k' e similmente poste: basi del fascio sono i loro punti all' infinito e altri due punti determinati sulla retta che congiunge il punto P col centro della conica k'.*

Le coordinate x', y', z' del punto P comune alle rette u e u' si determinano per mezzo delle equazioni

$$\frac{x'}{vw'-v'w}=\frac{y'}{wu'-w'u}=\frac{z'}{uv'-u'v}$$

mediante le quali si possono eliminare dall' equazione (g) le sei quantità u, u', v, v', w, w' e risulta

$$g^*) \qquad \left(\frac{c}{n}\beta - \frac{b}{m}\gamma\right)x' + \left(\frac{a}{l}\gamma - \frac{c}{n}\alpha\right)y' + \left(\frac{b}{m}\alpha - \frac{a}{l}\beta\right)z' = 0 ,$$

della forma stessa dell' equazione (γ): è infatti evidente che la conica che avesse per polo del contatto colla k' l' uno o l' altro dei due punti della retta g che sono punti base del fascio delle coniche U^* avrebbe per centro il punto P.

33. Fra le coniche k^* conjugate colla k' due soltanto, generalmente parlando, sono quelle che hanno il centro in un dato punto $P(x_1, y_1, z_1)$ (1) e il teorema primo del (n. 31) congiunto a quello del (n. 27) dà un modo di costruire i due poli dei loro contatti colla k'. Si conduca pel punto P una retta u che non passi pel centro della k' e si costruisca la conica corrispondente U: i punti comuni a questa conica e alla retta γ che congiunge il punto P col centro della conica k' sono i due punti voluti.

Se il punto P è il centro della k', la conica conjugata colla k' in rispetto al centro di questa e le coniche della serie di coniche conjugate colla k' in rispetto ai punti della retta all' infinito hanno per centro comune il punto P (n. 28): se invece il punto P è un punto della retta all' infinito, le coniche cercate sono le due parabole che hanno per poli del loro contatto i due punti nei quali una retta condotta pel centro della k' e diretta al punto P incontra la conica conjugata colla k' in rispetto al suo centro (n. 31).

Avvertasi che se la conica data k' è una parabola e il punto P non è un punto della k' il problema (n. 29) non ammette soluzione all' infuori delle due accennate nella nota precedente: se poi il punto P coincide con un punto M della data parabola, si conduca per M una retta g parallela all' asse della parabola k' e tutte le coniche conjugate colla k' che hanno per polo del contatto un punto della retta g avranno il loro centro nel punto M (n. 28 e 29).

34. In generale il luogo dei poli del contatto delle coniche k^* conjugate colla k' e che hanno i loro centri in una conica data

$$V) \qquad ux_1^2 + vy_1^2 + wz_1^2 + 2u'y_1z_1 + 2v'z_1x_1 + 2w'x_1y_1 = 0 ,$$

è una linea del 4° ordine e ciò si vede immediatamente se dall' equazione (V) si eliminano le variabili x_1, y_1, z_1, col mezzo delle (c): se però si vuole che la

(1) Giusta quanto fu stabilito nel (n. 3) si fa qui astrazione dalle due coniche che consisterebbero ciascuna in un sistema di due rette coincidenti e coincidenti le une coll' una e le altre coll' altra delle due tangenti la conica k' che passano pel punto P.

conica V sia la stessa k', sia cioè

$$u : v : w = l : m : n \; ; \qquad u' = v' = w' = 0 \; ;$$

l' equazione (V) colla predetta eliminazione si riduce alla

$$l\left(\frac{a}{l}A - 2\alpha U\right)^2 + m\left(\frac{b}{m}A - 2\beta U\right)^2 + n\left(\frac{c}{n}A - 2\gamma U\right)^2 = 0 \, ,$$

che sviluppata dà

$$\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) = 0$$

e ciò prova che eccettuato il caso particolare del (n. 3) *solamente quando la conica data è una parabola una conica che le sia conjugata può avere il proprio centro sulla conica data e quando la conica data è una parabola tutte le coniche che le sono conjugate hanno su di lei il proprio centro.*

35. La conica k' non sia una parabola e vogliasi che la conica V del (n. prec.) sia bitangente la k' in una retta data

$$u) \qquad ux + vy + wz = 0 \, ,$$

e la sua equazione abbia perciò la forma

$$V_1) \qquad h(l\mathrm{x}_1^2 + m\mathrm{y}_1^2 + n\mathrm{z}_1^2) + (u\mathrm{x}_1 + v\mathrm{y}_1 + w\mathrm{z}_1)^2 = 0 \, .$$

Colla eliminazione delle coordinate x_1, y_1, z_1 si ottiene l' equazione del 4° ordine

$$S_1) \quad \left\{ h\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right) + \left(u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)^2 \right\} A^2$$

$$- 4\left(u\frac{a}{t} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)(u\alpha + v\beta + w\gamma)AU + 4(u\alpha + v\beta + w\gamma)^2 U^2 = 0 \, ,$$

se si assume

$$a) \qquad h = -\frac{\left(u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)^2}{\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}}$$

l' equazione (V_1) diventa

$$V_1') \qquad \left(u\frac{a}{l}+v\frac{b}{m}+w\frac{c}{n}\right)^2(lx_1^2+my_1^2+nz_1^2) - \left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right)(ux_1+vy_1+zw_1)^2=0\,,$$

e la (S_1) si risolve nelle tre equazioni

$$S_1') \quad \left(u\frac{a}{l}+v\frac{b}{m}+w\frac{c}{n}\right)(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2)-(u\alpha+v\beta+w\gamma)(a\alpha+b\beta+c\gamma)=0\,,$$

$$S_1'') \qquad u\alpha+v\beta+w\gamma=0\,, \qquad\qquad S_1''') \qquad a\alpha+b\beta+c\gamma=0\,.$$

La condizione (a) importa che la conica V_1' passi pel centro della conica data k', essa è dunque pienamente determinata dalla condizione di essere a doppio contatto colla k' nei punti d' intersecazione di questa conica colla retta data u unitamente alla condizione di passare pel centro della stessa k'.

Quanto alle tre soluzioni (S_1) che indicheremo brevemente

$$S_1'=0\,, \qquad S_1''=0\,, \qquad S_1'''=0\,,$$

la terza fa vedere che le coniche che hanno per polo del loro contatto colla k' un punto della retta all' infinito hanno il loro centro sulla V_1, e infatti queste coniche hanno per centro comune il centro della k' (n. 14) pel quale passa la V_1. La soluzione $S_1''=0$ conferma il teorema del (n. 29) poichè la (V_1') si riduce all' equazione (C) se come ivi si è supposto la retta u coincide colla $y=0$. La soluzione $S_1'=0$ ci dà una conica simile alla k' e similmente posta che passa pel suo centro e la interseca nei due punti che ha comuni colla retta u. Perciò *data una retta u si descriva la conica S che passa pei due punti all' infinito e pei due punti d' intersecazione colla retta u e pel centro della conica k' : le coniche conjugate colla k' in rispetto ai punti della retta u e ai punti della conica S e ai punti della retta all' infinito avranno tutte i loro centri in una conica V che passa pel centro della k' e le è bitangente nella retta u.*

36. Se si vuole che la conica V (n. 35) sia omotetica e concentrica colla k' la sua equazione avrà la forma

$$V_2) \qquad h^2(lx_1^2+my_1^2+nz_1^2)-(ax_1+by_1+cz_1)^2=0\,.$$

Nell' equazione (S_1) del (n. prec.) si sostituisca $-h^2, a, b, c$ alle h, u, v, w rispettivamente e si otterrà il luogo dei poli del contatto delle coniche che sono conjugate colla k' e hanno i loro centri nella V_2 rappresentato dall' equazione

$$h^2\left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right)A^2-\left\{\left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right)A-2U^2\right\}^2=0\,,$$

la quale si risolve nelle due

$$S_2) \quad \begin{cases} (K + h\sqrt{K})(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - 2(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 , \\ (K - h\sqrt{K})(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - 2(a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 , \end{cases}$$

nelle quali è

$$K = \frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n} .$$

Le due coniche S_2 sono omotetiche e concentriche colle coniche k' e V_2 ; si ha pertanto *che le coniche conjugate colla k' in rispetto ai punti di una conica S omotetica e concentrica colla k' hanno i loro centri in un' altra conica V concentrica e omotetica e colla k' e colla S* e inversamente *le coniche conjugate colla k' che hanno i loro centri in una conica V concentrica e omotetica colla k' hanno per poli del loro contatto i punti di due coniche concentriche e omotetiche e colla k' e colla V.*

Se si pone

$$h = \frac{\sqrt{K}}{4}(1 \pm 3)$$

le equazioni (V_2) e (S_2) si trasformano nelle

$$V_2') \quad \frac{K}{8}(5 \pm 3)(l\mathrm{x}_1^2 + m\mathrm{y}_1^2 + n\mathrm{z}_1^2) - (a\mathrm{x}_1 + b\mathrm{y}_1 + c\mathrm{z}_1)^2 = 0 ,$$

$$S_2') \quad \begin{cases} \frac{K}{8}(5 \pm 3)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 , \\ \frac{K}{8}(3 \mp 3)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 : \end{cases}$$

l' equazione (V_2') e la prima delle (S_2') rappresentano le stesse coniche. Prendendo i segni superiori si hanno le equazioni seguenti

$$W) \quad K(l\mathrm{x}_1^2 + m\mathrm{y}_1^2 + n\mathrm{z}_1^2) - (a\mathrm{x}_1 + b\mathrm{y}_1 + c\mathrm{z}_1)^2 = 0 ,$$

$$\Sigma) \quad \begin{cases} K(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 , \\ (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 : \end{cases}$$

l' equazione (W) è quella degli assintoti della conica k' e dalle due equazioni (Σ) si deduce che *ogni conica conjugata colla k' in rispetto a un punto o de' suoi assintoti o della retta all' infinito* (n. 15) *ha il proprio centro sugli assintoti.* E prendendo

invece i segni inferiori

$$W^*) \qquad \frac{K}{4}(l\mathrm{x}_1^2 + m\mathrm{y}_1^2 + n\mathrm{z}_1^2) - (a\mathrm{x}_1 + b\mathrm{y}_1 + c\mathrm{z}_1)^2 = 0 ,$$

$$\Sigma^*) \qquad \begin{cases} \frac{K}{4}(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 , \\ \frac{3K}{4}(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2 = 0 : \end{cases}$$

quindi *fra le coniche k^* conjugate con una stessa conica k' dotata di centro vi è una serie semplicemente infinita di coniche che hanno per polo del loro contatto ciascuna un punto di una conica determinata W^* omotetica e concentrica colla k' e hanno la stessa conica per luogo dei loro centri: sulla conica W^* cadono anche i centri delle coniche di una seconda serie semplicemente infinita di coniche e queste hanno per poli dei loro contatti i punti di un' altra conica omotetica anch' essa e concentrica colla k'.*

37. La conica V (n. 35) sia simile alla k' e similmente posta e la intersechi in una retta data

$$u) \qquad ux + vy + wz = 0 .$$

la sua equazione avrà la forma

$$V_3) \qquad h(l\mathrm{x}_1^2 + m\mathrm{y}_1^2 + n\mathrm{z}_1^2) - (u\mathrm{x}_1 + v\mathrm{y}_1 + w\mathrm{z}_1)(a\mathrm{x}_1 + b\mathrm{y}_1 + c\mathrm{z}_1) = 0 :$$

eliminando da questa le $\mathrm{x}_1, \mathrm{y}_1, \mathrm{z}_1$ per mezzo delle equazioni (c) risulta

$$S_3) \quad \left\{\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)\left(h - \left(u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)\right)\right\}A^2$$
$$+ 2\left\{\left(u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)U + \left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(u\alpha + v\beta + w\gamma)\right\}AU$$
$$- 4(u\alpha + v\beta + w\gamma)U^3 = 0 .$$

Se si pone

$$h = u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}$$

si obbliga la conica V_3 a passare pel centro della k' e la sua equazione diventa

$$V_3') \quad \left(u\frac{a}{l} + \frac{b}{m} + \frac{c}{n}\right)(l\mathrm{x}_1^2 + m\mathrm{y}_1^2 + n\mathrm{z}_1^2) - (u\mathrm{x}_1 + v\mathrm{y}_1 + w\mathrm{z}_1)(a\mathrm{x}_1 + b\mathrm{y}_1 + c\mathrm{z}_1) = 0,$$

e l' equazione (S_3) si risolve nelle due

$$S_3') \quad \left\{\left(u\frac{a}{l} + v\frac{b}{m} + w\frac{c}{n}\right)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (u\alpha + v\beta + w\gamma)(a\alpha + b\beta + c\gamma)\right\}U$$
$$+ \left\{\left(\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{m} + \frac{c^2}{n}\right)(l\alpha^2 + m\beta^2 + n\gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2\right\}(u\alpha + v\beta + w\gamma) = 0,$$

$$S_3'') \qquad U = a\alpha + b\beta + c\gamma = 0 .$$

La (V_3') rappresenta una conica determinata dai due punti all' infinito e dal centro della k' e dai due punti nei quali quest' ultima conica è intersecata dalla retta u ed è precisamente la conica S_1' del (n. 36) cosicchè il problema presente è un problema inverso di quello ivi risoluto.

Se si riguardano le equazioni

$$a) \qquad \left(u\frac{a}{l}+v\frac{b}{m}+w\frac{c}{n}\right)(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2)-(u\alpha+v\beta+w\gamma)(a\alpha+b\beta+c\gamma)=0,$$

$$b) \qquad \left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right)(l\alpha^2+m\beta^2+n\gamma^2)-(a\alpha+b\beta+c\gamma)^2=0,$$

come quelle di due coniche a e b, apparisce che la (S_3') rappresenta una linea del 3° ordine S_3' determinata dai due punti all' infinito della conica k' dal punto all' infinito della retta u dai due punti d' intersecazione della retta u colla conica k' e dai quattro punti d' intersecazione delle due coniche a e b. L' equazione (a) rappresenta la conica V_3', l' equazione (b) è l' equazione dei due assintoti della conica k': la linea S_3' ha dunque doppio contatto colla conica k' nella retta all' infinito, passa pel punto all' infinito della retta u pei due punti d' intersecazione della k' colla retta u e pei due punti d' intersecazione nello spazio finito della conica V_3' cogli assintoti della k': ora questi due ultimi punti coincidono col centro della k' pel quale passa la V_3', ed è infatti molto agevole verificare che l' equazione (S_3') è soddisfatta se si assume

$$\alpha : \beta : \gamma = \frac{a}{l} : \frac{b}{m} : \frac{c}{n},$$

come è facile riconoscere che la tangente la linea S_3' in questo punto ha per equazione

$$\left(u\frac{a}{l}+v\frac{b}{m}+w\frac{c}{n}\right)(ax+by+cz)-\left(\frac{a^2}{l}+\frac{b^2}{m}+\frac{c^2}{n}\right)(ux+vy+wz)=0,$$

che è l' equazione di una retta parallela alla retta u. Perciò conchiuderemo che *data una retta u, le coniche conjugate colla k', che hanno i loro centri in una conica V determinata dai due punti all' infinito e dal centro della k' e dalle intersecazioni di questa conica colla retta u, hanno per poli dei loro contatti i punti del sistema di due linee formato dalla retta all' infinito e da una linea del 3° ordine a doppio contatto colla k' nella retta all' infinito e che passa pel punto all' infinito della retta u, passa pel centro della k' ed ha in questo punto la tangente parallela alla retta u, e passa pei due punti d' intersecazione della retta u colla conica k'.*

CONTRIBUZIONE

ALL' ANATOMIA PATOLOGICA DELLA LEUCEMIA

Nota

DEL DOTT. GIOVANNI D' AJUTOLO

(Letta nella Sessione del 18 Marzo 1888)

Per gli esercizii di necroscopia nella Scuola di anatomia patologica di Bologna, il 15 Dicembre 1887 fu portato il cadavere d'una ragazza di nove anni, la quale in vita aveva offerto sintomi di anemia gravissima. La sezione dimostrò che essa era morta di leucemia, e siccome tra le localizzazioni morbose alcune mi parvero affatto nuove ed altre di grado assai notevole, così mi decisi di farne argomento di una Nota.

Storia — La ragazza, nata di assai gracile costituzione, stette bene fino al 4° anno, e nel 5° in seguito a scarlattina divenne considerevolmente pallida. Passò poi relativamente bene i tre anni successivi, ma nel 9°, senza cagion nota, fu presa da debolezza e da anoressia, che le durarono dal gennaio al maggio; migliorata alquanto in estate, in autunno ricadde malata per soccombere miseramente.

Le cose andarono così. — Verso la fine di Ottobre la debolezza ricomparve, accompagnata da cefalea e dolori di ventre, da turgore delle glandole cervicali e petecchie nella cute, e quindi da un' otalgia forte, che dopo aver durato alcuni giorni in ambidue i lati finiva colla sordità.

Indebolitasi così maggiormente, a' primi di Dicembre la ragazza era obbligata a confinarsi in letto. Allora le urine divennero scarse e sedimentose, poi le evacuazioni si fecero diarroiche e sanguinolente e finalmente apparve il vomito, che affrettò il collasso e quindi la morte, la quale avvenne verso le due antimeridiane del giorno 14 Dicembre.

Durante la malattia la ragazza non ebbe, a quanto pare, mai febbre. I suoi genitori sono tuttora viventi e sani, e così pure i fratelli. Abitò in campagna a pian terreno fino al 5° anno, prima cioè che insorgesse la scarlattina; poscia in città in casa abbastanza buona. Il suo vitto non fu certo sufficiente, attese le misere condizioni della sua famiglia.

Autopsia — Fu eseguita 36 ore dopo la morte ed ecco ora quanto fu notato in proposito.

Il cadavere, di statura alta, ha cute pallida e numerose petecchie sul corpo, nutrizione scarsa.

Nelle regioni cervicali, ascellari ed inguinali le glandole linfatiche appajono grosse fino al volume di una piccola noce. Sono pallide e cosparse di punti emorragici. Le più grosse presentansi molli al tatto e succolenti al taglio.

Cavità cranica — La dura madre aderisce più tenacemente del solito alle ossa craniche. La sua superficie interna è levigata e regolare verso la base; verso la volta invece mostrasi alquanto irregolare a motivo di alcune rilevatezze di colore giallo-roseo cosparse di punti emorragici, le quali son disposte a rete in ambidue i lati e specialmente nei due terzi anteriori della volta. Sono esse circa 1 millim. alte e da 3-5 millim. larghe e pare che seguano dappertutto i vasi sanguigni, donde l' aspetto a rete testè descritto.

Le meningi sottili sono opacate, i loro vasi venosi pieni di sangue. Gli emisferi cerebrali pallidi; pallidi del pari il cervelletto, il ponte del Varolio ed il midollo allungato.

La pachimeninge spinale è ingrossata; il midollo spinale non offre nulla di particolare.

Cavità toracica — In corrispondenza del timo si notano alcune glandole linfatiche ingrossate, pallide e succolenti, come quelle osservate altrove. Il timo è voluminosissimo, specie nel suo lobo sinistro ed offre non pochi punti emorragici. Esso inoltre è più consistente dell' ordinario, pesa 140 grammi ed al taglio mostrasi molto succolento.

Il pericardio è molto opaco. Le cavità destre del cuore sono dilatate e contengono piccoli coaguli fibrinosi. Si vede ancora in parte pervio il forame ovale. Nulla di notevole nell' aorta. Il sangue è un po' sbiadito.

Opacate pure sono le pleure ed in ognuna di esse si trovano circa 100 grammi di trasudato. Notevolmente pallidi mostransi la trachea ed i bronchi e gli stessi polmoni, i quali poi lasciano notare enfisema ai margini ed agli apici ed edema nel resto. Verso la loro superficie i polmoni presentano inoltre qua e là un qualche inspessimento di tessuto in forma di piccole placche bianchiccie, le quali comprendono tanto la pleura quanto il parenchima polmonare per la spessezza di 2-3 millimetri.

Cavità addominale — Il peritoneo è normale, normale pure la posizione dei visceri.

La lingua è pallida ed un po' ingrossata; la mucosa faringea tumida e cosparsa di piccole emorragie, specie nella sua porzione superiore o respiratoria. Pallida è

la mucosa dell'esofago, dello stomaco e dell'intestino: ingranditi i follicoli solitarii e le placche del Peyer.

Le glandole salivari offrono aumento del loro volume. Molto ingrossate inoltre appaiono le glandole linfatiche del mesenterio e dei lombi, le quali hanno gli stessi caratteri notati per quelle del torace.

Il fegato è alquanto ingrandito e di forma regolare; la sua capsula è opacata, la consistenza cresciuta; contiene poco sangue. Gli acini sono ben distinti e di color violaceo chiaro circondati da linee di colore grigiastro. La cistifellea è piena di bile giallo scura.

La milza ha quasi raddoppiato il suo volume, aumentata la consistenza, la capsula inspessita. Scricchiola al taglio. Possiede poca polpa ed offre un colore grigio-rossastro sulla superficie di sezione.

Anche i reni son cresciuti di volume; hanno forma regolare e colorito pallido, dove grigiastro e dove bianco-sporco ed offrono piccole aree emorragiche alla superficie. La loro consistenza è aumentata. Al taglio mostrano le due sostanze ben distinte in alcuni punti, poco in altri ed offrono le stesse variazioni di colore che alla superficie esterna, ad eccezione de' $^2/_3$ interni di tutte le piramidi, dove sopra un fondo grigiastro appaiono numerose linee giallo-ranciate convergenti verso le papille, dovute ad infarti urici.

Gli ureteri mostransi normali. La vescica contiene urina mista a grumi sanguigni. — L'utero e le ovaia sono un po' ingrossati.

Nelle ossa lunghe la sostanza compatta mostrasi bene sviluppata e la midolla offre un colore rosso-scuro, dove più dove meno intenso per emorragie. Nei muscoli non di rado osservansi piccole emorragie.

Esame istologico — La prima cosa ad essere esaminata, com'è agevole comprendere, fu il sangue. Presone dalla vena femorale sinistra e sottopostolo al microscopio, vi trovai i globuli rossi diminuiti ed i bianchi invece considerevolmente aumentati di numero, per modo che questi stavano a quelli come 1 : 20; oltre a ciò vi rinvenni alcuni cristalli trasparenti, aghiformi simili a quelli che sono stati veduti nel sangue de' leucemici dopo la loro morte e che sono conosciuti col nome di cristalli di *Charcot* (1).

Sistema nervoso — Esaminando la dura madre cerebrale là dove presentasi rilevata, nessuna alterazione si riscontra sulla sua faccia interna (Fig. 1ª *si*). Nell'interstizio invece tra i due foglietti, che la compongono, ed anche in mezzo ai fasci fibrosi del foglietto interno (*fi*) si osserva una cospicua produzione linfoide *i*, costituita, come il tessuto citogeno, da un fino reticolo di connettivo e da cellule linfoidi, ed in mezzo alla quale scorrono capillari sanguigni quando turgidi di san-

(1) V. Cohnheim — Lezioni di Patol. generale. Vol. I, pag. 267. Napoli 1878.

gue e quando ripieni di globuli bianchi (Fig. 2ª). I globuli bianchi per la maggior parte sono piccoli e la loro conformazione varia dalla rotonda alla poligonale. Se ne trovano a quando a quando anche verso la superficie del foglietto esterno, ma in nessun punto danno luogo a produzioni cospicue, come quelle descritte prima.

Le meningi sottili offrono un semplice inspessimento fibroso. La sostanza cerebrale non pare alterata, però i suoi vasi più piccoli sono qua e là pieni di cellule linfoidi, e talvolta in tal copia da trovarsene dei piccoli accumuli nelle lacune linfatiche che li circondano.

La dura madre spinale risulta ingrossata per un aumento dei suoi fasci fibrosi. Il midollo spinale non offre nulla d' importante.

Esaminando la retina, vi si nota una infiltrazione di cellule linfoidi, dove più dove meno cospicua, fino a costituirvi talvolta dei piccoli noduli.

Sistema circolatorio — Le pareti del cuore a tratti offrono una leggiera infiltrazione linfoide e nel miocardio a quando a quando le fibre muscolari appaiono finamente granulose, per modo che la striatura trasversale non vi è più ben manifesta. In quanto poi alle grandi arterie ed alle grandi vene nulla vi ha di particolare.

Timo — L' ingrossamento ragguardevole, che esso ha presentato, è dovuto specialmente alla iperplasia notevole degli elementi linfoidi, i quali mentre ne hanno immensamente ingranditi i lobuli, ne hanno d' altra parte infiltrati i setti fibrosi; percui alla osservazione microscopica l' organo ha quasi perduto il suo aspetto lobulato normale. A questa infiltrazione cellulare ha partecipato anche la capsula fibrosa dell' organo, giacchè nella spessezza della medesima veggonsi qua e là degli accumuli linfoidi, dove più dove meno estesi. Ad onta però dell' abbondanza degli elementi cellulari, in nessun punto delle sezioni microscopiche si scorge traccia di degenerazione, anzi le cellule si mostrano intensamente colorate tanto dal carminio quanto dalla ematossilina.

Apparecchio respiratorio — Un certo grado d' infiltrazione linfoide riscontrasi nella mucosa della trachea, specie attorno alle glandole, e nella parete dei bronchi. Ma assai più notevole la si vede nelle pareti degli alveoli e dei vasi polmonari, tantochè in alcuni punti il lume dei primi rimane obliterato e quello dei secondi ristretto. Talvolta a ridosso degli alveoli e dei vasi si trovano noduli di un tessuto simile al citogeno. Fasci di connettivo compatto, finalmente, costituiscono le placche che abbiamo trovato nella superficie dei polmoni.

Apparecchio digerente — Nella lingua le papille sono bene sviluppate ed offrono le loro anse vasali spesso ripiene di elementi linfoidi. Di questi elementi si trova traccia anche fuori dei vasi, onde il tessuto che esse infiltrano assume l' a-

spetto del tessuto adenoide. Lo stesso fatto osservasi pure in mezzo ai fasci muscolari.

La mucosa faringea per la stessa ragione ha quasi perduto la sua ordinaria struttura, e vedesi invece convertita in un grosso strato di tessuto citogeno, in cui sono frequenti piccoli focolai emorragici.

Gli elementi linfoidi abbondano pure nella mucosa dello stomaco e dell' intestino, tanto dentro quanto fuori dei vasi sanguigni ed i follicoli linfatici sia semplici sia agminati offrono una iperplasia notevole de' loro elementi cellulari.

In quanto alle glandole salivari, è degno di nota il fatto che nelle parotidi e nelle sottomascellari trovasi una produzione linfoide in forma di tessuto citogeno (Fig. 5ª *tc*), la quale avvolge gli acini ed i dotti escretori. Essa è più cospicua intorno a questi ultimi e gli elementi cellulari che entrano a comporla mostransi anche qui piccoli e di forma varia ed inoltre non presentano traccia alcuna di degenerazione. Il pancreas non offre particolarità degne di nota.

Nelle glandole linfatiche del mesenterio, l' alterazione consiste nell' iperplasia degli elementi che le compongono e specialmente delle cellule linfoidi, che ne hanno ingranditi e stipati i follicoli ed infiltrati i setti fibrosi. Simile fatto osservasi pure in tutte le altre glandole linfatiche notate di sopra, per cui faremo a meno di discorrerne più oltre.

In quanto al fegato, esso offre bene sviluppati i suoi acini, e la capsula del Glisson è alquanto ingrossata, non solo per aumento del connettivo, che la costituisce, ma altresì per la presenza di un gran numero di cellule linfoidi ordinariamente piccole, che la infiltrano, convertendola in una specie di tessuto adenoide.

Milza — Nella milza osservasi innanzi tutto un' iperplasia tanto della polpa quanto dei corpuscoli del Malpighi. La sua capsula è ingrossata sia per aumento del connettivo sia per un lieve grado d' infiltrazione linfoide. Le arterie offrono il loro lume ristretto e non di rado sono trombizzate (Fig. 4ª, *l*). Più di tutto però richiamano l' attenzione le grandi vene (Fig. 5ª, *V*), giacchè nel loro lume e non di rado al disotto dello strato endoteliale *e*, osservasi una raccolta di cellule, in gran parte linfoidi *i*, le quali mentre sollevano irregolarmente l' endotelio, giungono altresi a restringere il lume vasale.

Apparecchio uro-poietico — In ambidue i reni, il tessuto interstiziale è generalmente aumentato a cagione di un numero grandissimo di cellule linfoidi spesso piccole e di forma non sempre regolare, le quali non solo riempiono e dilatano i capillari sanguigni, ma ne infiltrano ancora il connettivo, costituendovi perfino de' veri accumuli. Questo fatto nella sostanza midollare è meno cospicuo che nella corticale, dove talvolta occupa zone molto estese; e qui, come si è visto altrove, si nota pure che gli elementi linfoidi, benchè si trovino stipati fra loro, pure non offrono traccie di degenerazione. Infiltrati di cellule linfoidi veggonsi pure i

glomeruli del Malpighi, l' avventizia delle arterie e le tonache tutte delle vene. L' epitelio dei tubuli generalmente è ben conservato ed il lume loro dilatato; e mentre nella sostanza corticale a quando a quando essi contengono cilindri jalini, nella sostanza midollare invece presentansi spesso infarciti di cristalli urici.

Capsule soprarenali — La loro sostanza corticale in alcuni punti è ben conservata, in altri è ridotta al semplice strato glomerulare esterno, ed in altri punti ha subìto la degenerazione ialina. La sostanza midollare invece offre tale un rigoglio cellulare, che difficilmente se ne discerne la struttura alveolare normale, e le cellule vi son date per la massima parte dalla iperplasia di quelle dell' organo ed in minima parte da elementi linfoidi, collocati ora dentro ed ora fuori dei vasi capillari.

Organi generativi — Neppur questi sono rimasti immuni dal processo morboso descritto nei varii organi. Di fatto, tanto nelle ovaie quanto nella spessezza delle pareti uterine si trovano tratti di tessuto neoformato simile al citogeno. Nelle ovaia poi un tal fatto è spiccatissimo specialmente ai dintorni dei follicoli del Graaf, di cui qualcuno si vede dilatato e ripieno di sangue.

Ossa — Esaminando la midolla delle ossa, questa si trova assai ricca di corpuscoli rossi e bianchi, povera invece di cellule midollari. I corpuscoli bianchi sono spesso piccoli, allo stato cioè di semplici nuclei, o di globulini *(Robin)*, e si trovano ora liberi ed ora invece contenuti nelle maglie di un fino reticolo di connettivo simile a quello del tessuto adenoide.

Muscoli, cute, glandole mammarie — In tutti questi organi non si riscontra alterazione alcuna che sia meritevole di particolare menzione.

Considerazioni — Che la ragazza fosse veramente leucemica, risulta provato e dall' abbondanza dei globuli bianchi nel sangue, che costituisce il carattere patognomonico di tal forma morbosa e dalle abnormi produzioni linfoidi riscontrate in molti organi. Dico ordinariamente, perchè il *Leube* ed il *Fleischer* (1) hanno descritto un caso di leucemia, in cui la milza, le glandole linfatiche e la midolla delle ossa non offrivano alterazione particolare. Se poi si considera che questi organi nel caso in discorso erano considerevolmente ammalati ed i globuli bianchi per la maggior parte piccoli, allora si potrà ascrivere questo caso alle forme miste, ma prevalentemente linfatiche della leucemia.

Come ho accennato in principio di questa Nota, il caso attuale merita di essere

(1) Virchow's Archiv. B. d. 83, V. Ziegler. Tratt. di Anat. patologica, Vol. I, parte II, pag. 21. Napoli 1884.

conosciuto, perchè, oltre alle localizzazioni leucemiche ordinarie (negli organi emapoietici, nel fegato, nei reni), esso ne ha offerto in grado notevole alcune, che sono assai rare, ed altre che mi paiono affatto nuove; per cui viene a costituire l'osservazione più ricca di localizzazioni leucemiche che io mi conosca.

Tra le localizzazioni, che raramente si osservano nella leucemia, in questo caso è innanzi tutto meritevole di particolare ricordo quella della dura meninge cerebrale, non solo per l'estensione notevole che aveva, ma ancora, e più, per la disposizione a rete assuntavi e per la sede prescelta, vale a dire l'interstizio tra due foglietti della meninge. Per quanto io so, questa particolare disposizione e sede non fu mai notata finora; ed invero se si riscontra il caso di *Kelsch*, che è il più cospicuo di tal genere, si troverà che il prodotto morboso (rappresentato ivi pure da una specie di tessuto citogeno) era foggiato a membrana ed esisteva solamente alle superfici della dura madre.

E degno pure di nota è certamente il timo pel considerevole volume raggiunto da costituire uno degli esempi piú notabili di affezione leucemica di tale organo. Esso infatti pesava 140 grammi e tra i pochi casi, che trovo registrati nella scienza (riferiti da *Mulder*, *Erhlich*, *Virchow*, *Isambert* e *Cnyrim* (1)) una sol volta raggiunse il peso di 134 grammi ed un' altra si presentò così voluminoso da ricoprire tutto il cuore di un ragazzo di 5 anni (*Cnyrim*).

Come localizzazioni leucemiche poi del tutto nuove io debbo considerare quelle delle glandole parotidi e sottomascellari (2) perchè l'alterazione leucemica in forma di tessuto citogeno che vi ho riscontrato, non la ho trovata descritta da altri, e per la stessa ragione io debbo richiamare l'attenzione sulla infiltrazione delle pareti dei vasi polmonari e dei bronchi che ho notato a suo luogo, e sugli accumuli di cellule prevalentemente linfoidi rinvenuti sotto l'endotelio delle grandi vene spleniche con effetto di restringimento del lume vasale.

Tutte le dette alterazioni certamente non sono che secondarie del processo leucemico, e molto probabilmente iniziatesi colla emigrazione dei leucociti dal sangue (divenutone ricco, come di solito, in seguito alla alterazione degli organi emapoietici), esse hanno poscia raggiunto un tale sviluppo per moltiplicazione *in loco* dei leucociti medesimi, come Bizzozero ha veduto in casi consimili (3).

Un ultimo fatto degno pure di essere ricordato in questo caso sono gl' infarti urici avvertiti in tutte le piramidi renali; reperto, che per quanto mi è noto, non è stato mai descritto nei leucemici, ma che si collega assai bene, geneticamente,

(1) Sono citati da Jaccoud e Labadie-Lagrave nell'art. « Leucocythémie » del Nouveau Dict. de Méd. et de Chir. pratiques. Tom. XX, pag. 433. Paris 1875.

(2) Dopo che era già stampata questa Nota, ho letto nell'Art. « Leucemia » dell'*Eichkorst* di recente pubblicato in italiano, che queste localizzazioni erano state vedute anche da qualche altro. (V. Trattato di patologia e terapia speciale. Vol. II, pag. 636).

(3) Bizzozero G. Sulla natura delle produzioni leucemiche secondarie. Arch. per le Sc. mediche. Vol. IX, N. 3. Torino 1885.

col processo morboso in discussione. Ed invero nei leucemici, specialmente nell' ultimo periodo di loro vita, si trovano di frequente riunite quasi tutte le condizioni più essenziali per la precipitazione dell' acido urico; e cioè:

1° l' aumento considerevole della produzione del medesimo (fino a sorpassare del 64 % la norma, come osservarono il *Pettenkofer* ed il *Voit*).

2° la diminuzione e quindi la concentrazione delle urine.

3° l' acidità soverchia di queste ultime.

Ora se immaginiamo che altrettanto siasi verificato anche nel caso attuale (le urine infatti negli ultimi giorni divennero scarse e sedimentose) ed inoltre se riflettiamo che l' alterazione leucemica del rene (ingrossamento del tessuto interstiziale per una infiltrazione di cellule linfoidi) doveva rendere assai difficile l' escrezione dell' urina, allora noi ci renderemo agevolmente conto della ragione del fenomeno. — Questo fatto poi è molto importante, perchè dimostra che non solo nei neonati e nei gottosi (come si dice comunemente) (1), ma ancora (sebben forse di rado) nei leucemici possono aver luogo infarti urici nei reni.

In quanto poi alla causa, che ha prodotto la leucemia nella ragazza, io non ne trovo alcuna che meriti di essere considerata come tale; e quelle circostanze, che precedettero lo sviluppo della malattia, quali la gracile costituzione, l' abitazione al pian terreno fino al 5° anno, il vitto scarso e la scarlattina stessa, secondo me, non possono essere considerate che come semplici condizioni predisponenti, tutt' al più. E dico *tutt' al più*, senza affermarlo recisamente, perchè vediamo che tali condizioni si danno spesso e senza che si determini leucemia, come al contrario vediamo sorgere la leucemia in condizioni perfettamente opposte. Che se la ragazza divenne pallida subito dopo il processo scarlattinoso, ciò, a mio avviso, non vuol dire che divenne leucemica fin da quel momento, imperocchè il pallore per sè solo non costituisce leucemia; invece è più probabile che allora sia rimasta semplicemente oligoemica, e che la leucemia siasi sviluppata dopo, nel 9° anno, quando apparvero i sintomi più spiccati di tal forma morbosa, vale a dire, la prostrazione, le petecchie, il turgore glandolare ecc. Di guisa che, se la scarlattina ha influito in questo caso, essa avrà potuto farlo solo indirettamente, debilitando cioè l' organismo e rendendolo per conseguenza più vulnerabile all' azione della causa morbosa.

Quale però sia questa causa, o agente patogeno, la scienza tuttora l' ignora. Egli è però non improbabile che essa consista in un agente infettante (*Klebs*) (2), il quale prima si fissi negli organi emapoietici e poscia si propaghi altrove. Ed in questo concetto si è pure indotti dal vedere, che le produzioni morbose offrono una forma costante e che a simiglianza di quelle del rinoscleroma (ritenuto oggi come

(1) Rindfleisch. Traité d' histologie pathologique. pag. 505. Paris 1873.
(2) V. Ziegler. Tratt. di Anat. patologica, Vol. I, parte II, pag. 21. Napoli 1884.

malattia parassitaria (1)) non vanno ordinariamente soggette a processi degenerativi. Che se poi le ricerche fatte finora non hanno ancora approdato a nulla di positivo, tutto però induce a credere che, come sono stati risolti molti problemi scientifici, in proporzione di questo anche più ardui, così verrà sciolto, e speriamo in un tempo non lontano, ancor questo della leucemia, che è uno dei non pochi e non meno importanti, che tuttora incombono alla scienza.

(1) Alvarez. Recherches sur l'anat. pathologique du Rhinosclérome. Arch. de Phys. 15 févr. 1886. Revue des Sc. Med. de Paris. 15 Oct. 1886, pag. 447.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª — Sezione della dura meninge cerebrale in corrispondenza dei tronchi vascolari meningei medii *(va, vav)*. × 70.

si, superficie interna.

se, superficie esterna.

i, infiltrazione di elementi linfoidi tra due foglietti *(fi, fe)* della meninge.

fi, foglietto interno.

fe, foglietto esterno.

i''. *i''*, infiltrazione linfoide perivasale.

i''', infiltrazione linfoide verso la superficie esterna della meninge.

Fig. 2ª — Mostra la grandezza e la forma degli elementi linfoidi intra ed extra vascolari nella dura meninge. × 300.

c, capillare sanguigno.

cl, elementi linfoidi.

Fig. 3ª — Sezione di due lobuli di glandola parotide. × 20.

c, condotto escretore.

tc, tc, tessuto citogeno attorno il condotto escretore ed attorno agli acini glandolari.

Fig. 4ª — Rappresenta la sezione trasversa di un arteria splenica. × 90.

A, arteria.

l, linee della medesima.

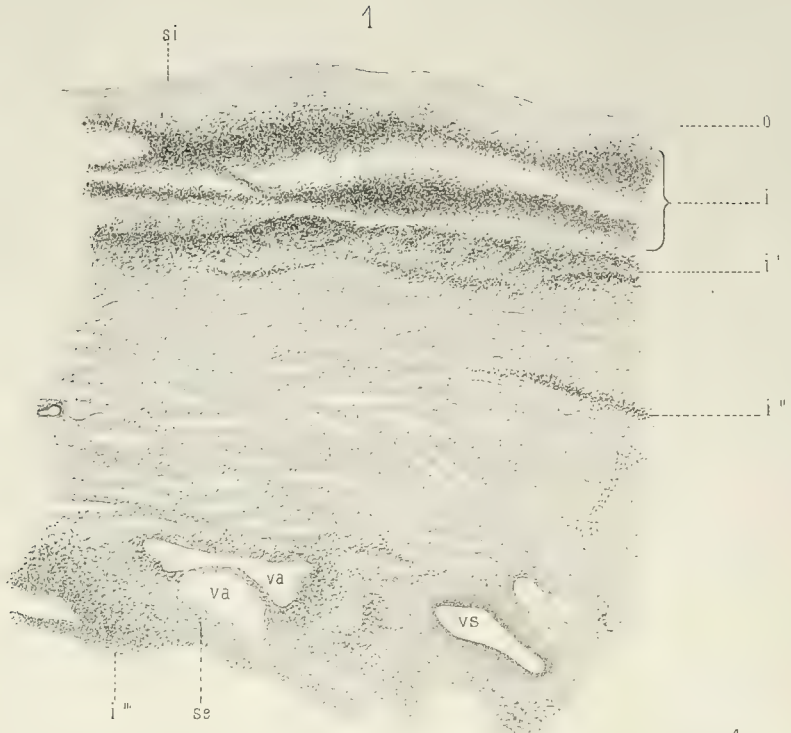
Fig. 5ª — È il disegno di una trabecola splenica, sezionata obbliquamente. × 70.

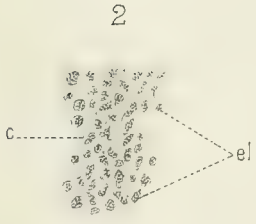
V, vena.

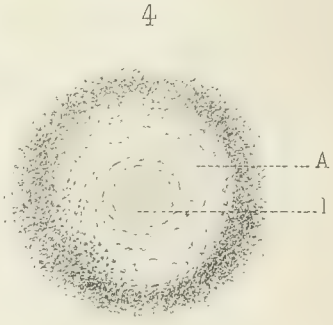
e, endotelio della medesima.

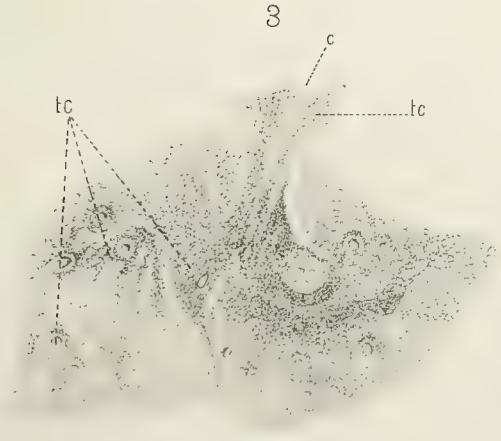
i, infiltrazione linfoide sotto endoteliale.

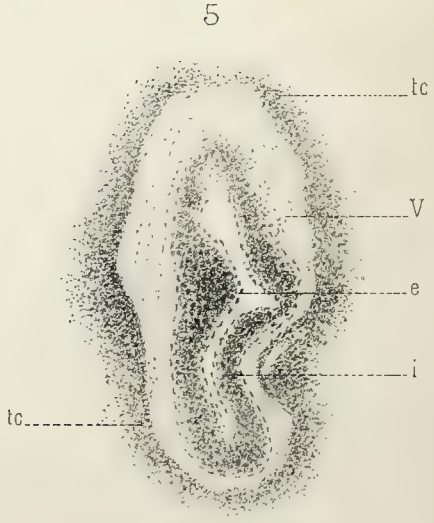
tc, polpa splenica circondante la trabecola.


1
si
o
i
i '
i "
va
va
vs
i "
se


2
c
el


4
A
l


3
c
tc
tc


5
tc
V
e
i
tc

COMPOSIZIONE ANATOMICA DEI NERVI

E LORO MODO DI TERMINARE

NEI MUSCOLI DELLE CAVALLETTE

(Oedipoda fasciata SIEBOLD)

NOTA

del Dott. VITTORIO MAZZONI

(Letta nella Sessione del 29 Aprile 1888).

Parecchi valenti istologi si fecero ad investigare il modo di terminazione dei nervi nei muscoli striati degl' insetti. Il risultato delle loro osservazioni si può riassumere e distinguere in due differenti opinioni. Alcuni di loro e fra questi ricorderò il Kölliker, Kühne, Margo, Trinchese, Foettinger, Viallanes, ecc. hanno descritto una sostanza granosa che costituisce la così detta collina del Doyère la quale trovasi interposta tra il tessuto muscolare e la terminazione nervosa. Il prof. Ciaccio per sue ricerche intorno alla struttura dei muscoli delle ali nella *Sphinx convulvuli* rinvenne come in quest' insetto manchi la collina del Doyère, e la fibra nervea giunta al fascetto muscolare si risolva in piccole fibrille le quali in linea obbliqua s' indirizzano alla volta delle strie intermedie dell' Amici.

Fra quelli che descrissero la collina del Doyère ve n' ha alcuni i quali fanno terminare la fibre nervea in mezzo alla sostanza della collina medesima, e il Moxon tra questi crede che sia formata dal cilindro dell' asse il quale al suo termine si risolva in una massa granosa. Altri per contrario ammettono che il ramo nervoso giunto sulla collina si divida in sottilissimi filamenti che proseguendo il loro cammino si pongono in rapporto con la sostanza contrattile del fascetto muscolare.

Il Kühne nel 1862 osservò che negli Artropodi le ultime diramazioni nervose giunte alla superficie della sostanza contrattile si connettono con le righe dei nuclei onde essa sostanza contrattile è fornita. Il Beale ripetendo le osservazioni di Kühne negò sì fatta maniera di terminazione.

Mi risparmio su ciò inutili apprezzamenti; riporterò solo quello che le mie indagini sull' *Oedipoda fasciata* mi hanno addimostrato riguardo al modo di terminare dei nervi nei muscoli striati di quest' artropode.

Per giungere a tal cognizione mi son valso con eccellente risultato del cloruro d' oro. Questo reattivo è però molto incerto nella sua riescita, ed i metodi comuni descritti dagli autori non rispondono in tutti i casi, abbisognando d' esser variati non solo a seconda della classe ma molte volte del genere e della specie degli animali. Il processo di Löwit che ancora meglio d' ogni altro si presta per dimostrare le terminazioni nervose nei mammiferi a nulla giova negl' insetti se alle prescrizioni dell' autore si tien dietro con stretta osservanza. Fu appunto per la modificazione di tal processo che ho potuto condurre le mie ricerche sulla terminazioni nei muscoli delle cavallette.

Vivente l' animale e tolta la parte chitinosa che forma l' esoscheletro della coscia, si prendono da questa regione piccoli pezzetti di muscolo, dello spessore di uno o due millimetri, che posti per mezz' ora in una soluzione acquosa d' acido formico al terzo, acquistano una perfetta trasparenza, necessaria affinchè la reazione risponda con buon risultato. Dall' acido formico si passano immediatamente nel cloruro d' oro all' $^1/_{100}$ ove rimangono da 7 ad 8 minuti e da qui nuovamente nella soluzione formica per 12 ore in luogo privo di luce. Subita l' azione di questi reagenti l' operazione è compiuta, e ponendo i frammenti di muscolo nella glicerina di Price in questa si conservano lungamente rimanendo acidulata dall' acido formico che i muscoli si trasportano seco.

Debbo aggiungere che i preparati fatti per diligente dilacerazione e montati nella medesima glicerina acida rimangono per lungo tempo inalterati.

Seguendo tal metodo ho potuto ottenere dei chiarissimi esemplari microscopici, nei quali oltre alle terminazioni nervose si scorge ancora ad evidenza qual sia la minuta composizione anatomica della fibra nervea di un tale artropode.

Composizione anatomica dei nervi.

Che io mi sappia nessuna osservazione venne ancora riferita che ricordi la minuta struttura anatomica dei nervi negli Artropodi. Eppure dalle mie ricerche sull' Oedipoda fasciata, mi venne dato rilevare che almeno le fibre nervee di tale artropode hanno una composizione speciale che le distingue da quelle degli animali superiori. Ed infatti i grandi nervi di quest' animale non sono costituiti dalla riunione di parecchie fibre nervose; ma è una sola e gigantesca fibra dalla quale per successive divisioni e suddivisioni nascono dei rami di differenti grandezze i quali vanno man mano assottigliandosi.

Nei grossi tronchi trattati col cloruro di oro il cilindro dell' asse apparisce di struttura fibrillare striato longitudinalmente ed occupa quasi interamente il vano d' una guaina nucleata che circonda essa fibra. Nei rami poi di una certa grandezza il cilindro dell' asse mostra occupare la parte mediana del vano della guaina medesima, ed il restante di esso è occupato da una sostanza minutamente granosa

e disposta in linee sottili secondo la lunghezza del ramo. Tale sostanza colorata in violetto sbiadatissimo è probabile che sia di natura protoplasmica. Anche qui la guaina nei suoi orli apparisce manifestamente provveduta di nuclei elittici granosi i quali non sono colorati dal cloruro di oro. Altre volte in questi medesimi rami oltre al cilindro dell' asse che occupa il mezzo del vano della guaina se ne veggono uno e talvolta due che rasentano l' orlo interno di essa.

Dal cilindro dell' asse mediano sovente si veggono partire dei cilindri dell' asse più piccoli i quali vanno a formare le ramificazioni minori. Qui come nei primi rami che si partono dal tronco c' è la sostanza medesima granosa disposta a righe longitudinali e la guaina apparisce parimenti nucleata.

Nelle ultime ramificazioni la guaina svanisce ed il cilindro dell' asse nudo si vede dividersi sotto differenti angoli e finire con estremi liberi, i quali se non sempre, per lo più si veggono fatti da uno di quei globetti onde mostrasi composto esso cilindro dell' asse quando la guaina più non lo involge.

Del modo di terminare delle fibre nervee.

La terminazione delle fibre nervee è sempre di un modo, cioè ad *estremi liberi;* quantunque ci si appresenti sotto due forme l' una *semplice*, l' altra *implicata.*

La *forma semplice* consiste in rami, che si spiccano quasi ad angolo retto da un tronco che corre per lungo sulla fibra muscolare, i quali dapprima camminano di traverso alla fibra suddetta e in essi per un certo tratto della loro lunghezza è dimostrabile la guaina nucleata. La guaina in appresso svanisce; e ciò appunto quando il ramo s' insinua tra la sostanza contrattile ed il sarcolemma immedesimandosi con questo. Il cilindro dell' asse, privo della guaina, presenta a brevi distanze dei rami laterali in forma di massette le quali non hanno che un semplice rapporto di contiguità con la sostanza contrattile. Dopo un cammino di traverso alla fibra muscolare il cilindro assile si piega sotto differenti angoli dirigendosi secondo la lunghezza della fibra medesima. Spesse volte s' osserva che nel suo corso incontrando dei nuclei della fibra muscolare gitta come alcune prominenze laterali le quali vanno a metter capo sopra la sostanza dei nuclei senza immedesimarsi con essa.

Dopo un breve tragitto in direzione della lunghezza della fibra muscolare il cilindro dell' asse s' arresta alla superficie d' uno dei nuclei del sarcolemma dividendosi in sottili rami, alcuni dei quali rasentano gli orli dei nuclei. La sua ultima terminazione è però quasi sempre rappresentata da un solo rigonfiamento in forma di globetto o da due o talvolta tre globetti, i quali riposano alla superficie della sostanza granosa del nucleo.

Le *forma implicata* è costituita da ramificazioni spesse e reiterate del cilindro dell' asse le quali si sovrappongono ed intersecano in varia guisa. Il cilindro del-

l' asse in questa forma assai implicata di terminazione apparisce formato parte di globetti, parte di massette di forma irregolare, le quali massette risultano dall' unione di parecchi globetti. Tanto gli uni che le altre riposano alla superficie della sostanza contrattile e non mostrano rapporti nè con questa nè coi nuclei della fibra muscolare.

Significato delle lettere adoperate per la spiegazione delle figure.

ca - Cilindro dell' asse.
g - Guaina del nervo.
ng - Nuclei della guaina del nervo.
sgf - Sostanza granosa fibrillare.
fm - Fibre muscolari.
n - Nuclei della fibra muscolare.
gt - Globetti terminali.
mt - Massette terminali.

DICHIARAZIONE DELLE FIGURE

Le Figure che sono nella tavola qui annessa furono disegnate col sussidio della camera lucida Abbè-Zeiss, all' altezza del tavolino del microscopio.

Fig. 1ª — Grosso tronco nervoso formato da una sola e gigantesca fibra nervea. (Oc. 2, Obb. 7, Koristka).

Fig. 2ª — Tronco nervoso di media grandezza con un solo cilindro dell'asse che occupa il mezzo del vano della guaina nucleata. (Oc. 3, Obb. 7, Koristka).

Fig. 3ª — Tronco nervoso di media grandezza, con due cilindri dell' asse contenuti nel vano d' una sola guaina. (Oc. 4, Obb. 5, Koristka).

Fig. 4ª — Piccola fibra nervea provvista di guaina nucleata (Oc. 4, Obb. 8, Koristka).

Fig. 5ª — Forma *semplice* di terminazioni nervose (Oc. 4, Obb. 5, Koristka).

Fig. 6ª — Terminazione nervosa *implicata*. (Oc. 4, Obb. 5, Koristka).

Fig. 7ª e 8ª — Terminazione delle fibre nervee sui nuclei della fibra muscolare. (Oc. 2, Obb. 20, Koristka, tubo tutto allungato).

Fig. 1.

Fig. 3.

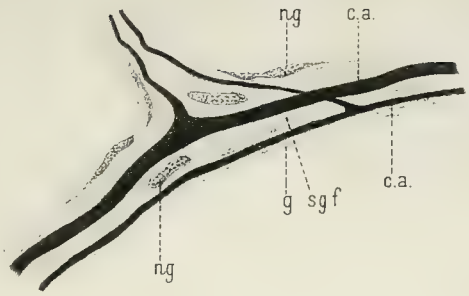


Fig. 2.

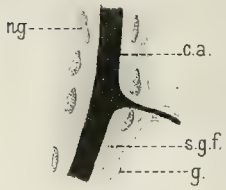


Fig. 5.

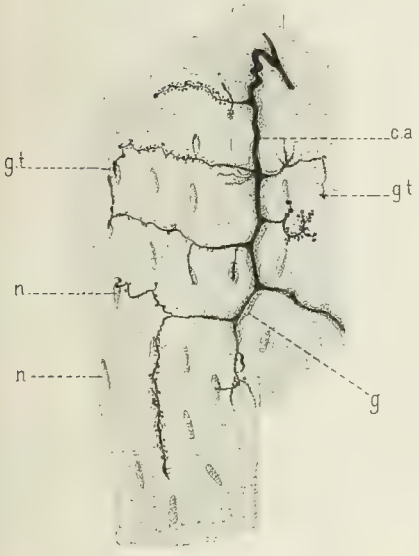


Fig. 6.

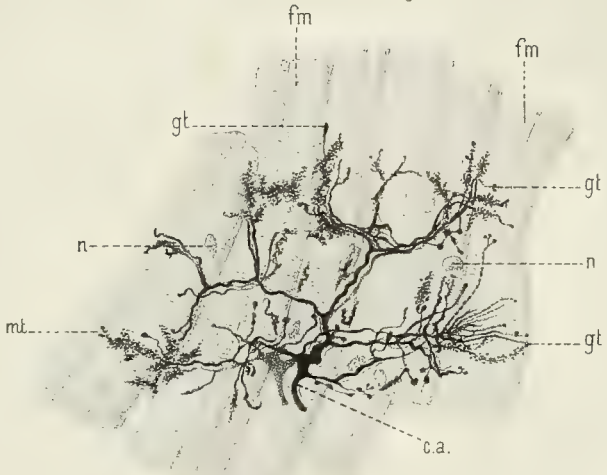


Fig. 8.

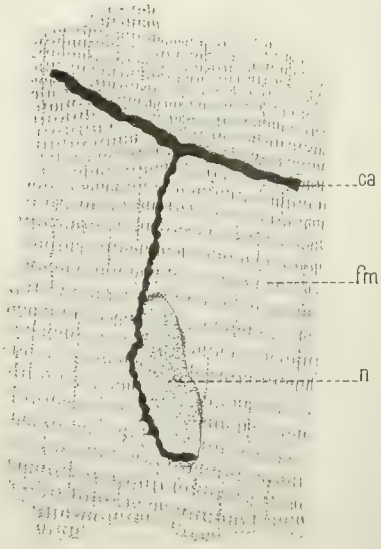


Fig. 7.

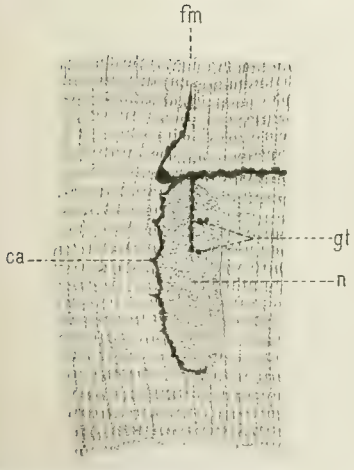
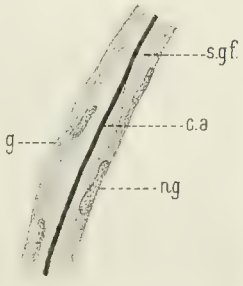


Fig. 4.



Pio Pº Gregori dis. dal vero, ed in pietra.

lit. G. Wenk e Figli — Bologna.

DUE CASI NELLA SPECIE UMANA

DEL GENERE

SYNCEPHALUS DILECANUS

(*Diphallus* GURLT)

MEMORIA

DEL PROF. CESARE TARUFFI

(Letta nella Sessione del 25 Novembre 1888)

Non è raro il caso che gli anatomici scuoprano circostanze di grande importanza scientifica in deformità congenite che appartengano a generi già conosciuti. È però un raro avvenimento l'incontrarsi in deformità non assolutamente nuove, ma ignorate dai più celebri trattatisti di Teratologia umana (MECKEL, Is. GEOFFROY SAINT-HILAIRE, FÖRSTER ed AHLFELD). Ora questa fortuna noi l'abbiamo avuta nell'anno corrente (1888) mercè la cortesia di due rispettabili Colleghi, a cui tributiamo i meritati ringraziamenti, e così possiamo completare una serie di mostruosità anche imperfetta.

I. — Il Dott. VALERANI, stimatissimo chirurgo di Casal Monferrato, ci invitò gentilmente a vedere un bambino che aveva gli organi generativi maschili duplicati, ed all' annunzio d' un fatto così straordinario non esitammo ad accogliere l' invito e ci portammo sul luogo ai 25 settembre, ove potemmo verificare quanto il sullodato chirurgo aveva con molta accuratezza già esposto in una Nota (1) ed aggiungere alcune ricerche per interpretare la natura del caso. Ecco quanto rilevammo all' esame del bambino.

Il fanciullo di 42 mesi, alto 80 cent., era il terzo nato da contadini sanissimi. Egli aveva l'aspetto florido e possedeva due peni forniti dell'uretra e due scroti bene conformati, ed ognuno di questi apparecchi era inserito ad una piega dell' inguine. I due peni distavano fra loro dal punto d' origine nove cent., mostravano il volume e la lunghezza propria d'un fanciullo dell'età suddetta ed erano diretti verso l' interno; l' unica differenza fra i medesimi si era che il destro aveva il glande

(1) VALERANI FLAVIO — *Note teratologiche.* Archivio di Ortopedia. Milano, 1887, N. 5, 6.

coperto per intero dal prepuzio. Nello scroto situato sul lato destro si riconoscevano due testicoli, in quello situato a sinistra non si trovava che un solo testicolo. In luogo poi d'un solo orificio anale ve ne erano due fra loro distinti, piuttosto ristretti, ciascheduno dei quali era situato al di dietro del rispettivo scroto e distava dal medesimo per 1 centimetro e mezzo. I genitori affermavano che le evacuazioni alvine accadevano contemporaneamente dai due orifici.

Esaminando la pelvi appariva assai più ampia del solito, e la regione sacrale sembrava alquanto più larga. L' ampiezza della pelvi veniva confermata dalle misure, poichè la distanza fra le due spine superiori anteriori degl' ilei era di 165 millim. ed il diametro bitrocanterico era di 185 millim. (1). Trovammo ancora la mancanza del pube o per meglio dire la diastasi notevole fra le due ossa pubiche, lasciando un intervallo circa di tre centim., dal quale sporgeva un tumore sottocutaneo, cedevole, elastico, che compresso, dava luogo talvolta all' uscita dell' urina dalle due uretre; uscita che al dire dei parenti accadeva sempre spontaneamente. Finalmente rilevammo che le coscie del bambino, posto verticalmente od orizzontalmente, non si toccavano alla loro radice interna, distando centim. 3 1|2, e che i due piedi avevano la direzione ordinaria.

Rilevate le cose suddette ci facemmo la questione se oltre la duplicità degli organi generativi e dell' intestino retto, anche la pelvi partecipava alla doppiezza, come poteva supporsi. E per vero il fatto che essa era ampia ci rendeva propensi per l' affermativa. Rimaneva però da escludere che ciò fosse l' effetto della diastasi del pube; ma avendo veduto che gl' ilei erano bensì allontanati fra loro, ma non diretti verso l' esterno colla loro porzione anteriore (come si desumeva ancora dalla direzione normale degli arti e dei piedi) e che non erano modificati nè nella grandezza, nè nella forma, inducemmo che l' accrescimento della

(1) Misure prese su sei fanciulli degli Asili di Bologna.

	Età	Statura	Diametro bitrocanterico	Diametro bisiliaco
Fanciullo primo . . .	Mesi 35	Metri 0,870	Metri 0,165	Metri 0,150
» secondo . .	» 40	» 0,950	» 0,160	» 0,145
» terzo . . .	» 42	» 0,860	» 0,170	» 0,135
» quarto . .	» 43	» 0,910	» 0,165	» 0,130
» quinto . .	» 44	» 0,930	» 0,165	» 0,125
» sesto . . .	» 47	» 0,900	» 0,165	» 0,125
Fanciulli Num. 6 . .	Media » 41,83	Media 0,903	Media 0,165	Media 0,135
Fanciullo con due peni	Mesi 42	Metri 0,800	Metri 0,185	Metri 0,165

circonferenza della pelvi dipendesse dall'accrescimento del sacro, e per analogia con altri casi congeneri, studiati anatomicamente, ma non eguali, concludemmo che esso (come le parti molli poste anteriormente), doveva possedere caratteri di duplicità.

L' analogia da noi invocata risguarda ora casi di parasitismo, in cui oltre un arto sopranumerario eravi duplicità degli organi generativi e dell' ano, ed in cui esisteva un rudimento di pelvi incastrato fra le parti costituenti la pelvi dell'autossita, ed ora casi in cui gli arti sopranumerari erano disposti in guisa da doversi ammettere la duplicità completa e simmetrica della pelvi, dove che noi siamo condotti ad ammettere che nel fanciullo la duplicità sia bensì simmetrica, ma ridotta alla presenza di due sacri fusi lateralmente e parallelamente fra loro, i quali permisero lo sviluppo dei due ilei esterni allo stesso livello, ed impedirono lo sviluppo dei due ilei interni, ed in tal modo possiamo intendere come la regione sacrale ci apparisse esternamente più larga del solito e come i due ilei esterni fossero normali e non si congiungessero anteriormente.

II. — Il secondo caso di duplicità degli organi generativi maschili l' abbiamo veduto in Forlì nei primi giorni d' ottobre 1888, mercè la cortesia del Dott. Antonio Seganti. Trattavasi d' un uomo di campagna, dell' età di 40 anni, venuto da poco tempo in città per fare il servente ad una famiglia, il quale aveva goduto sempre ottima salute fino a pochi mesi or sono, quando fu affetto da stitichezza di corpo, che giunse al grado da obbligarlo a chiamare il suddetto medico per liberarsi dalle molestie, e questi allora s' avvide della singolare mostruosità che l' infermo non aveva mai svelato ad alcuno.

Il medico rivedendo più volte l' infermo potè con agio esaminare i caratteri della deformità, i quali non differiscono per alcun riguardo da quelli del fanciullo sopra accennato, tranne che havvi un rilievo osseo sulla linea mediana della pelvi al di dietro della vescica, ed imparò dall' infermo che i due peni andavano soggetti contemporaneamente ad erezione e che egli s' era astenuto dall' ammogliarsi per mantenere occulto il suo stato (1). La nostra visita però non riuscì a raccogliere dati ulteriori, nè a permettere di trarre la fotografia, stante la renitenza dell' infermo ad un esame rigoroso ed a farsi vedere da estranei. Potemmo però notare la straordinaria larghezza della pelvi e del sacro e la direzione normale dei piedi, lo che ci conduce ad applicare al presente caso le considerazioni fatte per il precedente.

Rimane ora da stabilire qual posto compete ai due casi suddetti in un buon ordinamento teratologico. Ma avanti di risolvere un tale quesito dobbiamo cer-

(1) Il contadino però se avesse seguito la inclinazione sessuale avrebbe incontrato una grande difficoltà a compiere il coito, salvo che avesse adottato l' espediente di tenere con una benda fissato un pene in erezione contro l' addome.

care lo stato della scienza a tale proposito. Egli è bensì vero che tutti i Trattatisti di Teratologia umana tacciono intorno alla duplicità degli organi generativi maschili in soggetti privi d' arti sopranumerari ; ma è altrettanto vero che negli archivi della scienza si trovano sparse alcune osservazioni simili alle nostre e parimenti destituite dell' esame anatomico : difatto esempi d' uomini con due peni furono ricordati da Wecker (1), da Bartolino (2), da Valentini (3), da Bacchettoni (4), da Jenisch (5), da Ammon (6), da Pigné (7), da Günther (8) e da Sangalli (9) (che alla descrizione aggiunse una bella figura). Ed havvi pure un esempio nel vitello, descritto nel 1827 da Prevost, il quale obbligò Gurlt ad istituire il genere *diphallus* (10).

Tutti questi casi furono già altrove da noi raccolti (11), e nè allora nè oggi possiamo adottare il genere instituito da Gurlt, perchè non si dà soltanto il caso di due peni, ma ben anche quello di due apparecchi generativi della donna, senza indizio di divisione. Ed ommettendo gli esempi dubbi, ricorderemo che recentemente Suppinger (12) ha notomizzata una bambina che aveva doppî l' utero, la vagina, la vulva, e l' intestino retto, ed inoltre aveva quanto abbiamo supposto nei maschi, cioè la duplicità del sacro, colla divisione della colonna, che esordiva alla terza vertebra lombare, per cui considerando che le due colonne erano fuse nella maggiore estensione e divise soltanto inferiormente, instituimmo la specie *Syncephalus mesopagus dipus*, in cui comprendemmo la duplicità tanto degli organi maschili quanto femminili e considerammo questa specie come l' ultimo grado della fusione di due doccie primitive, che procede dall' alto al basso *(Syncephalus)*.

Ora perseveriamo a mantenere la specie già instituita, ma non siamo disposti a conservare il titolo, preferendo di ricavarlo dalla duplicità degli organi posti

(1) Vecker G. — Vedi Schenchius J. G. *Observationum medicarum.* Lib. IV. De partibus genitalibus, pag. 577; Francofurti 1680.

(2) Bartholini Tm. — *Histor. anatom. rarior.* Cent. IV, Hist. 23; Hafniae 1657.

(3) Valentini Mich. Bern. — *Miscell. Acad. naturae curios.* Decur. 2, Anno III, pag. 110; Obs. 77; 1695-96.

(4) Bacchettoni G. L. delle Preci (Provincia di Perugia). — *Anatomia etc.*; Oeinponte 1740, pag. 120. Demonst. X, Cap. unicus.

(5) Jenisch. — *Würtembergisches Correspondenzblatt.* Bd. VII, N. 17. — *Schmidt' s Jarbücher.* Bd. 38, S. 141; 1840.

(6) Ammon F. A. — *Die angeborenen chirurgischen Krankheiten.* Berlin 1842, S. 85; Tab. 18, fig. 19.

(7) Pigné. — *Bulletin de la Soc. anatomique*, 1846, pag. 110. — Vedi Cruveilhier. *Traite d' Anatom. pathol.* Tom. I, pag. 387. Paris 1849.

(8) Günther A. F. — *Commentatio de hermaphroditismo.* Lipsiae 1846.

(9) Sangalli G. — *La scienza e la pratica etc.* Pavia 1875, pag. 117, Oss. 69, Tav. XI, fig. 5.

(10) Gurlt. — *Lerbuch der patholog. Anatomie der Haussäugethiere.* Bd. II, S. 178; Berlin 1832.

(11) Taruffi C. — *Storia della Teratologia.* Tom. II, pag. 350; Tom. III, pag. 495.

(12) Suppinger. — *Correspondenzblatt für Schweizer Aerzte.* 1876, N. 14, pag. 744.

estrinsecamente, di quello che dal rapporto risultante dal modo di ravvicinamento o di fusione delle due doccie primitive, come facemmo in passato; poichè col primo metodo si indicano i caratteri che sono riconoscibili ancora nel vivente, mentre col secondo possiamo incontrarci in casi, come nel nostro, in cui per assicurare la duplicità della spina occorrerebbe l' esame anatomico. Il titolo però che noi preferiamo e che deve anche comprendere i fatti congeneri sparsi negli archivi della scienza già esisteva nella scienza fino dal 1832, e siamo dolenti di non accoglierlo, dovendo uniformarci al nome da noi adoperato (1) per indicare gli esempi su ricordati di parassitismo che chiamammo *lecano-parasitus*. Stefano Geoffroy Saint-Hilaire difatti aveva chiamato *ileadelfo* un caso in cui suppose vi fosse una pelvi doppia, ma il figlio Isidoro non lo stimò abbastanza dimostrato; nulladimeno ritenne che potessero accadere esempi che lo comprovassero, i quali poi costituirebbero l' ultimo grado della classe dei *sincefali*.

La previsione d' Isidoro si è andata lentamente verificando ed i fatti che possono servirle d' appoggio, appartenenti tanto alla specie umana quanto agli animali, furono già da noi raccolti e ci mostrarono che essi offrivano alcune differenze secondarie meritevoli d' essere distinte, per cui fummo obbligati di fare un primo tentativo d' ordinamento. Ora però che stimiamo miglior consiglio di pigliare per punto di partenza il carattere esterno più importante, pensiamo d' emendare la classificazione già data nel modo seguente, cioè di pigliare per termine generale la duplicità simmetrica, totale o parziale della pelvi *(dilecanus)*, e poscia distinguere i casi secondo le differenze di rapporti fra le due pelvi ed il numero degli arti che esse possiedono. Con questo ordinamento i due casi descritti appartengono al *Dilecanus dipleurus dipus*.

GENERE

Syncephalus Dilecanus.

(Ileadelphus Geoffroy Saint-Hilaire).

Feto colla testa e col petto semplici, fornito di due pelvi più o meno complete. — (La colonna vertebrale è duplicata inferiormente (posteriormente negli animali)).

SPECIE I.

Dilecanus dipleurus

Le due pelvi (complete od incomplete) sono inserite lateralmente alla colonna vertebrale. — (I due sacri sono congiunti lateralmente sulla linea mediana del corpo).

(1) Vedi Storia citata. Tom. III, p. 315.

Varietà 1ª

Dilecanus dipleurus tetrapus

Le due pelvi poste lateralmente alla colonna vertebrale sono divergenti, e provvedute ognuna dei due arti. — (I due sacri sono alquanto rotati colla loro superficie anteriore verso l'esterno).

Un esempio fu da noi rinvenuto in un cane, di cui rappresentammo lo scheletro (1). Un secondo parimenti in un cane fu veduto da Santi Sirena (2). Un terzo appartenente ad un gatto fu descritto da Joly (3). Un quarto in un agnello fu riferito da Dareste (4). Un quinto parimenti in un agnello fu illustrato da Poelman (5). Eguali esempi abbiamo anche trovati negli uccelli (6).

Varietà 2ª

Dilecanus dipleurus dipus

Le due pelvi sono rappresentate dai due ilei esterni. — (I due sacri congiunti lateralmente hanno la faccia anteriore nello stesso piano).

Quivi appartengono i due nostri casi e gli altri ricordati nel testo.

(1) Taruffi C. — *Storia della Teratologia.* Tom. II, pag. 344. Bologna 1882.

(2) Santi Sirena prof. a Palermo. — *Enciclopedia Medica italiana.* Ser. 2, Vol. I, pag. 494. Milano 1878. — Vedi Taruffi. *Storia cit.* Tom. II, pag. 344.

(3) Joly N. — *Mém. de l' Acad. des Sc. de Toulose.* Tom. VII, Ser. 1, pag. 297. 1875.

Gatto neonato colla testa anencefalica e col tronco che s' allargava dopo la regione lombare per dividersi in due pelvi eguali addossate lateralmente e parallelamente fra loro, e provvedute ognuna di due zampe (dalla figura risulta che le 4 zampe avevano le estremità rivolte anteriormente e le code posteriormente). Nel ventre vi erano due ombelichi distinti ma contigui. E tosto a ciascheduna coda si riconosceva un foro anale.

L' intestino tenue era semplice e si continuava in due crassi che finivano nelle due aperture anali. Mancavano la milza ed il pancreas. Il fegato aveva un apparecchio escretore semplice, possedeva però dei lobi separati e dispersi nella cavità addominale, i quali comunicavano col fegato mediante rami della vena porta e della vena ombelicale. Due soli erano i reni con forma conglomerata, ognuno dei quali si scaricava in una speciale vescica urinaria coll' uraco pervio. Mancavano gli organi genitali esterni, vi erano però due testicoli, i cui canali deferenti sboccavano all' origine della rispettiva uretra. Il cuore si mostrava ingrossato e l' aorta si biforcava a livello degli ombelichi. La colonna vertebrale si componeva di due metà fuse insieme ed alla regione lombare principiavano a separarsi ed ognuna finiva con un sacro ed una coda che s' allontanava dall'altra. (In quanto alla descrizione degl' ilei, l'Autore non è sufficientemente chiaro).

(4) Dareste C. — *Annales des Sc. naturales.* Ser. 3, Zoologie, Tom. XVIII, pag. 90. 1851.

(5) Poelman C. — *Bulletin de la Soc. de Méd. de Gand.* Octobre 1857, pag. 292. — Vedi Taruffi. *Storia della Teratologia.* Tom. III, pag. 494. 1886.

(6) Taruffi C. — *Storia cit.* Tom. II, pag. 345.

SPECIE II.

Dilecanus ibipagus (pubi riuniti)

Due pelvi disposte in modo che gl' ilei d' una si saldano mediante i pubi con quelli dell' altra da risultare una cavità unica. — (I due sacri sono divaricati e rotati verso l' interno, e la colonna vertebrale divisa più in alto che nella specie precedente).

Varietà 1ª

Dilecanus ibipagus tetrapus

Due pelvi complete unite coi pubi formano una gran cavità e permettono lo sviluppo dei quattro arti rivolti internamente. — (I due sacri disgiunti hanno rotato per un 1|4 di cerchio ponendosi in faccia l' uno con l' altro).

L' osservazione fu fatta da D' Alton su un feto umano (1). A questa varietà sembra pure che appartengano l' osservazione di Dareste sopra un gatto (2), di Thomson sopra un majale (3).

Varietà 2ª

Dilecanus ibipagus tripus

Due pelvi, i di cui ilei esterni sono completi, congiunti fra loro coi pubi, ognuno dei quali è fornito d' un arto, e gl' ilei interni sono incompleti e congiunti fra loro con un solo arto. — (I due sacri hanno rotato un 1|8 di cerchio ponendosi obbliquamente fra loro).

Esempi sono stati dati da Thomson: uno in un gatto, due nel cane, e due nelle galline (4).

(1) D' Alton Ed. — *De monstris quibus extremitates superfluae suspensae sunt.* Halès 1858, pag. 21. — Vedi Taruffi. *Storia cit.* Tom. II, pag. 21.

(2) Dareste C. — *Annales des Sc. naturales.* Ser. 3, Zoologie, Tom. XVIII, avec Pl. 1851.

(3) Lowne Thomson B. — *Catalogue of the Museum of Surgeons of England.* London 1872, pag. 14, Prepar. 68.

(4) Lowne Thomson B. — *Catalogue etc.* London 1872, pag. 13, 8.

SUL GIACIMENTO E SUL TIPO LITOLOGICO

DELLA

Roccia OLIGOCLASITE DI MONTE CAVALORO (Bolognese)

Appunti ad una Memoria del Sig. Ing. CARLO VIOLA

INTITOLATA

FISIOGRAFIA DELL' OLIGOCLASITE (Bombicci)

MEMORIA

del Prof. LUIGI BOMBICCI

(Letta nella Sessione del 9 Dicembre 1888).

Fui contentissimo di aderire alla dimanda fattami dall' egregio amico, l' Ingegner Carlo Viola, di ristudiare nel gabinetto di Mineralogia che dirigo in questa Università la roccia del Monte Cavaloro presso Riola, lungo Reno, già presentata da me a questa Accademia con relativa descrizione, fino dal 1868; e da me chiamata, per la sua specialissima costituzione mineralogica " Oligoclasite ".

Mi compiacqui, difatti, dell' occasione di vedere applicati i nuovi processi di determinazione litologica, resi tanto delicati e sicuri dallo studio ottico delle sezioni sottili; e ciò coll' intento di dar completa ed esatta la fisiografia della suddetta Oligoclasite. Di più, acconsentii a presentare io stesso a questa illustre Accademia la Memoria dell' Ing. Viola; sebbene avessi fin da principio ragione di credere che l' autore avrebbe giudicate alquante particolarità diversamente da quello che avevo fatto io vent' anni or sono, e che in omaggio alle sue convinzioni avrebbe francamente e lealmente discusse e negate alcune delle mie conclusioni.

Mi riservai, naturalmente, il diritto fin d' allora di replicare alle osservazioni insorgenti, e di difendere quelle idee che trovassi combattute e che tuttavia mi paressero giuste; sia per la storia della roccia, sia per quella della sua origine e del suo giacimento.

Mi valgo oggi di quel diritto, e confido che nell' esposizione brevissima cui m' accingo dei fatti osservati di nuovo, e dei concetti che da questi derivano, nulla sembrerà, al mio Egregio Amico, ad altro sentimento informato che l' affetto per la scienza, il desiderio di bene accertare i fatti, e di avvicinarmi più che sia possibile alla loro giusta e razionale interpretazione. D' altra parte se io non rilevassi qui ciò che nella Nota del Viola contrasta colla mia maniera di vedere, circa

quella roccia, e le correlazioni o dipendenze sue, potrebbe supporsi dai più che mi ricredessi sulle mie idee; che approvassi e accettassi senza obbiezioni quelle dell' egregio amico ora nominato; tanto più essendomi fatto io stesso presentatore della sua Nota qui all' Accademia, ed avendo favoriti li studi da esso praticati nel mio laboratorio.

Discuterò dunque alcune conclusioni dell' Ing. Viola, e farò un primo appunto al primissimo periodo della sua Memoria.

Egli scrive: " ..... ai piedi di quelle falde (1), corre la linea di confine fra „ il terreno miocenico medio, costituito di molasse, arenarie e di conglomerati ad „ elementi più grossi in alternanza fra loro, e quello delle argille scagliose, che „ secondo l' opinione di alcuni sarebbe il piano superiore dell' eocene, e secondo „ quella d' altri sarebbe un terreno di rimescolamento di fanghi vulcanici e di „ frammenti calcarei e di scisti argillosi dell' eocene medio o inferiore „.

Fermiamoci un momento su questa indicazione. A me dispiace che l' Ing. Viola non abbia visitate che pochissime località del nostro Appennino emiliano, e segnatamente bolognese; e che lo stesso io possa dire di tanti che hanno parlato e scritto sulle argille scagliose, confondendo spesso in questa denominazione cose diverse per cronologia e modo di origine, simili peraltro litologicamente, e trascurando di visitare e studiare in tutte le condizioni inerenti e *concomitanti* questa roccia, singolare fino ad un certo grado, ma scevra di quelle qualità anormali, eccezionali, che taluno volle attribuirle. Pur troppo, le visite localizzatissime, le idee preconcette, l' esistenza delle salse e dei vulcanetti di fango nel versante Nord dell'Appennino settentrionale ecc. ecc., hanno fatto creder per essa roccia talvolta una indole *vulcanica*, talvolta invece il portato di semplici sedimentazioni marine, operatesi per altro in due tempi diversi; eocenica inferiore (meglio cretacea superiore), l' una; miocenica inferiore o media, l' altra successiva.

Se l' Ing. Viola avesse osservato bene tanto il modo di distribuzione topografica degli ammassi e delle distese di argille scagliose propriamente dette, quanto i rapporti di posizione di queste con i molti affioramenti di rocce ofiolitiche, e colle rocce metamorfosate, concomitanti, rendendosi facile così uno sguardo sintetico e direi *panoramico*, e la moltiplicità dei confronti, si sarebbe accorto che le due teorie ricordate da lui sono insufficientissime e difettose; sono le più discoste dal vero fra quante se ne espressero finora, dagli osservatori; avrebbe verificato che non spiegano che una minima parte dei fenomeni e delle particolarità spettanti alle stesse argille; e che non ci vuol molto per arrivare ad una spiegazione diversa per l' origine, la cronologia, la costituzione e disposizione odierna di esse

(1) Queste falde sono le pendici ripide dei rilievi montuosi della località di Monte Cavaloro, dove, al pari che nel massimo numero dei casi dei monti del Bolognese, son costituite dalle superficie *di frattura e dislocamento*, con faglia, da una parte, e dal mite pendio di stratificazione uniclinale, dall' altra (Nota dell' autore L. B.).

rocce. Siffatta spiegazione, che ho più volte creduto di esporre e ripetere, vedesi in certo modo documentata con disegni, collezioni, esemplari veramente istruttivi, tutti ostensibili nel museo universitario di Mineralogia.

Debbo credere che l'Autore non abbia conosciuto ciò che ho detto e scritto io pure e più volte, su tale argomento, vecchio incentivo di polemiche sempre erudite talvolta vivaci.

Così mi spiego il perchè delle sue incertezze sulla origine delle argille scagliose; sopratutto il non aver Egli minimamente accennato alle mie pubblicazioni ed alla mia opinione; ciò che per dovere e per cortesia avrebbe indubitamente fatto.

Se l' Ing. Viola, e chiunque abbia un certo interessamento per accertare gli elementi della storia di queste argille avesse percorsi quasi tutti i bacini delle vallate bolognesi, dove esse si stendono, dove formano vasti addossamenti sulle arenarie, sulle molasse, sulle marne e sui conglomerati del terziario medio; e dove talora vestono l' apparenza di molto localizzate dejezioni; se si fosse soffermato per qualche ora in certe più istruttive località, quella per es., di dove, sopra Porretta, si svolgono i gas del vulcanello, e dove la strada verso Lizzano di Belvedere taglia con piccola trincea le di cui si parla (fig. 1, tav. I); e così, quella attraverso il Brasimone, da Creda al dorso di Terrarossa (fig. 2, c. s.); di Liserva, presso i Monti di Calvenzano e di Salvaro (fig. 3, c. s.); di Sassonero nell' alto Sillaro, e di Bombiana a sinistra di Reno (fig. 4 e 5, c. s.); di Grizzana, nel versante di Val di Setta (fig. 6); del Rio di Prada, sotto Montovolo (fig. 9 tav. II); il famoso Cigno delle Mogne (fig. 10, c. s.); la valle del Venola presso Montasico (fig. 11, c. s.), ed anche opportunamente il masso di Porretta (fig. 13); la Serra di Zanchetti sotto il Monte di Baigno, di Ciagnano presso Castel de' Britti, di Lizzo, della Castellina, nel Porrettano, sopratutto la classica località di Pietramala, e contorni del Monte Beni, sotto il gruppo del Monte Oggioli e del Canida, avrebbe riconosciuto subito che non è davvero il caso d' ammettere le serpentine dell' Appennino emiliano *mescolate intimamente* colle argille scagliose. Certo, alla superficie, per opera di corrosioni meteoriche, i detriti delle serpentine in affioramento, e delle argille avvolgenti e attornianti possono mescolarsi fra loro intimamente; ma tutto finisce con questo insignificante fatto epigenico. In realtà, le masse ofiolitiche di emersione, o eruttive, stanno fra le argille scagliose, come masse *attraversanti*, come intromissioni idroplutoniche; ossia, come qualunque roccia cristallina eruttiva sta fra i qualunque terreni che sposta, rompe e attraversa nel suo espandersi dal basso all' alto.

In Toscana p. e., dove le argille scagliose son rimpiazzate dalle argille galestrine, coeve, son queste rocce, *silicizzate invece che magnesiane*, le ricuoprenti e le attornianti i rilievi di serpentine e di Eufotidi di molte località.

Avvi anzi, e quasi costante un modo speciale di addossamenti litologici, nelle aree dove sorgono coni o cupole ofiolitiche, con gabbro rosso ed argille scagliose;

i nuclei eruttivi, cristallini, sono aggregati *centrali*, paragonabili a vere concentrazioni operate da attività cristallogenica, lentissima, potente; si trovano non di raro denudati, scoperti dalle rocce avvolgenti, da quelle che erano le matrici delle avvenute concentrazioni, restate più alterabili, più disgregabili per le azioni esterne, idriche e atmosferiche; ed ecco i mammelloni, le guglie, le dicche di eufotidi, di iperiti, di euritotalciti, dell' Oligoclasite stessa, delle ofiti diabasiche, delle serpentine porfiroidi, delle serpentine diallagiche o bastitiche, e via dicendo; ma dove non furono superiormente decorticate, alterate, erose e demolite in parte quelle masse, si vede sui nuclei, o adunamenti cristallini centrali, un avvolgimento di serpentine scagliose, di ofisilici e oficalci, di gabbro rosso diabasico, di argille gabbriformi, infine una sovrapposizione *a mantello*, o una distesa circostante di argille scagliose.

Insisto sopra questo soggetto, imperocchè l' Ing. Viola, pur dicendo (pag. 4), che " la natura del giacimento.... non potuta riconoscere, sarà certamente tra- „ scurata nelle nostre conclusioni, e che pure ha un' importanza essenziale „ , annunzia una opinione sua, circa tale giacimento (pag. 4), con queste parole: " *ritengo l' Oligoclasite un blocco erratico come molti altri massi ofiolitici che osservai* „ *nelle località vicine* „ .

Per poter affermar questo, occorre di visitare anche i massi sopracitati delle località lontane; più se ne vedono meglio è; sia per tener conto della disposizione o distribuzione delle loro differenti modalità litologiche; sia per legger bene la storia genetica di quelli più alterati e confusi, ancor seppelliti dalle rocce sedimentarie interessate, mercè la facile lettura di questa medesima storia, nei casi più distintamente palesi.

Nulla di più evidente, nella montagna Bolognese, e così in Toscana è in Liguria, quanto la situazione *in posto* delle masse ofiolitiche eruttive. Queste, salvo minime ed insignificanti eccezioni, rappresentano le espansioni, direi quasi i bernoccoli salienti di una formazione profonda molto, e moltissimo estesa; ed alla lor volta, queste espansioni, questi bernoccoli, significano semplicemente come ho già notato l' effetto di concentrazioni cristalline, variabili assai di natura mineralogica, pel naturale mutarsi, qua e là, dei materiali concorrenti, ma per lo più con elementi a comune, talora con analogie palesi e con graduati passaggi eminentemente istruttivi.

Se queste masse ofiolitiche che sbucano abitualmente dal terreno miocenico, dalle argille scagliose dell' Emilia, in forma di mammelloni o di guglie corrose o dirupate, potessero venir denudate dai mantelli di roccie sedimentarie che ricuoprono per la massima parte il loro apice e così dai depositi delle stesse rocce che ne seppelliscono gl' imbasamenti, esse probabilmente ci si presenterebbero collegate

fra loro da una massa estesissima, comune, forse di tipo lenticolare, appiattito, dovuto ad origine idrotermale, se vuolsi sedimentaria; quindi rappresentabile schematicamente come nella fig. 7 (tav. I).

Contro l'idea del Viola, idea che combatto meglio che posso, temendo possa essere accettata, o già concepita da altri, stanno tutte le ragioni mercè le quali l'illustre e venerando Prof. Meneghini dimostrò che anche i massi diabasici di Sasso-Gurlino e di Sasso-nero, erano e sono in posto; e ci stanno inoltre i fatti seguenti:

1° La topografica disposizione degli affioramenti ofiolitici, la quale è paragonabile per forte analogia a quella degli *arcipelaghi* marini; si presentano infatti con gruppi assai fitti di rialzi eruttivi, *con serpentine frequentemente scagliose*, e diabasi gabbroidi, con mantelli di gabbri-rossi tipici, e di argille effettivamente scagliose.

Senza dubbio è possibile che qualche sporgenza più circoscritta, scalzata, mal connessa alla mole centrale di qualche affioramento ofiolitico, sopratutto se formata di gabbro-rosso diabasico, o di gabbro-rosso brecciforme, impastato di argille rosso-ferrugginose e di prodotti d'alterazione epigenica, siasi staccata dalla mole cui era già saldata, e siasi travolta coll'aiuto dei movimenti delle acque e del suolo fino a notevoli distanze, divenendo un vero blocco erratico, isolato, casualmente fermato in un qualunque punto di un alveo di torrente, e di un declivio di vallata. Ma se veduto un tal blocco se ne cerca la massa originaria, rispettiva, è sempre possibile il rinvenirla nel bacino di cui quel blocco occupa un punto. Ed anche a questo riguardo giova avvertire che moltissimi massi serpentinosi, o diabasici, o di gabbro-rosso si vedono sbucar fuori dalle alluvioni o dalle sponde elevate di un torrente (basta percorrer gli alvei dei torrenti bolognesi, Reno, Brasimone, Setta, Idice, Savena, Sillaro, Quaderna ecc., per vederne molti), non già perchè vi sieno rotolati o vi si sieno costituiti come *trovanti*, come *errabondi* arrestati; bensì, perchè le erosioni del torrente, approfondandosi ed estendendosi, provocando frane di terreni smossi superficiali, attrazioni di accumulamenti e di sedimenti, riescivano poco a poco a scoprirli, a levar loro quel mantello di rocce argillose, o di arenarie che seppelliva e nascondeva i loro rialzi sulle masse più vaste ed estese in profondità.

Si hanno esempii di alvei di torrenti di cui la superficie bassa è per un certo tratto la *superficie alta di un affioramento ofiolitico*, nascosto sotto le stratificazioni terziarie, e i depositi alluvionali che quei torrenti solcano e percorrono; il Rio di Prada, il Brasimone sotto Creda, possono visitarsi utilmente per farsi idea di tale circostanza.

2° L'allineamento di tali arcipelaghi ofiolitici, in date direzioni, *assai ben rispondenti nel loro generale andamento, alle direzioni delle medesime fratture del territorio montuoso dell'Appennino settentrionale.* Queste fratture, nel Bolognese, come

ho più volte notato in altri scritti, corrono le une, parallele all' allineamento assile dell' Appennino; e sono causa dell' apparenza osservata da parecchi, di un doppio crinale della catena; non che delle file di vette elevate, *ad uniclinale* pur parallele al crinale medesimo; le altre, corrono perpendicolari alle prime; e queste hanno bene spesso determinata la direzione dei torrenti che direttamente scendono dalla catena; per esse si son formati valloni e burroni trasversali; e questi, alla lor volta presentano alti dirupi a testate nude di strati da un fianco, e dal fianco opposto e parallelo dorsi uniti a mite pendio, con accumulamenti confusi di massi e di detriti.

Ed invero, con essa si risponde a questa asserzione che l' Ing. Viola induce (pag. 4), nella sua Memoria:

" Ritenendo la petrografia quale scienza geologica (1) non si potrebbe ammettere giustificatamente che l' Oligoclasite appartenga come individuo nel sistema litologico, finchè non risulti con concepibile probabilità la sua genesi ed il legame suo con altre delle rocce sopramenzionate, e distinte con un termine generico, di ofioliti. Perchè ogni piccola pietra di dimensione qualunque non entra ancora nel novero delle rocce, o meglio non rappresenta un terreno, lo studio del quale abbraccia veramente la scienza petrografica ".

3° La simmetria di posizione relativa, che in quasi tutti i casi ripetesi, nella serie delle roccie inerenti a ciascuna sporgenza ofiolitica; e questa simmetria è presente anche nel masso del Monte Cavaloro (fig. 8, e fig. 12, tav. II) con un nucleo cristallino, con un rivestimento di serpentine per lo più scagliose, vere matrici del compiutosi accentramento *essenzialmente plagioclasico*; e colla crosta periferica di prodotti idrotermali, ofisilici, oficalci, gabbri rossi diasproidi, ecc., cui si sovrappongono i mantelli di argille scagliose, o in parte galestrine.

Evidentemente il ripetersi di questa simmetria esclude la qualità di *erratici* nei massi che la presentano in ampie misure; qualità facile a ravvisarsi in quelli che sono, invece, immediatamente a contatto, immersi, o circondati dai materiali detritici, e dalle argille galestrine o scagliose.

D' altra parte, un significante riscontro con questo modo di disposizione, tendente alla *concentricità* delle zone di materiali mineralogici diversi, si può ravvisare, paragonando cose massime con minime, nelle strutture tanto spesso e tanto distintamente *concentriche* che offrono rocce cristalline, eruttive, di diversissimo genere, dalle piromeridi e dalle diabasi orbicolari di Ajaccio, in Corsica, al granito a sferoidi del Vermont e di Ghistorrai in Sardegna, alle diabasi *a coccarda* di Guzzano e di Bisano (Bolognese), alle anfiboliti nel calcare di Campiglia marittima, fino

(1) Riferiscesi in ciò l' autore alle idee di un litologo tedesco, il K. A. Lossen sulle recensioni di Geologia e petrografia sistematica; Berlino 1884.

agli enormi sferoidi di cristalli irraggianti di gesso, sul rio Centonara, ed al Farnè (Bolognese). Infine, si possono citare in proposito i grossi noccioli di serpentina verde cupa, omogenea, i quali, spaccati che sieno, presentano ciascuno un bel nucleetto centrale di plagioclasio bianco; si trovano spesse volte nelle aree ofiolitiche del nostro Appennino.

4° La frequente e speciale condizione mineralogica dei nuclei centrali delle masse eruttive, data da una prevalenza assoluta di elementi feldispatici, *plagioclasici*, con variabile proporzione nell' assettamento poligenico fra i clinofeldispati Albite, Labradorite ed Oligoclasio.

Anche sopra quest' ultima proposizione conviene di trattenersi un momento.

Ma qui è splendidamente chiaro ciò che all' Ing. Viola sembra oscuro ed ignoto; la genesi della Oligoclasite nelle masse ofiolitiche, ossia nel vasto *magmas* delle materie siliceo-magnesiane, idratate, a basi intimamente commiste, o combinate poligenicamente, di elementi peridotici, pirossenici, feldispatici, e ferrei, è identico alla genesi delle analoghe, ed analogamente nucleari, Eufotide, Euritotalcite, Iperite labradoritica, Iperite plagioclasica ricca di Albite, Ofiti e serpentine porfiriche con Oligoclasio e plagioclasio, serpentine con plagioclasio e diallagio ed altre, del gruppo delle rocce magnesiane. Il meccanismo di formazione è per tutte queste specie, identicamente lo stesso: la convergenza verso un centro, per azioni cristallogeniche centralizzatrici, di particelle diverse dei silicati ricordati poc' anzi, e la formazione di nuclei colossali, cui fa da crosta, da involucro proporzionatamente esteso, il residuo incristallizzabile, o meno disposto alla struttura cristallina (materie serpentinose amorfe, con diffusioni sausurritiche, con passaggi alle varietà silicifere e calcarifere, miscele periferiche e scagliose dei silicati magnesiani idrati).

In siffatti nuclei colossali manca, appunto perchè di enormi dimensioni, la regolarità di struttura, concentrica o raggiata, che negli esempi testè citati fa vedere, nelle sezioni diametrali degli sferoidi che ne dipendono, una bella, elegante concentricità di zone di diverso colore e di diversa struttura; e questo trova la sua piena analogia colla presenza in certi graniti porfiroidi (quello di Marciana p. e., all' isola d' Elba), di grossi adunamenti di materia feldispatica, a base di Ortoclasio, a contorni indecisamente poligoni, che rappresentano una grossezza eccezionale di cristalli pure di Ortoclasio, che più piccoli, ma più regolari e puri, son disseminati nella medesima roccia.

Del resto, la presenza di lenti, o di adunamenti sferoidali di un granito tormalinifero, entro il granito normale e molto antico di San Piero in Campo, S. Ilario ecc., pure all' isola d' Elba, è un fatto del medesimo genere.

Dunque la genesi dell' Oligoclasite è per lo meno tanto nota di quanto lo è quella dell' Eufotide diallagica, dell' Iperite, delle rocce feldispatiche a base plagioclasica variabile, connesse alle eruzioni ofiolitiche.

Questo, ci dice nel tempo stesso, che uno stretto legame sussiste fra la nostra roccia e le altre di cui adesso si è tenuto parola. Tanto stretto da incoraggiare riferirle tutte ad un solo e comune tipo, ideale se vuolsi, ma possibile anche realizzarsi; ad un magmas, cioè, costituito da silicati capaci di generare il serpentino, (particelle di Peridoto e di Pirosseno), il feldispato (particelle dei tipi pirossenico e silicato alluminoso, o andalusitico, con più o meno di silice), silicati di ferro, acqua di idratazione, dal quale, *con rispettive proporzioni variabilissime*, si separino quei silicati istessi; qua, ed a seconda delle condizioni fisiche, termiche, dinamiche, ecc., con predominanza di ciò che genera la Labradorite; là, con predominanza invece delle sostanze produttive l'Oligoclasio; in un terzo modo di aggregazione molecolare, ciò che associa ai plagioclasi il Diallagio, ovvero l'Ipersteno, ovvero la Bastite, ovvero il puro Serpentino, o il Talco.

In conclusione; a parte le minuziose, esagerate e spesso opprimenti distinzioni, che gli studiosi pedanti, fanatici solo dello specialissimo indirizzo prescelto, infliggono alla scienza, creandovi una vera alluvione di concetti, una vera, e terribile burocrazia di nomenclature, di regole, di artificiose discipline, credo che possa affermarsi questo: se sono individualità litologiche l'Eufotide, la Diorite, l'Iperite, tipi stupendamente belli e definiti nella loro natura di rocce classiche, lo è indiscutibilmente l'Oligoclasite che ripete in sè, le condizioni di quelle. Se due soli affioramenti, uno nel Bolognese, l'altro all'isola d'Elba se ne conoscono fino ad oggi ciò nulla monta; se in tali considerazioni dovesse prevalere il concetto della necessaria abbondanza delle rocce, in affioramento, su quello della differenza *nell' insieme* delle loro qualità e delle loro giaciture, dovrebbero cancellarsi molte diecine di nomi dai cataloghi di petrologia descrittiva; quelli p. e. della Napoleonite, dell' Eulisite, dell' Eclogite granatifera, della Dunite, della Montecatinite, della Analcimite, ecc.; e si farebbe una grossa bestialità.

Ritornando alla quistione dell'essere, *in posto*, ovvero *erratico*, il masso sporgente di Oligoclasite, sotto il Monte Cavaloro, due altre considerazioni si presentano, per essa, opportune. La prima è questa: nel versante parallelo del Setta, sotto i monti di Grizzana, e sopra le casupole di Val-di-Setta, avvi un analogo affioramento ma di roccia assai più ricca di Ipersteno, assai più ricca di Magnetite. Questo minerale, che appena si discerne nell' Oligoclasite, in forma di particelle tenui, di granuli, di diffusioni, spesso idratate, vedesi invece, nell' Iperite ferrifera sotto Grizzana, in forma di filoncelli e di allineamenti di cristalli ottaedrici; ma esso aggiunge importanza all'analogia, alla prossimità ed alla direzione delle due rocce, che lo hanno a comune, per affermare la loro rassomiglianza di origine e di giacimento.

In secondo luogo; se si vuole ritenere isolato, semplicemente tuffato nell' argille scagliose e nei detriti ofiolitici, il masso di Oligoclasite giudicandolo *erratico*,

per forza di logica occorre cercare e trovare il masso in posto, dal quale esso possa essersi distaccato.

Di dove mai può esser giunto, nel luogo dove oggi sta, quel masso ivi *unico nel suo genere*, membro di una numerosa famiglia di altri, i quali con esso s' allineano *nella direzione delle fratture, parallele all' asse orografico dell' Appennino,* quindi nelle zone ingombrate dalle deiezioni o trabocchi delle argille scagliose?

La ricerca non può evidentemente farsi che in tre modi; guardando in *basso*, ossia in profondità; in *alto*, verso il Cielo; *orizzontalmente*, investigando i circostanti terreni.

Se il primo modo fosse il fortunato, la questione della natura dell' Oligoclasite non sarebbe che spostata di livello; tutto ciò che io dissi, ed altri dissero di questa roccia, ritenuta eruttiva e in posto nel masso o mammellone di Monte Cavaloro, varrebbe per il masso, dirò genitore, sottogiacente a quello di Monte Cavaloro, e le conclusioni rimarrebbero le stesse. Si sarebbe preso in esame un pezzo staccato dalla mole originaria, e forse allontanato da essa, come si piglia in esame un esemplare staccato da un monte, e portato, in tasca, lontano dal suo posto, nel laboratorio dove verrà analizzato.

Se invece fosse di origine meteorica si riconoscerebbe subito per tale, e sarebbe portentoso il trovarlo come contornato da massi affioranti, e senza dubbio tellurici, di rocce molto affini, se non identiche dal lato della composizione.

Resta a vedere, se può esser disceso da regioni superiori, travolto da impeti torrenziali, da franamenti, da trabocchi. Nulla si offre, in tutto il Bolognese, nonchè nei terreni circostanti al punto dove sorge il nostro masso, che autorizzi, anche lontanamente il dubbio di un distacco, di una caduta, di un ruzzolamento.

Nessun altro esempio dell' Oligoclasite, si trova in queste località; e sarebbe assurda l' idea del suo viaggio per opera di spostamenti trasversali, o orizzontali, attraverso masse stratificate *rimaste in posto*, nelle loro relative posizioni, sebbene più o men fortemente sollevate in lunghe zone uniclinali, e quando le ultime argille scagliose si erano depositate, dunque sul finir del miocene.

I trabocchi delle argille scagliose, presentano bensì uno sparpagliamento caratteristico, grandioso, pittoresco, di massi, di scaglioni, di blocchi, di pietrami, di minori detriti, nelle aree da esse invase, nei bacini sui quali si sono distese; ma il materiale di quel fenomeno consiste di rottami di strati di calcare alberese a fucoidi, di arenarie, come macigno, pietra forte, argilloscisti, raramente molasse, conglomerati ofiolitici, brecce silicifere e inverdite, ricche di ferro, e di manganese. Vi son pochi ciottolini di serpentina, e nulla più.

Anzi, vale a pena di ricordare qui, che se le argille scagliose sono *di ampio trabocco*, in correlazione colle spaccature che lor diedero adito dal basso all' alto, con iniezione e deiezione sottomarina (1), i massi, i rottami, i detriti, stanno tutti

(1) Avendo scritto parecchie volte sulle argille scagliose, ed anche quest' anno nella nota pre-

caoticamente ammucchiati o sparsi; quasi che la poltiglia argillosa or disseccata che li contiene avesse subita ivi, una portentosa ebullizione. Se invece le argille sono localizzate e strette nella spaccatura che percorsero ascendendo, o vicine a questa, e sono, in tal caso, le veramente e tipicamente *scagliose*, e allora i ciottoli, i blocchi, sono allineati un po' alla rinfusa, in direzione della spaccatura media, e sono intonacati da una patina superficiale, verdiccia, o rossastra, o grigia, della argilla avvolgente; patina quasi dovunque liscia, lucidissima, proprio come se brunita e tirata a polimento.

Infine, se si vedono le stesse argille scagliose, *in posto*, nel loro piano di originaria sedimentazione, allora è cosa facile e frequente, il vedere i blocchi o i frammenti degli strati del calcare alberese, allineati in guisa da mantenere riconoscibili quegli stessi strati, colla loro direzione e il loro andamento.

Dove poi subirono spostamenti, rialzi e pressioni laterali, come in prossimità delle fratture regionali, in cui ebbero ad iniettarsi in tal caso gli allineamenti di frantumi, se visibili in dirupi denudati o in alvei profondamente erosi, ovvero nelle trincee stradali, disegnano le curve, le flessioni, i ripiegamenti prodottisi; e sono davvero mirabili gli esempi che se ne vedono presso il vulcanello di Porretta (fig. 1, tav. I) lungo la strada che volge a Lizzano di Belvedere, taluni lungo il

sentata a quest'Accademia, sulle lisciature, non posso dirne di nuovo, e a lungo, senza far cosa superflua, forse sconveniente. Mi limiterò a ricordare in questa nota, le mie idee fondamentali, sulla origine loro: Le argille scagliose si depositarono copiosamente nelle parti abissali marine, sul cessare del periodo cretaceo. Costituiscono perciò un terreno di formazione assolutamente marina, *del Cretaceo superiore*, e sottostante *a tutta* la serie dei terreni terziarii della regione che le presentano.

Talvolta includono molti frammenti di rocce, *rimaneggiate*, accidentalmente associatesi ad esse; in qualche caso, tali frammenti offrono fossili del Cretaceo superiore, e fors' anco più antichi; esempio, i frammenti di pietra-forte, con Inocerami, Ammoniti, Hamiti ecc.

Naturalmente il deposito delle argille scagliose si mantenne anche durante i primi tempi eocenici, ossia quando già prevalevano, sulle formazioni argillose, le calcaree, le arenacee, donde il calcare alberese a fucoidi e l'arenaria Macigno. Ne seguì l'alternanza, nei terreni eocenici, in basso, di stratenelli e letti di argilloscisti, di scisti galestrini, con i banchi di arenaria e di calcari compatti.

Se poi si vedono intercalate o sovrapposte, le argille scagliose, ai terreni miocenici; se si associano, nei nostri sinclinali, e nelle nostre vallate di torrenti, alle marne grigie e biancastre, e son contigue alle molasse, ai conglomerati, a rocce piene zeppe di fossili, esse che sono prive perfin delle tracce di fossili, anche microscopici loro spettanti, ciò non significa già, nel mio pensiero, che siasi ripetuto un processo di sedimentazione, pel quale si sarebbero consecutivamente addotti e distesi in una data plaga, e in un dato momento del miocene *materiali nuovi*, tratti da altre regioni erose, denudate e più o meno lontane; invece, per essersi intromesse, iniettate le stesse precise argille della prima deposizione preterziaria, attraverso una rete di grandi spacchi delle masse terziarie stratificate, sovraincombenti; e per essersi distese col favor delle acque che le sommergevano, poteva prodursi, in un col trabocco dalle spaccature attraversate, l' espandersi ed il precipitarsi loro, sul fondo del mare miocenico, via via che vi pervenivano, ivi acquistando speciali modalità di struttura terrosa.

corso del Reno fra Vergato e Pracchia, altri lungo Idice, e dal più al meno in ogni vallone di torrente della nostra zona montana.

Sempre per evitare che si credano accettate da me le conclusioni dell' amico Autore, consegnate nella Memoria che qui considero, profitto dell' occasione per ridir qualcosa sulla questione del nome *gabbro* dato non si sa perchè, dai litologi tedeschi, alle nostre Eufotidi, alle bellissime rocce cristalline, con feldispato sausurrite e diallagio, sempre presenti, con grossi mammelloni o con diche eruttive, dove sono i giacimenti delle ofioliti liguri, bolognesi e toscane.

Dice l' Ing. Viola (pag. 4 e seguenti): " Prima di procedere dobbiamo dare „ la definizione di un certo gruppo di rocce che mi serve a proposito, ed esplicare „ alcune cose, che, credo siano state travisate da qualcuno, toccando di volo „ i punti più salienti di un argomento estraneo.

„ Ordino nel genere distinto col nome di gabbro tutte quelle roccie, che Ro- „ SENBUSCH e con quell' illustre molti stranieri ed alcuni dei nostri geologi rag- „ gruppano nel genere ristretto dei gabbri, più però abbraccio in uno anche le „ roccie conosciute coi nomi di peridotite, olivinite, serpentina, ofite ecc., parte „ delle quali sono il risultato metamorfico delle altre. Nel primo gruppo partecipano le roccie costituite essenzialmente di feldispato e di ortopirosseno o di un „ clinopirosseno con carattere diallagico con o senza la presenza dell' olivina. La „ distribuzione dei singoli elementi, la struttura microscopica della roccia, la mancanza di sostanza vetrosa, le contrazioni prime, le inclusioni e la struttura del „ terreno, condizioni, che si sogliono attribuire alle roccie ofiolitiche in generale „ ed al gabbro tipico in particolare, e che sono necessarie per comprendere una „ roccia nel genere dei gabbri, non subiscono alcuna variazione coll' allargamento „ del genere che abbiamo testè considerato. Col secondo gruppo del genere esteso „ di gabbri si conciliano le roccie oliviniche con feldispato e senza feldispato, ed „ ove il pirosseno e l' anfibolo sono accessorî ed esclusivamente allotiomorfi.

„ Alcuni geologi italiani hanno una grave difficoltà di accogliere il senso della „ voce *gabbro* nella maniera e con quella estensione, che è ammesso dai geologi „ stranieri; perchè gabbro è voce italiana e propriamente toscana ed è od era „ intesa ad individuare una specie di serpentine toscane dalle località Gabbro, gab- „ bretto ecc., poscia perchè si è introdotta da noi la voce di *eufotide* per distin- „ guere appunto una certa specie di roccie composte di feldispato e di diallagio. „ Credo che il signor LOTTI abbia confuso la specie col genere asserendo che gli „ stranieri restringono la voce gabbro alle roccie composte essenzialmente di fel- „ dispato e di diallagio. Ripeto che: gabbri, eufotidi, noriti, iperiti, iperiti-dio- „ riti ecc., sono ora tutte specie raggruppate nel genere gabbro, perchè sono ri- „ tenute roccie assolutamente analoghe „.

E più oltre, aggiunge:

" Quindi le rocce con feldispato e diallagio si chiamarono *eufotidi*, nome che „ si conservò in Francia e si estese da noi, in Inghilterra e altrove. Ma però „ Leopoldo von Buch, fino dal 1810, designò le stesse roccie col nome di gabbro „.

Chiedo perdono all' Ing. Viola, ma dico liberamente che l' abbracciare, come Egli dice, in uno, anche le peridotiti (oliviniti), colle serpentine e le Ofiti, mi pare piuttosto strano. Le peridotiti (Oliviniti), sono a base di un silicato monogenico, son cristalline, di origine prevalentemente ignea, e son ritenute da molti come le rappresentanti del primo stadio di salificazione, solidificazione o coagulamento della superficie del globo; le serpentine, sono invece il semplice prodotto di una sintesi molecolare poligenica, nella quale gli elementi olivinici (di peridoto), si combinano, si associano, ad elementi pirossenici, con idratazione, con strutture amorfe, o finamente granulari o scagliose e di origine idrica fors' anco sedimentaria; le ofiti contengono, di più, elementi di feldispati plagioclasi, in diffusione di particelle o in disseminazione di cristalli.

Osservo anzi, in proposito, che l' esserci, o no, in una roccia il feldispato, è cosa di molta importanza; la presenza del feldispato implica special modo di origine, la preesistenza di silicati alluminosi, un processo genetico idrico o idrotermale, o lentamente cristallogenico; e deve intervenire quindi nella classificazione delle rocce eruttive, come dato di prim' ordine.

Ho protestato altra volta contro il nome di *gabbro* dato in Germania, non si sa perchè, alle *Eufotidi diallagiche* classicamente sviluppate nelle nostre emersioni italiane di rocce serpentinose, e in altre di tutto il mondo.

Ormai penso non ne valga più le pena; e mi adatto pacificamente ad un risultato che lascia nella litologia, il tempo che trova. Mi basta di rilevar questo; che se il de Buch, chiamò *gabbro* ciò che bastava distinguere col binomio adattatissimo di *Eufotide diallagica*, fece cosa inutile, e perciò fece male; e che in Italia si poteva benissimo non dargli retta. L' autorità di quel distinto geologo non era tale da imporsi a quelli scienziati che gelosi del loro tempo, del loro lavoro mentale, si rifiutano a buon dritto di sciupar parte di questi tesori permettendo il capriccio altrui per il cambiamento di nomi sul cui significato erano già tranquilli, subendo poi la inevitabil confusione che ne consegue.

L' illustre Paolo Savi, chiamò *gabbro-rosso* la rossastra roccia che suol vedersi sviluppatissima presso il paesello di Gabbro nei monti livornesi (Toscana) e ne precisò il tipo locale, interessantissimo; chiamò *Eufotide diallagica* la bella roccia di diallagio e feldispato che già dissi abbondantissima, e presente anche al Gabbro. Ciò bastava! era una indicazione chiara, precisa, esatta, accettatissima. I litologi tedeschi, sommo fra i quali il Rosenbusch, potevano non contentarsene, pel loro gusto di sminuzzamento dei soggetti che studiano; tanto più che la questione è di ben poco momento per la scienza vera; ma gl' italiani potevano ricordare la grande distanza che corre fra il Savi, al cui genio italico ed alla cui sapienza ed attività

sorprendenti si debbono le fondamentali riforme delle dottrine geologiche e le scoperte stupende sui movimenti regionali tirrenici come sui metamorfismi strutturali delle rocce, e il De Buch, le cui note teorie sui vulcani si sarebbero disfatte per la loro intrinseca inanità ancorchè il Lyell ed altri geologi insigni non fossero sorti a demolirle; potevano quindi mantener la nomenclatura originaria e buona del loro maestro.

Qui non deve farsi, peraltro, questione di deferenze alle persone, alle loro Memorie onorande; bensì di concetti, di convenienze, in ordine a classazioni ed a nomenclature di litologia. Perciò senza contrastare ad alcuno il diritto di proporre la raccolta di una imponente categoria di rocce, eufotidi, noriti, iperiti, dioriti ecc., in un genere solo, cui venga assegnato un nome, osservo che questo nome deve esser più che si può sintetico, distinto, sottratto a pericoli di confusione, o quasi sinonimo di altri. Per mio conto chiamerei eufotidi (diallagiche, iperstеniche, amfiboliche ecc. ecc.), quelle specie di rocce; ma gabbri, nemmeno per sogno.

Ho così esaurito il tema prefissomi per questa breve Memoria, restandomi solo da far rilevare due cose:

1ª Che il risultato della accuratissima ricerca, essenzialmente fisica e ottica, istituita dall' Ing. Viola sulla mia Oligoclasite, e vantaggiato dai potenti e perfezionati strumenti di microlitologia, ben poco diversifica dal resultato che ottenni io pure, venti anni addietro.

Allora, dello studio microscopico delle rocce e degli apparecchi appositi, di microstauroscopi, di lamine e sezioni sottili, non si aveva idea; pure io presentai ai miei colleghi, in quest'Accademia, una sezione sottile di Oligoclasite, una indicazione di ciò che se ne vedeva, col microscopio solito, a luce naturale.

2ª La roccia in discorso, è veramente Norite?

Se si trattasse di specie minerali, cristallizzate, di composizione normale e costante, il dubbio, appena sorto sarebbe fatto dileguare dall' analisi e dalla misurazione al goniometro. Ma le rocce cristalline, eruttive, che sono miscele più o men uniformi ed intime di silicati diversi; nelle quali si produssero aggregati speciali, concentrazioni multiformi, disseminazioni di cristalli, eliminazioni di composti ferriferi o alcaliferi, qua e là, nella massa, con locali cangiamenti di struttura, mal possono identificarsi con certi tipi, segnatamente allorchè questi son isolati, rari, difficili ad aversi in esemplari caratteristici.

Tengo nelle collezioni del Museo alcune sezioni sottili di Oligoclasite, estese da 3.....4 centimetri quadrati, perciò insolitamente grandi. Una di esse par tutta fatta esclusivamente di plagioclasio oligoclasio, trasparente, verdiccio chiaro, con tracce di silicato verde pirossenico; un' altra, invece, della stessa roccia, è sparsa

abbondantemente, fittamente, di lamelle, fibre, intrecciamenti ecc., del silicato, verde cupo, fibroso, riconoscibile per l' Ipersteno.

Una 3ª sezione sottile fa vedere la presenza dell' Apatite; una 4ª è riccamente ferrifera; una 5ª contiene diallagio, e passa all' Eufotide!

È dunque nelle sue grandi masse, nelle sue qualità *medie* che si può giudicare praticamente bene questa roccia, che al pari di molte altre, è assai mutabile da punto a punto degli esemplari che se ne studiano.

Ma il suo carattere dominante è la prevalenza dell' Oligoclasio, sia pur questo reso *plagioclasico* dalla presenza dell' Albite o della Labradorite.

Un confronto utilissimo di questa Oligoclasite bolognese può istituirsi colla ganga oligoclasica, ricca di cristalli di *vero Oligoclasio*, della massa metallifera, con Magnetopirite dominante, di Bodemnais in Baviera. Alcuni pezzi finamente lamellari della roccia di Bodemnais, ed altri di Oligoclasite di Monte Cavaloro, colla presenza negli uni e negli altri di magnetopirite, di pirite comune, di spinelli ferriferi, ecc., si somigliano perfettamente.

Senza dubbio la Norite ha il modo di struttura e di natura mineralogica assai vicino a quello della Oligoclasite. Ma la Norite vera, tipica, è a base di feldispato Labradorite; l' Oligoclasite, è a base di feldispato Oligoclasio; la Norite contiene dal 42 al 50 % di silice; l' Oligoclasite circa 66 %; questa offresi in dipendenza di emersioni ofiolitiche, fra terreni terziari; l' altra, la Norite connettesi invece alle grandi masse cristalline, eleolitiche, sienitiche ecc. di Hitterôë, di Egersund ecc. in Norvegia; o colle Iperiti del Labrador.

Io non esagero il significato di queste differenze. Ma pure, tenendo conto della grandissima rarità delle rocce schiettamente oligoclasiche o oligofiriche, parmi utile e conveniente il distinguere con due diversi nomi, due rocce assai diverse fra loro, ricca l' una di quel feldispato Oligoclasio e l' altra no.

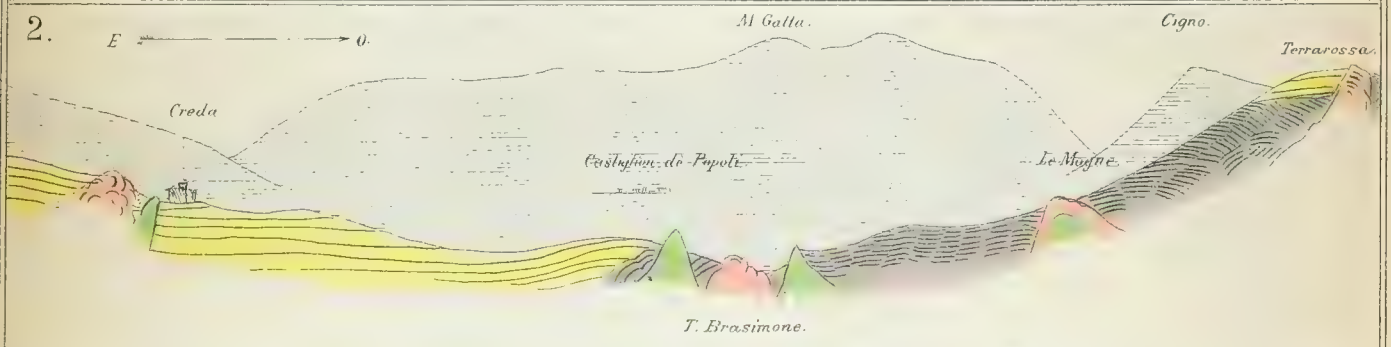
Un bell' esempio di Norite vien indicato sull' esempio del Rosenbusch, nella roccia d' Ipersteno e Labradorite, di S. Paolo di Labrador. Fra questa e l' Oligoclasite vi è notevole differenza, e lo sviluppo considerevole del feldispato Labradorite, laminoso, gatteggiante, ne è la principale ragione.

Mi par dunque inutile il confondere l' Oligoclasite colla Norite. Trovo invece convenientissimo il *comprender le due qualità di rocce in un sol genere,* come due specie litologicamente distinte, per la differenza del feldispato che rispettivamente le genera, per la forte differenza della proporzione di silice che le analisi ci segnalano; per la differenza delle loro correlazioni colle masse incassanti, quindi probabilmente per quella del loro modo di iniziale costituzione.

1.

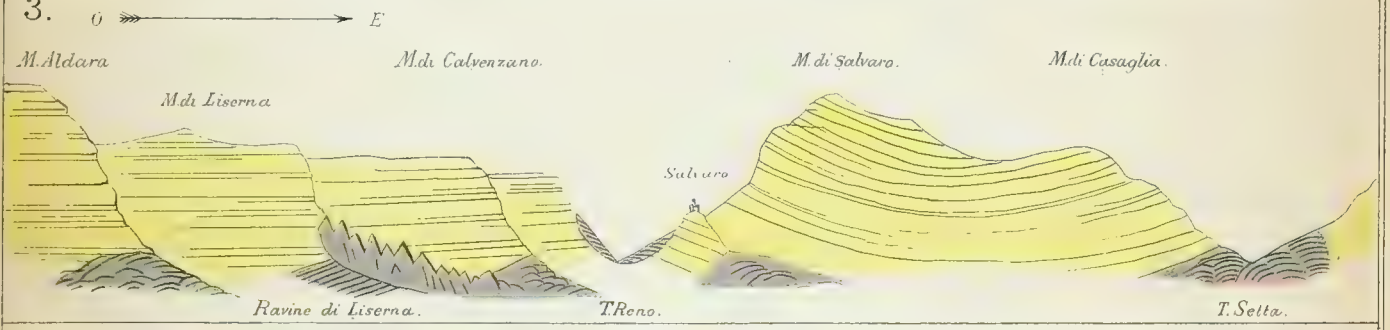
TRATTO DI STRADA, PRESSO IL VULCANELLO, DIRETTO DA PORRETTA A LIZZANO DI BELVEDERE.

2.



SEZIONE DA CREDA A TERRAROSSA ATTRAVERSO IL T. BRASIMONE.

3.

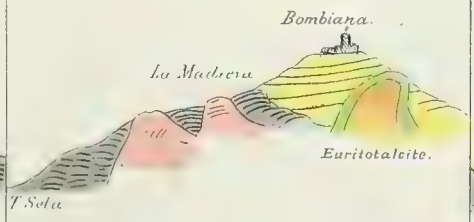


SEZIONI IN PROSPETTIVA DAL MONTE DI VERGATO AI MONTI DI CASAGLIA.

4.

IL MASSO METALLIFERO DI SASSONERO.

5.

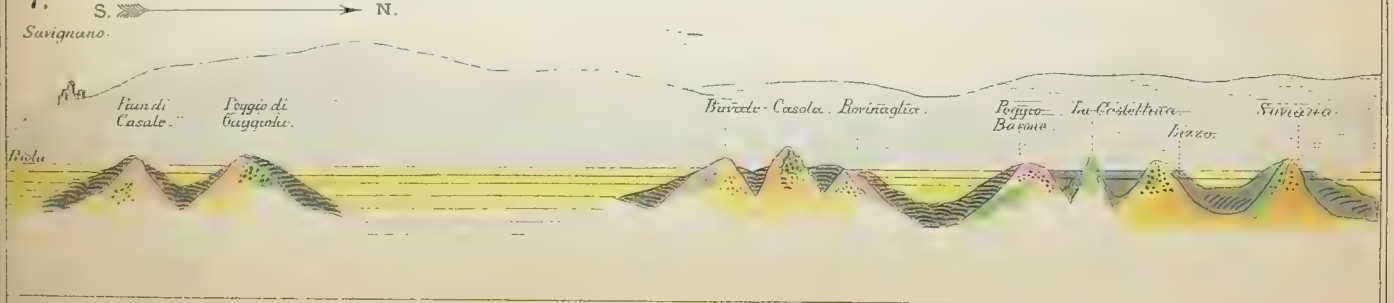


ROCCE OFIOLITICHE PR. BOMBIANA.

6.

SEZ. DEL M. DI GRIZZANA.

7.



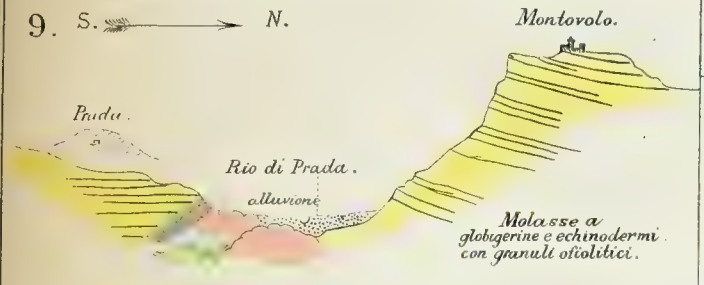
LE EMERSIONI DI SERPENTINE DA RIOLA A SUVIANA LUNGO RENO.

A. Baraldini, inc. Lit. G. Wenk e Figli Bologna.

8.

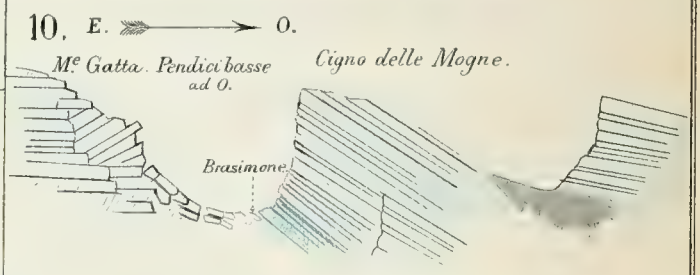
SEZIONE DAL MONTE CAVALORO (RIOLA) AL MONTE ALDARA (VERGATO) Dist: alt = 1:2.

9.



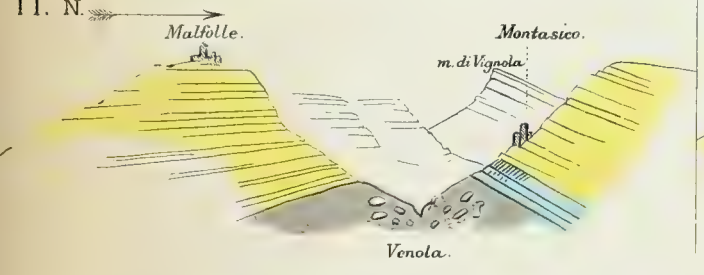
SEZIONE ATTRAVERSO IL RIO DI PRADA.

10.



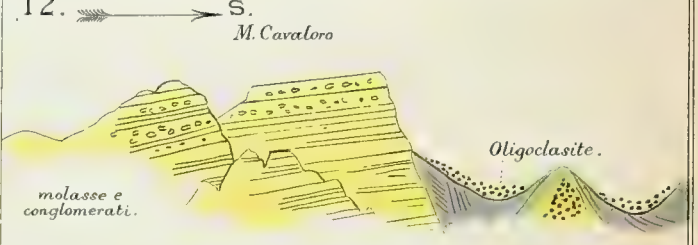
VALLE DI BRASIMONE AL CIGNO DELLE MOGNE

11.



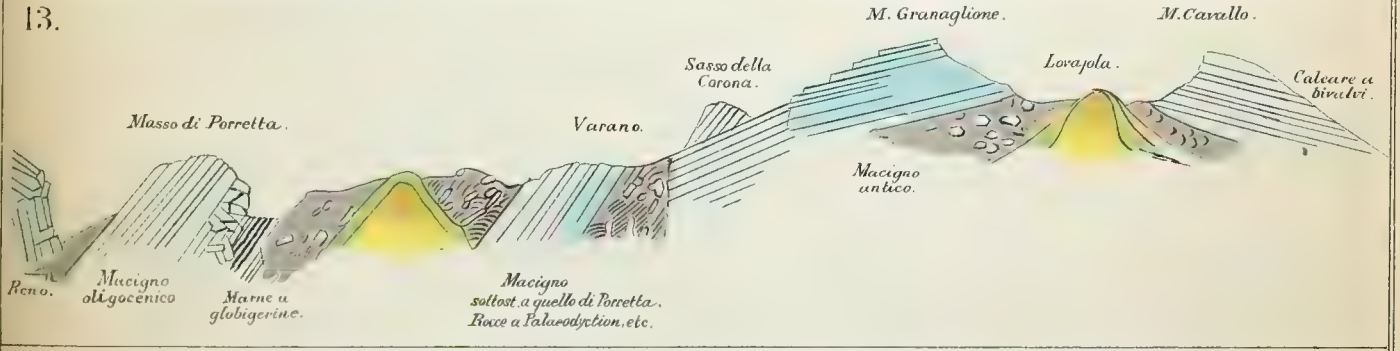
ARGILLE SCAGLIOSE DELLA VALLATA DEL T. VENOLA.

12.



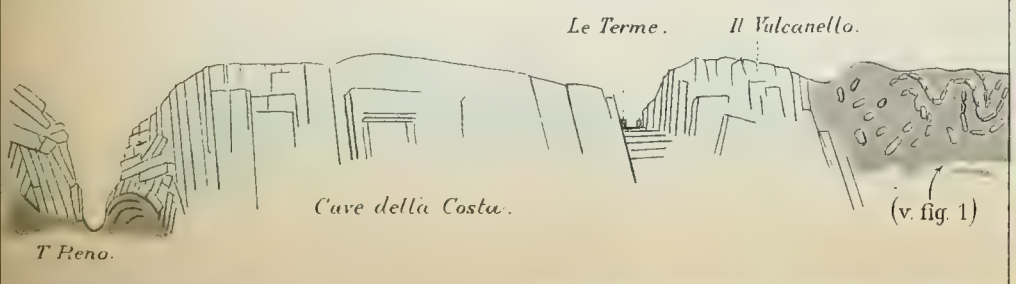
IL MASSO DI OLIGOCLASITE PRESSO M. CAVALORO.

13.



SEZIONE DAL PONTE DELLA MADONNA (PORRETTA), AL MONTE CAVALLO.

14.



SCHEMA PER DARE IDEA DELLA STRUTTURA E DELLA POSIZIONE DEL MASSO DI PORRETTA.

Spiegazᵉ dei Colori e Segni:

- Marne e molᵉ miocen.
- Macigno oligocenico.
- Macigno antico.
- Argille Scagliose.
- Gabbro rosso.
- Impasti Ofiolitici
- Serpent. feldispatiche.

A. Baraldini, inc. Lit. G. Wenk e Figli. Bologna

DI UNA DIAGNOSI DI COLELITIASI SBAGLIATA

OPERAZIONE - GUARIGIONE

NOTA CLINICA

del Prof. PIETRO LORETA

(Letta nella Sessione del 16 Dicembre 1888).

Il giorno 20 Aprile dell' anno corrente, operando la Signora Contessa Faella d' Imola, mi occorse di osservare una tale anomalia, che credo sia cosa utile rendere di pubblica ragione.

La Signora di cui è parola ha più di 70 anni: soffriva da circa 20 anni di acutissimi dolori che, sotto forma di veri accessi, la colpivano nella regione dell' ipocondrio destro, e che si irradiavano alla regione colica destra, all' ipocondrio sinistro, alla colonna vertebrale e verso la spalla del lato destro. La durata di questi dolori era variabilissima: e quando poche ore, quando si prolungavano per uno o più giorni. I dolori, che in grado sopportabile sentiva di continuo, esacerbavano all' improvviso senza cause note, e, senza che si potesse attribuire alla virtù di questo o quel rimedio, dei tanti farmaci prescritti, cessavano ora d' un subito ora a rilento, lasciando però sempre una sensazione di peso e di doglia molesti. Nel periodo lungo della sua malattia, la Signora ha patito ben undici volte di convulsioni isteriche. Debbo osservare che lo spandimento di bile spesse volte accompagnava o seguiva que' dolori, che avevano aspetto di coliche epatiche, non che i fenomeni dispeptici, fino al vomito. La povera paziente pativa poi sempre di una sensazione molesta di calore nell' ipocondrio destro; aveva senso di peso al ventre, e scariche ora stitiche ora diarroiche; talvolta era colpita da febbre violenta preceduta da intenso accesso di freddo.

All' esame obbiettivo l' inferma mostravasi ben costituita e robusta, sebbene la sua nutrizione fosse alquanto deperita. Negativo risultò l' esame dei visceri del petto: nell' addome aveva l' area epatica molto ingrandita, e un tumore piriforme, grosso come il pugno di adulto, sporgeva manifestamente dal margine libero del fegato. Nessuna area risuonante si sentiva tra quel tumore e il viscere, col quale discendeva e s' innalzava facendo respirare profondamente la malata; aveva sede lungo la linea emiclaveare destra, e lungo questa direzione si estendeva verso la

regione colica dello stesso lato. La superficie di quel tumore era liscia ma irregolare, aveva consistenza elastica e sembrava contenere de' corpi duri, vari per forma e resistenza.

Quanto al volume il tumore stesso non appariva sempre eguale in ogni esplorazione; era maggiore e più consistente, se si esplorava nel periodo degli accessi, di quello che fosse nelle giornate di relativa calma. Insomma tutto l' apparato de' sintomi accennava alla litiasi biliare nelle sue due forme, lenta ed acuta.

Di fatto, tra una crisi e l' altra, la nostra inferma soffriva di dispepsia ora flatulenta ora acida; e quindi la stitichezza che a quando a quando si alternava colla diarrea. Non mancava mai il senso di doglia e di calore nella regione del fegato, e provava le fitte dolorose, e l' impressione di un movimento sussultorio nella sede occupata dal tumore; anzi proprio nel tumore stesso. Anche i fenomeni di irradiazione alla scapola, al braccio e al dorso comparivano le quante volte la Signora si fosse sottoposta alla palpazione e non di rado insorgevano spontaneamente, in tal caso però sempre quattro o cinque ore dopo il pasto.

La itterizia, che tante volte si mostrò nel decorso lungo di cosifatta malattia, accennava ad impedito o a rallentato deflusso della bile attraverso il colledoco, o nelle principali diramazioni del condotto epatico; per la qual cosa bene si comprendeva come l' area del fegato fosse aumentata.

Il modo brusco poi con cui gli accessi dolorosi invadevano; l' essere determinati sovente da qualche viva emozione; la loro comparsa alquante ore dopo del pasto; l' obbligare l' inferma alla assoluta immobilità; i fenomeni dispeptici e il momentaneo sollievo che seguiva al vomito; la tinta itterica intercorrente; il calore aumentato nell' ipocondrio destro e, finalmente, gli stessi attacchi epilettici costituivano, come si disse, il quadro semiologico caratteristico della colelitiasi tanto nella sua forma lenta, quanto in quella acuta.

Tutti i medici, e nel lasso di vent' anni la Signora troppi ne ha consultati, tutti i medici convenivano col giudicarla malata di calcolosi biliare: per la qual cosa ne accettò sempre le prescrizioni e si curò diligentemente, ma senza ricavarne mai alcun vantaggio. I calmanti stessi in dose generosa non giovavano a diminuire la intensità degli accessi.

Tratto nello stesso errore in cui erano caduti quanti Colleghi mi avevano preceduto nell' esame e nella cura della Signora Faella, la operai, proponendomi di eseguire la colecistectomia o la colecistorrafia: e la oparai sia per le vive istanze della malata stessa, sia anche perchè confidava che la sua età non ponesse ostacolo al buon andamento e all' esito del manuale operatorio. La resistenza opposta da quell' organismo a malattia così lunga e così crudele mi rassicurava sugli effetti della laparatomia, sebbene fossi per eseguirla in donna settuagennaria.

Aperto il ventre col taglio parallelo all' arco costale, trovai difatti il fegato ingrandito e sporgente dall' arco costale, ma la cistifellea non conteneva calcoli; era al suo posto normale, presso che vuota e difficilmente accessibile, stante il

turgore del viscere. Invece mi si affacciò una curiosa anomalia nel legamento sospensorio; il quale era pertugiato in guisa tale, che permetteva alla regione pilorica dello stomaco e a parte degli omenti di introdursi nel pertugio e di passarvi attraverso. Per la qual cosa il tumore di cui ho parlato superiormente, era costituito dai visceri suddetti, i quali, mantenuti in quel rapporto, erano anche diventati ipertrofici in seguito alle irritazioni patite. La resistenza che il tumore offriva al palpamento era data in parte dalla varietà dei tessuti e dal modo speciale con cui stavano insieme raccolti, e in parte dalle materie alimentari che in essi erano contenute, le quali, variando per qualità e quantità, facevano sì che variasse del pari e la superficie del tumore, ed il suo volume.

Il legamento soltanto del fegato circoscriveva profondamente il pertugio anomalo ed era vestito dal peritoneo; non mi fu dato di conoscere, dai caratteri del tessuto circoscrivente quel forame, se l' anomalia fosse consecutiva a processo infiammatorio, ovvero fosse congenita. Il duodeno, spostato dalla parete posteriore dell' addome, aveva un mesenterio suo proprio, era disteso e mantenuto in posizione fissa dalla porzione pilorica dello stomaco penetrata e giacente a permanenza nel forame indicato. Il colledoco, alla sua volta seguendo il duodeno, era soggetto ad allungamento ed a pressione; pressione ed allungamento che variavano, col variare delle sostanze contenute nella parte di viscere impegnata e protusa a destra del cingolo peritoneale o legamentoso.

Con ciò a me sembra si comprenda, tanto il cambiamento di volume e di consistenza che presentava il tumore, quanto il variare dei dolori nella loro forma, facendosi ora acuti ed ora lenti, secondo che si accumulavano o meno le sostanze alimentari. E si spiegano d' altronde lo spandimento di bile e la itterizia che ne seguiva, l' ingrandimento del fegato e la produzione di calore in aumento nel viscere stesso; i dolori colici e quelli di irradiazione, i fenomeni dispeptici, e tutto quanto insomma accadeva di somigliante a ciò che si osserva negli infermi di colica epatica da litiasi biliare.

Per togliere dal rapporto morboso gli omenti e lo stomaco, legai due volte col filo di catgut il legamento rotondo del fegato e lo incisi in mezzo ai lacci. Di tal guisa i visceri furono liberati da quella posizione, e tosto si ridussero, tornando spontaneamente nella loro situazione normale.

Dopo diciotto giorni la Signora Faella si alzò guarita dell' operazione, non che del male che l' affliggeva da tanto tempo: e di quel male oggi pure si conserva guarita, oggi che conta già otto mesi dal giorno che fu tagliata.

Non è a mia conoscenza che nella letteratura anatomica sia registrata l' anomalia di cui ho discorso, e non conosco nelle storie cliniche verun caso somigliante a questo. Negative riuscirono le indagini che feci all' uopo, non che le risposte che mi ebbi da persone competentissime nella anatomia, nella patologia e nella teratologia. Comunque sia l' osservazione da me fatta servirà a dimostrare da quante fonti abbia origine l' errore in cui possono cadere dottissimi ed esperti

clinici nel giudicare, e d' altra parte giustifica la utilità del taglio esplorativo ogni qualvolta la diagnosi è dubbia.

La osservazione stessa aggiunge, parmi, un tenue contributo alla chirurgia addominale, e specialmente a quella dello stomaco e a quella del fegato.

Prima di finire mi corre l' obbligo di informare l' Accademia intorno allo stato di salute di quel Paolo Tonini, che nel mese di agosto del 1887 fu da me operato di resezione del fegato per cisti da echinococco. E sono lieto di presentarlo alla Accademia perfettamente guarito, avente nutrizione florida e tanta forza, da guadagnarsi il pane col faticoso suo mestiere di canepino. Presenta la cicatrice solida e scevra di aderenze col viscere sotto posto. Il quale si moveva liberamente, seguendo i moti del diaframma; presenta soltanto un lieve rimpicciolimento nell' area che corrisponde al suo lobo sinistro. E proprio là dove fu resecato. Però la linea della ottusità si prolunga più in basso, di quanto si rilevava due mesi dopo la operazione: allora il suono timpanico lungo la parasternale incominciava all' ottava costa, oggi si rileva, lungo la stessa linea, due centrimetri e mezzo sotto l' arco costale. E qui è a chiedere se siasi riprodotta buona parte del lobo resecato, o se il viscere in massa abbia cambiato rapporto colla parete anteriore del ventre e sia disceso.

Debbo altresì rendere conto di un altro operato che presentai all' Accademia insieme al Tonini, e cioè di Giuseppe Saccani, nel quale il 24 Settembre del 1887 eseguii la colecistotomia e la colecistorrafia per calcolosi biliare. Il Saccani morì or sono tre mesi per ferita grave riportata in rissa. Dalla squisita gentilezza del Dott. Lancillotti, chirurgo condotto nella Repubblica di S. Marino, appresi che quella cistifellea non era completamente atreta dodici mesi dopo l' atto operativo, ossia il giorno in cui fu fatta la necroscopia: presentava una piccola cavità foggiata a canale in continuazione col dotto cistico dentro cui si rinvenne un piccolo calcolo biliare. Dal che si deduce che la colecistorrafia espone a nuova raccolta di calcoli nella cistifellea e quindi alla recidiva del male, qualora non sia preceduta dal raschiamento dell' epitelio che ne soppanna la membrana mucosa.

NUOVE OSSERVAZIONI
INTORNO AL DISTRIBUIMENTO E ALLA TERMINAZIONE
DELLE FIBRE NERVEE NELLA VESCICA URINARIA
DI ALCUNI ANFIBI, RETTILI E MAMMIFERI

MEMORIA

DEL DOTTOR GIOVANNI CUCCATI

(Letta nella Sessione del 9 Dicembre 1888).

Quantunque molte cose sieno state dette e scritte sopra il modo onde i nervi si terminano nei muscoli lisci, e differenti talora nonchè strane sieno state le opinioni anche per parte di celebri scrittori; ora che alle investigazioni microscopiche un assai più ampio orizzonte si è aperto col metodo dell' Ehrlich (1); parmi non sia cosa nè oziosa nè inutile che io mi intrattenga sopra un argomento che, appunto per essere stato motivo di lunghi studî e di continue disputazioni, può darci a priori una idea della sua grande importanza. E per lo studio predetto scelsi la vescica urinaria di quegli animali che meglio si prestarono, quali la *rana esculenta,* la *rana temporaria,* il *triton cristatus,* la *salamandra maculosa*, l' *emys europaea,* la *lacerta agilis,* la *lacerta viridis*, la *podarcis muralis,* il *mus musculus,* il *mus albinus* e il *lepus cuniculus.*

Cenni bibliografici.

Klein (2) nel suo lavoro si occupa della distribuzione delle fibre pallide nella membrana nittitante della rana e dice solamente che le fibre nervee sono disposte in più ordini. Ha studiato ancora i capillari della lingua della rana e avverte che queste fibre passano a maggiore o minore distanza dai capillari sanguigni e talora incrociano il loro decorso; non parla però delle connessioni che possono avere nelle fibre cellule muscolari e dice soltanto che intorno ad esse formano una rete a strette maglie (Vedi della parte 2ª Fig. 5 della Tav. 2).

(1) Biologisches Centralblatt — Bd. VI. N. 7 1886.

(2) On the peripheral distribution of non-medullated Nerve fibres (Quarterly Journal of Mic. Science, Vol. XII, 1872. Parte 2-3).

W. Wolff (1) non parla del modo onde le fibre midollate si terminano nei muscoli lisci, giacchè il metodo da lui tenuto (cloruro d'oro) e che io stesso appositamente sperimentai, non poteva permettergli di rilevare i fatti che più oltre esporrò. Le figure che porto a corredo della mia tesi, per chi non volesse leggerne il testo, lo addimostrano.

His (2) Parla della distribuzione delle fibre nervee nei vasi sanguigni e distingue due plessi a larghe maglie, e li denomina: uno, plesso fondamentale, ed è il più esterno; ed uno mediano, situato sopra le cellule muscolari; mentre Ranvier (3) ne distingue un terzo fatto di fibre più sottili, le quali probabilmente, giusta una sua ipotesi, terminerebbero in piastre motrici.

Loevit (4) dice che nella vescica della rana il plesso intramuscolare è fatto da una rete di fibre nervose, la quale si farebbe più fitta nei punti in cui corrispondono i nuclei delle fibro-cellule muscolari.

Klebs (5) Nella vescica della rana distingue tre plessi: uno fondamentale ricco di cellule ganglionari; uno intermedio con ricche ramificazioni anastomizzate, ed in fine un plesso intramuscolare ad estremità libere che trae origine dal plesso intermedio. Dice pure che ha veduto qualche volta una fibra nervosa in connessione (?) con una fibro-cellula muscolare.

Arnold (6) sostiene che le fibre del plesso intramuscolare traversano le cellule muscolari e i loro nuclei e che talora in questi terminano ad estremità rigonfiate. In aiuto di questa teoria porta dei disegni ricavati da muscoli della vescica urinaria della rana trattati col cloruro d'oro; dallo strato muscolare di una piccola arteria di una rana previo trattamento coll'acido acetico e cromico; e da una sezione trasversa di utero di pecora trattato coll'acido cromico solamente.

Frankenhauser (7) dice che le fibre nervee terminano entro il nucleolo delle fibro-cellule muscolari, così pure Hènocque (8), il quale anzi dice che le fibre nervee terminano nel nucleolo sotto forma di bottoncino.

Elischer (9) è d'avviso che le fibre nervee terminino ad estremità libere entro il nucleo ma fuori del nucleolo.

R. Gscheidlen (10) dice che ciascuna fibra muscolare è in rapporto con una

(1) Die Innervation der glatten Muskulatur (Arch. f. mik. Anat. Bd. 20. 1882).
(2) Ueber di Endigung der Gefässnerven (Arch. von Virchow. Bd. 28).
(3) Tracté d' Histologie p. 856.
(4) Die Nerven der glatten Muskulatur — Acc. delle Scienze di Vienna, Vol. 71.
(5) Die Nerven der organischen Muskelfasern (Virchow 's Arch. Bd. 32. S. 168 — 1865.
(6) Gewebe der organischen Muskeln, Stricker's Handbuch der Lehre von den Geweben. S. 142.
(7) Die Nerven der Gebärmutter und ihre Endigung in den glatten Muskelfasern. Jena 1867
(8) Du mode de distribution et de la terminaison des nerves dans les muscles lisses — Archiv. de phys. norm. et patholog. Tom. III. pag. 401 — 1870.
(9) Beiträge für feineren Anatomie des Uterus. Arch. f. Gynack. Band IV. S. 10 — 1876.
(10) Beiträge sur Lehre von der Nervenendigung in den glatten Muskelfasern (Arch. f. mik. Anatomie Bd. 14. 1877. S. 321).

fibra nervosa, e che talora le fibrille nervose si anastomizzano le une colle altre. Nella sanguisuga ha veduto delle fibrille, adagiate sulle fibre muscolari, dividersi e talora prendere connessione (?) con esse. Nella Fig. 11 della Tavola che riporta si vedono delle terminazioni intramuscolari molto simili a quelle da me riportate nella Fig. 3 della qui annessa tavola.

W. Krause (1) Per lo studio delle terminazioni nervee nei muscoli lisci ha preso il muscolo rettococcigeo di un coniglio di tre mesi lungo 30 centimetri, e gli è parso di vedere, con quei mezzi di cui allora si poteva disporre, che, e queste sono le sue stesse parole " die doppeltcontourirten Nervenfasern mit besonderen Endigungs-Apparate, die wahrscheinlich plattenförmig "Endplatten „ sind, in einem glatten Muskel aufhören „. E su questo, io credo, coi nuovi mezzi di indagine, sarà bene di ritornare.

M. Lavdowsky (2) ha veduto nella vescica urinaria della rana le fibre pallide formare una rete inframuscolare; non dice però in quale rapporto le fibre nervee stieno rispetto alle cellule muscolari; parla di cellule nervose terminali (?) " Endzellen „.

Tolotschinoff (3) dice che nella vescica della rana le fibre nervee formano grandi e piccole reti, e che le grandi reti avvolgono i muscoli, mentre le piccole sono poste sotto l' epitelio della mucosa. Dopo d' aver detto che le fibre corrono o parallelamente o trasversalmente ai muscoli; viene a dire che non ha potuto mai vedere figure simili a quelle riportate da Arnold; ma che ha veduto delle sottili fibrille nervose affluire ai contorni di un nucleo e qui perdersi (?); e conclude dicendo che intorno alla loro reale maniera di terminare non ha potuto però farsi un' idea chiara e precisa.

Lustig A. (4) afferma che per lui non evvi alcun dubbio circa la connessione fra fibro-cellule muscolari e nervi; e va anche più in là dicendo, che i nervi devono terminare nei nuclei delle fibro-cellule muscolari.

P. Ehrlich (5) dice che l' apparato nervoso sensitivo della vescica della rana forma delle grandi aree le quali sono formate da successive divisioni di una sola fibra nervosa, e che le fibre ultime di queste diramazioni portano tutte bottoni terminali.

C. Arnstein (6) avverte che le sottili fibre nervose della vescica urinaria, che

(1) Die Nervenendigung in den glatten Muskeln (Arch. f. Anat. Phys. und w. Medecin — Jahrgang 1870. H. I).

(2) Archiv. f. Anat. Phys. und. w. Medecin von Reichert. Jahrgang 1872 S. 55.

(3) Ueber das Verhalten der Nerven zu den glatten Muskelfasern den Froschharnblase — Archiv. fur mikr. Anatomie. Band. 5. S. 509.

(4) Biologisches Centralblatt 15 Juni 1881. N. 5.

(5) Ueber di Metylenblaureaktion der lebenden Nervensubstanz (Biologisches Centralblatt 1 Juni 1886 N. 7.

(6) Die Metylenblaufärbung als histologische Methode (Anatomischer Anzeiger 1887. N. 5. S. 129).

mostrano delle varicosità, terminano, dopo breve o lungo cammino, in un fascio muscolare. Egli ha adoperato anche il cloruro d' oro, ma non ha mai veduto bottoni terminali o piastre motrici.

Processo di preparazione.

Per non andar troppo per le lunghe dirò che, per rendere palesi le terminazioni nervee, mi sono valso della soluzione acquosa satura di bleu di metilene preparata da fresco, e del cloruro d' oro col metodo del Loewit modificato dal Ranvier. Avvertirò subito che quest' ultimo metodo è di gran lunga inferiore al primo, giacchè i fasci muscolari vengono troppo colorati, così che le fine terminazioni nervose ne sono mascherate: serve soltanto abbastanza bene per dimostrare la rete di fibre pallide che sta specialmente fra le trabecole muscolari.

Tornando al metodo dell' Ehrlich (1), dirò che la soluzione satura di bleu di metilene puossi fare o nell' acqua pura, o, come insegna Aronson (2) nell' acqua con cloruro di sodio in questa proporzione.

Bleu di metilene	gr. 1
Acqua distillata	cc. 400
Cloruro di Na	gr. 0.60

Io anzi dirò che di preferenza ho usato questa soluzione da cui ne ho ritratto eccellenti preparazioni.

Fissato l' animale in modo che non potesse muoversi (coniglio o topo) e fatta una incisione della parete addominale lungo la linea alba, e tenute divaricate le labbra della ferita per mezzo di appositi uncini; essendo l' animale ancora vivente, io passava un filo contemporaneamente sotto l' aorta addominale e la vena cava ascendente poco sopra della formazione delle iliache; indi, un poco più sopra ancora del luogo ove avea passato il laccio, con una forbicetta ben temprata, feriva leggermente l' aorta e la vena cava sì che del sangue ne uscisse una buona parte; poi passava entro la ferita dall' aorta la cannetta di una grossa siringa caricata della soluzione di bleu di metilene, e attorno ad essa stringeva il laccio. Poi adagio adagio, e in modo uniforme, spingeva il liquido nell' aorta finchè la vescica urinaria si mostrasse perfettamente iniettata. Levava la cannetta, stringeva ancor più il laccio, e due ore dopo praticata la iniezione passava alle ulteriori operazioni.

(1) L. c.

(2) Beiträge sur Kenntniss der centralen und peripheren Nervenendigung (Dissertation — Berlin 31 Stn. 1 Tafel).

In così fatta maniera operava anche per le rane; solo che in queste faceva la iniezione per il cuore, o, meglio, per la grande vena mediana del ventre; mentre che per le *Emys* spingeva il liquido colorante direttamente per la via del cuore, dopo aver fatto uscire una grande quantità di sangue.

Per le *Lacertae* e per le *Podarcis*, in cui la iniezione era difficile se non impossibile cosa, dopo averle fissate convenientemente sopra una tavoletta di sughero, aperto l' addome e messa allo scoperto la vescica, la irrorava ripetutamente colla soluzione del bleu di metilene e ve la lasciava sopra quattro o cinque ore. Passato il qual tempo, asportava l' organo tutto intiero e lo poneva nella mia soluzione di acido picrico ammoniacale (1) ove lo rendeva in pezzetti di circa 4 mm. quadrati ciascuno e ve li lasciava dimorare dalla sera alla mattina. Indi li passava direttamente nella glicerina resa alcalina mediante l' aggiunta di goccie una di ammoniaca in cinquanta parti di essa, ed entro questo mezzo ne faceva l' osservazione microscopica.

Come nella mia pubblicazione or ora citata, anche qui ho voluto mettere alla prova, in luogo della soluzione ammoniacale di acido picrico, il picrocarminato di ammoniaca dell' Hoyer, appunto per ovviare all' inconveniente dell' acido picrico alcalino, il quale per rendere troppo trasparente il tessuto lascia distinguere con fatica gli elementi di cui è formato. Ma anche in questo caso il picrocarminato colora troppo intensamente e in modo diffuso il tessuto, di maniera che con grande stento e con molte incertezze si possono seguire le fibre nervose, meno poi scorgere certe finezze quali per esempio i rapporti che esse potrebbero avere colle fibro-cellule muscolari.

Intorno poi alla soprapposizione del liquido colorante usata invece della iniezione, mi si potrebbe muovere la obbiezione se quella può davvero, nel caso che questa non si possa effettuare, supplire la iniezione; e se si può, quando piaccia, usare indifferentemente o l' una o l' altra.

E per rispondere a questa obbiezione io ho rifatto le mie osservazioni sul polmone della rana, nel quale, solo coll' uso della soprapposizione del colorante, io ho avuto, se non splendide preparazioni, come coll' uso della iniezione, tali preparazioni però che erano più che bastantemente dimostrative. Questo per togliermi il dubbio che se, come dirò in appresso, non mi fu possibile scorgere molto chiaramente piastrette reticolate come nel polmone della rana, non lo si deve attribuire al differente metodo adoperato.

Questo mio lavoro si presenta specialmente col fine di appurare alcune cose dette sì, ma lasciate un po' incerte da altri autori; e per riferire alcuni fatti nuovi i quali potrebbero essere di un certo valore onde comprendere il legame che può esistere fra cellule muscolari e nervi.

(1) Cuccati G. Sopra il distribuimento e la terminazione delle fibre nervee nei polmoni della rana temporaria (Internat. Monatsschrift. f. Anat. und Phys. 1888. Bd. V. H. 5).

Mie osservazioni.

A seconda che noi prendiamo in esame la vescica urinaria di uno o dell' altro dei diversi animali sopra cui ho volte le mie osservazioni; si vede che dessa, oltre il parziale involucro del peritoneo, consta di due strati di tessuto muscolare (*lepus cuniculus*, *mus albinus*, *emys europaea*) uno circolare, areolato che è interno, uno longitudinale, compatto, che è esterno; ovvero (*lacertae*, *podarcis*, *tritones*, *ranae*) di un solo strato di tessuto muscolare areolato, tappezzati tutti da un epitelio più o meno stratificato a seconda che si scende dal coniglio alla ranocchia, nella quale ultima l' epitelio della mucosa è fatto di due ordini di cellule soltanto.

Come è noto, i nervi della vescica urinaria nei vertebrati superiori provengono dal plesso ipogastrico che contiene grande quantità di fibre pallide del plesso viscerale del simpatico. Inoltre vi ha ancora una parte di fibre midollate provenienti dal terzo e quarto paio sacrale che serve a dare i movimenti ai muscoli dilatatori dell' orificio vescicale ed ai muscoli dello sfintere. I filetti nervosi si dividono in filetti ascendenti, probabilmente solo simpatici, che vanno ai due terzi superiori della parete vescicale penetrando negli strati muscolari e fin sotto l' epitelio; ed in filetti discendenti, probabilmente solo della vita animale, che terminano nel terzo inferiore dell' organo. Quantunque poi il plesso nervoso mostri questa divisione, ne risulta però come fatto unico, che la vescica urinaria è uniformemente percorsa da una enorme quantità di fibre nervee (Fig. 9) sì da potersi paragonare alla grande coppia di fibrille nervose della cornea dei vertebrati superiori.

Distribuzione delle fibre nervee.

Non vi ha regola. Quello che è certo si è che i nervi, sia della vita organica che della vita animale, si mostrano sotto subito al peritoneo disposti in plessi grossolani. (Fig. 2, 10). Questi constano talvolta di fibre pallide, talaltra di sole fibre midollate le une ben distinte dalle altre (*lepus cuniculus*, *mus albinus*, *mus musculus*); mentre che negli altri animali fibre pallide e fibre midollate sono insieme confuse. In questo caso le fibre pallide poi si disgiungono a diverse altezze dalle midollate mano mano che si internano nello spessore dell' organo e terminano sotto l' epitelio. Sicchè per me la distinzione in tre ordini di plessi fatta dal Klebs (I): superficiale, mediana e profonda, è una distinzione puramente scolastica, la quale regge fino ad un certo punto. Che se pur le si vuol dare saldi fondamenti, può trovare forse la sua ragione di essere nel fatto che testè ho accennato; vale a dire che di grosse che erano le fibre al loro ingresso nell' organo, (strato superficiale) dividendosi, si fanno più sottili formando lo strato medio; e, posto che

debbano percorrere in tutto lo spessore l' organo, giunte sotto l' epitelio, essendosi di bel nuovo suddivise, si sono fatte anche più sottili, formando così lo strato profondo o subepiteliale.

Il fatto si è che tanto le fibre midollate quanto le fibre pallide si intersecano fra di loro in tutte le guise sì da formare un fittissimo intreccio, il quale, a seconda dei punti dell' organo che si prendono in esame, uno è più o meno manifesto dell' altro. Qualche volta (Fig. 8) però si vede assai bene che non è solo un intreccio che si forma, ma che alcune fibre pallide, saldandosi le une colle altre, circoscrivono delle piccole aree decisamente delimitate; formano, cioè delle reticelle distinte (*ot*).

Le fibre pallide, tronchi grossi o medî, mostrano come è ben noto, delle grosse cellule gangliari assai manifeste nei rettili da me esaminati e nelle rane. Siccome però il metodo dell' Ehrlich non è certamente il più addatto per dimostrarle; specie se si è fatto poi uso dell' acido picrico ammoniacale; così nei mammiferi da me presi in esame, mi sono sfuggiti alla osservazione.

Terminazione delle fibre nervee.

Fibre nervee midollate: Presiedono, come ben si sa, alle funzioni della vita animale, e servono a mettere in contrazione più specialmente lo strato reticolato dei muscoli lisci onde dilatare l' orifizio uretrale. Nel coniglio e nel topo, come risulta dalle mie osservazioni (Fig. 5, 6) il loro modo di terminare è alquanto diverso. In tutti i muscoli della vescica urinaria del *Lepus cuniculus* il tronco di fibre midollate manda delle fibre laterali, uniche dapprima che ben tosto si dividono ripetutamente in corti ramoscelli i quali, come Ciaccio (1) ha dimostrato anche nella cornea di diversi animali, sono fatti di tanti granelli irregolari, oscuri, gli uni accosto agli altri, alcuni dei quali portano un breve, sottile e puntuto prolungamento. Talora per contrario all' estremità libera di questo prolungamento sta attaccato un corpicciolo di forma semilunare (Fig. 5).

Nel *Mus albinus* e *Mus musculus*, per contrario, il modo di distribuirsi delle fibre nervee varia a seconda che si prendono in esame i muscoli compatti o i muscoli areolati. Nei *muscoli compatti*, a differenza di quelli del coniglio, le fibre nervee midollate si mostrano sotto forma di un plesso e di arborizzazioni di cilindri assiali posti all' esterno, all' interno e nello spessore del muscolo. Questo plesso e queste arborizzazioni sono fornite, in una certa zona ristretta, da due fibre le cui diramazioni si intrecciano fra di loro. I cilindri assiali sono fatti pur essi di tanti

(1) Intorno alla minuta fabbrica della pelle della rana esculenta. Giornale di scienze naturali ed economiche. Vol. II, Palermo 1867 nella 2ª nota.

granelli di forma irregolare, alcuni dei quali portano un prolungamento che termina o a punta o a palline vuote; oppure con un ingrossamento foggiato a semiluna. In generale dalla annessa Fig. 7 si può anche farsi una idea come in questa qualità di muscoli il distribuimento delle fibre nervee sia fatto in un territorio piuttosto ampio; mentre che nei muscoli disposti a reticolo, come ora vedremo, il distribuimento loro è molto più serrato.

Nei *muscoli reticolati* tanto del coniglio quanto del topo (Fig. 6) vediamo anche qui che per lo meno due fibre concorrono a formare la zona motrice; e che le fibrille, assai più lunghe delle sopradescritte, quantunque presso che ugualmente formate, sono disposte di preferenza secondo la lunghezza del muscolo, oltre che nello spessore di esso. Qua e là si notano, sebbene rare, delle palline terminali vuote, sorrette da un esile peduncolo.

Nell' *Emys europaea*, come negli altri rettili e batraci, che in seguito passeremo in rivista, le fibre midollate, rese libere dal loro involucro di mielina, difficilmente si possono distinguere dalle fibre simpatiche se non si prendono dalla loro origine e non si seguono fino al loro termine. Però dal loro aspetto, per chi ha fatta una discreta pratica nella osservazione, può essere rilevata una certa qual differenza; ed è (Fig. 1) che le ultime diramazioni delle fibre pallide sono fatte di granuli rotondi ed alquanto più grossi di quelli delle fibre midollate. Queste, giunte sul fascio muscolare, dopo aver mandato ramuscoli sottili alla superficie della fibra, vi penetrano entro dividendosi abbastanza ripetutamente dando luogo così ad arborizzazioni a rami lunghi formati pure questi da irregolari granulazioni.

Nel *Triton cristatus* e nella *Salamandra maculosa* le fibre nervee midollate affettano la stessa struttura di quelle della Emys europaea. Però qui mi piace rendere palese un fatto da me osservato nel triton cristatus che, se pure non è accidentale, potrebbe avere molta importanza, e potrebbe servire anche di appoggio alle osservazioni del Loewit (6). Ho veduto che una fibrilla, all' aspetto proveniente da fibre midollate, formava, sopra un nucleo d' una fibro-cellula muscolare, una piccola maglia (Fig. 4, *m*); però non ho potuto rendermi certo quale stretta attinenza questa poteva avere col nucleo della cellula. Per la distribuzione e terminazione delle fibre midollate in questi due rettili, nulla ho da aggiungere a quello che ho detto parlando della Emys europaea.

Nella *Rana temporaria* e nella *Rana esculenta* la distribuzione delle fibre nervee è simile e quella degli altri animali; la terminazione è quale l' ho disegnata nella Fig. 3. Da un tronco misto si staccano cioè delle fibre nervose che, appena raggiunta la sostanza muscolare, perdono la mielina, e il cilindrasse, dividendosi ripetutamente, perfora in ogni direzione il fascio muscolare. Il cilindrasse si mostra con molta evidenza formato di tanti granuli l' uno accosto all' altro, alcuni dei quali portano una punta che non rare volte, sia per un semplice caso, sia per una ragione fisiologica, avvinghia la fibrocellula muscolare ed entra forse in salda attinenza col protoplasma di essa.

Devo aggiungere ancora che, se pure non sono andato errato nella interpretazione, nella rana ho veduto delle fibre midollate dalle quali, nel punto ove tratto tratto si mostrarono prive della guaina midollare, spingevasi fuori il cilindrasse sotto forma di una punta assai oscura, discretamente lunga che, assottigliandosi, si divideva poi ripetutamente, così da formare delle proprie e vere reticelle delimitate, le quali mi richiamarono tosto l' idea che fossero piastrette retiformi quali io (1) ho potuto vedere nel polmone di questi anfibî. Malauguratamente il preparato miscoscopico mi si è guasto prima che io ne potessi ritrarre il disegno; lo tengo però ancora, giacchè qualche cosa dà pure a divedere, pronto a mostrarlo a chi desiderasse osservarlo; nè mi fu più possibile il rifarne di migliori. Queste piastrette retiformi stavano entro il tessuto connettivo che avvolge i muscoli, al lato interno di questi, e si davano a divedere aggruppate in zone ben delimitate nelle quali se ne potevano contare quattro, cinque ed anche sei. Non ho potuto farmi però una idea del posto che occupavano rispetto all' organo.

Fibre pallide. Ho già detto qualche cosa di esse così per incidenza quando parlai della ricchezza delle fibre nervee di questo organo e del modo onde distinguere le ultime diramazioni delle fibre midollate e delle fibre simpatiche. Nel topo le fibre pallide sono molto abbondanti; sono altrettanto numerose quanto negli altri animali da me presi in esame; però queste, ad onta delle mie ripetute ricerche, non arrivano mai fin sotto l' epitelio della mucosa; mentre che nel coniglio, sotto immediatamente all' epitelio, evvi una maravigliosa arborizzazione di fibre pallide varicose, dalle quali partono altre fibre più sottili che terminano ad estremità puntata o a bottoncino (Fig. 8). Ora io ritengo che queste fibre più propriamente sieno deputate ad avvertire nell' animale la sensibilità della pienezza dell' organo insieme alle altre fibre pallide che, sebbene in questo animale sieno scarse, purtuttavolta intersecano in tutte le direzioni l' organo.

Inoltre questa disposizione delle fibre pallide che sta subito sotto l' epitelio, e forse anco entro l' epitelio istesso (ma di questo secondo fatto non ho potuto però rendermi certo) può benissimo spiegarci, oltre che il senso molesto della pienezza dell' organo; anche quei dolori atroci prodotti da cistite per calcoli urinarî specialmente; dolori, che, salendo verso i lombi disegnano quasi il tragitto delle fibre sensitive.

Ora, essendo giunto al termine di questo mio scritto, credo sia oltre che profittevole, anche cosa commoda per chi imprenderà la lettura di questo mio scritto, ridurre, come altra volta ho fatto, tutte le cose fin qui ragionate, in corollari che sono i seguenti:

1° La vescica urinaria nel *lepus cuniculus,* nel *mus albinus*, nel *mus musculus*

(1) l. c.

e nell' *emys europaea* si compone oltre che dell' inviluppo peritoneale, e dell' epitelio della mucosa fatto di più ordini di cellule; di due strati di tessuto muscolare, compatto allo esterno, areolato all' interno;

2° oppure di un solo strato muscolare areolato fitto, oltre che del peritoneo e dell' epitelio proprio della vescica il quale ultimo si compone di due ordini di cellule *(lacertae, podarcis, tritones, salamandrae, ranae)*.

3° Le fibre nervose pallide sono assai abbondanti in tutta la spessezza dell' organo, meno che nel coniglio nel quale, a differenza degli altri animali presi in esame, tutto il grande plesso di fibre pallide si esplica sotto l' epitelio formando una ricca arborizzazione la quale termina ad estremi puntati o a bottoncino.

4° Tutte le fibre nervee provenienti dal simpatico, unitamente alle fibre del terzo e quarto nervo sacrale formano, alla superficie dell' organo, un intreccio di grossi tronchi i quali, man mano che si approfondano nel tessuto, si dividono ripetutamente, e in tal modo, a diverse altezze dell' organo, formano plessi sempre più intricati; e le fibre pallide talora in qualche punto mostrano, oltre che delle anastomosi, anche delle piccole aree chiuse (Fig. 9) o maglie.

5° Le fibre midollate terminano, nello spessore e sulla superficie dei muscoli compatti, ad arborizzazione, i cui ramuscoli portano, sul loro decorso o nel loro termine, talora delle palline vuote sostenute da un peduncoletto (topo); talaltra delle punte (coniglio). Nei muscoli reticolati invece (topo e coniglio) terminano in plessi molto serrati costituiti da grande quantità di fibrille aventi, rare sì, ma assai ben visibili palline vuote sorrette da un peduncoletto.

6° Nell' *Emys europaea*, e più ancora negli altri rettili ed anfibî, la terminazione delle fibre midollate si fa per arborizzazioni di sottilissimi cilindri assiali i cui granuli, onde sono formati, portano talora una punta con la quale sembra che abbraccino uno fibrocellula muscolare, ed entrino in rapporto col protoplasma di essa.

7° Nel *triton cristatus* poi ho veduto una sottile diramazione di una fibra nervea formare, sopra il nucleo di una fibrocellula muscolare, una piccola maglia, senza ch' io giungessi però a comprendere quale rapporto intimo avesse quello con questa.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tutte le figure della tavola annessa sono state disegnate ad un ingrandimeuto di circa 200 diametri, e ritratte tutte per mezzo del nuovo prisma Zeiss-Abbé. I disegni furono presi alzando od abbassando all' uopo il tubo del microscopio a seconda che i fasci e le fibrille nervose si piegavano in alto o si sprofondavano nello spessore del tessuto.

Fig. 1ª — Fibre nervose midollate (*fm*) e pallide (*fp*) le quali stavano sopra due fascetti muscolari, di cui anzi ne disegnavano il cammino.
t, Ultimi rami di una fibra midollata (*emys europaea*).

Fig. 2ª — Grossi tronchi di fibre pallide (*fp*) cosperse di numerosi nuclei e insieme anostomizzate.
ct, Fibro-cellule muscolari triangolari.
cmf, Fibro-cellule muscolari fusate (*lepus cuniculus*).

Fig. 3ª — Grosso tronco (*tm*) di fibre pallide e midollate cosparso di nuclei da cui spiccansi brevi e sottili fibre che, dividendosi in molte branche (*br*), perforano in tutto lo spessore il muscolo. I granelli, di cui si compongono queste ultime diramazioni, si vedono forniti tratto tratto di un prolungamento a punta (*p*) che avvinghia bene spesso le fibro-cellule muscolari (*cmf*) (*rana temporaria* e *rana esculenta*).

Fig. 4ª — Tronchi di fibre nervose misti. Nel punto *m* vedesi una maglietta collocata sopra un nucleo di una fibro-cellula muscolare.
cg, Cellule gangliari.
n, Nuclei delle fibro-cellule muscolari (*triton cristatus*, *salamandra maculosa*).

Fig. 5ª — Divisione e termine di una fibra nervosa midollata (*fm*).
p, Punte terminali.
sm, corpicciolo terminale foggiato a semiluna.
n, Nuclei delle fibro-cellule muscolari (*lepus cuniculus*).

Fig. 6ª — Terminazione delle fibre midollate (*fm*) intorno e nello spessore dei muscoli reticolati del *lepus cuniculus* e del *mus albinus*. (Disegno preso da una preparazione microscopica del *mus albinus*).

pv, Palline vuote terminali.

Fig. 7ª — Arborizzazioni terminali di fibre midollate (*fm*) nei muscoli compatti della vescica del *mus albinus*.

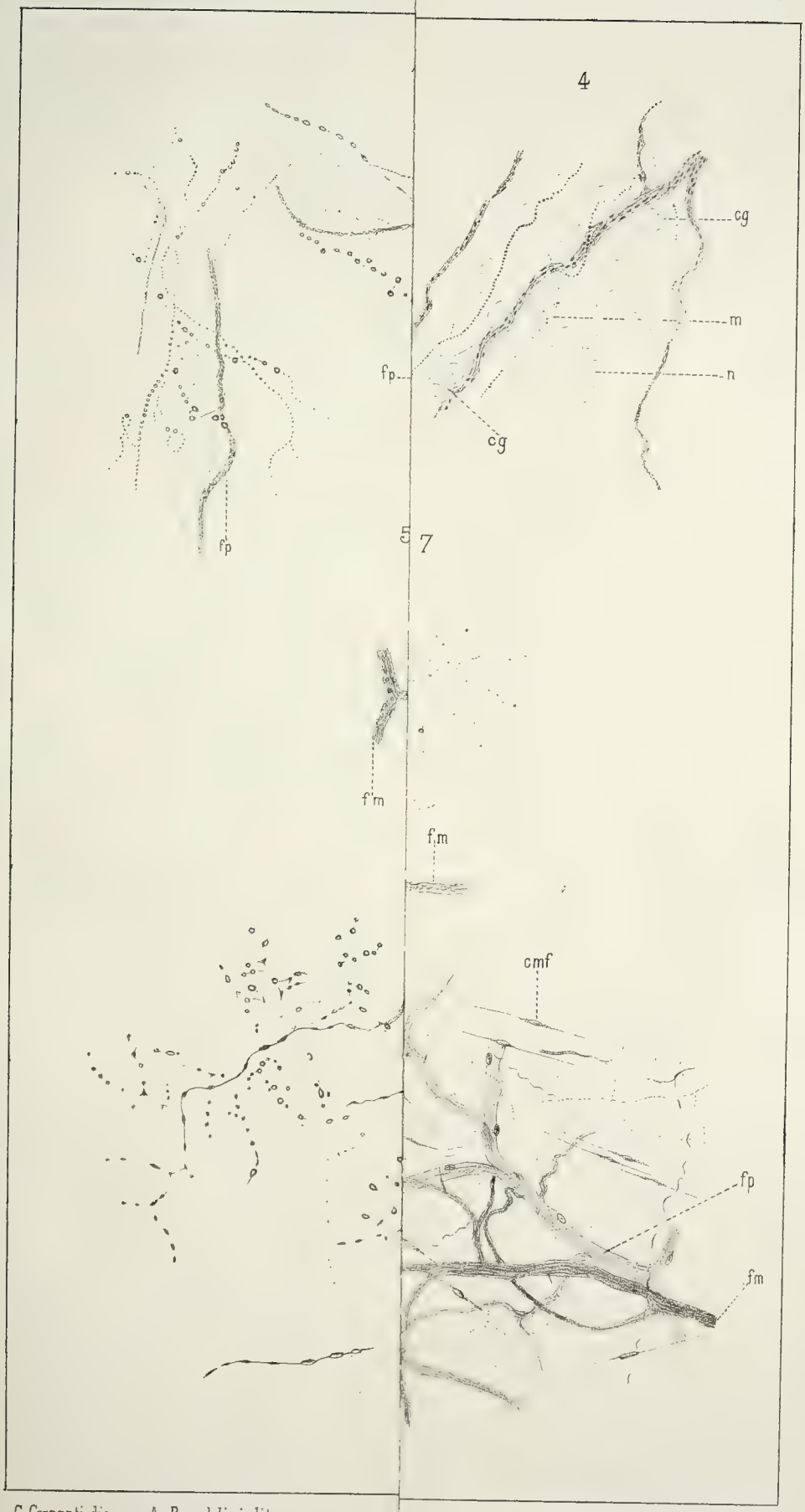
sm, Palline terminali, alcune foggiate a semiluna.

Fig. 8ª — Arborizzazioni di fibre pallide e loro terminazione a bottoncino od a punte nello strato sub-epiteliale della vescica del *lepus cuniculus*.

Fig. 9ª — Grandi plessi di fibre pallide nella vescica urinaria della *podarcis muralis*. Simili preparazioni ottenni nelle varie lacertae; ne ho riportata però la migliore.

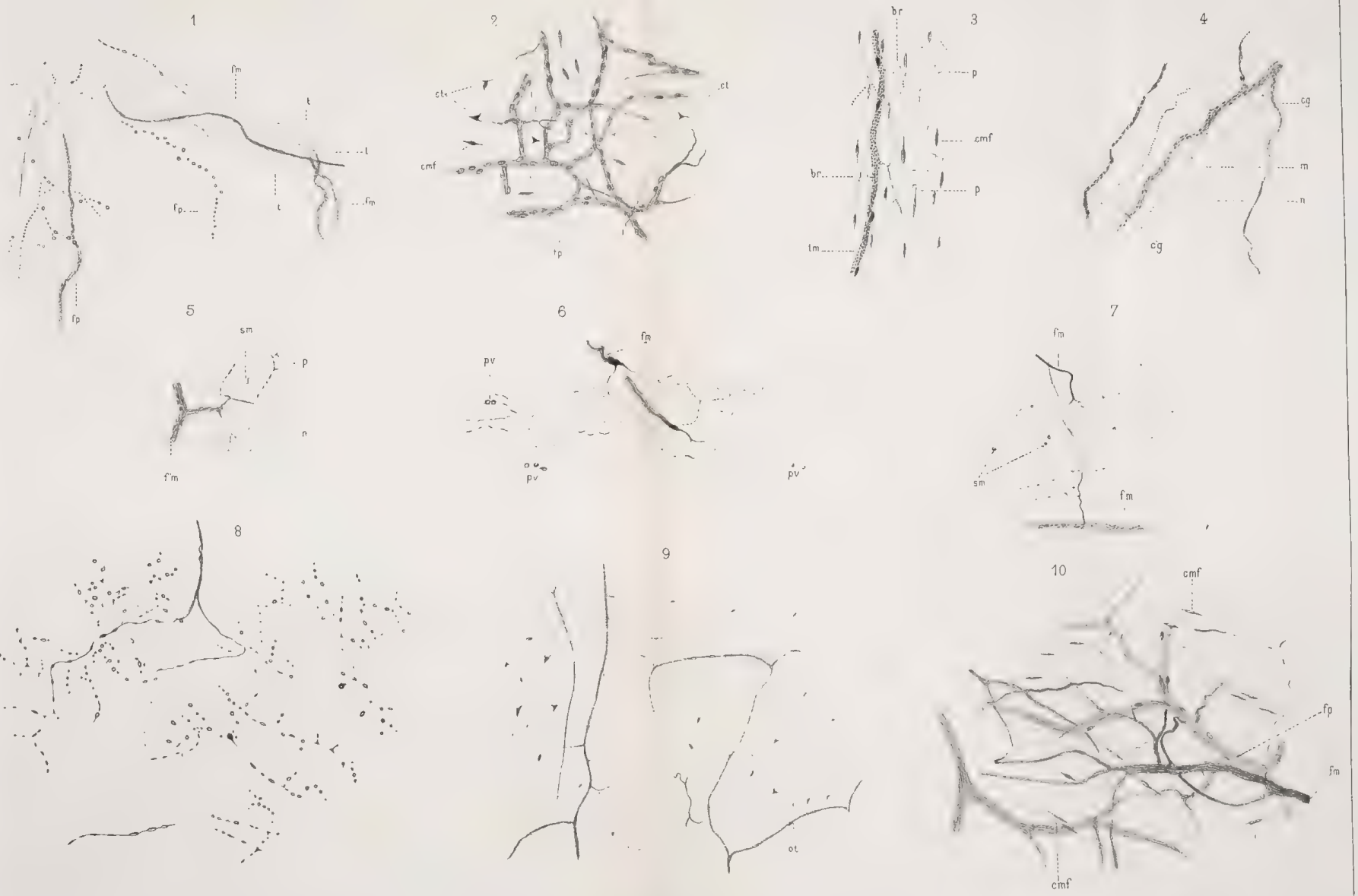
Fig. 10ª — Grossi tronchi di fibre pallide (*fp*) e di fibre midollate (*fm*) che si trovano alla superficie esterna dell'organo subito fuori del tessuto muscolare.

cmf, fibro-cellule muscolari fusate.



G. Cuccati dis. — A. Baraldini lit.

Lit. G. Wenk e Figli — Bologna.


1
fm
t
t
fp.
t
fm
fp
2
ct
ct
cmf
fp
3
br
p
cmf
br
p
tm
4
cg
m
n
cg
5
sm
p
n
fm
6
fm
pv
pv
pv
7
fm
sm
fm
8
9
ot
10
cmf
fp
fm
cmf

SUI FLUOSILICIURI
DI ALCUNI ALCALOIDI

NOTA

dell'Ing. Dott. ALFREDO CAVAZZI e ADOLFO FERRATINI

(Letta nella Sessione del 9 Dicembre 1888).

Abbiamo l'onore di riferire intorno ai fluosiliciuri di alcuni alcaloidi, continuando così l'argomento delle due Note che furono pubblicate negli Atti di questa R. Accademia. Il lavoro che presentiamo risguarda le ricerche da noi fatte sui fluosiliciuri di stricnina, di brucina, di cinconina, di narcotina, di aconitina, di atropina, di caffeina e di narceina.

I fluosiliciuri di stricnina, di brucina e di narcotina si ottengono con un metodo comune, il quale consiste nel mettere l'alcaloide ben polverizzato entro capsula con poca acqua bollente che si mantiene calda sul bagno maria. A questa si aggiunge a poco a poco acido fluosilicico diluito sino a che il liquido manifesti forte reazione acida colle cartine di tornasole. La quantità dell'acqua deve essere sufficiente per sciogliere tutto il sale che si produce, e perchè la soluzione riesca satura o pressochè tale a 90° circa. Dopo si fa raffreddare rapidamente la detta soluzione, e si versa su filtro di carta il fluosiliciuro che si depone in forma di piccoli cristalli: si lava il sale quattro o cinque volte con acqua distillata fredda, si comprime bene fra carta sciugante, e si secca in stufa a 100° all'intento di scacciare l'eccesso di acido fluosilicico, e di rendere insolubile quel poco di silice gelatinosa che quasi sempre si separa durante la formazione del sale. Con tale metodo di preparazione si raggiunge l'effetto di evitare la parziale trasformazione dei fluosiliciuri in fluoruri; il che accade quando si prolunga soverchiamente l'azione dell'acqua bollente. Il sale seccato a 100° si scioglie in quantità sufficiente di acqua bollente, e si filtra. In seguito a raffreddamento lento la sostanza si depone cristallizzando.

Fluosiliciuro di stricnina $(C_{21}H_{22}Az_2O_2)_2.H_2SiFl_6$. — Si presenta in lunghi aghetti prismatici, trasparenti, senza colore, non deliquescenti, che contengono acqua di cristallizzazione che perdono quasi completamente nell'aria priva di vapor d'acqua,

onde i cristalli cadono in efflorescenza. Diseccati invece all' aria libera conservano la loro trasparenza con 4 molecole circa di acqua di cristallizzazione per una di sale. A 22°, 100 parti in peso di acqua sciolgono 0,622 di fluosiliciuro di stricnina seccato a 100°, e 5,284 a 100°. Esso è pochissimo solubile nell' alcool a temperatura ordinaria, ma alquanto solubile nell' alcool bollente da cui si separa per raffreddamento in forma di piccoli cristalli. Il sale sciolto nell' acqua presenta reazione acida ben manifesta. Al contatto dell' acido solforico concentrato dà solfato di stricnina con sviluppo di fluoruro di silicio.

Il fluoruro di silicio agendo in eccesso sulla stricnina sciolta in alcool assoluto, nella proporzione di gr. 1 di alcaloide in 160 c.c. di liquido, non produce nel primo momento alcun precipitato, ma dopo lungo riposo entro matraccino di vetro si depone una sostanza bianca minutamente cristallizzata, la quale sembra essere costituita da un miscuglio del sale precedente e di $C_{21}H_{22}Az_2O_2.H_2SiFl_6$.

Fluosiliciuro di brucina $(C_{23}H_{26}Az_2O_4)_2.H_2SiFl_6$. — Questo sale si ottiene in forma di tavolette, senza colore, trasparenti, brillanti, non deliquescenti e di grande regolarità. Esso pure contiene acqua di cristallizzazione che perde in maggior parte stando a lungo nell' aria priva di vapor d' acqua. Diseccato invece all' aria libera, fornì a 120° 6 molecole circa di acqua di cristallizzazione per una di sale anidro. A 23°, 100 parti in peso di acqua sciolgono 0,484 di sale seccato prima a 100°, e 13,18 a 100°. Anche la soluzione acquosa di questo fluosiliciuro possiede reazione acida ben manifesta. A 128° circa esso va soggetto a lieve decomposizione con perdita di fluoruro di silicio, e trattato con acido solforico concentrato si comporta come il fluosiliciuro di stricnina. Il fluosiliciuro di brucina è poco solubile nell' alcool a temperatura ordinaria, ma molto nello spirito bollente.

Il fluoruro di silicio agendo sopra soluzione di brucina fatta con 100 c.c. di alcool assoluto e gr. 2,5 di alcaloide, produce subito in essa un precipitato bianco il quale scompare quando siasi formato un forte eccesso di acido fluosilicico. Dalla soluzione limpida col lungo riposo si ottiene un deposito cristallino in cui l'osservazione microscopica distingue due forme diverse, e l' analisi trova una composizione che non risponde alla formola $(C_{23}H_{26}Az_2O_4)_2.H_2SiFl_6$, nè alla formola $C_{23}H_{26}Az_2O_4.H_2SiFl_6$. Molto probabilmente esso è formato da una mescolanza di questi due sali con prevalenza del secondo.

Fluosiliciuro di narcotina $(C_{22}H_{23}AzO_7)_2.H_2SiFl_6$. — Si presenta in forma di tavolette, trasparenti, senza colore, non deliquescenti e prive di acqua di cristallizzazione. A 22°, 100 parti in peso di acqua sciolgono 1,6 di sale secco a 100°, e 31,70 a 100°. Esso è pochissimo solubile nell'alcool tanto a caldo quanto a freddo.

Facendo agire il fluoruro di silicio con soluzione satura di questo alcaloide nell' alcool assoluto si ottiene un liquido limpido che dopo lungo riposo lascia deporre piccoli cristallini che hanno la medesima composizione di quelli che si formano nell' acqua.

Fluosiliciuro basico di cinconina $(C_{20}H_{24}Az_2O)_2.H_2SiFl_6$. — Questo sale si prepara versando sull'alcaloide ben polverizzato dell'acqua bollente a cui si aggiunge acido fluosilicico quanto basta per comunicarle reazione acida lievissima. Si filtra per separare la silice gelatinosa che resta libera, e si fa svaporare la maggior parte del solvente sul bagno maria ad una temperatura non superiore a 50°, altrimenti il fluosiliciuro si converte parzialmente in fluoruro. Dopo raffreddamento si pone il sale su feltro, si lava con acqua fredda e si comprime fra carta sciugante. Si scioglie di nuovo in poca acqua bollente, e si filtra. Lasciando raffreddare lentamente questa soluzione satura a caldo, si ottiene il sale in forma di lunghe tavolette, trasparenti, senza colore, non deliquescenti, con acqua di cristallizzazione che perdono nell'aria secca, e solubili molto più a caldo che a freddo. A 10°, 100 parti in peso di acqua sciolgono 2,7 circa di sale secco a 100°. Esso è alquanto solubile nell' alcool a temperatura ordinaria e più solubile nello spirito bollente.

Il fluoruro di silicio arrivando alla superficie di una soluzione di cinconina contenuta in matraccino di vetro e fatta con 120 c.c. di alcool assoluto e gr. 1 di alcaloide, produce in essa dei fiocchi di una sostanza bianca che si sciolgono man mano che discendono. Continuando l' azione del fluoruro di silicio, si genera poscia un precipitato copioso che per eccesso di acido fluosilicico a sua volta scompare, a condizione di scuotere sempre il matraccino che contiene la soluzione alcoolica. Questa soluzione limpida col riposo fornisce dei cristallini trasparenti in forma di esili tavolette riuniti in gruppetti con disposizione raggiata. I quali cristalli all' aria cadono in deliquescenza nel periodo di pochi minuti, trasformandosi in un sale gommoso non cristallizzabile. L' analisi di detto sale conduce alla formola del *fluosiliciuro neutro di cinconina* $C_{20}H_{24}Az_2O.H_2SiFl_6$, che non si decompone anche a 100° ed è solubile nell' alcool molto più a caldo che a freddo.

Fluosiliciuro di aconitina. — Si prepara trattando a caldo l' alcaloide con acido fluosilicico diluito. Dalla soluzione anche molto concentrata non si separa per raffreddamento il sale cristallizzato, come per gli alcaloidi precedenti. Svaporando a bagno maria, resta una sostanza sciropposa che tenuta fra 80° e 100° a poco a poco si consolida in forma di cristalli prismatici confusamente intrecciati e con disposizione raggiata. Essa è inalterabile all' aria, non deliquescente e solubilissima nell' acqua a qualunque temperatura.

Il fluoruro di silicio agendo sopra soluzione formata con 40 c.c. di alcool assoluto e gr. 1 di alcaloide non altera la trasparenza, ma dopo lungo riposo si deposita una sostanza bianca costituita di bei cristallini che all' osservazione microscopica appariscono identici fra loro e uguali a quelli descritti più sopra.

I risultamenti dell' analisi non conducono però ad una formola ben definita di un sale unico corrispondente alla formola che d' ordinario si assegna all' aconitina; onde ci proponiamo di prendere in esame accurato questi fatti singolari finora non spiegati e proprii dei sali di aconitina, e di ricercare le cause da cui possano dipendere.

Fluosiliciuro di atropina $(C_{17}H_{23}AzO_3)_2.H_2SiFl_6$. — Per preparare questo sale è necessario sciogliere l'alcaloide in acido fluosilicico diluito operando a temperatura ordinaria, perchè a caldo il fluosiliciuro di atropina si decompone con facilità cambiandosi parzialmente in fluoruro. Dopo si filtra per separare la silice gelatinosa che si rende libera, e il liquido filtrato si fa svaporare completamente nel vuoto in presenza di acido solforico. In tal modo resta una sostanza bianca, amorfa, solubilissima nell'acqua anche a freddo e indecomponibile a 100°. Sciolta questa nell'acqua e portata a secco sul bagno maria mercè lentissima evaporazione, si riacquista la sostanza primitiva con lieve apparenza di struttura cristallina fibrosa sugli orli della capsula in cui fu posta la soluzione del fluosiliciuro.

Facendo agire il fluoruro di silicio sopra soluzione preparata con 40 c.c. di alcool assoluto e gr. 2 di atropina, la trasparenza del liquido da prima non cambia, ma col riposo si depone della silice gelatinosa che fa duopo separare subito mediante filtrazione. Nel liquido reso così limpido si forma, dopo breve tempo, una massa bianca costituita di lunghi aghetti prismatici esilissimi, ma pur visibili senza l'aiuto del microscopio, la composizione dei quali è identica a quella del sale precedente.

La *narceina* e la *caffeina* non si combinano coll'acido fluosilicico allungato.

Il processo seguito nell'analisi dei fluosiliciuri di stricnina, di brucina, di narcotina e di cinconina, alcaloidi pochissimo solubili nell'acqua e di facile separazione, fu il seguente.

Sciolto il sale in poc'acqua bollente, s'aggiunge cloruro di bario. Dopo raffreddamento si raccoglie il fluosiliciuro di bario su filtro e si lava nei debiti modi. Si misura il volume del liquido filtrato, a cui s'aggiunge a gocce ammoniaca quanto basta per precipitare la base. Si filtra, si lava poche volte con acqua distillata e si comprime fortemente l'alcaloide col filtro fra carta sciugante, e si secca a 100°. Tenuto conto della solubilità, tanto del fluosiliciuro di bario quanto dell'alcaloide si riesce ad una determinazione più che soddisfacente delle sostanze medesime.

Per i fluosiliciuri degli altri alcaloidi, e in particolare per quelli di atropina e di aconitina, si è dovuto partire da un peso determinato di sale secco a 100°, determinare esattamente l'acido fluosilico come nel processo precedente, e calcolare la base per differenza.

Negli alcaloidi separati totalmente o parzialmente dai detti fluosiliciuri si riscontrò sempre con opportuni assaggi la loro identità colle basi primitive.

L'acqua di cristallizzazione fu determinata scaldando entro tubo di vetro i sali fra 110° e 120° in bagno ad olio e in corrente di aria secca. Nelle quali condizioni i sali assaggiati non perdono traccia alcuna di acido fluosilicico.

Lo studio delle combinazioni che questi alcaloidi formano allorchè il fluoruro di silicio agisce sulle loro soluzioni in liquidi non ossigenati, formerà oggetto di più accurate ricerche.

TRE DERMOIDI

NEGLI

OCCHI DI UN VITELLO

DESCRIZIONE

del Prof. GIAN PIETRO PIANA

(Letta nella Sessione 16 Dicembre 1888).

Fra le mostruosità, che si possono verificare tanto nell' uomo quanto negli animali, vi hanno quelle assai strane, consistenti in tumoretti, risiedenti nella superficie della congiuntiva bulbare od anche sulla cornea, rivestiti per lo più da pelo. Questi tumoretti vengono comunemente indicati col nome di *dermoidi* (1).

Benchè si conoscano già parecchie osservazioni di dermoidi della congiuntiva o della cornea, il caso che mi accingo a descrivere è meritevole di essere notato, sia pel numero dei dermoidi riscontrati, sia per le particolari anomalie secondarie che accompagnano i dermoidi stessi (2).

Il Dott. Edoardo Simonetti, medico veterinario, raccoglieva nel giorno 4 Ottobre dello scorso anno 1887, nel pubblico macello di Varese, gli occhi di un vitello, i quali, nel posto della cornea mostravano un tumoretto coperto da pelo, e un altro tumore somigliante sulla congiuntiva del lato interno dell' occhio sinistro. Questi occhi vennero poscia inviati al Prof. Nicola Lanzillotti Buonsanti, Direttore della Scuola di Milano, e da questi a me trasmessi.

Dalle notizie comunicate dall' egregio Dott. Simonetti si apprende, che il vitello era dell' età di mesi due, di mantello color fromentino e che presentava, oltre i tumoretti sopra indicati, un quarto tumore situato, come è rappresentato dalla

(1) Taruffi. — Storia della Teratologia — Parte prima, Tomo III. pag. 154. Bologna 1884. Parte seconda, note ed osservazioni pag. 259. Bologna 1886.

(2) I casi di dermoidi degli occhi negli animali si trovano registrati in numero molto minore che nell' uomo. Il Gurlt ne osservò un caso in un vitello e un altro caso in un cane adulto (Magazin für die gesammte Thierheilkunde, pag. 18, Berlin 1835); il Manfredi studiò microscopicamente un simile tumore di un bue (Rivista clinica, Bologna 1869, Medico Veterinario, pag. 139, Torino 1870), e H. Oeller ugualmente in un majale (Arch. f. Augenheilk. Vol. X, pag. 181).

Fig. 1, alla sommità della fronte, lassamente aderente all' osso sottostante. La madre era una vacca di razza novarese montanara, dell' età d' anni otto; e il padre, un toro di razza svizzera.

Gli occhi di questo vitello sono alquanto più piccoli del normale, ed hanno i muscoli ed il nervo ottico alquanto atrofici. Il tumoretto che si trova nel posto della cornea dell' occhio destro, come si vede rappresentato dalla Fig. 2, è di forma discoidale, alquanto depresso al centro della sua superficie e ristretto alla base; esso si innalza sul livello della congiuntiva per circa mm. 6, e ha un diametro massimo di mm. 17. Questo tumoretto è tutto rivestito di peli di color fromentino, in massima parte brevi e sottili; verso il margine superiore però, presenta alcuni peli più lunghi e flessuosi. La congiuntiva e la porzione conservata delle palpebre, nulla presentano di notevole, all' infuori di essere, la congiuntiva, molto pigmentata, specialmente in corrispondenza alla periferia del tumoretto.

Il tumoretto che si trova nel posto della cornea dell' occhio sinistro, come si vede rappresentato dalla Fig. 3, è somigliante a quello descritto nell' occhio destro, ma più voluminoso, inalzandosi esso sul livello della congiuntiva per circa mm. 12, ed avendo un diametro massimo di mm. 21.

Il tumore congiuntivale situato corrispondentemente alla commessura interna delle palpebre dell' occhio sinistro, come si vede rappresentato dalla Fig; 3, ha forma globosa, e un volume che si approssima a un uovo di gallina, ed è coperto di peli color frumentino chiaro. Questo tumore, colla sua base, si trova inserito per metà fuori delle palpebre, e per l' altra metà sulla congiuntiva bulbare, in modo da congiungersi quasi col tumoretto corneale. Quivi l' epidermide, che riveste il tumore congiuntivale, presenta una forte pigmentazione nera, e ha una certa lucentezza, mentre che ove il tumore stesso confina colla pelle, al di fuori delle palpebre, l' epidermide si mostra chiara, e solo perciò si distingue da quella delle parti circostanti. L' estremità interna delle due palpebre, per la presenza di questo tumore, sono molto allontanate fra di loro. La nittitante si trova divisa in due metà, una situata al disopra, l' altra al disotto dell' inserzione del tumore nella congiuntiva. Non si trova una caruncola lagrimale bene riconoscibile. Come tale potrebbe essere qualificata una piccola prominenza, situata al disopra della metà superiore della nittitante, aderente alla palpebra superiore, o invece, una breve cresta coperta alla sommità da sottilissimi peli, la quale si diparte dal tumore congiuntivale per dirigersi verso la metà superiore della nittitante. Alla base di questa piccola cresta si trova l' orifizio di un canaletto, che permette l' introduzione di una setola per la lunghezza di circa mm 6. I punti lacrimali sono molto spostati: uno si trova sulla congiuntiva palpebrale delle palpebra superiore, e l' altro sulla congiuntiva palpebrale della palpebra inferiore, alla distanza di circa mm. 7 dal punto d' inserzione delle palpebre colla base del tumore congiuntivale.

La congiuntiva del lato esterno, anche nell' occhio sinistro, non presenta nulla di anormale; alla sua superficie si osservano, come negli occhi sani, gli sbocchi delle glandule lagrimali.

Praticata una sezione antero-posteriore, in direzione orrizzontale, nell' occhio sinistro, in modo da colpire quasi sulla linea mediana tanto il tumoretto corneale, quanto il tumore congiuntivale, nonchè il globo oculare, si è ottenu o in una superficie di sezione l' immagine rappresentata dalla Fig. 4.

La sezione del tumoretto corneale presenta in massima parte l' aspetto del tessuto di un fibrolipoma: solo alla periferia presenta l' aspetto del semplice tessuto connettivo compatto. Verso la parte anteriore si veggono i follicoli piliferi.

La sezione del tumore congiuntivale, presenta l' aspetto del tessuto di un semplice lipoma e uno strato di tessuto connettivo compatto verso la superficie libera costituente il derma della pelle, che ricopre il tumore stesso.

La camera anteriore del globo oculare apparisce limitata, anteriormente, da una superficie levigata come quella di una cornea normale, e posteriormente, dall' iride e dalla lente, come negli occhi normalmente costituiti.

La camera posteriore è assai più piccola del normale, e contiene un umore vitreo molto difluente e limpido.

La retina è fortemente atrofica, e la lente, più piccola del normale, si trova ancora congiunta colla papilla del nervo ottico mediante l' arteria ialoidea.

Alla sezione dell' occhio destro si nota, che il tumoretto corneale non presenta traccia di tessuto adiposo fra il tessuto connettivo; e che la retina, meno atrofica di quella dell' occhio sinistro, è distaccata dalla coroide, e forma una specie d'imbuto, aderente, colla parte ristretta alla papilla del nervo ottico, e colla parte allargata attorniante la lente cristallina.

Il tumoretto della cornea dell' occhio destro, all' esame microscopico, offre in massima parte la struttura della pelle. Presenta cioè un rivestimento epiteliale simile all' epidermide, molto pigmentato, dei follicoli piliferi colle relative glandule sebacee, glandule sudoripare, muscoli erettori dei peli e un derma fibroso assai compatto, nel quale scorrono abbondanti vasi e nervi. Tuttavia, la disposizione di queste parti non è così regolare come nella pelle normale; mentre alcuni follicoli piliferi si infossano nel derma in una direzione, altri si infossano in una direzione diversa, in guisa che riesce impossibile ottenere una sezione microscopica in cui i detti follicoli si veggano tutti colpiti nello stesso senso. Lungo il decorso dei piccoli vasi, verso la superficie del tumoretto, si trova un notevolissimo infiltramento di elementi linfoidi e, dippiù, in alcuni punti, si trovano degli accumoli degli elementi stessi, i quali hanno tutto l' aspetto di follicoli linfatici.

Nelle sezioni eseguite corrispondentemente al limite fra la congiuntiva e il tumoretto corneale si trova, nel punto in cui l' epitelio congiuntivale passa a rivestire la superficie del tumoretto, una lamina epiteliale a cellule piatte disposte

in istrati e fortemente pigmentate, la quale, come è rappresentato dalla Fig. 6, si infossa nel derma per un tratto di circa mm. 0,36. L' epitelio, che riveste la superficie del tumoretto non diferisce da quello che riveste la congiuntiva, se non pel fatto, che presenta uno stato corneo bene distinto: del resto sì l' uno che l' altro hanno i caratteri di un epitelio pavimentoso stratificato.

Oltre alle glandule sebacee e sudoripare, già notate, verso il margine del tumoretto si trovano ancora alcune glandule tubulari composte, aventi la struttura di glandule sierose (Fig. 8.)

Nel centro del tumoretto, al disotto dei glomeruli delle glandule sudoripare si trova del tessuto connettivo fibroso assai compatto, i cui fasci si intrecciano fra di loro nello stesso modo che si osserva nel tessuto connettivo che costituisce gli strati profondi del derma della pelle normale dei bovini. Tale tessuto si continua verso l' interno dell' occhio colla cornea. Questa, anteriormente, presenta alcune lamine intramezzate da fasci di tessuto connettivo ordinario e da vasi, ma posteriormente ha struttura perfettamente normale ed è tappezzata, come negli occhi sani, dalla membrana del Descemet.

Nel tumoretto corneale dell' occhio sinistro, all' esame microscopico, si trova, nella parte anteriore, la stessa struttura descritta nel dermoide della cornea dell' occhio destro. Nella parte centrale però, invece del semplice tessuto connettivo, si trova del tessuto adiposo intersecato da fasci di tessuto connettivo fibroso. In mezzo poi al tessuto adiposo si trovano, come è rappresentato dalla figura 7, alcuni vasi e alcuni nervi aventi diametri abbastanza rilevanti (1), e ancora, come si è rappresentato colla fig. 8, alcuni lobetti di glandule tubulari composte simili a quelle descritte nel dermoide dell' occhio destro.

Corrispondentemente alla base del tumoretto il tessuto adiposo, come si vede rappresentato dalla figura 9, si trova aderente alla cornea mediante l' interposizione di uno strato di tessuto connettivo fibroso ordinario, sul quale si congiungono i fasci fibrosi che intersecano la massa del tessuto adiposo. La sostanza fondamentale della cornea sottostante presenta caratteri perfettamente normali.

Il tumore della congiuntiva dell' occhio sinistro, all' esame microscopico, si mostra costituito essenzialmente da tessuto adiposo; e la pelle, che lo ricopre, presenta in massima parte la struttura della pelle normale. Nelle sezioni però, eseguite sul limite della pelle del tumore e quella normale circostante, ove venne già notata una differenza nella pigmentazione dell' epidermide, si trova, come si è rappresentato colla fig. 10, che i follicoli piliferi nella pelle del tumore sono meno approfondati nel derma, i peli più esili e le prominenze papillari della superficie dermica assai meno sviluppate che non lo sono nella pelle circostante.

Nelle sezioni microscopiche eseguite corrispondentemente all' orifizio del canalet-

(1) Le arterie giungono fino a un diametro trasversale di mm. 0,23, e i nervi a un diametro trasversale di mm. 0,18.

to, notato alla base della piccola cresta che si distacca dal tumore congiuntivale, si vede, che il canaletto è formato da tessuto connettivo tramezzato da pachetti adiposi ; e che la superficie del canaletto stesso è tappezzata, nella sua prima porzione verso l' esterno, da epitelio pavimentoso stratificato e, verso il fondo, da epitelio cilindrico stratificato. Inoltre si trovano, in mezzo al detto tessuto connettivo, dei lobetti di glandule acinose somiglianti per struttura alle glandule lagrimali, i cui dotti escretori, tappezzati da epitelio cilindrico stratificato, mettono capo nell' interno del canaletto.

Verso il fondo del canaletto mettono capo ancora dei dotti più grossi ma ugualmente tappezzati da epitelio pavimentoso stratificato, i quali derivano da una glandula situata alla base della massa del tumore. Questa glandula presenta la struttura di una glandula lagrimale e i suoi lobuli, come si è rappresentato nella fig. 11, si trovano disposti attorno attorno ad un nocciolo cartilagineo avente presso a poco la forma e la grandezza di un seme di lente.

Questa glandula altro non è che la glandula di Harder della nittitante, e il nocciolo cartilagineo, attorno a cui si trovano disposti i lobuli glandulari, un frammento della cartilagine della nittitante stessa.

Compito così l' esame dei tre tumori trovati negli occhi, tornerebbe opportuno esaminare ancora il quarto tumore esistente alla sommità della fronte dello stesso vitello, se tale tumore fosse stato conservato. Sembra peraltro, che quel tumore non consistesse che in una iperplasia del tessuto connettivo del derma della pelle, poichè il Dr. Simonetti mi ha assicurato di non avervi riscontrato, col semplice esame macroscopico, traccia di tessuti, differenti da quelli che si trovano normalmente nella pelle stessa.

Da quanto sono venuto esponendo risulta, che i tumori congeniti della cornea e della congiuntiva di un vitello, da noi esaminati, hanno nella loro struttura microscopica i diversi componenti della pelle, associati ad alcune parti proprie della mucosa congiuntivale, come sarebbero i follicoli linfatici e le glandule tubulari composte ; e che i dermoidi corneali sostituiscono l' epitelio della faccia anteriore della cornea e la membrana di Bowman, ma non interessano profondamente la sostanza fondamentale della cornea (1). Dippiù risulta che attorno ad uno dei dermoidi corneali si approfonda notevolmente nel derma una lamina di tessuto epiteliale ; e che esiste una immediata differenza di sviluppo assai spiccata nella pelle in corrispondenza al limite fra il tumore congiuntivale e la pelle circostante.

(1) L' integrità di tutta o di presso che tutta la sostanza fondamentale della cornea sottostante ai dermoidi è certamente di molto interesse in chirurgia oculistica. Ciò spiega come si siano potuti asportare nell' uomo dei dermoidi corneali senza compromettere il globo oculare.

In quanto alle anomalie secondarie di sviluppo, con cui si trovano associati i tre tumori dermoidi degli occhi, noterò, che come tali non vanno considerati lo stato di atrofia degli occhi e il distacco della retina, in quanto che questi fatti possono essere conseguenza dell' impedita attività funzionale degli occhi, o di pregresse lesioni infiammatorie. La persistenza poi dell' arteria ialoidea, verificata nell' occhio sinistro, nei vitelli è quasi un fatto normale, poichè come risulta da osservazioni di L. Langenbacher di Pietroburgo (1) e di L. Bruns d' Annover (2), tale arteria nei vitelli neonati si trova ancora sanguinante; e nei bovini adulti si trova comunemente un residuo dell' arteria stessa, in forma di una villosità sporgente sulla papilla del nervo ottico, rivestita da un capuccio formato dalla membrana ialoidea.

Credo invece che abbia notevolissima importanza teratologica, fra le anomalie secondarie di sviluppo, la partizione della nittitante e il forte spostamento dei due punti lagrimali dell' occhio sinistro, nonchè il tumore esistente alla sommità della fronte, poichè questi fatti in certo modo hanno riscontro colle anomalie secondarie frequentemente riscontrate nei casi di dermoidi della cornea o della congiuntiva nell' uomo. Ammon, Horner, Manz, Becker, Bourchardt (3) ecc. verificarono tumori dermoidi degli occhi umani associati al coloboma delle palpebre; Van Duyse, Wicherkiewicz, Nota, Panas (4) verificarono i tumori stessi unitamente a deformità dei padiglioni degli orecchi o a tumori preauricolari; e in fine Van Duyse, Wassaux, Bernheimer Sehess (5) verificarono dei dermoidi in individui che presentavano deformità o nelle labbra o nel naso.

Teratogenesi.

L' interpretazione del modo di formarsi dei tumori congeniti del globo oculare ha fornito argomento a svariate teorie. Tutte queste teorie però non possono essere accolte senza riserva, stante che non hanno ancora avuto una conferma decisiva da ricerche sperimentali o da osservazioni embriologiche. Assai di buon grado quindi mi asterrei dall' entrare in questa discussione se alcune particolarità notate

(1) Vergleichend — anatomische Unterschungen über die Blutgefässe in der Netzhaut des Auges — Oesterreische Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde, Wien 1880, pag. 134.

(2) Vergleichend — anatomische studien über das Blutgefässsystem der Netzhaut-Zeitschrift für Vergleichende Augenheilkunde — Hannover 1882, pag. 77.

(3) Ein Fall von Dermoid der Bindehaut des Auges — Centralblatt f. prat, Augenheilk, 1884, p. 83.

(4) Dermoides de l' oeil — Lezione — L' Union médicale N. 91, 1885.

(5) Gallenga — Brevi considerazioni sulla differente struttura dei tumori congeniti della congiuntiva e della cornea ecc. Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, 1888, N. 4 e 5.

nel caso ora descritto non mi sembrassero in modo speciale favorevoli ad alcuna delle teorie proposte.

Il Ryba (1), che fu, per quanto mi sappia, il primo a volere spiegare la genesi dei dermoidi, ammise che essi derivano da una speciale deviazione di sviluppo della congiuntiva. Deviazione che sarebbe favorita dalla incompleta chiusura delle palpebre verificatasi dopo il terzo mese della vita fetale dell'uomo, in concorrenza del coloboma.

A questa teoria si oppone il fatto, che ordinariamente non si riscontrano dei dermoidi negli occhi quando in causa di qualche anomalia non ha potuto verificarsi la chiusura delle palpebre, durante lo sviluppo intrauterino ; e ancora quello che non è assolutamente necessario, pel completo sviluppo della pelle, che gli elementi destinati a formarla si trovino alla superficie libera del corpo dell'embrione. Di fatti, noi troviamo benissimo sviluppata la pelle nelle cisti dermoidi.

Van Duyse di Gand (2), basandosi sui casi già conosciuti di aderenza del cappuccio cefalico dell'amnios coll'estremità cefalica dell'embrione, ammette, che il dermoide dell'occhio e il coloboma delle palpebre, che lo accompagna così di frequente, siano dovuti a delle aderenze fra l'amnios e l'integumento esterno, che ricopre la vescicola oculare dell'embrione. Il dermoide corrisponderebbe al punto in cui la briglia amniotica era aderente. A seconda che l'aderenza della briglia si rompe presto, o invece tardi, non si avrà, o al contrario si avrà il coloboma associato al dermoide.

Anche questa teoria non parmi che sia confortata dalle osservazioni teratologiche indirette, poichè non vi hanno esempi, che dimostrino come l'amnios, benchè abbia la stessa origine embriologica della pelle, possa assumere una struttura così complessa come si è quella della pelle stessa. Tutto al più si sono verificate, come ebbi a dimostrare in un altro lavoro di Teratologia, delle produzioni cornee di forma irregolare, derivanti dal rivestimento epiteliale dell'amnios (3).

Burchardt (4), ed altri ammettono, che i dermoidi della cornea e della congiuntiva non siano altro, che porzioni delle palpebre che hanno presa aderenza col globo oculare. Il coloboma che si associa frequentemente al dermoide corneale o congiuntivale sarebbe una conseguenza del fatto stesso.

Tillaux (5), dietro sue speciali considerazioni sullo sviluppo embrionale dell'occhio, è venuto nella credenza, che il dermoide dell'occhio si sviluppi a spese

(1) Prager Vierteljahersschrift, 1853, vol. III, pag. 1.

(2) Bride dermoïde oculo-palpébrale et colobome de la paupière avec remarques sur la Genese de ces anomalies. — Ann. Soc. de Gand 1882.

(3) Osservazioni Anatomo-Istologiche intorno a 5 mostri bovini del Gen. Amorphus di Gurlt — Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, 1883.

(4) Ein Fall von Dermoid der Bindehaut des Auges — Centralblatt fur pract. Augenheikunde, pag. 83, 1884.

(5) Sur la pathogenie des dermoides de l'oeil — L'Union Medicale, N. 104, 1885.

di un avanzo del foglietto cutaneo dell'embrione, che persiste dopo la formazione del cristallino e del corpo vitreo, e che si trova imprigionato entro la membrana esterna dell'occhio. Ma a questa spiegazione si può opporre, che i dermoidi dell'occhio si sviluppano sempre in superfice, e non assumono mai, come ha rilevato il Taruffi (1) la forma di cisti.

Gallenga (2), pur ammettendo importanza alla possibilità delle saldature patologiche fra le palpebre e la superficie del globo oculare, sostiene, che i tumori congeniti dell'occhio possono derivare ancora dalla plica semilunare, stante che questi tumori hanno talvolta la struttura di una mucosa, anzi che quella della pelle. Stabilisce poscia (3) un'analogia fra il nocciolo cartilagineo trovato dal Groefe e da lui stesso in alcuni di tali tumori dell'uomo, nonchè fra le speciali glandule tubulari composte e fra i fascetti di fibrocellule muscolari dei tumori stessi, e la cartilagine, le glandule e gli elementi muscolari osservati dal Giacomini, dal Evarsbusch e dal Romiti nella plica semilunare dei negri; e ne ricava quindi come conseguenza, che le indicate parti dei tumori congeniti degli occhi di uomini bianchi, rappresentano un fatto di atavismo.

Fra queste teorie quella del saldamento o innesto di porzioni di palpebre, e anche del saldamento della nittitante, secondo le vedute del Gallenga, alla superficie della cornea o della congiuntiva bulbare sarebbe, a mio credere, la più accettabile; in quanto che non trovo ripugnante ammettere, che delle porzioni di tessuto embrionale possano innestarsi sopra una superficie costituita ugualmente da elementi embrionali; e in quanto che essa spiega in pari tempo tanto la formazione dei tumori congeniti dell'occhio, quanto le anomalie secondarie di sviluppo, che accompagnano i tumori stessi. Dippiù anche perchè si danno certi altri casi di tumori congeniti che difficilmente possono venire spiegati in una maniera non analoga a questa. Tali sarebbero, per esempio, quei bitorzoletti cutanei contenenti un nucleo di tessuto cartilagineo a sostanza fondamentale reticolata, osservati dal Maiocchi (4) sparsi alla superficie della faccia di una bambina neonata mancante del padiglione di un orecchio.

Perciò mi sento inclinato ad ammettere, che dei dermoidi dell'occhio si possano produrre, non solo per l'aderenza al globo oculare di porzioni di palpebra, ma ancora per l'aderenza di un frammento di parte qualunque del tegumento esterno dell'embrione, quando che tale frammento, per la scarsità del liquido amniotico, venga mantenuto dall'amnios strettamente applicato contro alla superficie del globo oculare, non ancora coperta dalle palpebre.

(1) Opera già citata.

(2) Contribution a l'étude des tumeurs congenitales de la conjonctive — Annales d'Oculistique de Bruxelles — pag. 215, 1885.

(3) Brevi considerazioni sulla differente struttura dei tumori congeniti della congiuntiva e della cornea ecc. — Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino — Aprile Maggio 1888.

(4) Encondromi della cute - Atti del decimo Congresso della associazione medica italiana tenuto in Modena nel Settembre 1882 - Modena 1883.

In tal modo si spiegano ancora quei casi di dermoidi dell' occhio non associati ad alcun difetto delle parti protettive dell' occhio stesso, ma invece a difetti di formazione de' padiglioni degli orecchi, delle labbra e del naso (1).

Parmi poi il caso, che ha formato argomento di questo lavoro, favorevole a simile interpretazione della genesi dei dermoidi dell' occhio specialmente pel fatto della lamina epiteliale infossata trovata alla base del dermoide dell' occhio destro. Tale lamina mi sembra rappresentare un residuo dell' epitelio proprio dell' occhio che ha dovuto essere riassorbito o in altro modo distrutto per l' innesto della porzione di tegumento da cui è derivato il dermoide (2).

(1) Non rare volte, come anche nel nostro caso, i dermoidi dell' occhio si trovano associati anche a delle iperplasie di tessuto in parti diverse del corpo. Potrebbe però darsi in alcuni casi che tali iperplasie siano provocate da precedenti lesioni di continuo.

(2) Ultimamente mi è occorso di acquistare un nuovo esemplare teratologico che a mio credere avvalora maggiormente l' ipotesi, che i dermoidi oculari possano derivare anche da parti non connesse colle palpebre. Si tratta di una piccola cresta inserita sulla congiuntiva bulbare del lato esterno dell' occhio sinistro di un cappone adulto. Questa cresta, avente tutto l' aspetto di una cresta normale di gallo, presenta quattro tubercoli e misura mm. 20 in altezza, mm. 30 in lunghezza e mm. 3 circa in ispessore. Corrispondentemente alla sua inserzione colla congiuntiva si trovano altri due tubercoli piccoli ed irregolari e alcune pennuzze.

INDICAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª — Testa del vitello coi dermoidi degli occhi e con un tumore congenito alla sommità della fronte rappresentanta a norma di un tracciato del Dottor Simonetti.

Fig. 2ª — Occhio destro dello stesso vitello.

Fig. 3ª — Occhio sinistro.

Queste ultime due figure rappresentano i due occhi coi dermoidi a grandezza naturale e nello stato in cui si trovavano quando mi vennero consegnati.

Fig. 4ª — Sezione antero-posteriore in piano orizzontale dei tumori congiuntivale e corneale, non chè del globo dell' occhio sinistro.

Fig. 5ª — Sezione microscopica trasversale del dermoide dell' occhio destro vista a un ingrandimento di diametri 65.

Fig. 6ª — Sezione microscopica eseguita corrispondentemente al limite fra la congiuntiva e il dermoide dell' occhio destro, vista a un ingrandimento di diametri 65.

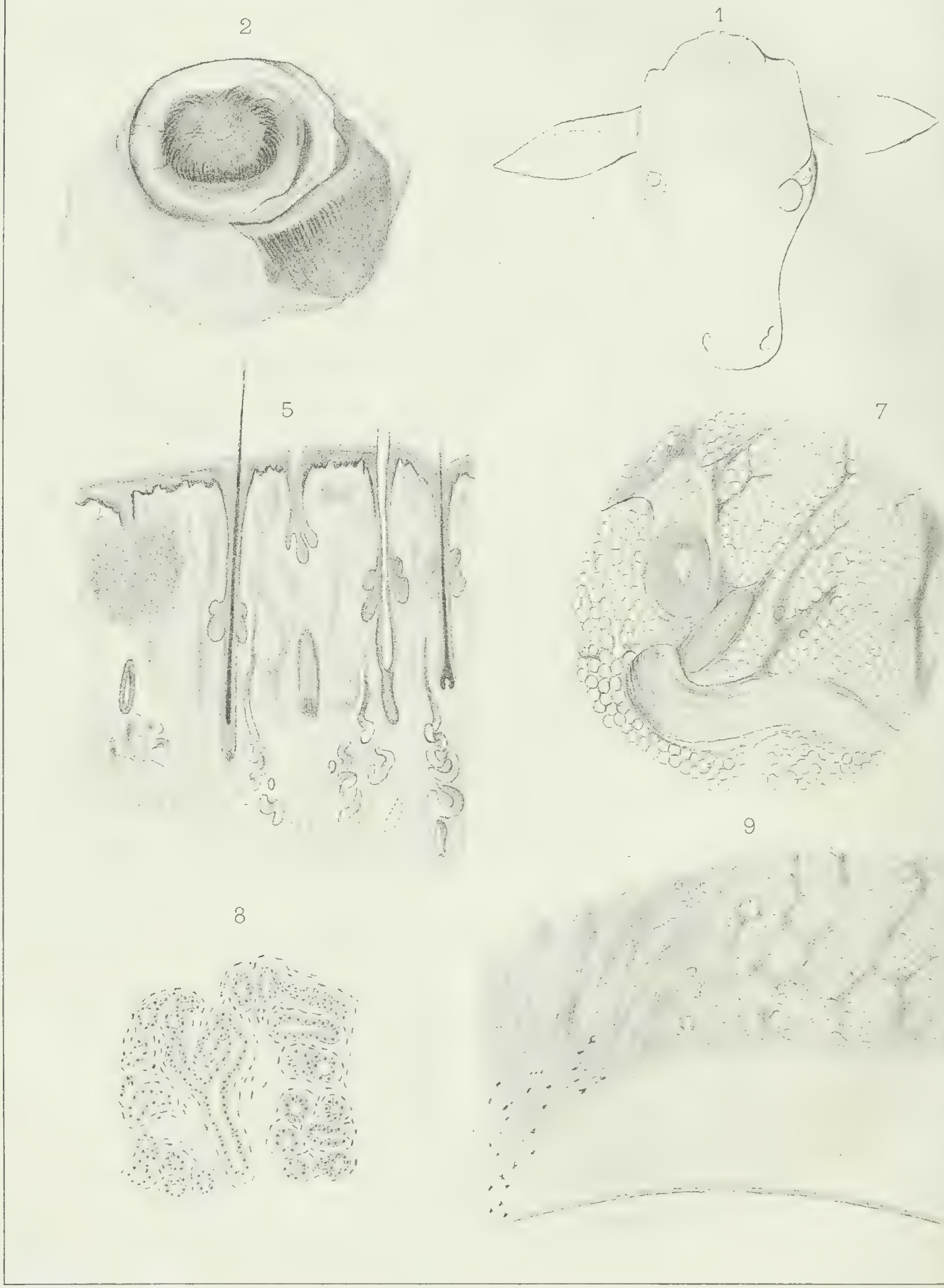
Fig. 7ª — Sezione microscopica di due vasi arteriosi e di un nervo situati in mezzo al tessuto adiposo del dermoide corneale dell' occhio sinistro, vista a un ingrandimento di diametri 65.

Fig. 8ª — Sezione microscopica di una glandula tubulare composta situata in mezzo al tessuto adiposo del dermoide corneale dell' occhio sinistro, vista a un ingrandimento di diametri 130.

Fig. 9ª — Sezione microscopica trasversale della cornea e della base del dermoide corneale dell' occhio sinistro, eseguita in corrispondenza al limite fra la cornea e la sclerotica, vista a un ingrandimento di diametri 65.

Fig. 10ª — Sezione microscopica corrispondente al limite del dermoide congiuntivale dell' occhio sinistro colla pelle periorbitale, vista a un ingrandimento di diametri 65.

Fig. 11ª — Sezione della glandula e del nocciolo cartilagineo che si trovano nel dermoide congiuntivale dell' occhio sinistro, vista a un ingrandimento di diametri 65.



G. P. Piana, dis — A. Baraldini, lit.

3

4

6

11

10

lit G. Wenk e Figli—Bologna

ULTERIORI STUDI

INTORNO LA

MACROCEFALIA DA IDROCEFALO ACUTO

NOTA

DEL DOTT. CAV. FERDINANDO VERARDINI

(Letta nella Sessione del 10 Febbraio 1889).

Signori,

Sono trascorsi meglio che sedici anni dal giorno in cui ebbi l' onore di comunicarvi alcuni miei studii relativi alla *Macrocefalia* (1) e di presentarvi dodici casi importantissimi di tale mostruosità, determinata da cagioni diverse, talvolta complesse, e mirai più specialmente a quelli prodotti da *Idrocefalo*, sia acuto sia cronico, acquisito oppur congenito, temporaneo o durevole, sempre però intra-cranico, addittando la particolarità che l' acquisito ed apparso dopo trascorso più or meno lungo tempo dalla nascita, offre assai scarse guarigioni.

Ebbi poi cura in quella circostanza d' addimostrare in conformità d' alquanti tra più chiari Antropologi che: malattie del cervello o delle sue meningi, valgono in alcuni eventi a produrre la *diastasi* delle ossa del cranio, e ad ingrandirne di non poco ed alterarne la forma e la capacità, quantunque il cranio fossesi chiuso per *sinimesi* (2).

Queste vedute, secondo mel consentirono le scarse mie facoltà, cercai sorreggerle con taluni di que' fatti ch' aveva tra mano e che esposi, e spezialmente colla prima e più diffusa, ed a mio giudicio la più pregevole delle istorie ch' avevano dato materia alla mia comunicazione.

E quest' istoria la ripiglio oggi e la riveggo, la ripulisco e la compio con ulteriori dettagli e con nuove ed accurate disamine; in quanto che nel ciò fare rassodo il pregio ch' io le ebbi accordato pel passato, la rendo più completa e quindi

(1) Pubblicati nel Tomo II, Serie III, anno 1872, delle Memorie di questa R. Accademia delle Scienze dell' Istituto.

(2) *Sinimesi* o riunione per mezzo di membrane e per la quale si allegano le ossa della testa. Vedi, pag. 22 dell' Enciclopedia anatomica. Venezia 1845.

più degna d'esservi ripresentata; sarà manchevole per la forma colla quale a Voi la porgo innanzi, ma spero la troverete dotata d'intrinsiche qualità; le quali sole attrarranno la benevola vostra attenzione, sorvolando cortesi sul resto.

Narrai allora che dai coniugi Sig. Gaetano S... e Sig.ª Cleofe R... il giorno 16 Novembre 1862 nacque felicemente ed a termine una bambina simmetrica, nutrita e vispa, a cui fu posto il nome di Giuseppina. Poppò la madre per oltre tre mesi e prosperamente sviluppavasi. Di questo tempo, all'improvviso e senza cagioni note, la bambina fu compresa da febbre con accaloramento intensissimo al capo, e pei ripetuti e diligenti esami praticati dal Medico di famiglia, diagnosticò Esso trattrarsi di grave Idrocefalo acuto. Il quale potè essere superato, entrando però nella fase di sua cronicità. Per intanto, ed a mano a mano che trascorrevano le settimane, tutti che vedevano la bimba, s'accorgevano d'un sensibile e graduale accrescimento della mole del suo capo, e la madre se n' accertò misurandolo con fetuccia e nel modo da me espresso nell'anteriore mia comunicazione. Noto tuttavia che al nono mese non volle più suggere il seno materno; che nutrivasi solo di pappe; che fino al terzo anno rimaserle aperte tutte le suture del capo e che durante questo tempo la testa crebbe ancora a dismisura e di qualità da non potere più essere sorretta dalla fanciulla; che, poco prima di raggiungere il quarto anno di vita, s' arrestò questo accrescimento e la dimensione della gran testa si tenne stazionaria fino al decimo anno, val dire fino al momento in cui visitai ed ebbi in cura la Giuseppina, e la feci riprodurre in fotografia in varie pose, che ancora posseggo e Vi presento, e di una di queste me ne avvalsi per la Tavola litografica unita che è alla Memoria, dalla quale ne traggo ben anco le non molte cose che mi fo ad esporre, affinchè sen possa avere un' idea concreta del fatto, e s' abbia una maniera efficace di confronto tra il passato e lo stato attuale, di cui verrò poscia dicendo.

Ricordo adunque che compiuto il sesto anno, potè la Giuseppina sostenere il suo capo senza aiuti, e che in una sedia a rotelle cominciò ad aver compiacenza di moto per casa; che stentatamente sì, ma a grado a grado imparò a leggere, ed a ritenere in mente racconti e novelle e riuscì tuttavia a far qualche lavoro donnesco; mal potendo però regolare le sue mani in forza di un lieve tremito che mai la lasciò e tutt' ora dura ed in maniera, come udrete, più pronunciata, presto fu costretta d'abbandonare; giunse però a reggersi in piedi, sebbene con alquanta difficoltà, e non s' aggirava per casa se non appoggiata o sostenuta da qualcuno.

Il suo corpo (sempre a dieci anni) era ben nutrito e regolare; lungo 122 centimetri dal capo alle piante; misurata la grossezza del collo alla sua base era di 30 centimetri; le spalle, da una sommità all'altra degli omeri, sommavano davanti, o nella sua linea bi-acromiale 27 centimetri. Il torace, circondato da fetuccia alla regione mamillare, raggiungeva 61, ed alla sua base 62 centimetri. Le coscie, misurate alla loro parte più alta presentavano la circonferenza di 41 centimetri, e le gambe, ai polpacci, di 27.

Ora delle misure del capo; le quali prese col craniometro insieme al chiaro

Collega, Dott. *Luigi Monti*, ch'era Dissettore ed oggi è Libero Docente d'Anatomia umana in questa Università, offrirono le particolarità che in breve qui restringo e che ritengo troverete rilevantissime.

Il diametro antero-posteriore, o longitudinale maggiore della testa era di millimetri 210; il trasverso maggiore 175; 80 l'indice cefalico. Il diametro trasverso frontale minore, misurato col compasso all' origine delle linee semi-circolari delle tempie, era di millimetri 117; il trasverso frontale maggiore 158, ed il trasverso, o bi-parietale, preso alle due gobbe parietali, arrivava a 164 ed il bi-mastoideo a 136. La circonferenza orizzontale era di 645 millimetri, vale a dire superiore di *nove centimetri* alla metà della lunghezza di tutto il corpo della fanciulla; cosa questa soprammodo rimarchevole e che riconfermo di gran momento. L'arco fronto-occipitale, preso dalla glabella alla tuberosità occipitale esterna segnava 410; l'arco auro-frontale 380; l' auro-occipitale 310; il bi-auricolare 420 millimetri. Tutto il corpo della fanciulla, pesato, si notò essere di 33 kilogrammi.

Ebbene, innanzi di passar oltre per addivenire adunque alla particolare dicitura delle condizioni fisiche che adesso presenta la Signorina, la quale ha raggiunto il suo ventesimosesto anno, e per render fede in modo indiscutibile dell'eccezionalità del fatto storico da me riassunto (massime valutata l'età ch'era soltanto di anni dieci) mi prende vaghezza nell' attuale circostanza di confrontare le misurazioni che ottenni, con quelle proprie a cranii fisiologici di adulti (tipo brachicefalo), e così dichiarate dall' illustre *Luigi Calori* nel suo stupendo lavoro letto in quest'Aula medesima il 13 Novembre 1868 e nello stesso anno pubblicato nel Tomo VIII di nostre Memorie.

Parmi di cotal guisa di raggiungere il fine meglio adattato a facilitare eziandio il raffronto del nuovo aumento nel mio caso speciale in questi ultimi anni avvenuto, aumento che parmi prodigioso; ed il fo porgendo il seguente specchietto che ne dà l' addimostrazione a colpo d' occhio.

Misure de' cranii fisiologici (TIPO BRACHICEFALO).		**Misure della Macrocefala.**	
Diametro antero-posteriore. .	mill. 172	Diametro antero-posteriore. .	mill. 210
» trasversale maggiore	» 146	» trasversale maggiore	» 175
» bi-auricolare . . .	» 106	» bi-auricolare . . .	» 117
» verticale maggiore .	» 134	» verticale maggiore .	» 158
Arco fronto-occipitale. . . .	» 367	Arco fronto-occipitale. . . .	» 410
» frontale.	» 301	» frontale.	» 380
» occipitale	» 235	» occipitale	» 310
Circonferenza orizzontale . .	» 513	Circonferenza orizzontale . .	» 645

Qui giunto e parendomi d' avere bastevolmente riassunte le particolarità più spiccate riflettenti il primo periodo della mia *Macrocefala*, passo allo sponimento della storia sua ulteriore, o secondo periodo, che incomincia dal 1872 e giunge proprio all' oggi. Nel che fare porrò modo d' essere il più che mi sarà possibile

conciso, e nella pura, pura misura valevole a dilucidare convenevolmente l'argomento affinchè n' appaia la sua reale importanza.

Innanzi tratto rimarco adunque di bel nuovo, che fino al decimo ed anche all' undecimo anno la Signorina si mantenne ed anzi progredì di bene in meglio, in quanto che era disinvolta, ormai parlava bene e con la vivacità connaturale alle fanciulle di sua età; che prima di raggiungere il suo dodicesimo si sviluppò senza disturbo alcuno, e le ripurghe mensili si ripeterono regolarmente fino al quindicesimo, nel qual tempo fu incôlta da febbre gastrica (tifoide) che l'obbligò al letto per un mese.

La convalescenza riescì lunga e l'inferma stentò molto a porsi in quell'assetto di prima e per lo contrario ben di sovente accusava pesantezza al capo, addoloramenti fugaci alla fronte che alquanto la disturbavano, spezialmente se l'incoglievano di notte; chè allora la trascorreva insonne. A grado a grado poi le si indebolì la vista, diminuivale la potenza di parlare speditamente e spesso incoccavasi; la voce s' andò facendo (e così la si mantiene presentemente) molto nasale e cambiò anche di carattere, mentre da tranquilla e condiscendente ch' era si rese ostinatella, caparbietta, irritabile.

In cotale altalena perdurò fino al diciottesimo anno, o per circa tre anni; poscia cominciò ad esser presa da lunghi sbadigli, da pandiculazioni, ed indi da lievi deliquii, o lipotimie, che si andarono ripetendo senza cagione apparente. Un giorno, alla lipotomìa susseguì grave pesantezza di capo, indi febbre, e fu côlta da commovimenti degli arti inferiori pronunciatissimi, molto molesti e che durarono varie settimane. Tali convellimenti si propagarono alle braccia ed in particolar modo alle mani ed alle dita adducendo all' inferma un forte senso e molesto, sicchè a quando a quando mandava lagni strazianti.

Rimase in queste condizioni, e fuori di mente, per alquanti giorni, e non si riebbe se non dopo molti mesi; mette bene però ch' io renda aperto che le facoltà intellettuali, sempre limitate che furono, da allora fino al presente s' addimostrarono ognora più indebolite, e l' inferma era costretta per la maggior parte della giornata di rimanere (e tuttora resta) seduta, inerte, incurante affatto delle faccende di casa, a meno che non venga ripetutamente scossa e richiesta di suo parere. Sola ch' ella sia, s' abbandona ad un moto alterno di avanti in addietro del suo capo a mo' di pendolo fino a che non sia avvertita di soffermarsi, oppure che non si senta affranta di forze.

Mangia scarsamente, ma gusta il cibo e specialmente il vino, di cui ne prende modica quantità; dorme abbastanza quietamente e per alcune ore di seguito; si muove, alzata che sia, con molta difficoltà e non può far passi se non sorretta o se non si appoggia ai mobili od al muro di sua abitazione, e nell' incedere è obbligata di alzar molto le gambe, che poi scattano contro il suolo con molta forza, lasciando rimarcare ai presenti un tremito o traballamento considerabile.

Da lunga pezza ha fiori bianchi in copia e nella State in modo sì abbondevole,

da simulare un catarro vaginale cronico; l' umore è bianco-giallognolo e non manda fetore disgustoso. I ripurghi mensili non mancano di presentarsi, ma sono scarsi e di brevissima durata. Del resto, le funzioni sue organiche sono anche oggidì, relativamente valutate, presso che normali. Noto però che in questo stesso inverno la Signorina è addivenuta sensibilissima pel freddo più degli andati anni e ad onta che abiti in camere ben guardate e riscaldate e che abbia involte in panni lana caldi le gambe ed i piedi (che sonosi or fatti un po' tumidi) rimangono queste estremità quasi sempre freddissime.

Rimarco da ultimo, e per chiudere in modo dicevole ed utile la mia sposizione storica, che le accennate morbose particolarità occorse durante questi ultimi anni nella mia inferma, a mano a mano sonosi sempre accresciute e presentemente l'hanno ridotta a menar vita assai monotona. Di vero, s' alza ad ora tarda, ed abbisogna vestirla ed acconciarla dalla testa ai piedi; indi sorreggerla e guidarla nel *tinello*, ove rimane seduta fino al momento di allettarsi di nuovo, meno qualche speciale circostanza che l'obblighi a cambiamento di luogo. È taciturna e presto stancasi del conversare; non può assumere occupazioni che di brevissima durata, nè prende interessamento a tutto quanto la circonda. L' unico a cui sorrida con apparente compiacimento è il padre di Lei, e talvolta accarezza la sua cameriera; conosce però tutti che convengono in sua casa e ne ricorda le fisonomie, trascorso pure che sia non breve lasso di tempo. Non si rimuove da' suoi propositi che difficilmente, e s' inquieta alle osservazioni che Le si fanno quantunque ragionevoli e giuste; non si commuove al pianto od al riso e si mantiene seria e pensosa, e per lo più sta come intontita. Ha l' apparenza di vecchia, e lo rileverete dal ritratto che Vi presento, e la sua gran testa appoggia sulle mani e sovente alla spalliera della sedia munita che è di apposito guanciale. Arroge, il graduale impoverimento delle sue facoltà intellettuali e, sebbene a malincuore, dovrassi dichiarare, che lo stato di questa infelice è davvero degno di pietà e miserevole, massime valutato che pel censimento della famiglia a cui appartiene, avrebbe potuto essere lieta, fors' anco oggetto d' invidia.

Tutto ciò posto in sodo, innanzi ch' io sommariamente chiami a raccolta i punti più spiccati della narrata istoria: sia del primo che del secondo periodo, a vederne i rapporti causali e venirne a conclusioni, parmi necessariissimo il premettere la materiale e secura prova dei cambiamenti avvenuti nel capo della mia *Macrocefala* e proprio in questi ultimi anni, ponendovi innanzi le misure ricavate a vòlta a vòlta sopra di esso, e mediante le quali credo di poter affermare che il caso offertomisi è veramente fuori della comune e perciò degno di ricordo e rarissimo in rispetto all' ingrandimento raggiunto del capo e tra i superiori, almeno per quanto mi consta dalle molte ricerche fatte, dei narrati fin qui. N' è però una bella eccezione il caso del *Benvenuti* che a decoro di questa mia comunicazione riassumo.

Nell' Enciclopedia medica italiana di Milano, ch' è anche in corso di stampa, all'Articolo *Macrocefalia* o *Cefalo-megapsia* (*Capitones* degli antichi) v' ha detto che il *Benvenuti* nel suo lavoro: *De capite humano, mole monstruoso*, pubblicato nei

" Nova acta naturae coriosorum „ Tomo VIII, p. 176, del 3 Novembre 1790, di un cotale, nipote al gran Benedetto quarto-decimo, a cui gli si cominciò ad aumentare la testa all' età di sette anni, ed a ventisette presentava una circonferenza di *trentasette pollici,* val dire centim. 111, ossiano più che 1110 millimetri; il che accennava ed accenna davvero ad un' eccezione di eccezioni, e credo, possa dichiararsi questo fatto, fors' unico nel novero dei *Capitones,* ed appena credibile.

A raffermarne però l' autenticità e tuttavia per toccare d' alcuni altri particolari ben rari inerenti al medesimo, reputo di far cosa bene accetta, riportando tali quali sono le brevi ed eleganti parole dello stesso chiarissimo Sig. Dott. *Giuseppe Benvenuti* e come si leggono nella 43ª Osservazione dell'Opera citata, per tramandare alla Storia medica il fatto occorsogli.

„ Quanta autem in nobis admiratio, qualis horror! Hominem vidimus puero similem, super gestatorium scannum, stridula, ac puerili voce loquentem, qui caput (magnum admodum ac monstruosum) dextrorsum inclinatum, pulvinari admovebat; si vero movere voluit, manibus sustentabat, quod tenuis colli basi fulciebatur.

„ *Calvariae ambitus, triginta septem parisinos pollices, octoque lineas; faciei altitudo duodecim ac tres,* aequavit. Quod magis mirum, brachia, tametsi exilia, tali robore valebant, ut difficile ab eius manibus extricari famulis quibusdam licuerit, quos, fortius stringendo, apprehenderat. Subtili ut dici, intellectu praeditus, eloquentia ac memoria; rerum, quas audiverat, aut lugendo, ubi solebat didicerat, nunquam oblitus est. Annum agens trigesimum, apoplecticus obiit „.

Ma è omai tempo che m' appresti a sottoporvi, chiarissimi Colleghi, le misure ottenute da me e dal valentissimo già encomiato Collega, Sig. Prof. *Luigi Monti,* il quale gentilmente sempre ebbe la cortesia di prestarsi alle mie richieste, anche perchè, atteso la qualità de' suoi studî, Vi poneva e Vi pone pur Esso molto interessamento a questo ben raro caso di Macrocefalia.

Ebbene, il 3 Settembre 1885 ci recammo in casa S... e ci ponemmo all' opra, tenendo il preciso metodo da noi usato pel passato, onde il raffronto tornasse esatto sotto d' ogni aspetto considerato, e sopra la valutabile ragione ch' è il seguìto e proposto dall' illustre nostro *Calori;* il quale anche intorno questi studii ha dato molte splendide prove di sua altissima competenza, e di suo molto sapere.

Prima d' ogni cosa rimanemmo fermati per la grandezza del capo, ed esaminatene accuratamente le ossa che lo compongono, notammo che le gobbe frontali erano alquanto più pronunciate; in varii punti li parietali s' avvertivano ingrossati e la testa tutta avere acquistato un aspetto maggiormente brachicefalo-platiforme.

Il craniometro poi ci offerse i seguenti particolari:

Diametro antero-posteriore millimetri 220; diametro trasverso millimetri 185; diametro trasverso frontale minore millimetri 138; il trasverso frontale maggiore millimetri 178; il minore alle gobbe parietali 173; il bi-mastoideo millimetri 145.

La circonferenza orizzontale millimetri 670, ossiano 25 millimetri in più dell' antecedente misura notata nel mio primo lavoro.

L'arco fronto-occipitale, dalla glabella alla tuberosità occipitale esterna, millimetri 410; bi-auricolare 440. Indice cefalico 84.

Lunghezza di tutto il corpo un metro e 55 centimetri; grossezza delle gambe al polpaccio millimetri 368; all' alto delle coscie 567; peso di tutto il corpo 60 kilogrammi. Noto che la Signorina aveva, quando la esaminammo, 23 anni.

Replicato un ulteriore esame (in seguito a sofferenze verificatesi alla testa specialmente) il giorno 16 Settembre 1886, ossia un anno appresso, avemmo le misure che riporto:

Diametro antero-posteriore millimetri 222 (accrescimento di due millimetri); diametro trasverso 186 (accrescimento d' un millimetro); diametro trasverso frontale minore millimetri 128; trasverso frontale maggiore millimetri 175; minore, alle gobbe parietali millimetri 172; il bi-mastoideo millimetri 145.

La circonferenza orizzontale misurava millimetri 670, vale a dire che non aveva fatto alcun cambiamento dall' anno antecedente.

L' arco fronto-occipitale, dalla glabella alla tuberosità occipitale esterna millimetri 414 (accrescimento di quattro millimetri); bi-auricolare millimetri 430. Indice cefalico millimetri 84.

Lunghezza del corpo invariata; peso kilogrammi 67 e grammi 100.

Finalmente, ed ognora sempre per rinnovamento delle dianzi accennate morbose cagioni, ecco le ultime misure prese medesimamente col Collega *Monti,* nel giorno 5 Gennaio 1889, circa tre anni dopo le or sopra dichiarate.

Diametro antero-posteriore millimetri 225 „ accrescimento di 3 millimetri „ ; trasverso millimetri 186; diametro trasverso-frontale minore millimetri 138 „ accrescimento di 10 millimetri „ ; trasverso maggiore millimetri 183 „ accrescimento di 8 millimetri „ ; il minore alle gobbe parietali millimetri 176 „ accrescimento di 4 millimetri „ ; il bi-mastoideo millimetri 158 „ accrescimento di 13 millimetri „.

L' arco fronto-occipitale, dalla glabella alla tuberosità occipitale esterna millimetri 430 „ accrescimento di 16 millimetri „ ; il bi-auricolare pure di millimetri 430.

La circonferenza orizzontale raggiunse li 682 millimetri, vale a dire che in questi tre ultimi anni era accresciuta di millimetri 12, e confrontata colla circonferenza che presentava la mia *Macrocefala*, allora quando aveva dieci anni, la differenza in più è di trentasette millimetri. Particolarità che rende il fatto considerabilissimo e singolare davvero.

La lunghezza del corpo la notammo invariata; il peso no, che ha raggiunto li kilogrammi 75 e 750.

Esposto tutto quanto mi è apparso più degno di menzione, qui finisco e dal complesso di quest' ulteriore mio studio, circoscritto in ispecie sulla *Macrocefalia,* credo di poterne trarre le seguenti conchiusioni:

1ª Che il caso da me studiato e descritto appartenga al novero de' più classici e per sè stesso de' più rilevanti di *Macrocefalia;*

2ª Che addita una conferma della teoria di coloro i quali reputano essere alcune malattie del cervello e delle sue meningi (Encefalite essudativa dell'*Hufeland*) cagione dell'*Idrocefalo acuto,* particolarmente tenuto calcolo, nel caso offertomisi, de' suoi primordii o suo primo periodo;

3ª Che la Storia da me compilata è rimarchevolissima per essersi, senza cagione nota e dopo circa quattordici e più anni di uno stato lodevole e promettente, riprodotti fenomeni gravi di capo e successivi convellimenti agli arti inferiori, indi ai superiori durati per mesi; dopo i quali ne conseguitò un decadimento tanto fisico che intellettuale; il quale costituisce il secondo periodo da me delineato;

4ª Che tali fenomeni, di capo massimamente, a mano a mano che apparivano, con più or meno di violenza e di acutezza, adducevano un notabile ingrandimento del volume della testa, la quale raggiunse proporzioni enormi, come rilevasi dall'insieme di questa comunicazione e come l'addimostra la figura che ho presentata e che va unita a questa Nota;

5ª Che tale un considerevole e graduale ingrandimento si è verificato nelle suture craniche; e se n'ebbe la prova dal manuale esame praticato con molta cura in rispondenza delle suture medesime;

6ª Che questo ingrandimento, temporariamente verificatosi e successivo a speciali alterazioni del capo, sia avvenuto dietro processi morbosi sub-acuti del cervello ed in particolar modo de' suoi ventricoli; i quali per nuova effusione di liquido già in essi contenutovi (e ne rende fede il caso verificato per l'addietro dall'illustre *Lallemand* (1)), ha fatto ressa dall'interno all'esterno, recando la *diastole* ossea e comprova quanto affermò l'illustre nostro *Calori,* e cioè che ben di sovente „ le parti contenenti seguono l'incremento e l'ampliamento delle parti contenute e da queste s'informano „ (2). L'ingrandimento del capo può essere stato suffulto tuttavia per determinatasi ipertrofia delle stesse ossa del capo, atteso le sporgenze, se ben lievi, in alcuni di essi riscontratevi.

Le sono induzioni queste, però alquanto ragionevoli; la luce vera del caso patologico non la si potrebbe avere che dall'esame necroscopico ed eseguito colla massima diligenza e con perizia molta.

Ma gentilezza d'animo rifugge dal posare colla mente anche per poco sopra tali luttuosi se bene inevitabili avvenimenti, e basta.

(1) Vedi, Dizionario classico di Medicina interna ed esterna, alla pag. 291. Venezia, 1834.

(2) Vedi « Di una bambina *Microcefala* e specialmente del suo cervello » alla pag. 627, Tomo I, Serie IV, Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, anno 1880.

A. Baraldini dis. dal vero e lit

lit. G. Wenk e Figli – Bologna.

BIOGRAFIA DEGLI APOTECI

DELLA

LACHNEA THELEBOLOIDES (A. ET S.) SACC.

MEMORIA

DEL PROF. FAUSTO MORINI

(Letta nella Sessione 29 Aprile 1888).

Nel Marzo dello scorso anno, io leggeva in questa R. Accademia delle Scienze una Nota preliminare intorno alle *Prime fasi evolutive degli Apoteci della Lachnea theleboloides* (A. et S.) Sacc. — In brevi parole io riassumeva i fatti più importanti che mi venne dato di osservare relativamente alle principali fasi vitali di detto fungillo: ed in pari tempo, io accennava all' interessante anomalia dei così detti *bulbilli*, determinata da una notevole deficienza nel valore nutritivo del relativo substrato.

In questi ultimi mesi, avendo intraprese nuove ricerche sullo sviluppo degli apoteci di detta specie, ho potuto eziandio estendere o completare parecchie delle osservazioni riportate nell' indicata Nota, massime quelle riferentisi alle primordiali fasi evolutive degli apoteci e quelle relative ai bulbilli od alle spore-bulbilli.

Una circonstanziata esposizione dell' intero ciclo evolutivo della Lacnea anzidetta, con speciale riflesso intorno alla questione della sessualità negli Ascomiceti, ed a quella dei bulbilli di questi funghi, costituisce l' oggetto del presente lavoro.

I.

Gli apoteci (1) perfettamente maturi, sono costituiti da tante piccole scodellette molto tenere, notevolmente depresse e largamente espanse (Fig. 1), pressochè circolari, quasi sessili e colorate in giallo. Il loro margine libero è tondeggiante e mediocremente rilevato, e coll' aiuto di una lente osservasi coperto da numerosi peli setulosi; il disco è convesso in modo piuttosto pronunciato, per cui nella sua porzione centrale sovrasta alquanto sul circostante margine escipulare. Il diametro

(1) Li osservai sviluppati in notevole abbondanza su sterco umano.

trasverso di ciascun apotecio, misurato sul disco, oscilla fra mm. 0,80 e mm. 1,30; ed il diametro verticale varia da circa $^1/_3$ ad $^1/_2$ di mm.

La porzione involgente degli apoteci, componesi di un pseudoparenchima (Fig. 2, *ps*), molto sviluppato nella regione sottostante alla stratificazione imeniale, ed alla cui periferia costituisce una specie di cercine arrotondato. Tale pseudoparenchima, è formato da una compatta aggregazione di elementi pentagonali-poliedrici, la quale tende manifestamente a farsi più lassa nella completa maturità del fungillo; anzi, massime nella porzione basale dell' apotecio, gli elementi si mostrano più o meno vescicosi, con lacune più o meno appariscenti fra le singole cellule contigue. La membrana di queste è colorata in un giallognolo, e mostrasi molto esile; il contenuto è poco denso ed è scarsamente proteico, invece in generale abbonda una sostanza oleosa raccolta in gocciole più o meno grosse, le quali non di rado confluiscono in un' unica grossa gocciola che occupa la maggior parte della cavità cellulare. I segmenti ifici che si riscontrano alla superficie del pseudoparenchima, costituiscono un semplice straterello abbastanza bene differenziato: infatti, la porzione esteriore della loro membrana è piuttosto notevolmente ingrossata (Fig. 2, 10, *e*) e presenta un colorito giallo-bruno. — Dagli elementi della porzione inferiore dell' apotecio, in rapporto immediato col substrato, sonosi formate numerose ife radicali (Fig. 2, 10, *f*), pressochè incolori, più o meno lunghe e giammai aggregate in fascetti.

Formazioni, le quali si collegano sotto l' aspetto della funzionalità biologica di difesa o protezione, colla specie di organo epidermico costituitosi alla superficie degli apoteci, sono numerosi tricomi setulosi, esili, più o meno eretti e molto accuminati (Fig. 2, 10, *s*), localizzati nel solo margine dell' apotecio (Fig. 1, 2, *s*), i quali formano un cespuglietto mediocremente addensato, che gira attorno, a mo' di corona, allo strato imeniale. Questi peli ifici sono 3-4 loculari, e la loro lunghezza raggiunge circa μ 90-130.

Procedendo verso l' imenio, il pseudoparenchima si fa più compatto, i suoi elementi s' impiccoliscono gradatamente e vanno sempre più decolorandosi, talchè infine si perviene ad uno stroma compatto ed incoloro, il così detto ipotecio (Fig. 2, 10, *si*), dal quale s' innalza l' imenio composto di parafisi e di aschi (Fig. 2, 10, *sa*). Le prime sono lunghe press' a poco come gli aschi, sono esilissime e nella loro porzione terminale si allargano lievemente (Fig. 3): presentano uno scarso protoplasma e si mostrano continue; notisi però che nelle parafisi più adulte, coll' uso di appropriati reagenti si mette in rilievo una segmentazione del plasma in 3 o 4 porzioni.

Gli aschi completamente evoluti (Fig. 3), si presentano sotto forma di lunghe cellule cilindriche, il cui diametro longitudinale è circa di μ 150-168 ed il trasverso di μ 17-22: le ascospore sono disposte in una sola serie, che occupa la porzione terminale dell' asco, hanno forma regolarmente ovoidale e misurano in lunghezza μ 14-18; il loro plasma presentasi luteolo-pallidissimo, è omogeneo,

finamente granuloso, molto denso ed assai rifrangente la luce. Un plasma molto acquoso, contenente molti piccoli granuli e dotato di maggior potere di rifrazione della luce, inviluppa le ascospore, senza però prolungarsi che per breve tratto oltre la regione occupata da queste; il rimanente dell' asco racchiude un liquido acquoso, affatto indifferente alle sostanze coloranti, nonchè ai reagenti delle sostanze albuminoidi. Le spore trattate col ioduro di potassio iodurato si colorano in giallo-bruno. Il plasma che le circonda, diventa bruno-rossiccio con detto reagente sotto l' azione di un moderato riscaldamento; colla tintura di jodio si ottiene una colorazione quasi identica, però traente leggermente al violaceo. Queste reazioni del plasma circostante alle spore ed il non risentire che debolmente l' azione delle sostanze coloranti, dimostrano, secondo le osservazioni dell' Errera (1) l' esistenza di notevole quantità di glicogene, il quale anzi rappresenterebbe la sostanza più copiosa nella composizione di detto plasma; quindi questo potrebbesi denominare *epiplasma*, adottando la nomenclatura proposta dal de-Bary.

La quantità del glicogeno, rilevante allorchè le spore non sono ancora bene mature, in seguito diminuisce con una certa rapidità, e quando le spore sono perfettamente organizzate, non se ne riscontra che una scarsa proporzione; il che denota che tale sostanza viene utilizzata per la nutrizione delle spore.

A questa fase, scompare la differenziazione del contenuto degli aschi, poichè l' epiplasma così depauperato, si riduce ad un liquido acquoso che si diffonde completamente in quello occupante la regione inferiore dell' asco. E così si costituisce lo stadio preparatorio alla disseminazione delle ascospore: infatti, detto liquido diventa più copioso, perchè avoca a sè nuova acqua, e gli aschi acquistando un notevole grado di turgessenza, s' ingrossano ed aumentano alquanto in lunghezza, per cui sporgono sulla superficie imeniale per quasi tutto quel tratto della loro porzione terminale nella quale sonosi raccolte le ascospore.

Detta funzione compiesi sempre successivamente nei singoli aschi od in gruppi più o meno cospicui di questi; ed il modo col quale essa ha luogo, è strettamente subordinato al grado di un' umidità del substrato nutrizio e dell' atmosfera. A questo riguardo io potei osservare due forme distinte: allorchè il substrato è poco umido e l' aria è piuttosto secca, l' apice degli aschi si lacera ed attraverso il pertugio così formatosi, esce con una certa forza la massa delle ascospore; invece in condizioni igrometriche contrarie, il turgore degli aschi raggiunge un grado molto superiore e la forza con cui la massa delle spore viene ejaculata è sì notevole che la porzione apicale della membrana dell' asco repentinamente viene distaccata sotto forma di un disco più o meno regolare, press' a poco come si riscontra in parecchie Pezize, in tutti gli Ascoboli, nonchè in altri Discomiceti. In relazione a stati igrometrici intermedi, parecchie volte mi fu dato di riscon-

(1) Leo Errera — L' epiplasma des Ascomycetes et le glycogène des vegetaux. Bruxelles, 1882.

trare forme intermedie fra gli estremi ora accennati. In ogni caso, la ejaculazione delle spore da ciascun asco è simultanea; e, sopra vetrini coproggetti mantenuti alla distanza di 2 mm. dalla superficie imeniale, potei frequentemente osservare numerose agglomerazioni tondeggianti, composte ognuna da 8 ascospore. Mentre gli aschi si dispongono all' emissione delle spore, le parafisi entrano in uno stato di notevole turgore, per cui costituiscono un importante ausilio alla disseminazione ora descritta. — In vista della grande utilità della presenza dall' acqua in relazione alla funzione della disseminazione delle ascospore, non pare destituito di fondamento il ritenere che, pur restando nella giurisdizione dei Discomiceti, le particolari configurazioni del corpo fruttifero di molti di questi funghi, coordinate tutte alla forma di recipienti (es. Pezizacee, ecc.), siansi attuate congruamente alla funzione della disseminazione delle spore, raccogliendo l' acqua sopra l' imenio, nel tempo della maturità di questo (1).

Avvenuta la emissione delle spore, gli aschi si raggrinzano, si riducono nel fondo dell' imenio e con una certa rapidità si atrofizzano.

Toccherò ora brevemente di alcune particolarità osservate nello sviluppo degli aschi. — Quando questi hanno raggiunto all' incirca il terzo della loro lunghezza definitiva, nella qual fase gli apoteci costituiscono tanti minuti corpicciuoli globulosi al cui apice non è ancora iniziata la deiscenza, si osserva in essi un contenuto eminentemente proteico e granuloso nel quale, in causa della sua grande densità non si può riconoscere alcuna differenziazione nucleare. Però, mediante l' uso di appropriati reagenti, potei mettere in evidenza nel centro dell' asco un nucleo globoso che, ad un forte ingrandimento, con un obbiettivo ad immersione, appariva composto di un fitto intreccio di cariosomi filamentosi. Nonostante ripetuti tentativi, quantunque facessi uso di quelle sostanze più indicate onde ottenere una energica fissazione dei nuclei nel loro stato per così dire ancora vivente e per mettere in rilievo le figure a questo inerenti; ed anche avessi ricorso a qualcuno dei metodi consigliati dallo Schmitz (2) per la dimostrazione dei nuclei nelle cellule fungine, non mi venne dato di sorprendere in maniera molto evidente in detto nucleo nè la divisione diretta, nè l'indiretta o cariocinetica, forse in causa della rapidità con cui si compiono le tre successive bipartizioni nucleari. Solamente allorchè gli aschi sono pervenuti circa alle dimensioni del loro stato adulto, osservai gli 8 nuclei nipoti, la cui sostanza mostravasi omogeneo-granulosa e molto splendente, ed attorno ai quali erasi già depositato uno straterello di protoplasma. Col progredire dello sviluppo delle ascospore, il plasma dell' asco si modifica nei suoi componenti fino ad aversi

(1) Questa induzione si potrebbe applicare ancora ad altri funghi, molto lontani dagli Ascomiceti, ad es. alle *Nidulariacee*, nelle quali medesimamente il corpo fruttifero ha acquistato la forma di urna o di scodelletta.

(2) F. Schmitz — Ü. d. Zellkerne d. Thallophyten (Sitzungsber. d. Niederrhein. Gesellsch. 1879).

la costituzione dell' epiplasma, il quale come s' è detto più sopra, è destinato a scomparire nella sua quasi totalità. — Trattando gli aschi, nei quali le spore sono bene evolute, ma però ancora lontane dalla perfetta maturità, col Carminio borato di Grenacher (Fig. 11), si osserva nel centro del plasma delle spore un tenuissimo corpuscolo, attorno al quale sta un' angusta areola incolora; molto probabilmente, tale corpuscolo, che assume colorazione identica a quella del plasma contiguo, rappresenta il residuo del nucleo in via di dissoluzione.

II.

Le fasi primordialissime degli apoteci, più facilmente si possono riscontrare nei punti limitrofi alle giovani fruttificazioni ascofore presentantisi come minutissime punteggiature giallognole, appena visibili ad occhio nudo: tali fasi s' iniziano e si succedono stando i giovani apoteci immersi nella zona esteriore del substrato nutritivo e, meno poche eccezioni, i caratteri morfologici e fisiologici di esse sono tutti coordinati ad un tipo unico.

Un segmento di un ifo miceliale non differenziato dagli altri filamenti, forma all' esterno un' insaccatura, la quale ben presto si delinea come un corto rametto separantesi alla sua base con un sepimento ed erigentesi verticalmente sulla superficie del substrato (Fig. 4, *a*). Sì per la sua maggiore grossezza, che pei caratteri speciali del plasma finamente granuloso, molto denso, ricco di sostanze proteiniche ed avvolto da sottile membrana cellulosica, e per una notevole tendenza alla torsione spirale (Fig. 4, *b*, *c*) già bene manifesta nei primordi evolutivi di detto ramo, questo assume un rilevantissimo grado di differenziazione. Tale torsione, quando il ramo è completamente sviluppato, consta di un numero di giri in generale non inferiore a 2, nè superiore a 2 $^1/_2$; non è che in casi rari che si costituiscono 3 circonvoluzioni complete.

Questa formazione la quale, per la sua successiva evoluzione, costituisce il così detto *Archicarpo, Carpogonio* od *Ascogonio* e sarebbe esattamente omologa allo *Scolecite* di Tulasne od al corpo vermiforme di Woronin, allorchè è pervenuta ad uno stato alquanto inoltrato (μ 40-46 di lunghezza, μ 12-14 di larghezza) manifesta un' interna differenziazione, per cui la sua porzione terminale, separatasi dalla rimanente parte mediante un setto trasverso, si organizza in una cellula globulosa-ovoidale (fig. 4, *d*, *e*, *f* fig. 5, *ag*), incolora, ad esile membrana cellulosica, contenente plasma molto denso, senza vacuoli, il quale mostra un nucleo globoso minutamente granulare e bene visibile col verde di metile acetico (Fig. 6); detta cellula appare portata da un pedicello contorto nella misura già indicata.

Prima che s'inizii la differenziazione della cellula terminale dell' Archicarpo, le ife a questo contigue incominciano a sviluppare esili filamenti che si applicano su

quello, si ramificano dirigendosi in vario senso e, segmentandosi ripetute volte trasversalmente, costituiscono un lasso intreccio formato da ife a cellule molto turgide e rigonfie, attraverso il quale traspare benissimo il Carpogonio. Questo processo d' involgimento si fa sempre più rigoglioso, talchè infine si produce un corpuscolo globuloso (diam. μ 86-94) assai molle, formato da un pseudoparenchima giallognolo, nel cui centro l' Ascogonio, differenziato nell' elemento terminale ovato-sferico misurante in questo stadio circa μ 28-32 di lunghezza, è ancora sufficientemente appariscente (Fig. 7, *ag*).

Nelle nuove culture intraprese in quest' anno, ebbi l' opportunità di sicuramente constatare un fatto non privo d' interesse, il quale non potè essere da me riferito nella Nota preliminare dello scorso anno, perchè allora l' osservai solo molto incompletamente. In pressochè tutti gli apoteci, nello stadio precedentemente descritto, si osserva che tenui gruppi di ife della porzione basale di quelli, si allungano, diventano incolori e sviluppano esili rami piuttosto brevi che si erigono verticalmente sul substrato; per cui, attorno e contiguamente ad ogni apotecio si costituiscono infine alcuni minutissimi e poco densi cespuglietti di ife, le quali poi si segmentano all' apice per dare origine a numerosi gonidii isolati, piccolissimi, ellisoidali, misuranti in diam. longit. μ 6-8. Non potei riuscire ad alcun che di concreto riguardo alla funzionalità di queste formazioni: la germinazione dei gonidii verificasi solo in alcune sostanze nutrizie (massime nel decotto di fimo) e mostrasi sempre molto stentata; si producono corti filamenti poco ramificati, i quali bentosto restano stazionari nell' evoluzione. — Nella fase in cui detti cespuglietti si formano, l' involglio ifico costituitosi attorno all' Archicarpo è molto lasso e lacunoso, per cui non potrebbesi escludere la possibilità che ad alcuni gonidii fosse permesso d' insinuarsi fra le ife corticanti fino a pervenire sull' Archicarpo. Ma in nessun caso mi venne dato di osservare simile contingenza.

Mentre il pseudoparenchima involgente va progredendo nel suo sviluppo, la parte dell' Archicarpo che funge da stipite (Fig. 5 *p s*), d' ordinario si divide simultaneamente in 3 segmenti; non di rado però abbiamo una semplice bipartizione trasversa; il plasma in quelli contenuto migra nella cellula terminale.

In questa dunque si concentra e si localizza tutta l' attività formativa dell' Archicarpo. Essa aumenta considerevolmente in volume, diventa pressochè globosa ed acquista infine in diam. longit. μ 58-64; il pedicello spirale lentamente va atrofizzandosi e poscia scompare interamente; nella parte della cellula ascogoniale a questo corrispondente, si sviluppa una conica prominenza nella quale la membrana è molto ingrossata; si produce quindi una specie di corta appendice, per cui la cellula in esame diventa subsessile o brevemente stipitata (Fig. 7, *ag*). Ne risulta, che questa appare come isolata e rinchiusa nel fondo della parte basale del giovane apotecio.

A questo stadio, l' Archicarpo è poco visibile negli apoteci freschi, meglio nei preparati che hanno a lungo soggiornato nella glicerina, benissimo poi coi metodi

del Kihlman e dell'Oltmans (1): inoltre, il giovine corpo fruttifero si mostra alquanto depresso tangenzialmente al substrato (Fig. 7) e misura circa μ 280-310 di diam. trasv. e μ 230-240 di diam. longit.; il pseudoparenchima è divenuto più denso, è colorato in giallo carico ed in esso sono bene sviluppati numerosi filamenti radicali e numerose e lunghe setole ifiche molto esili, alquanto rigide e piuttosto acuminate, che come un denso cespuglio ricuoprono la maggior parte

(1) Chi ha intrapreso lo studio dello sviluppo delle fruttificazioni ascofore discocarpiche, pirenocarpiche o cleistocarpiche, ben conosce contro quali difficoltà spesso rilevantissime e talora insuperabili, debbasi inevitabilmente incorrere nella ricerca delle primitive fasi dell'apparato ascigero. E quante volte in causa dell'estrema esiguità e delicatezza delle formazioni ascogene e del consecutivo tenue grado di resistenza di queste, ovvero per il loro piccolo grado di differenziazione che in non poche forme di Ascomiceti si riscontra e per il pseudoparenchima corticante spesso molto denso e colorato, le ricerche sono rese infruttuose, nonostante si usino molto cautele e si ricorra ai migliori metodi di preparazione; e si aggiunga poi eziandio, che le culture oltrecchè devono essere fatte in un numero grande di preparazioni, richiedono un' infinità di cure e di precauzioni, e necessita di sopprimerle a differenti stadi, per poi studiarle al microscopio con obbiettivi preferibilmente ad immersione. — Quindi veramente può dirsi che questo genere di studi, pel quale la pazienza dell'osservatore è messa a duro cimento, è da annoverarsi, nel campo della Micologia, fra i più indaginosi e difficili.

Negli apoteci della Lachnea da me studiata, potei osservare colla sola glicerina le primissime fasi dell' apparato ascigero, quantunque questo fosse già avvolto dal pseudoparenchima, il quale però era molto lasso, di tenue spessore e lievemente colorato: anzi io posseggo diversi preparati fatti fin dallo scorso anno e conservati in glicerina, nei quali i contorni dell'ascogonio sono benissimo evidenti per trasparenza attraverso l'apparecchio corticante. Ma col progredire dello sviluppo, conviene ricorrere ad alcuni processi di colorazione, dei quali i migliori paionmi quelli proposti dal Kihlman (Zur Entwickelungsgeschichte der Ascomyceten. — Acta Soc. Fl. fennicae, T. XIII, 1883; Helsingfors e dall' Oltmanns: Üb. die Entwickelung der Perithecien in der Gattung Chaetomium. — Bot. Zeit., XLV, 1887; 13-17).

Col 1° metodo, le giovani fruttificazioni si lasciano immerse per parecchi minuti nell' alcool assoluto, d'onde si trasportano in una soluzione acquosa allungata di eosina, nella quale devono permanere parecchie ore; poscia, si osservano nella glicerina: questo trattamento ha dato buoni effetti anche al Dott. Mattirolo nello studio dello sviluppo della *Melanospora stysanophora* Matt. (Sullo sviluppo di due nuovi Hypocreacei e sulle spore bulbilli degli Ascomiceti. — Nuovo Gior. Bot. Ital., Vol. XVIII, N. 2, Aprile 1886). Il metodo dell'Oltmanns è coordinato all'osservazione dell'Archicarpo nelle sezioni longit. dei periteci: questi si fanno sviluppare sopra piccole fette di midollo di sambuco imbevute di sostanza nutritiva; poscia, allorchè il corpo fruttificante ha raggiunto un certo grado di sviluppo, si induriscono i periteci nell' acido osmico, trasportando le fette di midollo in questa sostanza; dopo ripetuta lavatura, il substrato perithecioforo s'immerge nella gelatina glicerinata. Infine, indurita la gelatina nell'alcool, la preparazione è in condizione di essere sezionata. Le formazioni carpogoniali, nonchè le ife ascogene da queste prodotte, il più delle volte spiccano abbastanza bene sugli elementi corticanti contigui, perchè sono dall'acido osmico colorate in bruno od in giallo-bruno.

Ottenni poi soddisfacenti risultati dall'uso del verde di metile acetico, previo trattamento coll'alcool assoluto; tale sostanza si fissa molto intensamente nel plasma e nel nucleo dell'Archicarpo, poco invece nel plasma degli elementi involgenti. Risultati meno favorevoli ebbi usando il Carminio borato di Grenacher. — Il Prof. Borzì ha ottenuto buoni effetti coll'ematossilina del Kleinenberg.

della superficie dell' apotecio e le quali rappresentano i peli ifici setulosi che poi si localizzeranno nel margine libero dell' apotecio maturo.

Superiormente all' Ascogonio si costituisce, per differenziazione della corrispondente parte del pseudoparenchima, una specie di zona sottoimeniale, da cui traggono origine le parafisi, le quali costituiscono un imenio che poi lacera il sovrapposto pseudoparenchima involgente, giacchè questo resta stazionario nello sviluppo (Fig. 10).

L' ulteriore evoluzione del Carpogonio è concomitante alle prime fasi di sviluppo della parafisi. Da esso germogliano numerosi filamenti (Fig. 8) ramificati o non, incolori, ricchi di plasma, i quali attraversano la zona sottoimeniale e raggiungono colla loro sommità la base delle parafisi; le porzioni terminali di questi rami, insinuate fra le parafisi, si trasformano lentamente in aschi: in causa del notevole sviluppo raggiunto a questo stadio dell' apparecchio corticante, molto difficilmente e solo rarissime volte mi riuscì di constatare direttamente l' esatto decorso delle singole ife ascogéne. Col procedere della formazione di dette ife, avvengono rilevanti modificazioni regressive nel Carpogonio; il nucleo si disorganizza e si diffonde nel plasma (Fig. 9), questo diminuisce di densità, diventa più acquoso e poscia scompare interamente; la membrana si corruga, si dissolve e viene assorbita: infatti, allorchè il giovane apotecio misura in diam. trasv. circa $^1/_2$ mm., in generale non è più possibile osservare traccia dell' Ascogonio. Notisi poi che, simultaneamente alla prima manifestazione di tale degenerazione del plasma, la membrana dell' Archicarpo, nella parte corrispondente alla papilla basale, si scinde in due lamelle, per cui ha origine una lacuna talora molto estesa (Fig. 9).

Collo sviluppo delle parafisi, il giovane apotecio, prima depresso tangenzialmente al substrato, tende ad aumentare secondo il diam. longit. in confronto al trasv. (Fig. 10); si presenta quindi sotto forma di un corpicciuolo brevemente cilindrico, alquanto rigonfiato nel mezzo, la cui superficie esterna è quasi tutta ricoperta da setole ifiche ed al cui apice rilevasi una escavazione circolare o foveola; nel fondo di questa si scorge l' imenio che va sempre più sviluppandosi ed estendendosi col consecutivo allargamento dell' apertura prodotta innanzi a sè da esso imenio nel pseudoparenchima. All' espansione dello strato imeniale, determinata specialmente dalla continua interposizione di nuovi aschi fra le parafisi, è necessariamente collegata la configurazione definitiva dell' apotecio allo stato maturo, nella quale, come s' è visto, predomina notevolmente il diam. trasv. sul longit. Mentre gli apoteci raggiungono lo stato adulto, i peli ifici che rivestono la superficie laterale, vanno distaccandosi, talchè di essi infine altro non resta che un' angusta corona cespugliare che gira attorno all' imenio.

In generale, il fungillo impiega a percorrere i suoi diversi stadi di vita, dai primi inizii delle formazioni ascogene all' ultima fase di sviluppo degli apoteci, da 15 a 18 giorni, qualora però il substrato abbia un sufficiente valore nutri-

tivo. Notisi poi l' interessante grado di resistenza e di persistenza vitale degli apoteci: umettando con acqua alcune porzioni di substrato disseccate e da me conservate in questa condizione pel periodo di due anni, la vegetazione degli apoteci si ripristina senza aver nulla perduto dell' antico vigore. — Giammai mi riuscì di far germinare le ascospore, quantunque esperimentassi diversi substrati nutrizii: con molta probabilità, analogamente a quanto venne osservato dal Janczewski nell' Ascobolus furfuraceus, le ascospore dovranno prima passare attraverso il tubo digerente di determinati mammiferi.

Il complesso di queste diverse fasi evolutive, costituisce l' ordinario ciclo vitale della Lachnea in esame. Ora non resta che accennare ad alcune forme, il più delle volte piuttosto rare, che deviano più o meno spiccatamente dall' esposta forma tipica, massime rapporto ai primordi ascogeni, oppure alla successiva evoluzione del corpo fruttifero.

Astrazion fatta dalle differenze di dimensioni della cellula ascogoniale propriamente detta in confronto allo stato normale, per cui questa presentasi notevolmente più grande o più piccola, in alcuni pochi casi e specialmente negli apoteci a sviluppo molto rigoglioso, perchè il substrato contiene ricca quantità di sostanze nutritive fresche, la cellula ascogoniale assume forma ovoidale molto allungata e, nello stadio antecedente alla germogliazione delle ife ascogene, si divide trasversalmente in 2 loculi; solo dal segmento superiore traggono origine le ife ascogene. Altre volte, la totale differenziazione della cellula anzidetta, compiesi molto precocemente; il pedicello spirale è fugacissimo e scompare rapidamente dopo aver subíto il processo di segmentazione. Infine, nei tratti del substrato esauriti o quasi, con una certa frequenza osservasi che l' apparato involgente non si è potuto costituire e lo sviluppo dell' apotecio non è andato più in là della formazione dei primordi ascogeni differenziati in pedicello spirale ed in cellula ascogoniale, i quali permangono immersi nel substrato senza potere ulteriormente svilupparsi: mentre in questi casi la membrana del pedicello conservasi sottile ed incolora, quella della cellula carpogoniale si mostra ingrossata e colorata in giallo-bruno intenso; dopo qualche tempo, lo stipite si atrofizza e di esso non restano che alcuni residui di membrana che costituiscono un' informe appendice alla parte inferiore dell' ascogonio. In tal modo, a somiglianza di quanto avviene nelle spore destinate a passare un periodo di quiescenza, l' Archicarpo risente le sfavorevoli condizioni esterne e cerca di premunirsi contro queste. Malgrado ripetute ricerche, non potei constatare un fatto importantissimo, se cioè ritornando le favorevoli condizioni di vegetazione; in dette prime fasi degli apoteci potesse riscontrarsi un'ulteriore evoluzione giusta i caratteri normali: convien dire che, in causa specialmente della lunga inanizione a cui furono soggetti gli elementi primordiali ascogeni e le ife adiacenti, tanto quelli che queste, nella funzionalità rispettiva, divennero incapaci del successivo sviluppo; tuttavia potrebbesi congetturare che l' impulso alla vegetazione ulteriore sarebbesi potuto ottenere coltivando a lungo dette formazioni,

avendo cura speciale alle qualità nutritive del substrato, oppure tentando alcune variazioni nella composizione di questo; ma io non ebbi l'opportunità d'istituire simili ricerche.

Dirò ora brevemente di un'altra anomale formazione, la quale mostra un particolare interesse sotto il punto di vista biologico, e che non si presenta in notevole quantità che nelle culture continuate per lungo tempo collo stesso primitivo substrato. — Esclusivamente localizzate nei punti del subtrato, nei quali questo è maggiormente esaurito per le ripetute formazioni degli apoteci, osservasi lo sviluppo di numerosi noduletti appena visibili ad occhio nudo, che presentano una caratteristica particolare. (Fig. 12, 13, 14). Hanno forma irregolarmente globosa (diam. μ 160, 220), sono piuttosto duri e constano di tessuto pseudoparenchimatoso, entro il quale generalmente il Carpogonio si è conservato rudimentale in grado notevole (Fig. 14, *ag*), essendo il più delle volte ridotto ad una cellula tondeggiante alla cui base il pedicello spirale è già scomparso; non potei bene constatare se questa mancanza fosse dipendente da una precoce atrofia o da una congenita estinzione. Il pseudoparenchima che li compone, è differenziato in due parti abbastanza bene delineate (Fig. 14, *e ps*): gli elementi esterni si mostrano notevolmente rigonfiati, il plasma è scomparso ed è sostituito da liquido acquoso, la membrana è ingrossata e colorata in bruno-rossiccio, per cui si metamorfizzano in un vero strato corticale, il quale ha uno spessore uniforme; un gran numero degli elementi più superficiali, ha dato origine ognuno a corte ife setolose, molto grosse (Fig. 12, 14, *s*), che rivestono e proteggono pressochè tutta la superficie delle formazioni in discorso. La massa interna del pseudoparenchima è composta di cellule più piccole che quelle dello strato periferico, hanno membrana esile ed incolora ed un contenuto ricco di sostanze proteiniche. In alcuni pochissimi noduletti non mi venne dato di scorgere traccia alcuna della formazione ascogoniale, certamente questa sarà stata completamente abolita.

Trasportati i descritti corpicciuoli in un substrato fresco, dopo un tempo più o meno lungo, solamente da pochissimi di quelli provvisti d'un ascogonio meglio evoluto, si svilupparono apoteci identici, nei caratteri essenziali, a quelli prodotti normalmente; in parecchi altri, riscontrai diverse anomalie nella costituzione degli apoteci, quali ad es. una depauperazione nel numero degli aschi, collegata ad un'iperplasia delle parafisi, ed un'irregolarità morfologica nella fase della deiscenza del corpo ascoforo. In tutti gli altri noduletti, specialmente poi in quelli ove l'Ascogonio è abortito totalmente, non osservai alcuna evoluzione ulteriore, eccetto però alcune rare volte in cui ebbesi solo un tenue sviluppo di parafisi. — Riguardo alla formazione degli apoteci da detti singolari organismi, non ebbi a notare alcun fatto importante, qualora si eccettui che lo sviluppo manifestossi con una notevolissima lentezza; talune volte occorsero fino da 40 a 45 giorni prima che gli apoteci fossero completamente maturi.

In niun caso potei osservare una germinazione di filamenti dalle cellule esterne od interne del pseudoparenchima.

III.

Nell' indagare la natura morfologica e funzionale dei primordi ascogeni della Lachnea theleboloides, sono stato indotto a dare a queste ed eziandio a tutte le altre omologhe formazioni degli altri Ascomiceti, un' interpretazione, la quale alquanto si scosta dalle vedute presentemente adottate dai micologi. Ma coll' esposizione e dimostrazione del concetto che mi sono formato intorno al significato di tali organi, mi trovo necessariamente impegnato nell' ardua ed oscura questione della sessualità degli Ascomiceti, la quale, senza tema d' errore, puossi annoverare fra le più importanti e controverse che agitano gli studi micologici.

È noto come negli Ascomiceti, siano questi gimnocarpici (eccettuate le Exoascee), discocarpici, pirenocarpici o cleistocarpici, il frutto ascoforo consta di due parti principalissime, dell' apparecchio ascigero e dell' apparecchio involgente o corticante; nella grande maggioranza delle forme fino ad ora studiate, queste due parti si mantengono in generale bene distinte fino anche dai rispettivi primordi, perchè ognuna trae un' origine propria da elementi ifici reciprocamente distinti. Quindi, per regola la parete del corpo fruttificante, l' ipotecio, e le parafisi provengono da prolificazioni di semplici ifi vegetativi; gli aschi invece formano un sistema a parte scaturito da una cellula o da un complesso di più cellule più o meno ed in svariatissima guisa differenziate.

Ma, nei casi meglio costituiti, innanzi che questa primordiale formazione (che potremo col de Bary denominare *Archicarpo*) si disponga allo sviluppo degli aschi, si constata che una cellula ifica pure grandemente diversa sì riguardo alla propria origine, che alla forma, ecc., oppure uno spermazio, giunge a contatto coll' Archicarpo: in questa contingenza possono avvenire due fatti, o la membrana d' ambo gli elementi si mantiene totalmente integra e continua (Erisifee), oppure nella superficie di contatto ha luogo una circoscritta dissoluzione delle due membrane, per cui può compiersi la diretta fusione dei plasmi (es. Pyronema, ecc.). In altri casi, queste due formazioni l' una all' altra aderenti, non sono reciprocamente differenziate e danno origine ciascuna agli aschi (es. Penicillium aureum). In una 3ª categoria, manca od è incerta la formazione del presunto elemento maschile; ciò nonostante però, l' Archicarpo sviluppa medesimamente gli aschi (es. Lachnea theleboloides). Altre volte infine, entrambe le formazioni non si sviluppano, oppure esiste solo l' Archicarpo però in uno stato in vario grado rudimentale; l' apparato ascigero, in maniera più o meno evidente, ha origine comune e non differenziata coll' apparato involgente (es. Pleospora, Claviceps, ecc.).

È su queste principalissime forme tipiche dell' iniziale sviluppo del corpo spo-

rificante degli Ascomiceti, che si agita la controversia della sessualità di detti funghi. Le vedute notevolmente divergenti che rilevansi intorno a questa questione, sono subordinate a due opinioni essenzialmente diverse, ambo le quali sono sostenute da una valorosa schiera di micologi; la sessualità è ammessa da Tulasne, de-Bary, Janczevvski, Stahl, Kihlman; ecc.; è più o meno recisamente negata da Gibelli, Brefeld, Van Tieghem, Mattirolo. e da altri.

Uno dei principali argomenti adotti dai fautori della sessualità a dimostrazione di questa, si è che in non poche forme di Ascomiceti (Eurotium, Pyronema, Collemacee, ecc.) si sviluppano dai filamenti miceliali due particolari organi elementari bene distinti sotto il duplice aspetto della differenziazione assoluta e relativa, i quali poscia pervengono a toccarsi reciprocamente; e, previa perforazione delle membrane nel punto di contatto, si determina la fusione dei plasmi. Uno di questi elementi, dal quale poi si sviluppano gli aschi, viene riguardato come l' organo sessuale femmineo ed alla designazione di questo si usano i termini di *Carpogonio, Ascogonio, Archicarpo* o *Scolecite;* talora l' Ascogonio è provvisto di un organo che gli condurrebbe il plasma maschile, denominato *Tricogino:* l' altro elemento resta sterile e si considera come l' organo maschile, il quale viene distinto coi nomi di *Anteridio, Pollinodio,* ed in casi particolari di *Spermazio.* D' altra parte, il riguardare come di natura prettamente sessuale tali fenomeni, è eziandio avvalorato dalla somma costanza con cui questi si presentano nelle relative forme Ascomicetiche, per la quale i fautori della sessualità inducono essere necessaria, almeno nella maggior parte dei casi, la fusione dei plasmi perchè l' elemento femmineo possa svilupparsi ulteriormente nell' apparato ascigero.

Quantunque, come vedremo più avanti, le precedenti conclusioni siano notevolmente imperfette, perchè state formulate senza il concorso dello studio della condizione precipua ed essenziale della sessualità, senza la quale la propagazione sessuale rassomiglia nei suoi effetti più o meno all' agamogenesi, pure morfologicamente e, fino ad un certo punto, fisiologicamente si può consentire ad ammettere in parecchie forme una equivalenza fra i detti fenomeni e quelli incontrastabilmente sessuali.

In una seconda serie di Ascomiceti, molto più numerosa della precedente, i primordi presunti sessuali del corpo ascoforo, si mostrano in uno stato di differenziazione relativa sempre minore, oppure manifestano un grado di sviluppo sempre decrescente; talchè per una parte si giunge alla scomparsa degli Anteridi, per l' altra alla totale eliminazione d' ambo gl' inizii ascogeni. Ora, dal punto di vista sessuale, per spiegare le principali forme con cui si esplica tale degradazione, si è avuto ricorso ad una interpretazione particolare ad ognuna di esse.

Prescindendo dal fatto che, nelle forme di Gymnoascus, Ctenomyces, nelle Erisifee, ecc., conviene ammettere un secondo modo di fecondazione estrinsecantesi con una trasfusione diosmotica dei plasmi, come si verifica nella fecondazione delle Gimnosperme ed Angiosperme, supposizione questa in alto grado possibile

ma che è ben lungi però dell' essere rigorosamente accertata, si hanno anzitutto forme di isogamia nell' Eremascus albus, collegati però ad una differenziazione assoluta non bene determinata, perchè se i gonoplasti non entrano in copulazione fra loro, cioè restano celibi, essi possono medesimamente sviluppare un asco al loro apice. Qualora poi si abbia che l' Anteridio, quantunque bene manifesto, abbia una funzionalità poco evidente, oppure che esso sia rudimentale o mancante, allora si hanno fatti di Partenogenesi subordinati ad una più o meno evidente Apandria; analogamente a quanto si osserva nelle Saprolegniee e nella Chara crinita.

Ma in molti altri Ascomiceti (Sclerotinia, Pleospora, Claviceps), l' Anteridio è abortito, il Carpogonio presenta una differenziazione sempre minore, ed infine scompare del tutto, cessando ogni carattere che lo distingue dalle ife avvolgenti; in tal modo si giungerebbe ad una vera Apogamia parallela a quella osservata nelle Felci con protalli affatto destituiti di Anteridi ed Archegoni, oppure sviluppanti questi organi in istato imperfetto, e quindi solamente gemmipari, ed a quella delle Angiosperme con embrioni avventizii.

Notisi poi una curiosa deviazione nel modo di comportarsi reciproco dell' Ascogonio e dell' Anteridio. Mentre per regola l' ultimo si sovrappone al primo, nei Ctenomyces (secondo Eidam) il ramo ascogoniale si contorce a spira attorno all' Anteridio, il quale per solito è una cellula claviforme; si avrebbe quindi un' inversione nella funzionalità dei due organi nella fase precedente la fecondazione. A questo riguardo, aggiungasi che, nel Pyronema confluens, il tricogino dell' Archicarpo allungherebbesi fino a toccare questo; dopo che si verificherebbe la fusione dei plasmi.

Per tante differenze morfologiche e fisiologiche che si osservano nei primi inizii dell' apparato ascigero necessiterebbe ammettere che la sessualità negli Ascomiceti si è esplicata in modi svariatissimi. Ed astrazion fatta dal vario grado di parentela fra l' Archicarpo e l' Anteridio nelle singole forme fungine, si avrebbero le seguenti principali categorie. 1°. *Eterogamia* con fusione dei plasmi, o con semplice trasfusione, diosmotica fra questi; 2° *Isogamia*, presentantesi nell' istesso duplice modo; 3° *Apandria* più o meno manifesta; 4° *Partenogenesi;* 5° *Apogamia.*

I Micologi che assolutamente escludono la sessualità negli Ascomiceti, riguardano i Carpogoni e gli Anteridi come porzioni di ife miceliali precocemente differenziate; quelli costituirebbero semplici ife vegetative ascogene, questi la primaria formazione involgente: quindi, non solo in quegli Ascomiceti destituiti di primordi ascogeni differenziati, ma anche in quelli ove si osservano i Carpogoni e gli Anteridi, il corpo ascoforo svilupperebbesi costantemente per Apogamia, nel presupposto che gli antenati degli Ascomiceti fossero provvisti d' organi sessuali. Un argomento stato più frequentemente addotto in appoggio di queste idee, si è la forma grandemente diversa con cui spesso si presentano i primordiali elementi ascogeni, non solo in generi di una stessa famiglia, ma talora nelle specie d' uno

stesso genere e persino negl' individui d' una determinata specie. — Per alcuni Micologi (van Tieghem), l' Anteridio avrebbe un' azione solamente protettrice per l' Ascogonio, contribuendo esso colle altre ife involgenti posteriormente sviluppantisi, a costituire i primordi dell' apparato corticante. Il Van Tieghem poi afferma che negli Ascomiceti provvisti di Carpogonio con tricogino sporgente all' esterno del tallo, quest' ultimo organo non rappresenta che una semplice appendice respiratoria destinata a trasmettere l' aria necessaria alla porzione spirale dell' Archicarpo immerso nella profondità del tallo. E riguardo alla funzionalità dei differenziati primordi ascogeni lo stesso Botanico sostiene la niuna morfologica importanza di questi: mediante la loro formazione, si concentrerebbe in un dato punto del tallo una riserva di sostanze nutritive sufficiente per alimentare il peritecio in via di sviluppo (1).

Il Prof. Borzì, al quale gli studi sullo sviluppo degli Ascomiceti devono importantissime contribuzioni, ben a ragione non partecipa a queste due opinioni tanto assolute. Nella sua recente Nota sulla sessualità degli Ascomiceti (2), ha espresse alcune sue idee sull' argomento in questione, le quali segnano un passo importante verso una soddisfacente soluzione di un si oscuro problema. Tali idee si compendiano nelle seguenti parole dello stesso Borzì: " ..... I risultati precedenti, lungi dal negare assolutamente la sessualità agli Ascomiceti, dimostrano essere questi funghi provvisti d' organi tipicamente conformati allo adempimento della funzione sessuale, ma ridotti in fatto per sviluppo incompleto, allo stato di reciproca impotenza. Sicchè congruamente cotesta forma di genesi entrerebbe nel dominio dei fenomeni d' apogamia giusta la definizione proposta dal de-Bary. Segnatamente avrebbe luogo: *a)* vera *apogamia* nel senso stretto della parola, in una parte di Ascomiceti; *b) apandria* nelle rimanenti forme. „

Rivolgendo ora l' attenzione all' origine od alla reciproca parentela dei supposti elementi sessuali, un fatto importante subito emerge con molta evidenza: tanto nelle forme eterogamiche che nelle omogamiche, si avrebbe un notevolissimo predominio della fecondazione omoclina od autogamica sulla staurogamica. Anzi, l' autogamia si trova portata in non pochi casi ad un grado tale d' esagerazione, da parere affatto incredibile, se non fosse confortata dalle dimostrazioni di valenti osservatori: così, la cellula maschile e la femminile costantemente procedono da cellule contigue della stessa ifa (Gymnoascus, Eremascus, ecc.); oppure, il Pollinodio si sviluppa dalla porzione inferiore dell' Archicarpo o dallo stipite di questo (Chaetomium secondo l' Oltmanns, Eurotium, Pyronema, ecc.). Non è che in poche forme in cui la staurogamia si può riscontrare, però quasi sempre in

(1) Van Tieghem — Traité de Botanique. Paris, 1884 — Pag. 1063.
(2) A. Borzì — Nuovi studi sulla sessualità degli Ascomiceti. Messina, 1883.

un grado variamente contingenziale (alcune Erisifee; Collemacee a tallo monoico ed ermafrodito e forse nel gen. Polystigma): e, per quanto mi consta, solamente in alcune poche Collemacee potrebbesi ritenere come dimostrato l'assoluto predominio della legge staurogamica sull' omogamica; nel Collema pulposum, secondo lo Stahl, in alcuni talli avrebbesi una marcatissima tendenza alla dioecia, mentre nei talli monoici della stessa specie verificherebbesi una scissione dei sessi nel tempo, in causa dello sviluppo degli spermogonii anteriore a quello dell' Archicarpo.

Da questi fatti, collegati con quelli più sopra esposti, scaturiscono le seguenti proposizioni: 1° La grande variabilità che spesso presentano i primordi ascogeni anche in forme affini (Podosphaera). 2° Le strane anomalie che, quantunque di rado, si possono osservare e nella costituzione degl' inizii ascogeni e nella supposta funzionalità sessuale di questi (Pyronema, Ctenomyces). 3° I fenomeni d' imperfezione o di arresto nello sviluppo d' uno o d' ambo gl' inizii ascogeni, per cui, in numerosi casi può giungersi a fatti che dovrebbero intendersi di natura Partenogenetica od Apogamica. 4° Lo sviluppo degli aschi che in determinati casi puossi riscontrare da ambo gl' inizii ascogeni, sebbene questi rimangano celibi, non accoppiandosi reciprocamente. 5° Il fatto che in parecchi casi ciascun frutto ascoforo è il prodotto di parecchi Archicarpi (Pyronema, Synechoblastus). 6° La grande scarsità delle forme in cui può dirsi aver luogo la staurogamia; in queste però non può giammai escludersi l' intervento d' una più o meno lata autogamia. 7° L' autogamia concretatasi in tante forme ed in un grado tanto elevato.

Sono tutti fenomeni questi che, massime i due ultimi, ci sembrano affatto inconciliabili col riguardare in un senso assoluto che i primordi ascogeni abbiano natura veramente sessuata. Ed invero, quale forma di sessualità potrebbesi immaginare più aberrante e ad un tempo più inconseguente di quella nella quale i plasmi di due cellule contigue dello stesso ifo si fondono insieme? Quale proficuo risultato potrebbe avere per la nuova generazione la fusione di plasmi aventi fra loro sì prossima parentela, mentre in tutta la natura organizzata abbiamo tante prove che dimostrano i dannosi effetti delle nozze consanguinee? E non si avrebbero effetti press' a poco identici se, soppressa l' anastomosi fra le cellule ifiche sorelle, una di queste sviluppasse direttamente gli aschi? È quindi evidente che tale contingenza è perfettamente agli antipodi colle manifestazioni della sessualità: il vero scopo di questa essendo di unire due, di rado più protoplasmi prodotti ognuno da individui distinti, appartenenti però alla stessa stirpe, la quale, per regola generalissima, è subordinata e circoscritta al grado della specie; in tal modo, l' elemento risultante dalla fusione del plasma materno e paterno, diventa la stirpe d' una nuova generazione. Il prodotto della sessualità avendo quindi in sè riuniti tanto i caratteri del padre che quelli della madre, la nuova generazione necessariamente diversifica dai genitori, diviene variabile e perciò capace di adattarsi alle diverse condizioni esterne secondo varie direzioni; il che dimostra che alla

forma staurogamica della sessualità, è strettamente subordinata la indefinita variazione delle specie e che quella costituisce in tutto il regno organico una legge principalissima, altamente preponderante, mentre l'autogamia si dimostra come legge secondaria (1).

Le specie in cui notevolmente predomina l'autogamia, rappresentano costantemente stirpi in decadenza, le quali, qualora fosse soppresso l'intervento ad intervalli anche lunghi delle nozze incrociate, dopo una breve serie di generazioni si esaurirebbero e inevitabilmente sarebbero condannate ad estinguersi: nei casi, del resto non infrequenti, in cui esse sonosi da lungo tempo conservate in vita, ciò dipende eziandio da un complesso di condizioni esteriori che ne favoriscono e proteggono l'esistenza, delle quali la principale si riferisce all'essersi esse sottratte alla concorrenza coi prodotti della staurogamia, i quali sono sempre dotati di ben maggiore vigoria e robustezza di costituzione.

Applicando allo studio della natura e funzione dei primordi ascogeni, i precedenti criteri sulla sessualità, la cui vera natura e finalità, è stata luminosamente dimostrata specialmente dai classici lavori di Carlo Darwin e di Federico Delpino, risultano i seguenti fatti: che in una numerosa serie di Ascomiceti, il corpo ascoforo formerebbesi per un'autogamia sì pronunciata che può dirsi identica alla vera moltiplicazione o propagazione agamogenica, nella quale ciascun individuo procedendo da un solo parente, non può che ripetere i caratteri del genitore (2); che in un

(1) Nella manifestazione della sessualità, oltre detto carattere principalissimo, si osservano in linea accessoria e subalterna alcuni importantissimi fenomeni. Per regola generale i gonoplasti sono di per sè incapaci d'ulteriore sviluppo e non sono atti che a fondersi assieme per dare origine al nuovo essere (si hanno però frequenti eccezioni, ad es. nei gen. Ectocarpus, Dictyosyphon, Cutleria). È pure un fatto generalissimo che le nozze non si possono compiere che tra due individui; però nei gen. Botrydium, Ulothrix, Dasycladus fino a 4 zoogonidii possono insieme congiungersi. I gonoplasti poi sono reciprocamente indifferenziati, oppure differenziati in maschili e femminili, e possono essere nudi o tunicati; e la fecondazione può essere intrauterina od extrauterina. Notisi infine che la fusione dei plasmi in un limitato numero di casi (Floridee) può essere indiretta per interposizione d'un complesso più o meno cospicuo di cellule.

(2) Tutti i Trattatisti di Botanica e lo stesso de-Bary nel suo aureo libro sui funghi, nei capitoli dedicati allo studio dei funghi indubbiamente dotati d'un elevato grado sessuale, cioè dei Ficomiceti, rappresentano il processo sessuale in un modo che molte volte ci sembra affatto opposto ai principii fondamentali della sessualità, specialmente poi se si considerano specie dei gen. Pythium, Achlya, ecc. In questi fungilli, il Pollinodio o l'Anterozoo nascono dalla cellula, immediatamente sottostante all'Oogonio e fecondano la Oosfera o le Oosfere quivi contenute. Della verità di questi fatti non si può in alcun modo dubitare, perchè osservati da Micologi valentissimi: però, qualora le ricerche non si fossero limitate ad una od a poche generazioni, ma bensì a molte di queste, sarebbesi certamente riconosciuta l'erroneità dell'asserzione che un'autogamia tanto esagerata sia l'unica forma di sessualità di detti fungilli, perchè in qualche caso si avrebbe certamente rilevato che Pollinodii od Anterozoi ed Oosfere spettanti ad individui distinti, od almeno a rami diversi dello stesso individuo, sarebbero entrati fra loro in copulazione; ed ancora una volta avrebbesi avuta la dimostrazione del principio Darwiniano che niun essere ermafroditico feconda se medesimo per una perpetuità di generazioni.

limitato numero di forme (alcune Erisifee), le nozze non sarebbero sì strettamente consanguinee, anzi talora potrebbe verificarsi la contingenza di un certo grado di staurogamia; che infine una staurogamia bene manifesta e sicuramente preponderante non si riscontrerebbe che in alcune poche Collemacee.

Ora, astrazion fatta dalla differenziazione relativa dei presunti organi sessuali, perchè questa ha un' importanza subalterna nella ricerca della sessualità, le precedenti considerazioni inducono ad escludere affatto ai primordi ascogeni il significato sessuale, eccezion fatta però di parecchie Collemacee e forse del gen. Polystigma, ossia di quelle forme che, riguardo all' origine del frutto ascoforo, più si avvicinano alle Floridee. Però anche nelle Collemacee, non si può ritenere sicuramente dimostrata la natura sessuata degl' inizii ascogeni, poichè per quanto è a mia conoscenza, non si è potuto peranco osservare nella fase dell'accoppiamento, un fatto che si riscontra costantemente nei veri processi fecondativi e cioè la reciproca fusione del plasma e del nucleo d' un elemento sessuato, col plasma e col nucleo dell' altro elemento: se, colla previa dimostrazione dei nuclei negli Spermazii e nell' Archicarpo, si potesse sicuramente constatare tale fusione, allora potrebbesi ammettere quella forma di fecondazione intrauterina esplicantesi fra gonoplasti tunicati, analoga a quella di molte Floridee. Ma, secondo le ricerche fino ad ora istituite, sembra doversi ritenere con sicurezza che negli Ascomiceti in cui puossi verificare una diretta fusione dei plasmi dei due inizii ascogeni (incluse anche le Collemacee), altro non si costituiscono che semplici *simplasti*. — Puossi quindi concludere che, in tutta la classe degli Ascomiceti, nelle sole Collemacee sembra probabile siasi conservata una vera sessualità (1): e ad avvalorare questo asserto concorrerebbe eziandio il numero sterminato di spermazii cui ogni spermogonio di dette forme dà origine, carattere questo eminentemente staurogamico; nonchè la generale refrattarietà di quelli alla germinazione. Nelle rimanenti forme, i primordi ascogeni sono sicuramente destituiti d' ogni significato sessuale (2).

Ora, considerando l' universalità della legge staurogamica negli animali e nelle piante, dal che emerge il principio che niuna specie può aversi in conto di completa e ben costituita se manca della fase sessuale, non avendovi specie vera senza sessualità (3), si potrà sicuramente affermare che gli Ascomiceti si siano sottratti

(1) A questo riguardo avvertasi che, secondo le ricerche del Borzì, in alcuni Licheni eteromeri (Physcia, Parmelia sp., Umbilicaria, ecc.), l'Ascogonio manca di apparato trasmettente (tricogino), per cui gli spermazii non possono agire sull' Ascogonio.

(2) Quest' ultima conclusione sarebbe eziandio avvalorata dalle osservazioni del Borzì sopra Ascomiceti nei quali il Pollinodio è strettamente addossato all' Ascogonio; quivi, mancherebbe affatto la trasfusione diosmotica fra il plasma di detti due organi, il contenuto di questi resterebbe intatto.

(3) Reca quindi meraviglia come botanici eminenti (Cohn, de-Bary, Goebel) abbiano disconosciuta questa contingenza, nonchè la natura e lo scopo della sessualità a cui quella è subordinata, fino al punto di sostenere nei loro lavori sulla Classificazione dei Tallofiti, la precedenza nel

all' impero della sessualità e della staurogamia? La risposta per noi non è dubbia, essa è decisamente negativa. Ma in quale fase di sviluppo, in quali parti ed in qual modo la sessualità potrà essersi concretata?

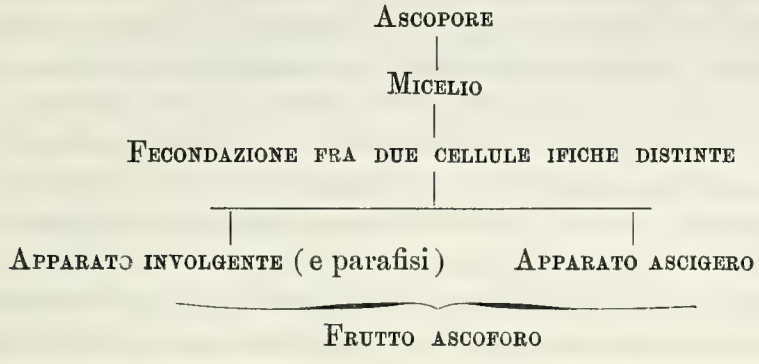
Già a priori si può intuire che per regola il corpo ascoforo non proviene da una sola spora, ma che più spore della stessa specie, le quali possono appartenere anche ad individui diversi, si trovano nello stesso substrato nutritivo; quivi si sviluppano filamenti germinativi ramificati, i quali s' intrecciano insieme. In seguito a questa reciproca connessione più o meno intima, nulla osta a ritenere che nel punto di contatto fra due cellule ifiche spettanti a filamenti diversi, si stabiliscano delle anastomosi, poichè del resto è noto con quanta frequenza queste si producano fra le ife miceliali. Ma nuovissime ricerche hanno dimostrato che ancora nelle cellule miceliali dei funghi anche Ascomiceti si riscontrano per regola con evidenza i nuclei: quindi, nella precedente congettura, potrebbesi ammettere che i nuclei delle due cellule ifiche si fondono in uno e che nell' istesso modo si comportano i plasmi; il nuovo elemento così costituito diventerebbe il punto di partenza d' una ricca proliferazione di filamenti miceliali, dai quali poi formerebbesi il corpo ascoforo.

Gli Ascomiceti sono funghi evolutissimi ed inveteratissimi, i quali hanno irremissibilmente perduta la facoltà di ripristinare organi verdi. Tanto avanzamento nella via del parassitismo, non può non avere contribuito a modificare o pervertire in generale profondamente il processo sessuale di quelle forme algose che, riguardo agli organi sessuali, potrebbero ritenersi come gli antenati di detti funghi. Solo in alcune poche forme, parrebbe essersi conservato con qualche evidenza il processo sessuale con caratteri anatomo-fisiologici molto affini a quelli di parecchie Floridee; nei rimanenti Ascomiceti, gli organi sessuali hanno subíte alterazioni o degradazioni si svariate e profonde, tanto nella forma che nella funzionalità, che si è necessariamente indotti ad ammettere l' avvenuta eliminazione d' ogni significato sessuale nei differenziati primordi ascogeni. In sostituzione di questa sessualità irrevocabilmente perduta deve essersi costituita una nuova forma di sessualità; la quale, secondo ogni probabilità, esplicherebbesi secondo l' ipotesi dianzi esposta: in questo modo, la funzione sessuale effettuerebbesi non più fra organi specializzati a tal fine, ma bensì fra individui, fra segmenti di filamenti ifici distinti.

L' impulso poi alla costituzione dell' apparato involgente e delle parafisi che, omologamente a quanto si riscontra nella formazione del Cistocarpo delle Floridee, ritenevasi partisse dall' Ascogonio fecondato dall' Anteridio, troverebbe la sua ragione in una fase vitale anteriore, cioè nella conjugazione del plasma di due segmenti ifici distinti. In questo modo, il ciclo evolutivo degli Ascomiceti mostre-

tempo delle specie agame su quelle fornite di sessualità; così ad es. le Cianoficee di fronte alle Oogame e Carposporee. Una specie destituita di sessualità non può in niun modo ritenersi come primordiale, ma bensì devesi interpretare come una discendenza degradata di forme sessuali.

rebbesi molto semplificato e si potrebbe ridurre alle seguenti 4 fasi principali: ascospore, micelio con fecondazione tra due segmenti ifici distinti (equivalenti a due gonoplasti funicati indifferenziati) e frutto ascoforo (1). Anzi, esso potrebbe trovare la sua esplicazione nel seguente schema:



Detta razionalissima congettura di una sessualità succedanea tanto semplice, accennata già da parecchi anni dal Prof. Delpino (2), e da noi modificata consentaneamente alle ultime ricerche, puossi eziandio applicare agli altri funghi non meno evoluti ed inveterati degli Ascomiceti, cioè agl' Imenomiceti ed alle Uredinee; cadrebbe quindi il significato sessuale dei pretesi spermazii e carpogoni che il Reess (3) ed il van Tieghem (4) affermarono di avere osservato svilupparsi dal micelio di alcuni Coprinus. — Noi ci auguriamo che, secondo i suesposti criteri, possano istituirsi ricerche dirette appunto alla constatazione del processo fecondativo nel micelio dei funghi genuini; il che sarebbe sommamente importante per gli studi biologici di questi esseri.

I fatti e le considerazioni precedenti pongono sotto una nuova luce la natura e lo scopo dei differenziati primordi ascogeni.

Le molteplici vicissitudini cui sono andati soggetti i Carpogoni e gli Anteridii nel lungo corso della costituzione del lignaggio degli Ascomiceti, comprese tutte nell' alto grado di variabilità, nonchè nell'aborto parziale o totale degli Anteridii o di entrambe le formazioni ascogene, s' interpretano razionalmente considerandole

(1) Riguardo a questo ciclo evolutivo, ci sovviene un importante fatto osservato dal Cramer (Ü. die geschlechtslose Vermehrung des Farn-Prothallium. Denkschr. der Schw. nat. Gesellsch., 1880) nello sviluppo di una felce esotica di cui non potè determinare la specie. Il protallo era degenerato in una ricca vegetazione filamentosa, confervoide, verde, le cui ramificazioni prostrate e robuste formarono parecchi Anteridii ed Archegonii, uno dei quali ultimi, previa fecondazione produsse un embrione germinante. Un singolare parallelismo potrebbesi istituire fra l' anomalo ciclo evolutivo di questa felce e quello tipico degli Ascomiceti ora accennato.

(2) F. Delpino — Parte Botanica dell' Annuario scientif. ed industriale, 1887. Pag. 571, 572.

(3) M. Reess — Ü. den Befruchtungs vorgang beiden Basidiomyceten. Erlangen, 1875.

(4) Van Tieghem — Nei *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences.* 1875, T. 80.

come la diretta conseguenza della soppressione della potenzialità sessuale e della mancata incarnazione di una nuova funzione di elevata importanza fisiologica: in simile contingenza, non può essersi mantenuto quell' alto grado di fissità e di costanza che è inerente a quelle parti dell' organismo aventi tanta importanza fisiologica, quali sono gli organi sessuali.

La presenza però dei differenziati primordi ascogeni in forme anche disparate di Ascomiceti e quindi anche in individui di consanguineità lontana, induce ad innalzare al grado di caratteri di Classe detti organi; il che equivale a ritenere che negli antenati degli Ascomiceti, i Carpogoni e gli Anteridii avessero posseduto sotto una forma prototipa, una funzione sessuale. In altri termini, avremmo in questi organi caratteri fino ad un certo punto ascrivibili alla serie di quelli padristici o continuativi, quantunque siano presentemente retrogradati fino al punto di assumere un' importanza fisiologica molto subalterna: dette formazioni possono dunque essere di valido aiuto nella ricerca delle forme stipiti degli Ascomiceti, ben poca utilità invece possono arrecare nello studio del successivo sviluppo secondo diverse direzioni del lignaggio dei funghi in questione; per cui, entro la giurisdizione di questi, in generale non mostrano che uno scarso o nullo valore tassonomico.

Pel fin qui detto puossi altresì concludere non essere completamente esatta l' applicazione dei criteri di Apogamia, di Apandria o di Partenogenesi nella costituzione del frutto ascoforo: ognuna di queste espressioni accenna ad un tale complesso di fenomeni, la cui contingenzialità ci sembra non potersi ammettere in un senso assoluto nei funghi in discorso.

La sessualità estrinsecandosi nelle ife del micelio, gli asci o le ife ascogene trarrebbero origine da differenziati inizii ascogeni divenuti equivalenti di semplici ife vegetative; e concordiamo col Van Tieghem nell' ammettere che questi siano semplicemente destinati alla formazione e nutrizione degli aschi o delle ife ascogene, il che sembraci maggiormente evidente in quei casi (Pyronema, Ascobolus, Lachnea, ecc.), dove i Carpogoni solo od anche gli Anteridii si presentano in un notevole sviluppo.

Nell' ordine delle idee finora esposte, restano però sempre inalterati i criteri di omologia che si possono stabilire fra le prime formazioni ascogene dei vari gruppi degli Ascomiceti. I Carpogoni in qualunque forma si presentino, sono sempre omologhi fra loro; e questo può applicarsi eziandio nelle Xilariee e Collemacee, cioè fra l' ifo del Woronin nelle prime e l' Archicarpo delle seconde. Il ramo Anteridiale degli Ascomiceti genuini sarebbe poi omologo ad uno sterigma col relativo spermazio delle Collemacee, Polystigma e forme affini.

Concludiamo queste considerazioni sulla sessualità degli Ascomiceti, ritornando brevemente sopra la funzionalità attribuita da alcuni Botanici al Pollinodio ed al Tricogino. Mentre per una parte mostra un certo grado di probabilità il ritenere che il ramo Anteridiale adempia ad una funzione protettiva riguardo all' Ascogo-

nio, funzione la quale sarebbesi sostituita a quella maschile, per l' altra ci sembra assolutamente insostenibile la già accennata affermazione del Van Tieghem relativa alla funzione del tricogino; oltrechè la respirazione intercellulare sopperisce perfettamente allo scambio gasoso fra i singoli elementi, la emergenza della porzione terminale del tricogino potrebbesi anzi interpretare in armonia alla probabile natura sessuata dell' Archicarpo e degli Spermazii delle Collemacee, come un carattere staurogamico analogo alla sporgenza degli stili e degli stimmi nelle Angiosperme.

IV.

Le considerazioni anatomo-fisiologiche che si possono argomentare dallo studio delle imperfette formazîoni apoteciali della Lachnea theleboloides descritte nel secondo paragrafo di questo lavoro, inducono ad intrattenerci alquanto sull' interessante questione dei così detti *bulbilli* (Eidam) o delle *spore-bulbilli* (Mattirolo) degli Ascomiceti: questione questa la quale, per la prima volta formulata dal Karsten fino dal 1865 (1), venne posta in una quasi totale dimenticanza dai Micologi, e non fu che in questi ultimi anni in cui per opera specialmente dell' Eidam (2), del Mattirolo (3) e del Zukal (4) ne venne ripreso lo studio; le ricerche di questi valenti Micologi furono feconde di importanti studî che ora qui esporremo in succinto. Mettendo poi in rapporto i caratteri anatomo-fisiologici osservati dai detti Autori nelle formazioni da loro studiate, con quelli della corrispondente fase della nostra specie; e correlando nel tempo stesso le interpretazioni funzionali date ai così detti bulbilli, col concetto biologico che indipendentemente ci siamo formati intorno a tali formazioni, tenteremo di procedere all' investigazione della natura morfologica e della finalità biologica che più probabilmente a queste competono.

Il Karsten, al quale dunque si devono le prime ricerche sulle formazioni in discorso (in generale aventi struttura molto diversa da quella dei veri sclerozii), nelle specie *Helicosporangium parasiticum* da esso scoperta, ha descritte le diverse fasi evolutive dei corpicciuoli sclerozîformi prodotti da detto iformicete: l' osservazione più importante è che la cellula centrale di questi trasformerebbesi in un asco con 8 spore ellittiche.

L' Eidam ha ripreso lo studio dell' *H. parasiticum* Karst. estendendo nel tempo

(1) Karsten — Bot. Untersuch. a. d. phys. Laboratorium in Berlin, 1 Heft, 1865.

(2) Eidam — Zur Kenntniss der Entwiklung bei den Ascomyceten (Cohn' s Biologie der Pflanzen, III Bd., 3 Heft.

(3) O. Mattirolo — Sullo sviluppo di due nuovi Hypocreacei e sulle spore bulbilli degli Ascomiceti (Nuovo Giorn. Bot. Ital., Vol. XVIII, N. 2, 1886).

(4) Hugo Zukal — Untersuch. ü. den biologischen u. morphologischen Werth der Pilzbulbillen. (Verhandlungen d. k. k. Zoolog. bot. Gesellsch. in Wien. 1886, XXXVI Bd., 1 Quartal).

stesso le sue osservazioni alla *Papulaspora aspergilliformis* Eidam. Esso interpreta come bulbilli le formazioni in discorso ed adotta quindi per queste tale denominazione: inoltre, assimila per la forma e pel colore i bulbilli dell' H. parasiticum a certe spore composte agglomerate delle Ustilaginee dei gen. Urocystis e Sorosporium. Nella Papulaspora ha osservato due specie di bulbilli, alcuni piccoli, altri grandi; i primi hanno origine mediante l' intreccio di molti rami ifici uguali fra loro e, pervenuti allo stato adulto, si dimostrano identici a quelli dell' Helicosporangium: rapporto ai secondi, il cui maggior diametro non supera i 2 mm., un filamento miceliale s' incurva parecchie volte colla sua estremità nel proprio asse longitudinale, nella stessa guisa di una molla da orologio, per cui i giri si trovano tutti nello stesso piano; da detta ifa germogliano numerosi rami, i quali l' avvolgono completamente e costituiscono un pseudoparenchima corticante. A sviluppo completo, si hanno tanti corpicciuoli giallo-bruni o rosso-bruni, nella cui porzione centrale rilevasi un corpo pseudo-parenchimatico globuloso (formato per l'ulteriore evoluzione dell' accennato filamento primordiale), nel mezzo del quale appariscono una o più cellule grandi, ricche di plasma, le *cellule centrali* dell'Eidam. Da questi corpuscoli si sviluppano solamente ife, che poi formano o conidii o nuovi bulbilli.

Dal rigoglioso micelio prodotto in seguito alla germinazione delle ascospore della Melanospora Gibelliana Matt., il Mattirolo ha osservato lo sviluppo di numerosi bulbilli, sotto forma di glomeruli irregolarmente sferici, costituiti da un pseudoparenchima i cui elementi esteriori perdono il contenuto e si colorano in ocraceo e formano uno strato corticante, mentre quelli interni si mantengono ricchi di plasma: le fasi iniziali di questi corpicciuoli sono troppo fra loro divergenti per poterle avvicinare ad una forma tipica. Da tali interessanti formazioni, il Mattirolo ottenne un micelio rigoglioso il quale sviluppò nuovi bulbilli.

Il Zukal ha recato un altro importante contributo allo studio dei bulbilli negli Ascomiceti. Negl' ifi fruttiferi di individui invecchiati di *Dendryphium bulbiferum* Zuk., con frequenza si riscontrano agglomerazioni cellulari giallo-brune, somigliantissime alle spore composte di parecchie specie di Urocystis; nel centro di queste notasi una grossa cellula isodiametrica, ricca di plasma, la quale a differenza di quanto osservasi nell' *H. parasiticum*, è costituita dalla cellula terminale del ramuscolo iniziale involuto su sè stesso, e lo strato corticante proviene dai segmenti ifici contigui. Lo sviluppo dei bulbilli dell' *Helicosporangium coprophylum* Zuk. e dell' *Haplotricum roseum* Link, presentasi pressocchè identico con quello delle omologhe formazioni della specie precedente: nel primo fungillo, il Zukal non potè riscontrare la germinazione, nell' altro invece, dalla cellula centrale si sviluppò un micelio, il quale in luogo di produrre nuovi bulbilli diede costantemente origine agl' ifi gonidiali dell' *H. roseum*. Dal micelio di una specie di Peziza (1) vide

(1) Nel 51° Volume dei *Denkschriften d. k. k. Akademie d. Wissensch.*Wien., il Zukal riferisce lo sviluppo di questa Peziza, senza però darne la definizione specifica.

nascere due specie di bulbilli biancastri, alcuni piccoli, altri più grossi; questi si sviluppano da ife miceliali strettamente intrecciate, quelli da due o tre ife che si contorcono a spira l' uno sull' altro: ambo le specie di bulbilli germogliano un micelio nel quale, alla quinta o sesta giornata si formano nuovi bulbilli, oppure, nei substrati molto nutritivi gli apoteci della Peziza; i bulbilli più grossi poi direttamente si trasformano in questi apoteci. Infine, il Zukal potè inoltre constatare che i giovani periteci della *Melanospora fimicola* e *M. Zobelii*, ad un certo stadio di sviluppo, rivestono i caratteri di bulbilli.

Riguardo all' interpretazione della funzionalità biologica dei così detti bulbilli fungini, di cui abbiamo compendiato quanto si conosce fino ad oggi intorno alla loro genesi ed alla loro vita, i Micologi non hanno un' uniformità di vedute.

L' Eidam riguarda i bulbilli come formazioni affatto normali come *Sporenknäuel*, le quali costituiscono una determinata fase di sviluppo dei funghi da lui studiati; e sono da esso ritenuti come fisiologicamente equivalenti agli organismi omonimi riscontrati nelle Alghe, nei funghi (Licheni), nei Muschi e nelle piante vascolari.

Secondo il Mattirolo (il quale, nella questione in discorso, in massima concorda coll' Eidam), i bulbilli fungini prendono il posto dei veri periteci ascofori e servono a propagare la specie; in altri termini, essi rappresenterebbero particolari apparecchi apogami destinati a questo scopo. Egli poi, ha espresso l' ipotesi che in speciali condizioni, possono anche sviluppare la forma perfetta (1). Il de-Bary relega tra gli Ascomiceti dubbi i bulbilli fungini, che interpreta come particolari formazioni cellulari capaci di germinare, che si sono costituite in luogo del frutto ascoforo (2).

Il Karsten invece nelle formazioni in discorso non vede altro che periteci abortiti od alterati al punto di essere ridotti ad uno stato rudimentale. Il Zukal ha esteso maggiormente quest' interpretazione: considera i bulbilli come formazioni omologhe ai frutti ascofori, e non già come prodotte in via normale, ma bensì come corpi fruttificanti più o meno retrogradati nello sviluppo, in seguito a sfavorevoli condizioni nutrizie del substrato.

Adunque, secondo Eidam, Mattirolo ed anche secondo de-Bary, i bulbilli sono formazioni normali che servono alla moltiplicazione della specie; mentre per il Karsten e pel Zukal, essi rappresentano forme degenerate del frutto ascoforo, omologhe con questo.

Nonostante che in queste formazioni, nei casi estremi, dalle piccole agglomerazioni cellulari osservate dal Mattirolo nella Melanospora Gibelliana, ai grossi corpicciuoli trovati dal Zukal in una Peziza e da noi nella Lachnea theleboloides,

(1) O. Mattirolo — Lav. cit, pag. 148.

(2) De-Bary — Vergleichende Morph. u. Biol. d. Pilze, Mycetozoen u. Bacterien. Leipzig, 1884, pag. 284.

si verifichino notevoli differenze sì anatomiche che fisiologiche, pure non si può a meno di riconoscere che il loro stato adulto si costituisce secondo una struttura tipica fondamentale ad esse comune e che la loro funzionalità, meno alcune eccezioni, è in generale la medesima. Lo stesso però non è a dirsi delle loro fasi evolutive primordiali, le quali, nelle specie provviste eziandio del frutto ascoforo perfetto, d' ordinario ricordano, sotto una forma più o meno alterata, quella del relativo frutto ascoforo. Tutte queste contingenze, congiunte ancora al rilevantissimo grado di fissità e di costanza che si riscontra nella struttura, nella funzionalità e nella riproduzione della grande maggioranza dei bulbilli, sono molto importanti nell' investigazione della vera natura delle formazioni in discorso.

Mentre concordiamo pienamente coll' opinione di Karsten e Zukal che, i cosidetti bulbilli fungini siano omologhi alle fruttificazioni ascofore, non ci possiamo avvicinare all' opinione dell' Eidam, del Mattirolo e del de-Bary, che cioè quelli siano formazioni normali costituite per la moltiplicazione della specie; e neppure possiamo convenire coll' affermazione del Zukal, che essi si sviluppino allorchè subentrano sfavorevoli condizioni nutrizie nel substrato.

Le formazioni in discorso, tanto anomale e degradate di fronte ai frutti ascofori, ripetono bensì con tutta evidenza l' origine da queste sfavorevoli condizioni nutritizie del substrato o da alterate condizioni vegetative, termometriche, igroscopiche, ecc., o da entrambe; ma queste cause *(influenti o condizionali)*, invece di agire *attualmente* come sostiene Zukal, per cui sarebbe quasi in facoltà dello sperimentatore di produrre bulbilli, hanno indubbiamente agito sui normali frutti ascofori per una lunga, indefinita serie di generazioni anteriori, per cui infine vennero concretate le forme ora studiate. È solamente con questo presupposto che si può razionalmente spiegare l' alto grado di fissità e di costanza raggiunto nella struttura e funzione dei così detti bulbilli; anzi, esso è necessariamente richiesto da questa contingenza sì generale nelle formazioni in discorso.

In questo ordine di idee, cade la significazione biologica di *bulbilli* o di *spore-bulbilli* attribuita a detti corpicciuoli: questa denominazione, di cui per ragioni di comodità ci siamo fin qui serviti, dovrebbe essere eliminata dalla scienza perchè includente un concetto inesatto; essa esprime una serie di fatti anatomo-fisiologici. che sono ben lungi dall' essersi realizzati. Ed appare eziandio la giustezza dell' interpretazione del Karsten e Zukal (da noi emendata giusta i precedenti criteri), che cioè le formazioni ora studiate siano perfettamente omologhe a periteci ascofori; per cui devono intendersi come forme più o meno profondamente alterate o degradate di questi; i fatti, quantunque scarsi, di evoluzione diretta dei bulbilli in frutti ascofori riferiti dal Zukal in una Peziza, nella Melanospora Zobelii e da noi nella nostra Lachnea, avvalorano questa interpretazione.

Il profondo pervertimento nella funzionalità, per cui alla funzione ascogena si è sostituita quella di germinare ife gonidiali od ife costituenti un micelio poi prolificante nuovi bulbilli, trova la sua ragione efficiente se si pone mente ai

seguenti fatti. In generale le cellule esteriori e costantemente le interne del pseudoparenchima corticante dei periteci normali, hanno perduta la loro funzionalità di germinare ife, essendo dallo stato di organismi o di individui unicellulari quali erano in antecedenza sotto la forma di segmenti ifici, discese a quello di organi; per tale sacrifizio dell' individualità od autonomia, si è concretato quell' organo multicellulare di protezione, sì importante, che è la parete dei frutti ascofori. Ora, riferendoci ai corpicciuoli in questione, mentre l' apparato ascigero ha subíta una alterazione sì profonda, negli elementi del pseudoparenchima, in generale ed in varia modalità a seconda dei casi, si è ripristinato il loro grado nella scala dell' organizzazione, da organi sono ritornati organismi; nel qual modo, si è assicurata la riproduzione, massime in quelle forme provviste di soli bulbilli. Modificazioni sì profonde, ci forniscono una nuova prova dell' incalcolabile numero di generazioni di periteci ascofori, le quali devono essere state esposte nel corso del tempo a condizioni sfavorevoli di vegetazione.

L' osservazione del Karsten poi, che nel suo Helicosporangium, la cellula centrale dei bulbilli di questa specie siasi organizzata in un asco con 8 spore, non vi è ragione per ritenerla non giusta. Ed in due modi potrebbesi interpretare. Anzitutto, potrebbe trattarsi di una riduzione dell' apparato ascigero ad un solo asco, collegata colla soppressione della fase intermedia dello sviluppo dall' Ascogonio delle ife ascogene, per cui questo sarebbesi direttamente trasformato in un asco. Oppure potrebbe dirsi che, in causa della generale perturbazione anatomica e funzionale inerente alle dette formazioni, una delle cellule centrali del pseudoparenchima avesse usurpata la funzione sporigena, per cui sarebbesi convertita in un asco.

Le considerazioni precedenti c' inducono a dare alle formazioni in discorso una importanza ed estensione ben grande. Dalle pochissime forme ora studiate, passando all' intera giurisdizione degli Ascomiceti, si ritrova in alcuni gruppi un notevole numero di forme sicuramente riferentisi a periteci ascofori, ma le cui affinità naturali sono dubbie perchè i loro periteci sono imperfettamente evoluti, specialmente nella parte che riguarda l' apparato ascigero; ora, tutte queste forme devono essere considerate omologhe ai così detti bulbilli, e conseguentemente sono suscettibili della stessa interpretazione. Ma, d' altra parte, è nota l' esistenza di ifomiceti nei quali la sporificazione (a spore conglomerate) non si compie in differenziate ife fruttifere, ma bensì su semplici filamenti miceliali; il che si verifica con maggior evidenza negl' Ifomiceti Demaziei dictiosporei, massime micronemei es. *Coniothecium:* le irregolari aggregazioni cellulari costituenti le sporificazioni di queste forme, non crediamo andar molto lungi dal vero ritenendole come il prodotto di una degradazione avanzatissima di periteci ascofori, la quale si è manifestata coll' abolizione dell' apparato ascigero e con una notevolissima depauperazione dell' apparato corticante. E se ci fosse permesso esprimere una congettura, ancora certe Ustilaginee poco conosciute, d' incerta vita parassitica, ed a spore conglome-

rate (es. alcune specie dubbie di Urocystis), potrebbero intendersi nell' istesso modo.

Da ultimo, notisi che in alcuni Ascomiceti (es. Penicillium, Sterigmatocystis) i periteci passano prima per la forma di sclerozii (Penicillium) o di noduletti sclerozìiformi (Sterigmatocystis) e, dopo un periodo di riposo nei primi, immediatamente nei secondi, sviluppano nel loro interno gli aschi. Il fatto che in queste specie i periteci in un primo stadio assumono i caratteri di corpicciuoli sclerozìali, si collega sotto alcuni riguardi colla costituzione dei periteci della Melanospora Zobelii e M. fimicola, degli apoteci di una specie di Peziza e della nostra Lachnea dai così detti bulbilli di queste forme fungine: senonchè, quivi mentre lo sviluppo del frutto ascoforo si presenta come un fenomeno molto raro e talora quasi eccezionale, nei gen. Penicillium, Sterigmatocystis e forme affini tale genesi ripetesi costantemente ed in via normale. Per cui, prescindendo dalle considerazioni filogenetiche (1) che fanno discendere questi fungilli da forme più semplici ed imperfette di Ascomiceti (Gymnoascus, Ctenomyces), i caratteri sclerozìali assunti nella prima fase della loro vita, si debbono ritenere come l' espressione biologica di uno sviluppo ascendente nella scala dell' organizzazione; disposizione questa determinatasi allo scopo di difesa o di protezione pei giovani periteci contro le sfavorevoli condizioni ambienti.

Riassumiamo ora in brevi proposizioni generali i principali fatti riguardanti le fasi evolutive della Lachnea theleboloides, nonchè le principali argomentazioni che si possono dedurre dallo studio della sessualità degli Ascomiceti e da quello dei così detti bulbilli di questi funghi, intrapreso nel 3° e 4° paragrafo del presente lavoro.

1. Lo sviluppo degli apoteci della L. theleboloides incomincia colla formazione di un rametto ifico contorto a spira, il cui segmento apicale, si differenzia in una cellula che rappresenterà l' Ascogonio propriamente detto. Contemporaneamente, le ife contigue all' Ascogonio germogliano filamenti che danno origine all' apparato corticante il quale avvolge e rinchiude quello completamente. In questa fase, dalle ife basali dei giovanissimi apoteci, germogliano alcuni minutissimi cespuglietti, le cui ife separano all' apice gonidii ellisoidali, isolati: verisimilmente, questa fruttificazione gonidiale costituisce una forma moltiplicativa del fungo in discorso, però molto degradata, poichè la germinazione è notevolmente stentata, anzi si arresta dopo breve tempo.

Mentre l' apotecio progredisce nello sviluppo, l' Ascogonio germoglia le ife ascogene e dalla zona sottoimeniale si formano le parafisi. Talchè a poco a poco, dopo percorse le successive fasi evolutive, esso perviene allo stato perfetto.

(1) F. Morini — Sulla forma ascofora del Penicillium candidum. (Malpighia, Anno 2°, Fasc. V e VI, 1888).

L' apotecio bene maturo è costituito da una piccola scodelletta gialla, molto tenera, appiattita e largamente espansa, il cui margine libero è rivestito da numerosi piccoli peli setulosi; il diam. trasverso varia da mm. 0,80 a mm. 1,30. Gli aschi, lunghi press' a poco come le parafisi, hanno forma lungamente cilindrica e contengono 8 spore ovoidali; riguardo alla genesi di queste, non si potè constatare con evidenza la divisione diretta od indiretta del nucleo costantemente osservato nei giovani aschi. Allorchè le ascospore sono ancora poco evolute, si può nettamente distinguere nel contenuto degli aschi un epiplasma ricco di glicogene, il quale poi viene utilizzato per la nutrizione delle ascopore in via di sviluppo.

La disseminazione delle ascopore può compiersi in due modi, collegati alle diverse condizioni igrometriche del substrato e dell' aria ambiente: o l' apice degli aschi si lacera dando così origine ad un pertugio irregolare, oppure la porzione apicale di questi si distacca repentinamente tutt' attorno. In ambo i casi l' ejaculazione delle 8 spore è simultanea.

Nelle porzioni del substrato nutrizio esaurite, s' incontra frequentemente lo sviluppo di minuti noduletti globulosi, costituiti da pseudoparenchima i cui elementi esterni sono sufficientemente differenziati in uno strato corticante, e nella cui porzione basale sta rinchiuso un Carpogonio per regola rudimentale. Solamente molto di rado queste formazioni danno origine direttamente ad apoteci normali, ovvero più o meno alterati; in regola generale, esse non si sviluppano ulteriormente, e giammai germogliano delle ife.

2. Il triplice criterio anatomo-fisiologico-morfologico e filogenetico applicato all' indagine della natura delle primordiali formazioni ascogene, induce ad eliminare a queste ogni significato sessuale; eccettuate però con qualche probabilità le formazioni omologhe delle Collemacee. Nello stesso tempo somministra molte ragioni per ritenere che, nelle forme stipiti degli Ascomiceti, detti organi sotto una forma prototipa fossero veramente dotati di funzione sessuale: tratterebbesi quindi di organi tralignati al punto di divenire in generale assolutamente apogami.

Secondo una congettura razionalissima, la sessualità negli Ascomiceti esplicherebbesi nella fase antecedente alla costituzione del frutto ascoforo e cioè nel micelio colla fusione del contenuto di due seguenti ifici distinti; nella quale ipotesi, la sessualità esplicherebbesi non più fra organi, ma bensì fra individui.

Abolita la sessualità negl' inizii ascogeni, in questi sarebbesi notevolmente sviluppata e perfezionata, massime in alcuni Ascomiceti (es. Pyronema, Lachnea) la funzione di nutrire gli elementi da essi prodotti.

3. Le formazioni fino ad ora denominate *bulbilli o spore bulbilli*, conviene interpretarle come esattamente omologhe ai periteci ascofori, dei quali rappresentano forme più o meno notevolmente degradate od alterate nel lungo corso d' una serie indefinita di generazioni anteriori in condizioni vegetative sfavorevoli; l' alto grado di fissità e di costanza che si riscontra nella loro struttura e funzionalità, necessariamente presuppone questa contingenza causale.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª — Sezione longitudinale assile di un apotecio perfettamente maturo, ingrandita poche volte; *sa*, strato ascigero; *m*, parete dell' apotecio, la quale forma una specie di cercine arrotondato attorno allo strato degli asci; *s*, ife setulose insidenti su questo cercine.

Fig. 2ª — Sezione longitudinale assile di un apotecio pressochè maturo; *ps*, pseudoparenchima dell' apotecio, il quale in alto gradatamente si continua nello strato sottoimeniale od ipotecio *si*; *e*, specie di epidermide formata dallo strato più esterno degli elementi del pseudoparenchima, nei quali, la porzione esteriore della membrana si è ingrossata; *sa*, strato imeniale composto di aschi e di parafisi; *s*, ife setulose; *f*, filamenti miceliali. × 120.

Fig. 3ª — Aschi colle ascospore e parafisi, ad un notevole ingrandimento; *ep*, epiplasma. × 350.

Fig. 4ª — Primordialissime fasi evolutive dell' apparato ascigero; *a*, ifa la quale ha prodotto all' esterno una breve insaccatura; *b*, quest' insaccatura si allunga ed incomincia ad incurvarsi; *c*, *d*, *e*, *f*, diverse fasi della torsione spirale; nelle tre ultime figure, si rileva l' incipiente sviluppo della cellula apicale che poi si differenzierà in Ascogonio. × 330.

Fig. 5ª — Primitiva fase di sviluppo dell' apparato ascigero, già bene differenziato; *ps*, pedicello spirale destinato ad atrofizzarsi; *ag*, cellula ovoidale, rappresentante l' ascogonio. × 330.

Fig. 6ª — Ascogonio trattato col verde di metile acetico; *pr*, protoplasma; *n*, nucleo; *ps*, cellula superiore del pedicello spirale. × 570.

Fig. 7ª — Giovane apotecio costituito da una massa globulosa di pseudoparenchima, nel quale anche senza il soccorso di speciali metodi di preparazione, puossi riconoscere (nelle sezioni che hanno a lungo soggiornato nella glicerina) nel mezzo della sua porzione basale, l' ascogonio *ag* già isolato per l' avvenuta degradazione e scomparsa del pedicello spirale; *s*, ife setulose; *f*, filamenti miceliali. × 200.

Fig. 8ª — Sezione longitudinale assile schematica dell' apotecio della precedente figura: essa rappresenta la formazione delle ife ascogene dall' ascogonio *ag*, e

lo sviluppo degli aschi da dette ife. × 240. — Tutto quanto spetta all'apparecchio corticante, cioè il pseudoparenchima, le parafisi e le setole ifiche, si è trascurato per maggiore chiarezza.

Fig. 9ª — Sez. longit. schematica assile dell' ascogonio che ha germogliate le ife ascogene; *a*, *b*, tratti basali di queste. La parte inferiore dell' ascogonio si è modificata in una specie di prolungamento conico, stipitiforme, nel quale osservasi un' ampia lacuna *l* per l' avvenuto sdoppiamento della membrana dell' Ascogonio; nel protoplasma il nucleo è scomparso. × 700.

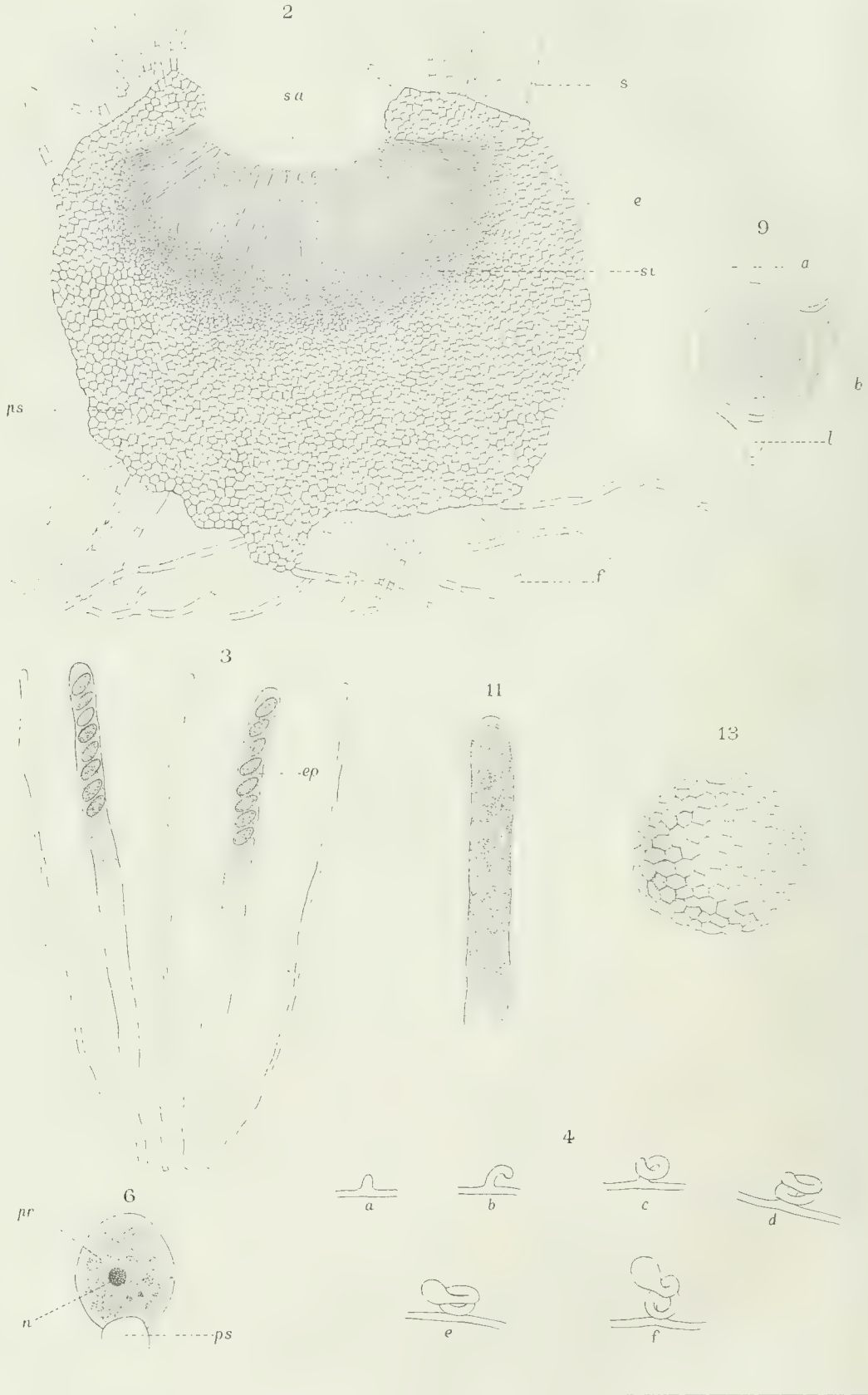
Fig. 10ª — Sez. longit. assile di un apotecio bene inoltrato nello sviluppo. L' Ascogonio ed i filamenti ascogeni sono scomparsi interamente. — Significato delle lettere come nella figura 2ª. × 150.

Fig. 11ª — Giovane asco trattato col Carminio borato di Grenacher. × 640.

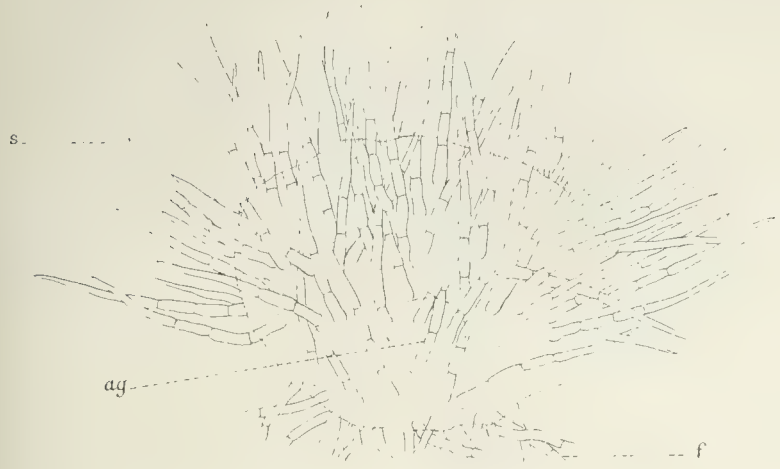
Fig. 12ª — Caratteri esterni di un così detto *bulbillo*; *s*, ife setulose; *f*, ife miceliali. × 120.

Fig. 13ª — Aspetto esterno del bulbillo precedente, nel quale si sono trascurati i filamenti setulosi. × 120.

Fig. 14ª — Sez. long. assile di un bulbillo; *s*, ife setulose; *e*, pseudoparenchima corticante; *ps*, pseudoparenchima interno; *ag*, ascogonio rudimentale pieno di protoplasma, alla sua base notasi l' avanzo del peduncolo spirale, costituito dalla cellula superiore di questo. × 120.


2
s a
s
e
st
ps
f
9
a
b
l
3
ep
11
13
4
a
b
c
d
e
f
6
pr
n
ps

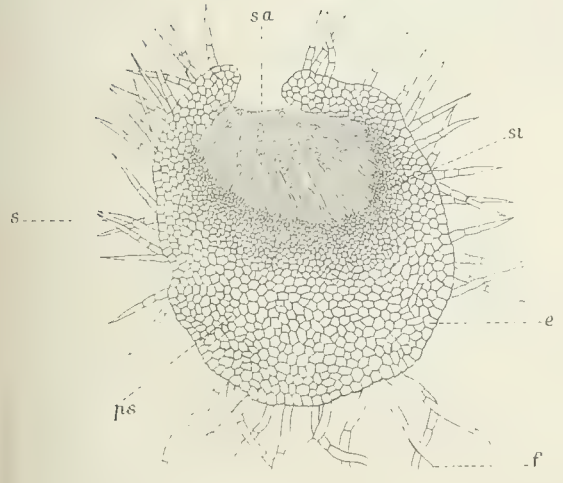
7



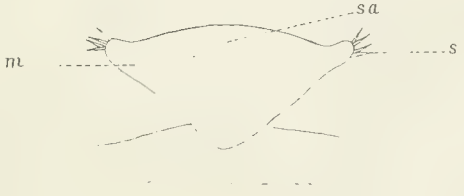
5

12

10



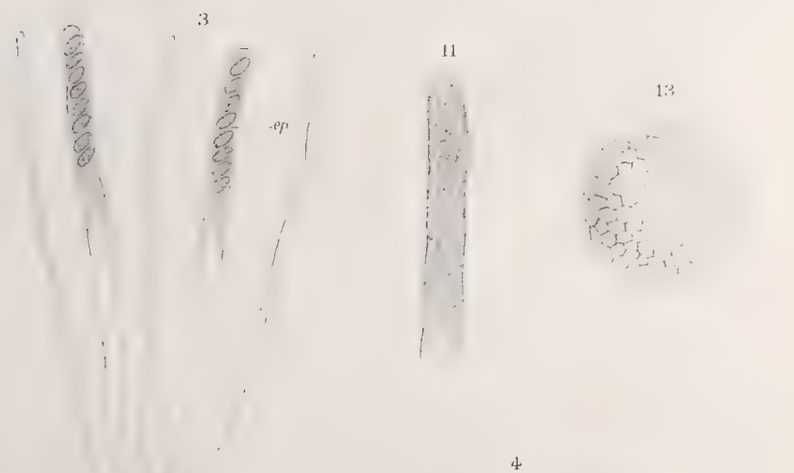
1

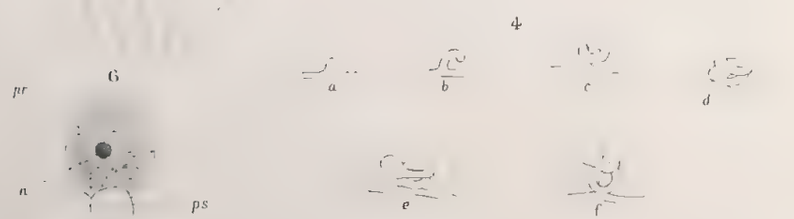


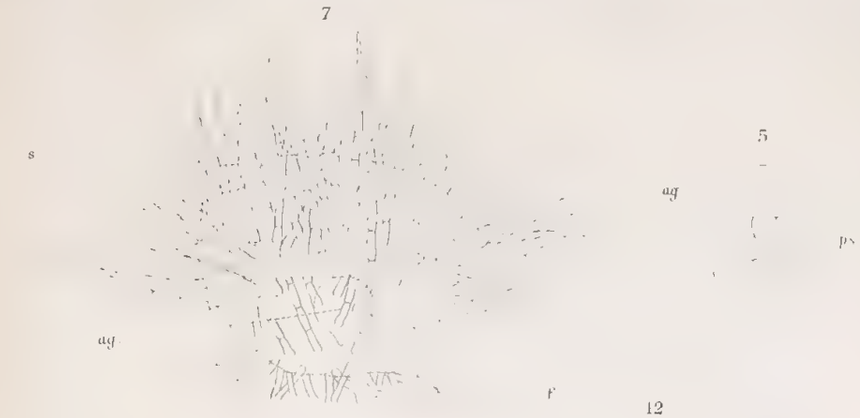
8

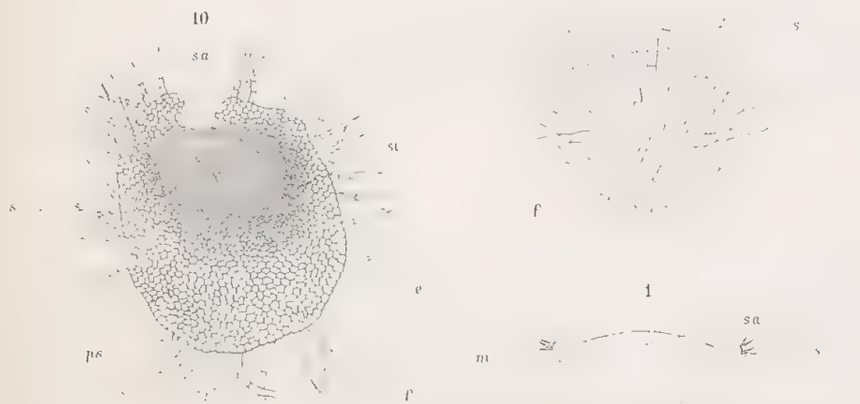
14

Stab. lit. G. Wenk e Figli — Bologna









Stab. lit. G. Wenk e Figli — Bologna

SUGLI INVILUPPI DI PIANI E DI SFERE

MEMORIA

DEL PROF. GEMINIANO PIRONDINI

(Letta nella Sessione del 13 Gennaio 1889).

Considerando una linea qualunque L, ne indicherò con ρ, r, s il raggio di curvatura, quello di torsione e l' arco; con $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$: $\cos\lambda, \cos\mu, \cos\nu$: $\cos l, \cos m, \cos n$ i coseni direttivi, rispetto agli assi coordinati, della tangente, della normale principale e della binormale.

§ 1.

Curvatura geodetica, torsione assoluta e torsione geodetica di una linea sopra una sviluppabile. — Sia L_1 lo spigolo di regresso di una sviluppabile Σ, L una linea tracciata su di essa, l_1 e l le loro indicatrici sferiche; se a, b sono due punti consecutivi di l, a_1 e b_1 i corrispondenti di l_1, si avrà:

$$bp = b_1b - b_1p = b_1b - a_1p + a_1b_1 = b_1b - a_1a + a_1b_1 = d(aa_1) + a_1b_1 = di + d\varepsilon_1 ,$$

essendo ap l' arco di cerchio il cui raggio sferico è a_1a, $d\varepsilon_1$ l' angolo di contingenza di L_1 e i l' inclinazione di L sulle generatrici di Σ.

Il triangolo infinitesimo abp ci dà:

$$bp = ab\cos(pba) = d\varepsilon\cos\theta ,$$

essendo $d\varepsilon$ l' angolo di contingenza di L e θ l' angolo sotto il quale i piani osculatori di L segano i piani tangenti di Σ. Siccome $d\varepsilon\cos\theta$ è l' angolo di contingenza geodetica $d\varepsilon_g$ di L sulla sviluppabile, avremo coll' eguagliare le due espres-

sioni di bp:

$$d\varepsilon_g = d\varepsilon_1 + di\,.$$

Dunque:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{d\varepsilon_g}{ds} = \frac{d\varepsilon_1}{ds_1}\frac{ds_1}{ds} + \frac{di}{ds} = \frac{1}{\rho_1}\frac{ds_1}{ds} + \frac{di}{ds}\,.$$

Si considerino ora sopra Σ due generatrici consecutive A_1A, B_1B e col centro A_1 e col raggio A_1A si descriva l'arco AP compreso fra esse; facendo $A_1A = H$, si ha:

$$AP = A_1A\, d\varepsilon_1 = H\, d\varepsilon_1\,; \qquad ds = AB = \frac{AP}{\operatorname{sen} i} = \frac{H\, d\varepsilon_1}{\operatorname{sen} i}\,,$$

donde:

$$\frac{d\varepsilon_1}{ds} = \frac{\operatorname{sen} i}{H}\,.$$

Sarà dunque:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{d\varepsilon_1}{ds} + \frac{di}{ds} = \frac{\operatorname{sen} i}{H} + \frac{di}{ds} = \left(1 + \rho_1 \frac{di}{ds_1}\right)\frac{\operatorname{sen} i}{H}\,.$$

Perciò *il raggio di curvatura geodetica di una linea descritta sopra una sviluppabile è dato da una delle seguenti espressioni:*

$$(1) \qquad \frac{1}{\rho_g} = \frac{1}{\rho_1}\frac{ds_1}{ds} + \frac{di}{ds} = \frac{\operatorname{sen} i}{H} + \frac{di}{ds} = \left(1 + \rho_1 \frac{di}{ds_1}\right)\frac{\operatorname{sen} i}{H}\,.$$

Applicazione. — Per fare un' applicazione delle formole (1), consideriamo la linea L che si ottiene segando una sviluppabile con uno de' suoi piani tangenti e determiniamone il raggio di curvatura nel punto dove essa tocca lo spigolo di regresso L_1. Dalla figura precedente, abbiamo:

$$BP = B_1B - B_1P = B_1B - A_1P + A_1B_1 = B_1B - A_1A + A_1B_1 = dH + ds_1$$

e siccome $AP = H\dfrac{ds_1}{\rho_1}$, sarà:

$$\cot i = \frac{BP}{AP} = \left(1 + \frac{dH}{ds_1}\right)\frac{\rho_1}{H}\,,$$

donde:

$$\frac{\operatorname{sen} i}{H} = \frac{1}{\sqrt{H^2 + \rho_1^2\left(1+\frac{dH}{ds_1}\right)^2}}, \quad \frac{di}{ds_1} = \frac{-H\frac{d}{ds_1}\left[\rho_1\left(1+\frac{dH}{ds_1}\right)\right] + \rho_1\left(1+\frac{dH}{ds_1}\right)\frac{dH}{ds_1}}{H^2 + \rho_1^2\left(1+\frac{dH}{ds_1}\right)^2}$$

Queste formole valgono per qualunque linea L tracciata sulla sviluppabile; per adattarle al caso della linea L precedentemente definita, osserveremo che nel punto in cui L tocca L_1 si ha $H = 0$, $i = 0$ e quindi

$$\left(\frac{\operatorname{sen} i}{H}\right)_{H=0} = \frac{1}{\rho_1}\frac{1}{1+\frac{dH}{ds_1}}, \qquad \left(\frac{di}{ds_1}\right)_{H=0} = \frac{1}{\rho_1}\frac{\frac{dH}{ds_1}}{1+\frac{dH}{ds_1}}.$$

Applicando la terza espressione (1), si ottiene:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{1}{\rho_1}\left(1+\frac{\frac{dH}{ds_1}}{1+\frac{dH}{ds_1}}\right)\frac{1}{1+\frac{dH}{ds_1}}$$

e per la completa determinazione di ρ_g ci resta da calcolare il valore di $\frac{dH}{ds_1}$ nel punto di contatto della curva L colla L_1. Se A e B sono due punti consecutivi di una linea arbitraria L e C il punto d'incontro della tangente in B col piano osculatore in A, si può trovare l'espressione di BC; se BD è la distanza di B dal piano osculatore in A, si ha (Bertrand, Calcul différentiel, § 609):

$$BD = \frac{1}{6}\frac{ds^3}{\rho r}.$$

Calcoliamo l'inclinazione $\theta = BCD$ della tangente BC sul piano osculatore in A; per lo sviluppo di Maclaurin si ha:

$$(\cos\alpha)_B = (\cos\alpha)_A + (\cos\alpha)_A' ds + (\cos\alpha)_A'' \frac{ds^2}{2} + \cdots$$

e siccome:

$$(\cos\alpha)_A' = \left(\frac{\cos\lambda}{\rho}\right)_A; \qquad (\cos\alpha)_A'' = \left[\left(\frac{1}{\rho}\right)'\cos\lambda\right]_A - \left(\frac{\cos\alpha}{\rho^2}+\frac{\cos l}{\rho r}\right)_A,$$

si avrà:

$$(\cos\alpha)_B = (\cos\alpha)_A + \left(\frac{\cos\lambda}{\rho}\right)_A ds + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{\rho}\right)'\cos\lambda - \left(\frac{\cos\alpha}{\rho^2} + \frac{\cos l}{\rho r}\right)\right\}_A ds^2 + \ldots\ldots$$

Avremo dunque:

$$\operatorname{sen}\theta = \Sigma(\cos\alpha)_B(\cos l)_A = -\frac{1}{2}\frac{ds^2}{\rho r},$$

e quindi:

$$BC = BD\operatorname{sen}\theta = -\frac{1}{3}ds;$$

applicando questo risultato alla linea L_1 ed osservando che $BC = dH$, si ha nel punto A, dove L tocca L_1:

$$\frac{dH}{ds_1} = -\frac{1}{3}.$$

Dunque:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{3}{4}\frac{1}{\rho_1},$$

d' onde:

$$\rho_g = \frac{4}{3}\rho_1.$$

Osservando che per la linea piana L il raggio di curvatura geodetica ρ_g in A coincide col raggio di curvatura assoluta ρ, si avrà *il piano tangente a una sviluppabile in un punto ha comune colla medesima la generatrice che passa per quel punto e una curva piana* L *tangente allo spigolo di regresso* L_1 *in un punto* A. *Il rapporto* $\frac{\rho}{\rho_1}$ *dei raggi di curvatura in* A *delle linee* L *e* L_1 *è costantemente eguale a* $\frac{4}{3}$.

Passiamo alla determinazione del raggio di torsione di una linea sopra una sviluppabile; nella figura sferica precedente, condotti i cerchi massimi tangenti in a e b alla l e incontrantisi in c, il loro angolo $d\omega$ è l' angolo di contingenza geodetica di l sulla sfera ed è quindi eguale all' angolo di torsione di L. Per determinare $d\omega$ si noti che l' area della figura sferica a_1ap è

$$(1 - \cos i)d\tau,$$

essendo $d\tau$ l'angolo infinitesimo aa_1b e l'area del quadrilatero sferico a_1abc è:

$$d\tau + d\theta - d\omega ;$$

ma siccome le due aree sferiche differiscono fra loro per il quadrilatero $abpc$, infinitesimo d'ordine superiore, le possiamo eguagliare e risulta:

$$d\omega = d\theta + \cos i \, d\tau .$$

Siccome poi $ap = \operatorname{sen} i \, d\tau$, donde:

$$d\tau = \frac{ap}{\operatorname{sen} i} = \frac{ab \operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen} i} = \frac{ds}{\rho} \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen} i} ,$$

sarà:

$$d\omega = d\theta + \frac{ds}{\rho} \operatorname{cot} i \operatorname{sen}\theta ;$$

ma $\frac{1}{r} = \frac{d\omega}{ds}$, dunque:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} + \frac{\operatorname{cot} i}{\rho} \operatorname{sen}\theta .$$

Perciò *fra il raggio di curvatura* ρ, *il raggio di torsione* r *di una linea* L *descritta sopra una sviluppabile, l'inclinazione* i *di* L *sulle generatrici e l'angolo* θ *sotto il quale i piani osculatori di* L *segano i piani tangenti della superficie sussiste la relazione:*

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} + \frac{\operatorname{cot} i}{\rho} \operatorname{sen}\theta . \tag{2}$$

Supponendo $i = \frac{\pi}{2}$, risulta $d\theta = \frac{ds}{r}$ e cioè *i piani osculatori di una trajettoria ortogonale delle generatrici di una sviluppabile segano i piani tangenti di questa superficie sotto un angolo il cui differenziale è eguale all'angolo di torsione della linea.*

Per $\theta =$ costante, si ha $\frac{\rho}{r} = \operatorname{cot} i \operatorname{sen}\theta$, la quale mostra che *la condizione* $\frac{\rho}{r} =$ *costante (elica) è equivalente all'altra* i = *costante.*

La formola (2) è della massima importanza nello studio delle sviluppabili ed ora ne faremo alcune applicazioni. — Per i vari punti A di una linea L conduciamo delle rette g inclinate degli angoli i, i_1, i_2 sulle tangenti $A\xi$, sulle nor-

mali principali $A\eta$ e sulle binormali $A\zeta$ e determiniamo, nel modo più generale possibile, questi angoli colla condizione che la superficie luogo delle rette g, sia sviluppabile. Col centro A e con raggio unitario, descriviamo una sfera la quale resterà intersecata dal triedro avente per costole $A\xi$, $A\eta$, $A\zeta$ secondo il triangolo sferico $\xi\eta\zeta$, in cui abbiamo:

$$\xi g = i\,, \qquad \xi\eta = \frac{\pi}{2}\,, \qquad \text{ang}\,(\widehat{\xi\eta\zeta}) = \theta\,,$$

essendo θ l' angolo sotto il quale il piano osculatore di L sega il piano tangente della sviluppabile.

Da questo triangolo ricaviamo:

$$\cos(\widehat{g\eta}) = \cos i_1 = \operatorname{sen} i \cos\theta\,,$$

e conseguentemente:

$$\cos i_2 = \operatorname{sen} i \operatorname{sen}\theta\,.$$

Dunque *per far passare per una curva qualunque* L *la più generale superficie sviluppabile, basta condurre per i vari punti di* L *delle rette inclinate sulla tangente, sulla normale principale e sulla binormale degli angoli* $\mathrm{i}, \mathrm{i}_1, \mathrm{i}_2$ *dati dalle relazioni:*

$$(3) \qquad \cos i = \cos i\,, \qquad \cos i_1 = \operatorname{sen} i \cos\theta\,, \qquad \cos i_2 = \operatorname{sen} i \operatorname{sen}\theta\,,$$

dove θ *è dato in funzione dell' arco* s *per mezzo della* (2).

La soluzione generale del problema è quindi ridotta all' integrazione della (2), la quale si eseguisce compiutamente, come è noto, appena si conosca un suo integrale particolare.

Se $\theta =$ costante, la (2) è integrabile e dà:

$$\cot i = \frac{\rho}{r}\,\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\,.$$

Se L è piana, $\frac{1}{r} = 0$ e dalla (2) si deduce:

$$\operatorname{tang}\frac{1}{2}\,\theta = a e^{-\int \frac{\cot i}{\rho}\,ds}\,.$$

Dunque *si ottiene la più generale sviluppabile passante per una curva piana qualunque* L, *ovvero per una curva qualunque* L *e colla condizione che i piani osculatori di essa siano inclinati sui piani tangenti della superficie di un angolo costante* θ, *conducendo per i vari punti di* L *delle rette inclinate sulle tangenti, sulle normali principali e sulle binormali di angoli* $\mathrm{i}, \mathrm{i}_1, \mathrm{i}_2$ *dati rispettivamente come segue:*

$$\cos i = \cos i\,, \qquad \cos i_1 = \frac{1 - a^2 e^{-2\int \frac{\cot i}{\rho} ds}}{1 + a^2 e^{-2\int \frac{\cot i}{\rho} ds}} \operatorname{sen} i\,, \qquad \cos i_2 = \frac{2ae^{-\int \frac{\cot i}{\rho} ds}}{1 + a^2 e^{-2\int \frac{\cot i}{\rho} ds}} \operatorname{sen} i$$

$$\cos i = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + r^2 \operatorname{sen}^2 \theta}}\,, \quad \cos i_1 = \frac{r \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{\sqrt{\rho^2 + r^2 \operatorname{sen}^2 \theta}}\,, \quad \cos i_2 = \frac{r \operatorname{sen}^2 \theta}{\sqrt{\rho^2 + r^2 \operatorname{sen}^2 \theta}}\,.$$

Si può ancora risolvere, in tutta la sua generalità il problema di far passare per una data linea L una sviluppabile in modo che, quando essa si distende sopra un piano, trasformi la L in una curva assegnata L_0. Il raggio di curvatura ρ_0 che acquisterà la L una volta che sia distesa sul piano, è eguale al raggio di curvatura geodetica ρ_g di L sulla sviluppabile. Dunque:

$$\frac{1}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_g} = \frac{\cos\theta}{\rho} = \frac{1}{\varphi(s)}\,,$$

indicando con $\varphi(s)$ una funzione arbitraria di s; l'equazione (2) ci dà allora:

$$\cot i = \rho \frac{\frac{1}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2} + \left(\frac{\rho}{\varphi}\right)'}{1 - \left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2}\,.$$

Se da questa relazione si ricava cos$i$ e sen$i$ e si nota per di più che $\cos\theta = \frac{\rho}{\varphi(s)}$ (dalla quale è facile ricavare anche $\operatorname{sen}\theta$) coll'applicazione delle formole (3) si può enunciare il teorema generale: *onde far passare per una curva qualunque dello spazio* L, *una sviluppabile tale che, distendendosi sopra un piano trasformi* L *in una linea* L_0 *definita dalla relazione* $\rho_0 = \varphi(s)$, *per i punti di* L *si conducano delle rette inclinate sulla tangente, sulla normale principale e sulla binormale di* L *degli an-*

goli i, i_1, i_2 *dati dalle equazioni:*

$$\cos i = \frac{\rho\left[\frac{1}{r}\sqrt{1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2}+\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)'\right]}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2\right]^2+\rho^2\left[\frac{1}{r}\sqrt{1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2}+\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)'\right]^2}},$$

$$\cos i_1 = \frac{\frac{\rho}{\varphi}\left[1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2\right]}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2\right]^2+\rho^2\left[\frac{1}{r}\sqrt{1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2}+\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)'\right]^2}},$$

$$\cos i_2 = \frac{\left[1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2\right]^2+\rho^2\left[\frac{1}{r}\sqrt{1-\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)^2}+\left(\frac{\rho}{\varphi}\right)'\right]}}.$$

Se supponiamo $\frac{1}{r} = 0$ si ha il teorema dimostrato da me nel *Giornale di Battaglini* (*). Il problema generale ora trattato era stato risoluto dal Sig. Molins (**) nel solo caso particolare in cui la curva piana fosse un cerchio.

Sopra una superficie qualunque considerando una linea L e la geodetica tangente, in un suo punto, il raggio di torsione di questa si chiama il raggio di torsione geodetica della L in questo punto. Il primo a considerare questo elemento geometrico è stato Bertrand ed ha dato per sua espressione:

$$\frac{1}{r_g} = \frac{1}{r} - \frac{d\omega}{ds},$$

essendo $\frac{1}{r}$ la torsione assoluta e ω l'angolo che la normale principale di L fa colla normale alla superficie. Se la linea L è tracciata sopra una sviluppabile, è facile ricavare $\frac{1}{r_g}$; infatti l'angolo che la binormale di L fa colla normale alla superficie è $90 - \omega$, e siccome quest'angolo è supplementare dell'angolo θ sotto il quale il piano osculatore di L sega il piano tangente della superficie, si avrà:

$$90 - \omega = 180 - \theta, \qquad \text{donde:} \qquad \omega = \theta - 90.$$

(*) Sulle linee a doppia curvatura. 1888.
(**) Journal de Mathématiques. 1856.

Perciò sarà:

$$\frac{1}{r_g} = \frac{1}{r} - \frac{d\omega}{ds} = \frac{1}{r} - \frac{d\theta}{ds};$$

e quindi applicando (2) *la torsione geodetica di una linea qualunque descritta sopra una sviluppabile è data dalla formola:*

$$\frac{1}{r_g} = \frac{\cot i}{\rho} \operatorname{sen}\theta .$$

L' espressione di $\frac{1}{r_g}$ si annulla per $i = \frac{\pi}{2}$, cioè per le linee di curvatura, e questa è appunto la proprietà caratteristica di tali linee sopra una superficie qualunque. — Se poniamo la condizione che sia $r_g = k$, con k costante, sarà $\frac{\cot i}{\rho} \operatorname{sen}\theta = k$ e la (2) diviene:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} + \frac{1}{k}, \qquad \text{d' onde:} \qquad d\theta = \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{k}\right) ds .$$

Integrando, si ottiene:

$$\theta = a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r};$$

d' altronde dalla relazione $\frac{\cot i}{\rho} \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{k}$ si deduce facilmente sen$i$ e cos$i$.

Applicando allora le (3), si ha *onde far passare per una linea* L *qualunque dello spazio una sviluppabile tale, che su di essa la linea sia a torsione geodetica costante* $\frac{1}{k}$, *basta condurre per i vari punti di* L *delle rette inclinate sulle tangenti, sulle normali principali e sulle binormali di angoli* i, i_1, i_2 *dati come segue:*

$$\cos i = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + k^2 \operatorname{sen}^2\left(a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r}\right)}},$$

$$\cos i_1 = \frac{k \operatorname{sen}\left(a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r}\right) \cos\left(a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r}\right)}{\sqrt{\rho^2 + k^2 \operatorname{sen}^2\left(a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r}\right)}},$$

$$\cos i_2 = \frac{k \operatorname{sen}^2\left(a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r}\right)}{\sqrt{\rho^2 + k^2 \operatorname{sen}^2\left(a - \frac{s}{k} + \int \frac{ds}{r}\right)}}.$$

§ 2.

Descrizione delle sviluppabili. — Se per i punti di una linea qualunque L si conducono delle rette inclinate sugli assi coordinati degli angoli A, B, C, le coordinate di un punto qualunque della superficie rigata che si genera sono date nel seguente modo:

$$(4) \qquad X = x + v\cos A\,, \qquad Y = y + v\cos B\,, \qquad Z = z + v\cos C\,,$$

essendo x, y, z le coordinate dei punti di L e v le porzioni di generatrici contate da L. Ponendo:

$$(5) \qquad P = \Sigma \frac{d\cos A}{ds}\frac{dx}{ds}\,, \qquad Q = \Sigma\left(\frac{d\cos A}{ds}\right)^2, \qquad \cos i = \Sigma\cos A\frac{dx}{ds}\,,$$

la minima distanza δ fra due generatrici consecutivi della superficie rigata e la distanza H fra i punti di L e quelli corrispondenti della linea di stringimento sono (*)

$$\delta = \frac{\sqrt{Q\,\mathrm{sen}^2 i - P^2}}{P}\,ds\,, \qquad H = -\frac{P}{Q}\,.$$

Avremo dunque il teorema *la condizione necessaria e sufficiente perchè la superficie rigata definita dalle* (4) *sia sviluppabile è che sia soddisfatta la relazione:*

$$(6) \qquad Q(1 - \cos^2 i) = P^2\,,$$

dove Q, P, i *sono dati dalle* (5). *La distanza* H *fra i punti di* L *e i corrispondenti dello spigolo di regresso è data dall' equazione:*

$$(7) \qquad H = -\frac{P}{Q}\,.$$

Questo teorema può essere in molti casi di grande utilità nello studio delle sviluppabili, e per mostrarne un' applicazione risolveremo il problema di *determi-*

(*) Vedasi per es.: Bianchi - Lezioni di Geometria Differenziale.

nare secondo quale legge si devono condurre delle perpendicolari ai piani osculatori o ai piani rettificanti o ai piani normali di una linea L *dello spazio, perchè la superficie rigata che si genera sia sviluppabile.*

I. Caso - **Perpendicolari ai piani osculatori.** — In ogni piano osculatore di L si conduca una retta inclinata dell' angolo θ sulla normale principale e si prenda su di essa un segmento qualunque T. Chiamando L_1 il luogo degli estremi, avremo per coordinate de' suoi punti:

$$x_1 = x + T(\cos\alpha \operatorname{sen}\theta + \cos\lambda \cos\theta), \qquad \text{ecc.}$$

e perciò le coordinate dei punti della superficie rigata sono date così:

$$X = x_1 + v\cos l, \qquad \text{ecc.}$$

Da queste relazioni, essendo s_1 l' arco di L_1, ricaviamo:

$$P = \frac{1}{r}\left\{T'\cos\theta + T\left(\frac{1}{\rho} - \theta'\right)\operatorname{sen}\theta\right\}\left(\frac{ds}{ds_1}\right)^2;\quad Q = \frac{1}{r^2}\left(\frac{ds}{ds_1}\right)^2;\quad \cos i = -\frac{T}{r}\cos\theta\frac{ds}{ds_1}$$

$$\left(\frac{ds_1}{ds}\right)^2 = \left[1 + T'\operatorname{sen}\theta - T\left(\frac{1}{\rho} - \theta'\right)\cos\theta\right]^2 + \left[T'\cos\theta + T\left(\frac{1}{\rho} - \theta'\right)\operatorname{sen}\theta\right]^2 + \frac{T^2}{r^2}\operatorname{sen}^2\theta$$

e la condizione (6), esprimente che la superficie è sviluppabile, diviene dopo alcuni calcoli:

$$\left(\frac{ds_1}{ds}\right)^2 - \frac{T^2}{r^2}\cos^2\theta = \left[T'\cos\theta + T\left(\frac{1}{\rho} - \theta'\right)\operatorname{sen}\theta\right]^2$$

la quale si riduce facilmente alla seguente:

$$T' + T\left(\theta' - \frac{1}{\rho}\right)\cot\theta + \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} = 0.$$

Questa è, rispetto a T, un' equazione differenziale del 1° ordine lineare, che coll' integrazione offre:

$$(8) \qquad T = \left\{a - \int \frac{ds}{\operatorname{sen}\theta}\, e^{\int\left(\theta' - \frac{1}{\rho}\right)\cot\theta\, ds}\right\} e^{-\int\left(\theta' - \frac{1}{\rho}\right)\cot\theta\, ds}.$$

II. Caso - **Perpendicolari ai piani rettificanti.** — In ogni piano rettificante di L si conduca una retta inclinata sulla tangente di un angolo θ e si prenda su di

essa un segmento T. Le coordinate delle estremità sono:

$$x_1 = x + T(\cos\alpha\cos\theta + \cos l\,\mathrm{sen}\,\theta)\,; \qquad \text{ecc.}$$

conducendo per quelle estremità delle parallele alle normali principali di L, si ha:

$$X = x_1 + v\cos\lambda\,; \qquad \text{ecc.}\,,$$

d' onde:

$$P = -\left\{\frac{1}{\rho}(1 + T'\cos\theta - T\,\mathrm{sen}\,\theta\,\theta') + \frac{1}{r}(T'\,\mathrm{sen}\,\theta + T\cos\theta\,\theta')\right\}\left(\frac{ds}{ds_1}\right)^2;$$

$$Q = \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{r^2}\right)\left(\frac{ds}{ds_1}\right)^2, \qquad \cos i = T\left(\frac{\cos\theta}{\rho} + \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{r}\right)\frac{ds}{ds_1}\,;$$

$$\left(\frac{ds_1}{ds}\right)^2 = (1 + T'\cos\theta - T\,\mathrm{sen}\,\theta\,\theta')^2 + T^2\left(\frac{\cos\theta}{\rho} + \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{r}\right)^2 + (T'\,\mathrm{sen}\,\theta + T\cos\theta\,\theta')^2.$$

Scrivendo quindi la condizione che la superficie sia sviluppabile, si trova che, coll' applicazione delle precedenti, essa si può mettere dopo alcuni calcoli sotto la forma seguente:

$$T' + T\frac{r\cos\theta + \rho\,\mathrm{sen}\,\theta}{r\,\mathrm{sen}\,\theta - \rho\cos\theta}\,\theta' = \frac{\rho}{r\,\mathrm{sen}\,\theta - \rho\cos\theta}\,.$$

Integrando quest' equazione differenziale lineare, si ha:

$$(9) \qquad T = \left\{a + \int \frac{\rho\,ds}{r\,\mathrm{sen}\,\theta - \rho\cos\theta}\, e^{\int \frac{r\cos\theta + \rho\,\mathrm{sen}\,\theta}{r\,\mathrm{sen}\,\theta - \rho\cos\theta}\,\theta' ds}\right\} e^{-\int \frac{r\cos\theta + \rho\,\mathrm{sen}\,\theta}{r\,\mathrm{sen}\,\theta - \rho\cos\theta}\,\theta' ds}\,.$$

III. Caso - **Perpendicolari ai piani normali.** — In ogni piano normale di L si conduca una retta inclinata di un angolo θ sulle binormali e su di essa si prenda un segmento T; tenendo ferme le precedenti notazioni, avremo:

$$x_1 = x + T(\cos l\cos\theta + \cos\lambda\,\mathrm{sen}\,\theta)\,, \qquad X = x_1 + v\cos\alpha\,, \qquad \text{ecc.}$$

dalle quali si deduce:

$$P = \frac{1}{\rho}\left\{T'\,\mathrm{sen}\,\theta + T\left(\frac{1}{r} + \theta'\right)\cos\theta\right\}\left(\frac{ds}{ds_1}\right)^2;\quad Q = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{ds}{ds_1}\right)^2;\quad \cos i = \left(1 - \frac{T}{\rho}\,\mathrm{sen}\,\theta\right)\frac{ds}{ds_1}$$

$$\left(\frac{ds_1}{ds}\right)^2 = \left(1 - \frac{T}{\rho}\,\mathrm{sen}\,\theta\right)^2 + \left\{T'\,\mathrm{sen}\,\theta + T\left(\frac{1}{r} + \theta'\right)\cos\theta\right\}^2 + \left\{T'\cos\theta - T\left(\frac{1}{r} + \theta'\right)\mathrm{sen}\,\theta\right\}^2.$$

Operando come dianzi, si arriva all' equazione:

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{1}{r} + \theta'\right) \operatorname{tang} \theta$$

d' onde si ricava:

$$T = \frac{a}{\cos\theta}\, e^{\int \frac{\operatorname{tang}\theta}{r}\, ds} . \tag{10}$$

Dunque *per ottenere la più generale sviluppabile le cui generatrici sono perpendicolari ai piani osculatori, o ai piani rettificanti o ai piani normali di una linea qualunque* L, *per i vari punti di questa e nei piani suddetti si conducano delle rette inclinate di un angolo qualunque* θ *rispettivamente sulle normali principali, o sulle tangenti, o sulle binormali e su di esse si prendano dei segmenti* T, *dati rispettivamente dalle* (8), (9), (10); *infine per le loro estremità si conducano delle parallele alle binormali, o alle normali principali, o alle tangenti di* L.

Osserviamo che la T, data da (8), è indipendente da r e quella data da (10) è indipendente da ρ; quindi potremo dire *la superficie rigata del I. Caso e quella del III. Caso si mantengono sviluppabili in tutte le deformazioni di* L *che mantengono invariato rispettivamente il raggio di curvatura o quello di torsione.*

È molto facile dedurre di qui alcuni altri teoremi, supponendo che una qualunque delle tre direzioni principali di una linea si trasporti parallelamente a sè stessa lungo le altre; così ad es.: se è la tangente che viene trasportata lungo le binormali, abbiamo: *si possono ottenere infinite sviluppabili trasportando parallelamente a loro stesse le tangenti di una curva lungo le binormali, poichè basta che il trasporto, del tutto arbitrario, sia eguale per tutte.*

In questo caso la sviluppabile osculatrice della data linea e quella che si ottiene colla detta costruzione sono fra loro parallele; esaminiamo più minutamente questo caso. Chiamando a la distanza costante fra le due superficie parallele, si avrà in questo caso:

$$x_1 = x + a\cos l\,, \qquad \text{ecc.}$$

da cui si ricava:

$$\frac{dx_1}{ds_1}\frac{ds_1}{ds} = \cos\alpha + \frac{a}{r}\cos\lambda\,; \qquad \frac{ds_1}{ds} = \sqrt{1 + \frac{a^2}{r^2}}$$

e conseguentemente:

$$\cos\alpha_1 = \frac{\cos\alpha + \frac{a}{r}\cos\lambda}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{r^2}}}\,, \qquad \text{ecc.}$$

Avremo dunque $\Sigma \cos\alpha_1 \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{a^2}{r^2}}}$ per coseno dell' angolo sotto il quale la direttrice L_1 sega le generatrici della superficie rigata; questa relazione dimostra che *le trajettorie ortogonali delle generatrici nella superficie gobba delle binormali di una linea* L *hanno le tangenti inclinate di un angolo costante sulle tangenti di* L, *solamente se questa linea è a torsione costante.*

Le coordinate di un punto qualunque della superficie rigata formata dalle parallele alle tangenti di L condotte pei vari punti di L_1 sono:

$$X = (x + a\cos l) + v\cos\alpha \text{ , ecc.}$$

le quali danno:

$$P = \frac{ar}{\rho(a^2+r^2)}, \qquad Q = \frac{r^2}{\rho^2(a^2-r^2)}.$$

Sarà dunque, in causa di (7):

$$H = -\frac{a\rho}{r};$$

indicando con x_0, y_0, z_0 le coordinate dello spigolo di regresso L_0 della sviluppabile parallela alla data, sarà:

$$x_0 = (x + a\cos l) - a\frac{\rho}{r}\cos\alpha, \qquad \text{ecc.}$$

d' onde:

$$\frac{dx_0}{ds_0}\frac{ds_0}{ds} = \left[1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)'\right]\cos\alpha, \qquad \text{ecc.}$$

e conseguentemente:

$$\frac{ds_0}{ds} = 1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)'.$$

Ora si osservi che:

$$\frac{d\cos\alpha}{ds} = \frac{\cos\lambda}{\rho}, \qquad \frac{d\cos\alpha_0}{ds_0} = \frac{\cos\lambda_0}{\rho_0},$$

e siccome le linee L, L_0 hanno le tangenti parallele, hanno pure parallele le

binormali e le normali principali; la seconda delle precedenti può dunque scriversi:

$$\frac{d\cos\alpha}{ds}\frac{ds}{ds_0} = \frac{\cos\lambda}{\rho_0}\,.$$

Dividendo quest' eguaglianza membro a membro per l' altra, si ha:

$$\frac{ds}{ds_0} = \frac{\rho}{\rho_0}\,, \qquad \text{d' onde:} \qquad \rho_0 = \rho\frac{ds_0}{ds} = \rho\left\{1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)'\right\}$$

In quanto al raggio di torsione r_0 di L_0 si osservi che:

$$\frac{d\cos l}{ds} = \frac{\cos\lambda}{r}\,, \qquad \frac{d\cos l_0}{ds_0} = \frac{d\cos l}{ds}\frac{ds}{ds_0} = \frac{\cos\lambda_0}{r_0} = \frac{\cos\lambda}{r_0}$$

e perciò:

$$\frac{ds}{ds_0} = \frac{r}{r_0}\,, \qquad \text{d' onde:} \qquad r_0 = r\frac{ds_0}{ds} = r\left\{1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)'\right\}\,.$$

Dunque *se* L_0 *e* L *sono gli spigoli di regresso di due sviluppabili parallele, il raggio di curvatura* ρ_0 *e quello di torsione* r_0 *di* L_0 *sono legati al raggio di curvatura* ρ *e a quello di torsione* r *di* L *dalle relazioni:*

$$\rho_0 = \rho\left\{1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)'\right\}\,, \qquad r_0 = r\left\{1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)'\right\}\,.$$

Siccome di qui si ricava $\frac{\rho_0}{r_0} = \frac{\rho}{r}$ si deduce *se una delle linee* L_0, L *è un' elica, l' altra lo è pure*, proprietà che si poteva dimostrare altrimente.

Se L è una geodetica di un cono, il rapporto $\frac{\rho}{r}$ è proporzionale all'arco s (*) e quindi $\frac{\rho}{r} = ms$ e siccome:

$$\frac{ds_0}{ds} = 1 - a\left(\frac{\rho}{r}\right)' = 1 - am\,, \qquad \text{d' onde:} \qquad s_0 = (1 - am)s\,,$$

risulta:

$$\frac{\rho_0}{r_0} = \frac{\rho}{r} = ms = \frac{m}{1 - am}s_0\,,$$

la quale mostra che anche L_0 è una geodetica di un cono.

(*) Studi geometrici relativi specialmente alle superficie gobbe. *Giornale di Battaglini.* 1885.

Dunque *se una sviluppabile ha per spigolo di regresso una geodetica di un cono, qualunque altra sviluppabile parallela alla prima ha per spigolo di regresso una geodetica di un cono.*

La formola $\frac{\rho_0}{r_0} = \frac{m}{1 - am} s_0$, essendo verificata per qualunque valore di a, lo è pure per il valore $a = \frac{1}{m}$, il quale porta alla relazione $s_0 = 0$; in tal caso dunque lo spigolo di regresso della sviluppabile si riduce a un punto e la sviluppabile a un cono.

Dunque *ogni sviluppabile che abbia per spigolo di regresso una geodetica di un cono è una superficie parallela a un cono.*

§ 3.

Deformazione delle sviluppabili. — Siano x, y, z le coordinate dei punti di una linea L, i, i_1, i_2 gli angoli che le varie rette condotte pei punti di L formano colla tangente, colla normale principale e colla binormale, v le porzioni di queste rette contate da L. Le coordinate d' un punto qualunque della superficie rigata che si genera sono:

$$X = x + v(\cos\alpha \cos i + \cos\lambda \cos i_1 + \cos l \cos i_2) , \qquad \text{ecc.}$$

Applicando le considerazioni del § precedente e la (6), si trova per condizione esprimente la sviluppabilità della superficie:

$$\left[\left(\frac{\cos i}{\rho} + \frac{\cos i_2}{r} + \frac{d\cos i_1}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\cos i_2}{ds} - \frac{\cos i_1}{r}\right)^2\right] \operatorname{sen}^2 i = \left(\frac{d\cos i}{ds} - \frac{\cos i_1}{\rho}\right)^2 \cos^2 i ,$$

e allora il quadrato dell' elemento lineare della superficie riferito alle $s = \text{cost.}$ (generatrici) e alle $v = \text{cost.}$ può scriversi:

$$dS^2 = \left[1 + v^2\left(\frac{di}{ds} + \frac{1}{\rho}\frac{\cos i_1}{\operatorname{sen} i}\right)^2 - 2v\left(\frac{di}{ds} + \frac{1}{\rho}\frac{\cos i_1}{\operatorname{sen} i}\right)\operatorname{sen} i\right] ds^2 + 2\cos i\, ds dv + dv^2 =$$

$$= \left[1 + v^2\left(\frac{di}{ds} + \frac{\cos\theta}{\rho}\right)^2 - 2v\left(\frac{di}{ds} + \frac{\cos\theta}{\rho}\right)\operatorname{sen} i\right] ds^2 + 2\cos i\, ds dv + dv^2 ,$$

avendo già dimostrato altrove (*) che $\frac{\cos i_1}{\operatorname{sen} i}$ è il coseno dell' angolo θ sotto il quale i piani osculatori di L segano i piani tangenti della superficie rigata:

Consideriamo un' altra sviluppabile e mettiamo la condizione che sia applicabile alla prima, colla condizione che le generatrici siano corrispondenti; indicando allora con $i_1, \theta_1, \rho_1, v_1$ le quantità relative a questa seconda sviluppabile analoghe alle i, θ, ρ, v della prima, si deve avere:

$$(11) \qquad i_1 = i\,, \qquad \frac{\cos\theta_1}{\rho_1} = \frac{\cos\theta}{\rho}\,, \qquad v_1 = v\,;$$

e siccome l' ultima condizione si può sempre verificare contando i segmenti v dalle due linee corrispondenti L e L_1, basterà soddisfare alle prime due.

Supponiamo ora che L_1 sia definita dalle due relazioni $\rho_1 = f(s)$, $r_1 = \vec{\varphi}(s)$ che ne esprimono il raggio di curvatura e quello di torsione per l' arco s; dalle (11) si deduce:

$$\cos\theta_1 = \frac{f}{\rho}\cos\theta\,,$$

d' onde:

$$\operatorname{sen}\theta_1 = \frac{\sqrt{\rho^2 - f^2\cos^2\theta}}{\rho}\,, \qquad \frac{d\theta_1}{ds} = \left[\frac{\sqrt{\rho^2 - f^2\cos^2\theta}}{\rho}\right]' \frac{\rho}{f\cos\theta}$$

e siccome deve essere soddisfatta la relazione:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{d\theta_1}{ds} + \frac{\cot i}{\rho_1}\operatorname{sen}\theta_1$$

analoga alla (2) si avrà il teorema *se una linea* L *descritta sopra una sviluppabile sega le generatrici sotto l' angolo* i *e i suoi piani osculatori segano i piani tangenti sotto l' angolo* θ, *qualora si deformi la superficie mantenendone rettilinee le generatrici, la linea* L *si trasforma in una linea* L_1 *i cui raggi* $\rho_1 = f(s)$, $r_1 = \vec{\varphi}(s)$ *sono legati a* ρ, i, θ *dalla relazione:*

$$(12) \qquad \frac{1}{\vec{\varphi}(s)} = \frac{\rho}{f(s)\cos\theta}\frac{d}{ds}\left\{\frac{\sqrt{\rho^2 - f^2(s)\cos^2\theta}}{\rho}\right\} + \frac{\sqrt{\rho^2 - f^2(s)\cos^2\theta}}{f(s)\,\rho}\cot i\,.$$

(*) Sulle superficie rigate. *Giornale di Battaglini.* 1887.

Questo teorema è fondamentale per tutto quanto si riferisce alla deformazione delle sviluppabili operata nel modo detto. Per mostrarne l' importanza, ne farò alcune applicazioni.

La (12) determina una delle funzioni $f(s)$, $\vec{\varphi}(s)$ quando ne sia nota una, o più generalmente quando sia nota una relazione fra tali funzioni; si potrà dunque dire *deformando una sviluppabile in modo che le generatrici si conservino rettilinee, si può sempre ridurre una linea* L, *descritta su di essa, a una geodetica d' un elicoide sviluppabile, a una geodetica di un cono, a un' elica cilindrica, a una curva sferica, a una curva piana.*

Intratteniamoci più particolarmente su questo ultimo caso; essendo ora $\frac{1}{\vec{\varphi}(s)} = 0$, la (12) si può scrivere:

$$\left[\frac{\sqrt{\rho^2 - f^2(s)\cos^2\theta}}{\rho}\right]^{-1} \frac{d}{ds}\left(\frac{\sqrt{\rho^2 - f^2(s)\cos^2\theta}}{\rho}\right) = -\frac{\cot i \cos\theta}{\rho},$$

da cui integrando:

$$\log \frac{\sqrt{\rho^2 - f^2(s)\cos^2\theta}}{\rho} = \log a - \int \frac{\cot i \cos\theta}{\rho}\, ds,$$

con a costante arbitraria. Questa relazione ci offre:

$$f(s) = \frac{\rho}{\cos\theta}\sqrt{1 - a^2 e^{-2\int \frac{\cot i \cos\theta}{\rho} ds}}.$$

Ad ogni valore che si dà ad a corrisponde una curva piana L_1 a cui è riducibile L con una flessione della sviluppabile; al valore $a = 0$ corrisponde la funzione $f(s) = \frac{\rho}{\cos\theta}$ e in tal caso il raggio della curva piana L_1 essendo eguale al raggio di curvatura geodetica di L, si ha la riduzione della sviluppabile in un piano. Dunque *una sviluppabile può deformarsi in infiniti modi sì da ridurre una linea qualunque descritta su di essa in una curva piana; il raggio che acquista questa linea piana è dato dalla relazione:*

$$f(s) = \frac{\rho}{\cos\theta}\sqrt{1 - a^2 e^{-2\int \frac{\cot i \cos\theta}{\rho} ds}},$$

essendo a *una costante arbitraria; fra tutte queste deformazioni vi è compresa quella che riduce la sviluppabile a un piano e corrisponde al valore zero di* a.

Caso particolare. — Sia $f(s) = \text{costante} = R$, cioè la curva piana, a cui si riduce L con una flessione, sia un cerchio; sarà:

$$a^2 e^{-2\int \frac{\cot i \cos\theta}{\rho} ds} = \frac{\rho^2 - R^2\cos^2\theta}{\rho^2}.$$

Derivando logaritmicamente, dopo alcune tresformazioni si arriva all' equazione:

$$R^2\{\rho' \cos\theta - \rho(\cos\theta)'\} + \rho^2 \cot i = R^2 \cot i \cos^2\theta,$$

la quale, divisa per $\cos^2\theta$, dà:

$$R^2\left(\frac{\rho}{\cos\theta}\right)' + \left(\frac{\rho}{\cos\theta}\right)^2 \cot i = R^2 \cot i.$$

Col porre $\frac{\rho}{\cos\theta} = y$, si ottiene l' equazione differenziale del 1° ordine:

$$R^2 y' = (R^2 - y^2)\cot i,$$

la cui integrazione si riduce immediatamente alle quadrature e dà:

$$\frac{y + R}{y - R} = m^2 e^{\frac{2}{R}\int \cot i\, ds},$$

con m costante arbitraria. Di qui ricavando y ed osservando che $\rho = y\cos\theta$, si giunge alla formola:

$$\rho = R\,\frac{m^2 e^{\frac{2}{R}\int \cot i\, ds} + 1}{m^2 e^{\frac{2}{R}\int \cot i\, ds} - 1}\cos\theta \tag{13}$$

e quindi *la condizione necessaria e sufficiente perchè una linea* L *descritta sopra una sviluppabile segante le generatrici sotto l' angolo* i, *e tale che l' angolo formato da' suoi piani osculatori coi piani tangenti sia* θ, *si possa ridurre a un cerchio di raggio* R, *mediante flessioni della superficie rigata che ne mantengano rettilinee le generatrici, è che il raggio di curvatura* ρ *della* L *si esprima per l' arco per mezzo della relazione* (13).

Supponiamo che la linea data sulla sviluppabile sia una linea di curvatura; allora $i = \frac{\pi}{2}$ e quindi:

$$\frac{1}{\varphi(s)}\frac{f(s)\cos\theta}{\rho} = \frac{d}{ds}\sqrt{1 - \left(\frac{f(s)\cos\theta}{\rho}\right)^2},$$

dalla quale, col porre $x = \frac{f(s)\cos\theta}{\rho}$, si deduce:

$$x = \operatorname{sen}\left(a - \int \frac{ds}{\varphi(s)}\right).$$

Questa, avendo presente il valore di x, dà:

$$\cos\theta = \frac{\rho}{f(s)} \operatorname{sen}\left\{a - \int \frac{ds}{\varphi(s)}\right\} \tag{14}$$

e quindi *onde far passare per una linea* L, *di cui* ρ *è il raggio di curvatura, una sviluppabile avente* L *per linea di curvatura e tale che, colla flessione della superficie, la* L *divenga una linea assegnata* $L_1[\rho_1 = f(s), r_1 = \varphi(s)]$, *basta per i punti di* L, *e nei piani normali, condurre delle rette inclinate sulle normali principali di un angolo* θ *dato da* (14).

§ 4.

Sfera mobile osculatrice di una linea. — Sia L una curva qualunque, L_1 una geodetica della sua sviluppabile osculatrice e L_2 una sviluppante qualunque di L_1, e siano A, A_1, A_2 punti corrispondenti di queste linee; chiamiamo H i segmenti AA_1 e T i segmenti A_1A_2.

La tangente ad L_2 in A_2 è parallela alla normale principale di L_1 in A_1, e siccome questa linea è geodetica sulla sviluppabile osculatrice di L sarà la tangente a L_2 normale al piano A_2A_1A, che è il piano osculatore di L in A; dunque L è lo spigolo di regresso della sviluppabile polare di L_2, cioè il luogo dei centri delle sfere osculatrici di L_2. Viceversa se L è il luogo dei centri delle sfere osculatrici di L_2, ogni sviluppata L_1 di L_2 è una geodetica sulla sviluppabile osculatrice di L.

Dunque *la condizione necessaria e sufficiente perchè una sfera mobile rimanga osculatrice a una linea, è che il suo raggio sia costantemente eguale alla distanza fra i punti della linea* L, *percorsa dal centro, e i punti corrispondenti di una sviluppante* L_2, *di una geodetica qualunque* L_1 *della sviluppabile osculatrice di* L.

Fra le coordinate dei punti A, A_1, A_2 sussistono le relazioni:

$$x_1 = x - H\cos\alpha\,, \qquad x_2 = x_1 - (a+s)\cos\alpha_1\,, \qquad \text{ecc.}$$

a essendo una costante arbitraria; di qui si ricava:

$$\frac{dx_1}{ds_1}\frac{ds_1}{ds} = \left(1 - \frac{dH}{ds}\right)\cos\alpha - \frac{H}{\rho}\cos\lambda\,, \qquad \text{ecc.}$$

da cui:

$$\frac{ds_1}{ds} = \sqrt{\left(1 - \frac{dH}{ds}\right)^2 + \frac{H^2}{\rho^2}} \tag{15}$$

ed integrando:

$$s_1 = \int \sqrt{\left(1 - \frac{dH}{ds}\right)^2 + \frac{H^2}{\rho^2}}\, ds\,.$$

Si ottiene dunque:

$$\cos\alpha_1 = \frac{dx_1}{ds_1} = \frac{(1 - H')\cos\alpha - \dfrac{H}{\rho}\cos\lambda}{\sqrt{(1-H')^2 + \dfrac{H^2}{\rho^2}}}\,, \qquad \text{ecc.}$$

e perciò:

$$x_2 = x - \frac{1}{\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2}} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \left[H\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2} + \rho(1-H')\left(a + \int \frac{\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2}}{\rho}\, ds\right)\right]\cos\alpha + \right.$$

$$\left. + H\left(a + \int \frac{\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2}}{\rho}\, ds\right)\cos\lambda \right\}, \quad \text{ecc.}$$

Se dunque indichiamo con R il raggio $AA_2 = \sqrt{\Sigma(x_2 - x)^2}$ della sfera osculatrice di L_2, risulta:

$$R = \frac{1}{\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2}} \cdot \tag{16}$$

$$\cdot \left[\left\{ H\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2} + \rho(1-H')\left(a + \int \frac{\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2}}{\rho}\, ds\right)\right\}^2 + \right.$$

$$\left. + H^2\left(a + \int \frac{\sqrt{H^2 + \rho^2(1-H')^2}}{\rho}\, ds\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Il raggio R è così espresso per ρ (funzione nota dell'arco s) e di H; per risolvere completamente il problema non ci resta quindi che a trovare H espresso per s. A

questo scopo, applicheremo le (1), eguagliando fra loro la prima e la seconda delle espressioni trovate per $\frac{1}{\rho_g}$; tale confronto, colla soppressione della parte comune $\frac{di}{ds}$ ai due membri, dà (facendo uso dei nuovi simboli) :

$$\frac{1}{\rho}\frac{ds}{ds_1} = \frac{\operatorname{sen} i}{H}, \qquad \text{da cui:} \qquad H = \rho \operatorname{sen} i \frac{ds_1}{ds}.$$

Ma siccome L_1 è geodetica della sviluppabile osculatrice di L, sega le generatrici sotto un angolo il cui differenziale è eguale all' angolo di contingenza dello spigolo di regresso ; dunque :

$$di = \frac{ds}{\rho}, \qquad \text{d' onde:} \qquad i = b + \int \frac{ds}{\rho},$$

con b costante arbitraria.

Ricordando quindi la (15), risulta :

$$H = \rho \sqrt{(1 - H')^2 + \frac{H^2}{\rho^2}} \operatorname{sen}\left(b + \int \frac{ds}{\rho}\right),$$

che è la relazione da cui si deve ricavare H; essa può scriversi :

$$H' + H\frac{1}{\rho}\cot\left(b + \int \frac{ds}{\rho}\right) = 1, \tag{17}$$

che è un' equazione differenziale lineare del 1° ordine in H; la sua integrazione porta alla formola :

$$H = \left\{ c + \int e^{\int \frac{1}{\rho}\cot\left(b + \int \frac{ds}{\rho}\right) ds} ds \right\} e^{-\int \frac{1}{\rho}\cot\left(b + \int \frac{ds}{\rho}\right) ds}, \tag{18}$$

con c costante arbitraria.

Abbiamo dunque il teorema *la condizione necessaria e sufficiente perchè una sfera mobile osculi sempre una linea a doppia curvatura, è che il suo raggio si esprima in funzione dell' arco della linea percorsa dal centro mediante la relazione* (16), *in cui* H *è una funzione di* s *data per mezzo della* (18).

Le formole (16), (18) contengono il solo raggio di curvatura ρ di L, e quindi rimangono invariate flettendo in un modo qualunque la sviluppabile osculatrice di L, in modo da conservare rettilinee le generatrici. Dunque *se una sfera mobile, percorrente col suo centro una curva* L, *resta osculatrice a una linea dello spazio, non*

perde tale proprietà se anche, durante il movimento, si cambia la linea L *mediante flessioni della sua sviluppabile osculatrice, fatte in modo da conservare rettilinee le sue generatrici.*

La formola (17) può servire a determinare la curva in cui la distanza H fra i punti di essa e quelli di una geodetica L_1 della sua sviluppabile osculatrice è una data funzione H dell' arco di L.

Se per es. si suppone $H = \text{cost.} = k$, risulta:

$$\rho \operatorname{tang}\left(b + \int \frac{ds}{\rho}\right) = k\,, \qquad \text{da cui si ricava:} \qquad ds = -\frac{k\rho}{k^2 + \rho^2}\, d\rho\,;$$

integrando e risolvendo l' equazione che si ottiene rapporto a ρ, si ha:

$$\rho = \sqrt{h e^{-\frac{2s}{k}} - k^2}\,, \tag{19}$$

con h costante. Questa relazione mostra che la trasformata piana dello spigolo di regresso L della sviluppabile, ottenuta distendendo tale superficie sopra un piano, è una trattrice; ciò poteva prevedersi in causa della condizione $H = \text{costante}$. In questo caso avendosi:

$$\int \frac{\sqrt{H^2 + \rho^2(1 - H')^2}}{\rho}\, ds = \int \frac{\sqrt{k^2 + \rho^2}}{\rho}\, ds = -k \log\left(e^{-\frac{s}{k}}\sqrt{h} + \sqrt{h e^{-\frac{s}{k}} - k^2}\right),$$

la formola che dà R diviene:

$$R = \frac{e^{\frac{s}{k}}}{\sqrt{h}} \cdot \left[\left\{k\sqrt{h}\, e^{-\frac{s}{k}} + \rho\left[a - \log\left(\sqrt{h}\, e^{-\frac{s}{k}} + \sqrt{h e^{-\frac{2s}{k}} - k^2}\right)^k\right]\right\}^2 + \right.$$
$$\left. + k^2\left\{a - \log\left(\sqrt{h}\, e^{-\frac{s}{k}} + \sqrt{h e^{-\frac{s}{k}} - k^2}\right)\right\}^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{20}$$

Perciò *se una curva a doppia curvatura avente per deformata piana la trattrice* (19) *viene percorsa dal centro di una sfera il cui raggio è espresso in funzione dell' arco per mezzo della* (20), *questa sfera rimane in tutte le sue posizioni, osculatrice a una linea.*

§ 5.

Per i punti A di una linea arbitraria L conduciamo delle rette AA_1 situate nei piani normali di questa linea e inclinate sulla normale principale di un angolo variabile i. Sopra queste rette prendiamo un segmento qualunque $AA_1 = T$ a

partire dalla linea L e sia L_1 il luogo dei punti A_1; determiniamo tali segmenti T in modo, che le linee L, L_1 abbiano nei punti corrispondenti le tangenti perpendicolari. Le coordinate x_1, y_1, z_1 di A_1 sono legate alle coordinate x, y, z di A mediante le relazioni:

$$x_1 = x - T(\cos\lambda\cos i + \cos l \operatorname{sen} i)\,, \qquad \text{ecc.}$$

da cui:

$$\frac{dx_1}{ds_1}\frac{ds_1}{ds} = \left(1 - \frac{T\cos i}{\rho}\right)\cos\alpha + \left\{T'\cos i + T(\cos i)' + \frac{T}{r}\operatorname{sen} i\right\}\cos\lambda + \\ + \left\{T'\operatorname{sen} i - \frac{T}{r}\cos i + T(\operatorname{sen} i)'\right\}\cos l\,, \qquad \text{ecc.}$$

Da questa relazione e dalle altre due analoghe relative alle altre coordinate deduciamo:

$$\cos\alpha_1 = \frac{dx_1}{ds_1} = \left[\left(1 - \frac{T}{\rho}\cos i\right)\cos\alpha + \left\{T'\cos i + T(\cos i)' + \frac{T}{r}\operatorname{sen} i\right\}\cos\lambda \right. \\ \left. + \left\{T'\operatorname{sen} i - \frac{T}{r}\cos i + T(\operatorname{sen} i)'\right\}\cos l\right]\cdot\left[\left(1 - \frac{T}{\rho}\cos i\right)^2 + \left\{T'\cos i + T(\cos i)' + \frac{T}{r}\operatorname{sen} i\right\}^2 + \right. \\ \left. + \left\{T'\operatorname{sen} i - \frac{T}{r}\cos i + T(\operatorname{sen} i)'\right\}^2\right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \text{ecc.}$$

Chiamando dunque φ l'angolo formato dalle tangenti alle linee L, L_1 in punti corrispondenti, la condizione $\varphi = \frac{\pi}{2}$ si trova equivalente all'altra:

$$1 - \frac{T}{\rho}\cos i = 0\,, \qquad \text{d'onde:} \qquad T\cos i = \rho\,.$$

Questa relazione fa vedere che se dal centro di curvatura di L eleviamo una perpendicolare al piano osculatore (asse), questa retta incontra la AA_1 precisamente nel punto A_1; dunque *sulla superficie rigata, luogo di un sistema arbitrario di normali a una linea qualunque* L, *vi è sempre una e una sola linea* L_1 *le cui tangenti sono perpendicolari alle tangenti di* L; *questa linea si ottiene intersecando le normali condotte colle rette polari di* L.

In particolare, considerando la superficie rigata luogo delle normali principali di L, avremo per tali rette $i = 0$ e la relazione precedente diviene $T = \rho$. Dunque *sulla superficie rigata, luogo delle normali principali di una linea* L, *vi è una sola linea* L_1 *le cui tangenti sono perpendicolari alle corrispondenti tangenti di* L; *questa linea* L_1 *è il luogo dei centri di curvatura di* L.

Questa proprietà è un' estensione alle linee dello spazio di una proprietà evidente delle linee piane.

Sia L una linea qualunque, L_1 una linea descritta sopra la sviluppabile osculatrice di L ed L_1 la linea che si ottiene conducendo per i vari punti di L_1 delle perpendicolari alle AA_1 poste nei piani osculatori di L e prendendo su di esse dei segmenti T. Troviamo come devono essere legati fra loro i segmenti H, T onde L_2 abbia per linea dei centri di curvatura L_1 e per linea dei centri delle sfere osculatrici L.

Essendo $x_1 = x - H\cos\alpha$, ed essendo le $A_1A_2 = T$ parallele alle normali principali di L, sarà:

$$x_2 = x_1 - T\cos\lambda\ .$$

Dunque:

$$x_1 = x - H\cos\alpha\ , \qquad x_2 = x_1 - T\cos\lambda = x - H\cos\alpha - T\cos\lambda\ , \qquad \text{ecc.}$$

da cui si ricava:

$$\frac{dx_1}{ds_1}\frac{ds_1}{ds} = (1 - H')\cos\alpha - \frac{H}{\rho}\cos\lambda\ ,$$

$$\frac{dx_2}{ds_2}\frac{ds_2}{ds} = \left(1 - H' + \frac{T}{\rho}\right)\cos\alpha - \left(\frac{H}{\rho} + T'\right)\cos\lambda + \frac{T}{r}\cos l\ , \qquad \text{ecc.}$$

Sarà dunque:

$$\cos\alpha_1 = \frac{dx_1}{ds_1} = \frac{(1 - H')\cos\alpha - \dfrac{H}{\rho}\cos\lambda}{\sqrt{(1 - H')^2 + \dfrac{H^2}{\rho^2}}}\ ,$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{dx_2}{ds_2} = \frac{\left(1 - H' + \dfrac{T}{\rho}\right)\cos\alpha - \left(\dfrac{H}{\rho} + T'\right)\cos\lambda + \dfrac{T}{r}\cos l}{\sqrt{\left(1 - H' + \dfrac{T}{\rho}\right)^2 + \left(\dfrac{H}{\rho} + T'\right)^2 + \dfrac{T^2}{r^2}}}\ , \qquad \text{ecc.}$$

e quindi, chiamando φ l' angolo formato dalle tangenti alle linee L_1, L_2 dovrà intanto, per il teorema precedente, essere soddisfatta la condizione $\cos\varphi = 0$, cioè:

$$(1 - H')\left(1 - H' + \frac{T}{\rho}\right) + \frac{H}{\rho}\left(\frac{H}{\rho} + T'\right) = 0\ .$$

Inoltre le rette A_1A_2 sono normali alle tangenti di L_2 quando $\Sigma \cos\lambda \cos\alpha_2 = 0$, cioè quando:

$$\frac{H}{\rho} + T' = 0 .$$

Queste condizioni danno luogo al seguente sistema d' equazioni:

$$(21) \qquad (1 - H')\left(1 - H' + \frac{T}{\rho}\right) = 0 , \qquad \frac{H}{\rho} + T' = 0 ;$$

la prima delle (21) è soddisfatta nei due casi:

$$1 - H' = 0 , \qquad 1 - H' + \frac{T}{\rho} = 0 ,$$

ma il primo di questi può tralasciarsi come privo d' importanza. Infatti da quell' eguaglianza si ricava $H = s +$ costante, la quale esprime che L_1 è una sviluppante di L; la superficie rigata luogo delle rette A_1A_2 è quindi sviluppabile e se L_1 deve essere il luogo dei centri dei cerchi osculatori di L, questa linea deve essere piana; questo caso è da escludersi.

Dunque le (21) si riducono alle due relazioni:

$$(22) \qquad 1 - H' + \frac{T}{\rho} = 0 , \qquad \frac{H}{\rho} + T' = 0 ;$$

se allora chiamiamo ψ l' angolo formato dalle tangenti di L_2 colle binormali di L, si ha:

$$\cos\psi = \Sigma \cos\alpha_2 \cos l = \frac{\frac{T}{r}}{\sqrt{\left(1 - H' + \frac{T}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{H}{\rho} + T'\right)^2 + \frac{T^2}{r^2}}}$$

la quale espressione, in causa delle (22), si riduce a 1. Quando dunque sono soddisfatte le (22), le tangenti di L_2 sono parallele alle binormali di L e quindi le binormali di L_2 sono parallele alle tangenti di L; le curve L_2 e L hanno quindi le normali principali parallele, ma le normali principali di L sono parallele alle rette A_1A_2 quindi le rette A_1A_2 sono le normali principali di L_2. Questa proprietà, unita all' altra che le linee L_2, L_1 sono a tangenti perpendicolari, esprime che L_1 è il luogo dei centri di curvatura di L_2; inoltre i piani determinati dalla

normale principale A_1A_2 e dalla bìnormale di L_2 coincidono coi piani determinati dalla normale principale e dalla tangente di L, cioè L è il luogo dei centri delle sfere osculatrici di L_2.

Perciò *onde* L *sia il luogo dei centri delle sfere osculatrici e* L_1 *il luogo dei centri dei cerchi osculatori di* L_2 *è necessario e sufficiente che i due segmenti* H, T *siano legati fra loro dalle due equazioni lineari:*

$$\frac{dT}{ds} + \frac{H}{\rho} = 0 \; ; \qquad 1 - \frac{dH}{ds} + \frac{T}{\rho} = 0 \; . \tag{23}$$

È manifesto che *l' integrazione del sistema di equazioni* (23) *si riduce all' integrazione dell' equazione lineare del 2° ordine:*

$$\rho^2 \frac{d^2T}{ds^2} + \rho\rho' \frac{dT}{ds} + T + \rho = 0 \; ,$$

dopo di che si ha $H = -\rho \frac{dT}{ds}$; *ovvero si riduce all' integrazione dell' equazione lineare di 2° ordine:*

$$\rho^2 \frac{d^2H}{ds^2} + \rho\rho' \frac{dH}{ds} + H - \rho\rho' = 0 \; ,$$

dopo di che si ha $T = \rho\left(\frac{dH}{ds} - 1\right)$.

Se supponiamo $\rho = \text{costante} = k$, la seconda equazione differenziale del 2° ordine diviene: $k^2 \frac{d^2H}{ds^2} + H = 0$, la quale ha per integrale:

$$H = a \cos \frac{s}{k} + b \operatorname{sen} \frac{s}{k} \; ,$$

con a e b costanti arbitrarie ; avremo dunque:

$$T = -a \operatorname{sen} \frac{s}{k} + b \cos \frac{s}{k} - k$$

e indicando con R_2 il raggio della sfera osculatrice di L_2:

$$R_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + k^2 + 2k\left(a \operatorname{sen} \frac{s}{k} - b \cos \frac{s}{k}\right)} \; .$$

Dunque *quando il raggio di curvatura* ρ *dello spigolo di regresso* L *della superficie polare di una linea* L_2 *è costante* $(=k)$ *il raggio di curvatura* ρ_2 *e il raggio* R_2 *della sfera osculatrice di* L_2 *sono dati in funzione dell' arco* s *di* L, *dalle equazioni:*

$$\rho_2 = T = -a\,\mathrm{sen}\frac{s}{k} + b\cos\frac{s}{k} - k\,, \quad R_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + k^2 + 2k\left(a\,\mathrm{sen}\frac{s}{k} - b\cos\frac{s}{k}\right)}.$$

Non si può avere ρ_2 costante se non quando $a = b = 0$; allora $R_2 =$ costante e $H = 0$, le quali relazioni esprimono un teorema noto.

Se $T = H\,\mathrm{tg}\,\varepsilon$, con ε costante, le (23) divengono:

$$H'\,\mathrm{tang}\,\varepsilon + \frac{H}{\rho} = 0\,, \qquad 1 - H' + \frac{H}{\rho}\,\mathrm{tang}\,\varepsilon = 0\,,$$

dalle quali si deduce:

$$H' = \cos^2\varepsilon\,, \qquad \frac{H}{\rho} = -\,\mathrm{sen}\,\varepsilon\,\cos\varepsilon\,,$$

e quindi:

$$H = a + s\cos^2\varepsilon\,, \qquad \rho = -\left(\frac{a}{\mathrm{sen}\,\varepsilon\,\cos\varepsilon} + s\cot\varepsilon\right).$$

Risulta allora:

$$T = H\,\mathrm{tg}\,\varepsilon = a\,\mathrm{tg}\,\varepsilon + s\,\mathrm{sen}\,\varepsilon\,\cos\varepsilon\,, \qquad R_2 = \sqrt{H^2 + T^2} = (a + s\cos^2\varepsilon)\cos\varepsilon$$

e quindi *se il triangolo avente per vertici i punti di una curva* L_2 *e i punti corrispondenti della linea* L_1 *de' suoi centri di curvatura e della linea* L *dei centri delle sue sfere osculatrici è sempre simile a sè medesimo, il raggio di curvatura* ρ *di* L, *il raggio di curvatura* T *e il raggio della sfera osculatrice* R_2 *di* L_2 *e la distanza* H *dei centri di curvatura ai centri delle sfere osculatrici di* L *sono quattro funzioni lineari dell' arco* s *di* L.

Supponiamo $\frac{T}{\rho} =$ costante $= k$; essendo in questo caso $\frac{dH}{ds} = 1 + k$, in causa della seconda (23), avremo:

$$H = (1 + k)s + a\,.$$

Dunque *quando il raggio di curvatura di una linea* L_2 *è proporzionale al raggio di curvatura dello spigolo di regresso* L *della sua sviluppabile polare, la distanza dei centri dei cerchi osculatori ai centri delle sfere osculatrici di* L_2 *è una funzione lineare dell' arco di* L, *e viceversa.*

Facendo uso dei valori precedenti di H e di $\frac{T}{\rho}$, le (23) danno:

$$T = \sqrt{b - 2aks - k(1+k)s^2}\,, \qquad \rho = \frac{T}{k} = \sqrt{\frac{b}{k^2} - \frac{2a}{k}s - \frac{1+k}{k}s^2}\,;$$

considerando quest' ultima relazione come l' equazione intrinseca di una linea piana, si scorge che questa è un' ipocicloide per qualunque valore positivo di k ed è una sviluppante di cerchio per $k = -1$. Dunque *se il rapporto del raggio di curvatura di una linea* L_2 *al raggio di curvatura dello spigolo di regresso* L *della sua sviluppabile polare è una costante positiva, ovvero è l' unità negativa, la curva piana in cui si trasforma* L, *quando la sua sviluppabile osculatrice si distende sopra un piano, è rispettivamente una ipocicloide o una sviluppante di cerchio.*

Il teorema dimostrato al principio di questo § conduce a una notevole proprietà delle superficie rigate. Sulla superficie rigata, avente la curva L per trajettoria ortogonale delle generatrici, esiste una linea L_1 avente le tangenti perpendicolari a quelle di L; la distanza T fra i punti corrispondenti di L e L_1 è $T = \frac{\rho}{\cos i}$. Se dunque anche L_1 è trajettoria ortogonale delle generatrici rettilinee, si deve avere:

$$\frac{\rho}{\cos i} = \text{cost.}$$

Ora $\frac{\rho}{\cos i}$ è il raggio di curvatura che acquista L quando si riduca la superficie rigata, con flessioni che la mantengano tale, ad avere per generatrici le normali principali della deformata di L (*); dunque *se sopra una superficie rigata vi sono due trajettorie ortogonali* L, L_1 *delle generatrici, le cui tangenti in punti corrispondenti siano perpendicolari, quando la superficie rigata si riduca, con flessioni che la mantengano tale, ad avere per generatrici o le normali principali di* L *o quelle di* L_1 *(cosa sempre possibile) la linea* L *o la* L_1 *rispettivamente acquista un raggio di curvatura costante ed eguale alla distanza fra i punti corrispondenti delle due trajettorie delle generatrici.*

Quando sia avvenuta la deformazione della superficie rigata che la riduca ad avere per generatrici le normali principali della deformata di L, allora L_1 viene ad essere il luogo dei centri di curvatura di L; dunque *se sopra una superficie rigata vi sono due linee* L, L_1 *trajettorie ortogonali delle generatrici le cui tangenti siano perpendicolari, allorchè con flessioni la superficie rigata è ridotta ad avere per generatrici le normali principali della deformata di una di esse, l' altra diviene il luogo dei centri di curvatura della prima.*

(*) Sulle superficie rigate. *Giornale di Battaglini.* 1887.

Supponiamo ora che L sia una linea a curvatura costante e sia L_1 il luogo de' suoi centri di curvatura; si deformi la superficie rigata delle normali principali di L e si chiami ρ il raggio di curvatura che acquista L dopo la deformazione e i l' angolo che le normali principali della deformata di L fanno colle generatrici; se $\frac{1}{k}$ è la curvatura costante di L prima della deformazione, si avrà:

$$k = \frac{\rho}{\cos i} = T .$$

La relazione $T \cos i = k$ dimostra che le deformate di L e di L_1 hanno le tangenti perpendicolari; dunque *deformando la superficie delle normali principali di una curva* L *a curvatura costante, questa linea e il luogo* L_1 *de' suoi centri di curvatura sulla superficie deformata hanno le tangenti corrispondenti perpendicolari fra loro.*

§ 6.

Come una superficie rigata non è sempre un inviluppo di piani, così pure una superficie luogo di un circolo non è sempre un inviluppo di sfere; vediamo quando abbia luogo tale proprietà.

Per questo, consideriamo una superficie inviluppo di una sfera di raggio R che percorre col suo centro una curva L_1 e siano A e B due punti consecutivi di L_1. Le sfere di centri A e B determinano una sezione circolare, di cui il centro C è posto sulla tangente in A alla L_1; sia R_0 il raggio di questo cerchio, H la distanza AC ed M un punto qualunque di tale cerchio. Il triangolo ABM ci dà:

$$\cos(\widehat{MAB}) = \frac{\overline{AM}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{MB}^2}{2AM \cdot AB} ,$$

e poichè $AM = R$, $MB = R + dR$, $AB = ds_1$, sarà:

$$\cos(\widehat{MAB}) = \frac{1}{2R}\left(1 + \frac{dR}{ds_1}\right)(ds_1 - dR) - \frac{dR}{ds_1}$$

e trascurando le parti infinitesime al secondo membro, si ha:

$$\cos(\widehat{MAB}) = -\frac{dR}{ds_1} ,$$

e siccome:

$$R_0 = R \operatorname{sen}(\pi - \widehat{MAB}) , \qquad H = R \cos(\pi - \widehat{MAB}) ,$$

si avrà:

$$(25) \qquad R_0 = R\sqrt{1 - \left(\frac{dR}{ds_1}\right)^2} , \qquad H = R\frac{dR}{ds_1} .$$

Quest' ultima formola, con un' integrazione, ci dà l' espressione di R, dopo di che la prima delle precedenti dà tosto R_0; si ottiene così:

$$(26) \qquad R = \sqrt{a + 2\int H ds_1} , \qquad R_0 = \sqrt{a + 2\int H ds_1 - H^2} ,$$

nelle quali, giova ricordarlo, s_1 è l' arco della linea percorsa dal centro della sfera mobile.

Per esprimere dunque R_0 e R in funzione dell' arco s della linea percorsa dal centro del cerchio mobile, bisogna trovare H e s_1 espresse in funzione di s.

Dalle formole (1) ricaviamo:

$$H = \frac{\operatorname{sen} i}{\frac{1}{\rho_g} - \frac{di}{ds}}$$

e siccome $\frac{1}{\rho_g} = \frac{\cos\theta}{\rho}$, essendo θ l' angolo definito dalla relazione (2), sarà:

$$(27) \qquad H = \frac{\operatorname{sen} i}{\frac{\cos\theta}{\rho} - \frac{di}{ds}} .$$

Ora i e ρ sono noti in funzione di s; di più θ è definito in funzione di s dalla (2), quindi colla (27) abbiamo completamente determinato H per s. Per esprimere s_1, si osservi che al § 1 abbiamo trovato:

$$BP = dH + ds_0 , \qquad \text{d' onde:} \qquad ds_1 = BP - dH$$

e siccome $BP = ds \cos i$, si avrà:

$$(28) \qquad ds_1 = \left(\cos i - \frac{dH}{ds}\right) ds$$

che, per mezzo di (27), esprime s_1 per s.

Abbiamo dunque il teorema *onde un cerchio mobile generi una superficie inviluppo di una sfera, è necessario e sufficiente che la sua posizione, rispetto alle direzioni principali della linea* L *percorsa dal suo centro, sia definita dagli angoli* i, i_1, i_2 *dati dalle* (3) *e che il suo raggio* R_0 *sia dato dalla seconda delle* (26), *essendo* H *e* s_1 *definiti rispettivamente dalle* (27), (28) *e* θ *rappresentando una funzione di* s *data dall' equazione differenziale* (2). *Soddisfatte tali condizioni, la superficie luogo del circolo è l' inviluppo di una sfera, che col centro percorre la curva* L_1 *spigolo di regresso della sviluppabile luogo delle normali ai cerchi condotte nei centri rispettivi, mentre che il suo raggio si esprime per mezzo della prima delle* (26).

Il problema generale risoluto, che, come si è detto, ha il suo analogo nelle superficie rigate, è ridotto alla ricerca di un integrale particolare dell' equazione differenziale (2).

Le considerazioni ora svolte permettono di dire *la condizione necessaria e sufficiente onde un cerchio mobile descriva un inviluppo di sfere è che le normali ai piani dei cerchi condotte nel loro centro formino una sviluppabile, e che il raggio* R_0 *sia dato dalla relazione* $R_0 = \sqrt{k + 2\int H ds_1 - H^2}$, *essendo* k *una costante,* H *la distanza fra i punti corrispondenti della curva* L *percorsa dal centro del cerchio e della curva* L_1 *percorsa dal centro della sfera, e* s_1 *l' arco di* L_1. *La superficie è allora anche l' inviluppo di una sfera che col suo centro percorre la curva* L_1 *e il suo raggio è* $R = \sqrt{k + 2\int H ds_1}$.

Questo teorema, quantunque meno completo del precedente, può essergli preferibile in molti casi; con esso, tutte le volte che una superficie rigata ottenuta con particolari costruzioni sia sviluppabile, si può dedurre che un' altra superficie luogo di un circolo è un inviluppo di sfere. Per dare un esempio di questa mutua dipendenza dei due problemi, supponiamo che un cerchio mobile si mantenga sempre nei piani osculatori o nei piani rettificanti o nei piani normali di una linea L, e vediamo di determinare le leggi più generali del suo movimento e della sua variazione onde generi un inviluppo di sfere.

I. Caso - **Il cerchio mobile si trova sempre nei piani osculatori.** — Si è già determinato al § 2 in quali condizioni le perpendicolari ai piani osculatori di una linea formano una sviluppabile; la distanza H fra i punti di L_1 e quelli dello spigolo di regresso L_0 della sviluppabile formata è:

$$H = -\frac{P}{Q} = -r\left\{T'\cos\theta + T\left(\frac{1}{\rho} - \theta'\right)\operatorname{sen}\theta\right\} \tag{29}$$

e i punti di L_0 hanno per coordinate:

$$x_0 = x + T(\cos\alpha\operatorname{sen}\theta + \cos\lambda\cos\theta) + H\cos l\,, \qquad \text{ecc.}$$

da cui si ricava facilmente:

$$(30)\qquad ds_0 = \left[\left\{1+T'\operatorname{sen}\theta+T\left(\theta'-\frac{1}{\rho}\right)\cos\theta\right\}^2+\left\{\frac{H}{r}+T'\cos\theta-T\left(\theta'-\frac{1}{\rho}\right)\operatorname{sen}\theta\right\}^2+\right.$$
$$\left.+\left(H'-\frac{T}{r}\cos\theta\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} ds\,.$$

II. Caso - **Il cerchio mobile si trova sempre nei piani rettificanti.** — Applicando le formole ottenute al § 2, caso II, si ha:

$$(31)\qquad H=-\frac{P}{Q}=\frac{\frac{1}{\rho}(1+T'\cos\theta-T\operatorname{sen}\theta\,\theta')+\frac{1}{r}(T'\operatorname{sen}\theta+T\cos\theta\,\theta')}{\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{r^2}}$$

e nel caso presente:

$$x_0 = x + T(\cos\alpha\cos\theta+\cos l\operatorname{sen}\theta)+H\cos\lambda\,,\qquad \text{ecc.}$$

le quali ci danno:

$$(32)\qquad ds_0=\sqrt{\left\{1-\frac{H}{\rho}+(T\cos\theta)'\right\}^2+\left\{H'+T\left(\frac{\cos\theta}{\rho}+\frac{\operatorname{sen}\theta}{r}\right)\right\}^2+\left\{-\frac{H}{r}+(T\operatorname{sen}\theta)'\right\}^2}\,ds\,.$$

III. Caso - **Il cerchio mobile si trova sempre nei piani normali.** — Applicando le formole ottenute al § 2, caso III, abbiamo:

$$(33)\qquad H=-\frac{P}{Q}=-\rho\left\{T'\operatorname{sen}\theta+T\left(\frac{1}{r}+\theta'\right)\cos\theta\right\}$$

e siccome ora:

$$x_0 = x + T(\cos l\cos\theta+\cos\lambda\operatorname{sen}\theta)+H\cos\alpha\,,\qquad \text{ecc.}$$

risulta:

$$(34)\quad ds_0=\sqrt{\left(1+H'-\frac{T}{\rho}\right)^2+\left\{\frac{H}{\rho}+\frac{T}{r}\cos\theta+(T\operatorname{sen}\theta)'\right\}^2+\left\{-\frac{T}{r}\operatorname{sen}\theta+(T\cos\theta)'\right\}^2}\,ds\,.$$

Dunque *per far sì che la superficie generata da un cerchio, che nel muoversi si mantiene sempre nei piani osculatori, o nei piani rettificanti, o nei piani normali di una curva* L, *sia un inviluppo di sfere:*

1.° deve percorrere col suo centro la curva L_1 *che si ottiene conducendo nei vari punti di* L *e nei piani suddetti delle rette inclinate di un angolo* θ *arbitrario sulle*

normali principali, o sulle tangenti, o sulle binormali, e staccando su di esse dei segmenti T dati rispettivamente dalle (8), (9), (10).

2°. deve variare il suo raggio secondo la legge $R_0 = \sqrt{k + 2\int H ds_0 - H^2}$, *essendo* H *dato rispettivamente dalle* (29), (31), (33) *e* ds_0 *rispettivamente dalle* (30), (32), (34).

La superficie che si genera è l' inviluppo di una sfera la quale:

1.° percorre col suo centro la curva L_0 *che si ottiene conducendo dai vari punti di* L_1 *delle rette rispettivamente parallele alle binormali, alle normali principali, alle tangenti di* L *e staccando su di esse dei segmenti dati da* H.

2.° varia il suo raggio R *secondo la legge espressa dalla formola* $R = \sqrt{k + 2\int H ds_0}$.

§ 7.

Prima di esporre una notevole proprietà di una particolare superficie generata da un circolo mobile, dimostriamo un teorema sulla spirale logaritmica. Sia L una di tali curve, per i cui punti condurremo delle rette inclinate alla linea di un angolo costante i, prendendo su di esse delle distanze as proporzionali all'arco di L; si ha una curva L_1 di cui i punti hanno le coordinate:

$$x_1 = x + as(\cos\alpha \cos i + \cos\lambda \operatorname{sen} i), \quad y_1 = y + as(\cos\beta \cos i + \cos\mu \operatorname{sen} i),$$

dalle quali, col notare che nella spirale logaritmica il raggio di curvatura è dato dalla relazione $\rho = ks$ con k costante, si ottiene:

$$\frac{dx_1}{ds_1} = \frac{1}{m}\left\{\left(1 + a\cos i - \frac{a}{k}\operatorname{sen} i\right)\cos\alpha + \left(a\operatorname{sen} i + \frac{a}{k}\cos i\right)\cos\lambda\right\},$$

$$\frac{dy_1}{ds_1} = m\left\{\left(1 + a\cos i - \frac{a}{k}\operatorname{sen} i\right)\cos\beta + \left(a\operatorname{sen} i + \frac{a}{k}\cos i\right)\cos\mu\right\},$$

dove si è posto per brevità:

$$m = \sqrt{\left(1 + a\cos i - \frac{a}{k}\operatorname{sen} i\right)^2 + \left(a\operatorname{sen} i + \frac{a}{k}\cos i\right)^2}$$

Si deduce dalle precedenti:

$$\frac{d^2x_1}{ds_1^2} = \frac{1}{m^2}\frac{1}{ks}\left\{\left(1 + a\cos i - \frac{a}{k}\operatorname{sen} i\right)\cos\lambda - \left(a\operatorname{sen} i + \frac{a}{k}\cos i\right)\cos\alpha\right\},$$

$$\frac{d^2y_1}{ds_1^2} = \frac{1}{m^2}\frac{1}{ks}\left\{\left(1 + a\cos i - \frac{a}{k}\operatorname{sen} i\right)\cos\mu - \left(a\operatorname{sen} i + \frac{a}{k}\cos i\right)\cos\beta\right\}$$

e quindi.

$$\frac{1}{\rho_1^2} = \left(\frac{d^2x_1}{ds_1^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2x_1}{ds_1^2}\right)^2 = \frac{1}{m^2k^2s^2} .$$

Abbiamo dunque $\rho_1 = mks = ks_1$, ciò che dimostra il teorema: *se per i punti di una spirale logaritmica si conducono delle rette inclinate sulla curva di un angolo costante e se sulle medesime si prendono dei segmenti proporzionali all' arco della curva contato dal polo, il luogo delle estremità è una spirale logaritmica identica alla data e avente lo stesso polo.*

Ciò posto, consideriamo la superficie luogo di un cerchio mobile che percorre col centro una linea qualunque L restando sempre col suo piano normale alla medesima, e mettiamo la condizione che questi cerchi e le loro trajettorie ortogonali costituiscano un doppio sistema di linee isoterme. Se R è il raggio del cerchio e $\vec{\varphi}$ (funzione di s e di un altro parametro v indipendente da s) è l' angolo che un suo raggio qualunque fa colla normale principale di L, le coordinate d' un punto qualunque del cerchio, riferito alla tangente, alla normale principale e alla binormale di L, sono:

$$\xi = 0 , \qquad \eta = R\cos\vec{\varphi} , \qquad \zeta = R\operatorname{sen}\vec{\varphi} .$$

Se dunque x, y, z sono le coordinate di un punto qualunque di L, e X, Y, Z le coordinate un punto qualunque della superficie generata dal cerchio, sarà:

$$X = x + R(\cos\lambda\cos\vec{\varphi} + \cos l\operatorname{sen}\vec{\varphi}) , \qquad \text{ecc.}$$

d' onde è facile ricavare:

$$\frac{\partial X}{\partial s} = \left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\vec{\varphi}\right)\cos\alpha + \left\{R'\cos\vec{\varphi} - R\operatorname{sen}\vec{\varphi}\frac{d\vec{\varphi}}{ds} + \frac{R}{r}\operatorname{sen}\vec{\varphi}\right\}\cos\lambda + \\ + \left\{R'\operatorname{sen}\vec{\varphi} + R\cos\vec{\varphi}\frac{d\vec{\varphi}}{ds} - \frac{R}{r}\cos\vec{\varphi}\right\}\cos l$$

$$\frac{\partial X}{\partial v} = R\left\{-\operatorname{sen}\vec{\varphi}\cos\lambda + \cos\vec{\varphi}\cos l\right\}\frac{d\vec{\varphi}}{dv} , \qquad \text{ecc.}$$

Queste ci danno:

$$F = \Sigma\frac{\partial X}{\partial s}\frac{\partial X}{\partial v} = R^2\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial s} - \frac{1}{r}\right)\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} ,$$

la quale, col mettere la condizione che le linee $v = \text{cost.}$, $s = \text{cost.}$ siano orto-

gonali, dà:

$$\vec{\varphi} = v + \int \frac{ds}{r},$$

avendo sostituito con v la funzione arbitraria di v che sarebbe venuta dall' integrazione, il che non nuoce, come è noto, alla generalità; tenendo conto di questa condizione, si ricava facilmente:

$$E = \Sigma \left(\frac{\partial X}{\partial s}\right)^2 = \left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\vec{\varphi}\right)^2 + R'^2, \qquad G = \Sigma \left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2 = R^2.$$

Ora, la condizione esprimente che le linee coordinate $s = \text{cost.}$, sono isoterme essendo:

$$\frac{E}{G} = \frac{f(s)}{\theta(v)},$$

dove $f(s)$ è una funzione di s e $\theta(v)$ di v, questa diviene:

$$\frac{\left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\vec{\varphi}\right)^2 + R'^2}{R^2} = \frac{f(s)}{\theta(v)},$$

d' onde:

$$\log\left\{\left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\vec{\varphi}\right)^2 + R'^2\right\} - \log R^2 = \log f(s) - \log\theta(v)$$

e derivando rapporto a v:

$$\frac{2\left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\vec{\varphi}\right)\frac{R}{\rho}\operatorname{sen}\vec{\varphi}\,\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}}{\left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\vec{\varphi}\right)^2 + R'^2} = \text{funzione di } v.$$

E perchè questa condizione sia soddisfatta, si richiede che si abbia:

$$R' = a, \qquad \frac{R}{\rho} = \frac{1}{c}, \qquad \cos\vec{\varphi} = \cos\left(v + \int\frac{ds}{r}\right) = \text{funzione di } v,$$

essendo a e c costanti; le precedenti condizioni danno:

$$R = as + b, \qquad \rho = c(as + b), \qquad \frac{1}{r} = 0$$

le quali fanno vedere che la linea L è una spirale logaritmica e che il raggio della sfera varia proporzionalmente all' arco di questa linea contato dal polo.

Ora supponiamo che la linea percorsa dal centro del cerchio sia piana, ma lasciamone indeterminata la natura; mettiamo la condizione che le linee $v = \text{cost.}$ siano eliche poste sopra cilindri colle generatrici parallele all' asse delle z. Tale condizione è così espressa:

$$\frac{1}{\sqrt{E}} \frac{\partial Z}{\partial v} = \frac{1}{\varphi(v)},$$

essendo $\varphi(v)$ una funzione di v; questa condizione può scriversi:

$$\frac{\frac{dR}{ds} \operatorname{sen} v}{\sqrt{\left(1 - \frac{R}{\rho} \cos v\right)^2 + \left(\frac{dR}{ds}\right)^2}} = \frac{1}{\varphi(v)},$$

da cui:

$$\frac{1 - \frac{R}{\rho} \cos v}{\frac{dR}{ds}} = \sqrt{\varphi^2 \operatorname{sen}^2 v - 1} = \text{funzione di } v .$$

Si deve dunque avere:

$$\frac{d}{ds}\left[\frac{1 - \frac{R}{\rho}}{\frac{dR}{ds}}\right] = 0 , \qquad \text{d' onde:} \qquad \left\{\frac{R}{\rho}\frac{d^2R}{ds^2} - \frac{dR}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{R}{\rho}\right)\right\} \cos v = \frac{d^2R}{ds^2}$$

e perchè quest' eguaglianza sia verificata per qualunque valore di v è necessario e sufficiente che:

$$\frac{d^2R}{ds^2} = 0 , \qquad \frac{dR}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{R}{\rho}\right) = 0 .$$

La 1ª relazione ci dà $R = as + b$, con a e b costanti; la seconda diviene allora:

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{as + b}{\rho}\right) = 0 , \qquad \text{ciò che offre:} \qquad \rho = c(as + b) ,$$

con c costante; queste eguaglianze coincidono con quelle trovate nel caso precedente.

Considerando poi l' elica che corrisponde al valore k di v, la sezione retta L_1 del cilindro che la contiene è il luogo delle estremità dei segmenti $=(as+b)\cos k$ presi sulle normali alla spirale; la curva L_1 è dunque, per il teorema precedente, una spirale logaritmica eguale a L. Abbiamo così il notevole teorema: *Sulla superficie generata da un cerchio che percorre col suo centro una curva* L *restando sempre normale col suo piano alla linea, i cerchi nelle varie posizioni e le loro trajettorie ortogonali* Lv *costituiscono un doppio sistema di linee isoterme nel solo caso che la curva* L, *percorsa dal centro, sia una spirale logaritmica e che il raggio varii proporzionalmente all' arco della spirale contato dal polo. Solamente in questo caso avviene che, essendo piana la linea percorsa dal centro del cerchio, le linee* Lv *trajettorie ortogonali dei cerchi siano eliche poste sopra cilindri colle generatrici perpendicolari al piano della spirale* L; *queste eliche sono per di più cilindro-coniche e le sezioni rette dei loro cilindri sono spirali logaritmiche eguali a quella percorsa dal centro del cerchio, ed hanno tutte il medesimo polo.*

Consideriamo ora la superficie inviluppo di una sfera che percorre col centro una spirale logaritmica e di cui il raggio varia proporzionalmente all' arco di questa, contato dal polo.

Siccome in questo caso $R=as$, la 2ª delle (25) dà $H=R\frac{dR}{ds}=a^2s$; la linea L_1 si ottiene dunque staccando sulle tangenti della spirale L dei segmenti proporzionali all' arco e quindi L_1 è una curva eguale a L e collo stesso polo. La 1ª delle (25) dà $R_0=R\sqrt{1-\left(\frac{dR}{ds}\right)^2}=a\sqrt{1-a^2}\,s$, e quindi il raggio R_0 del cerchio, intersezione delle coppie di sfere consecutive, è proporzionale all' arco di L e conseguentemente all' arco di L_1.

Sia O il polo comune delle spirali L, L_1, A e A_1 due punti corrispondenti di queste curve, A_1T la tangente a L_1 in A_1 e A_1P la perpendicolare alla A_1A in A_1; il triangolo OAA_1 è in ogni sua posizione simile a sè stesso, poichè i suoi lati sono proporzionali all' arco di L o di L_1. Ora si ha:

$$PA_1T=TA_1A-PA_1A=TA_1O+OA_1A-PA_1A=i_1+OA_1A-\frac{\pi}{2},$$

essendo i l' inclinazione dei raggi vettori sulla L_1, e siccome i_1 e OA_1A sono costanti, sarà pure PA_1T costante.

Chiamando i quest' angolo, le coordinate d' un punto qualunque della superficie possono scriversi:

$$X=x-R_0(\operatorname{sen} i\cos\alpha-\cos i\cos\lambda)\cos v,$$

$$Y=y-R_0(\operatorname{sen} i\cos\beta-\cos i\cos\mu)\cos v,$$

$$Z=R_0\operatorname{sen} v,$$

essendo v l' angolo che un raggio variabile del cerchio fa colla normale principale di L; allora, notando che $\frac{dR_0}{ds}$, $\frac{R_0}{\rho}$, i sono costanti, si deduce:

$$E = \Sigma\left(\frac{\partial X}{\partial s}\right)^2 = 1 + a^2\cos^2 v + 2b\cos v\ ;$$

$$F = \Sigma\frac{\partial X}{\partial s}\frac{\partial X}{\partial v} = R_0(\operatorname{sen} i - R_0'\cos v)\operatorname{sen} v\ ;$$

$$G = \Sigma\left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2 = R_0^{\,2}\ ,$$

essendo a e b costanti. Si deduce allora:

$$\cos(s, v) = \frac{F}{\sqrt{EG}} = \frac{(\operatorname{sen} i - R_0'\cos v)\operatorname{sen} v}{\sqrt{1 + a^2\cos^2 v + 2b\cos v}} = \text{funzione di } v\ ,$$

ciò che dimostra che le linee $v =$ cost. sono trajettorie isogonali dei cerchi $s =$ cost. Se θ è l' angolo formato dalle tangenti alle $v =$ cost. coll' asse delle z, abbiamo:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial Z}{\partial s} = \frac{R_0'\operatorname{sen} v}{\sqrt{1 + a^2\cos^2 v + 2b\cos v}} = \text{funzione di } v$$

e quindi le linee $v =$ cost. sono eliche tracciate sopra cilindri colle generatrici parallele all' asse delle z.

Se L_0 è la sezione retta del cilindro che contiene una delle linee v, la linea L_0 si ottiene dalla spirale L conducendo per i punti di L delle rette inclinate sulla linea di un angolo costante i e prendendo su di esse delle distanze proporzionali all' arco di L; la L_0 è dunque una spirale logaritmica eguale alle L, L_1. Si ha così il teorema generale: *la superficie inviluppo di una sfera il cui centro percorre una spirale logaritmica* L *mentre che il raggio varia proporzionalmente al suo arco contato dal polo, si può considerare come il luogo di un cerchio di cui il centro percorre una spirale logaritmica* L_1 *eguale ad* L *e avente lo stesso polo, e il cui piano (perpendicolare a quello delle curve* L, L_1*) fa un angolo costante colle tangenti di* L_1*, mentre che il suo raggio varia proporzionalmente all' arco di* L_1 *contato dal polo. Sopra tale superficie esiste un sistema di eliche cilindro-coniche poste sopra cilindri le cui generatrici sono perpendicolari al piano delle* L, L_1 *e le cui sezioni rette sono spirali logaritmiche eguali alle* L, L_1. *Tali eliche sono trajettorie isogonali delle linee di curvatura e le rette che uniscono i punti di queste eliche coi centri dei cerchi generatori corrispondenti sono inclinate sul piano delle* L, L_1 *di un angolo, che è costante per ciascuna di tali eliche.*

§ 8.

Consideriamo una linea a doppia curvatura L e il cerchio osculatore in A; se O è il centro di curvatura di L e OB l'asse del cerchio osculatore, ogni cono avente il vertice su questa retta e per base il cerchio osculatore ha 3 punti consecutivi sulla linea. Fra questi coni quello che risulta tangente alla sfera osculatrice ha quattro punti consecutivi sulla linea e lo chiameremo cono osculatore; si noti però che esso è, fra i coni considerati, quello che ha colla linea un contatto più forte, ma non è veramente il cono circolare osculatore di L, poichè per essere tale bisognerebbe che avesse 6 punti consecutivi comuni. Determiniamo quel cono.

Se P è il centro della sfera osculatrice, si ha:

$$PA = \sqrt{\rho^2 + r^2\left(\frac{d\rho}{ds}\right)^2}, \qquad OA = \rho\,, \qquad OP = \sqrt{\overline{PA}^2 - \overline{OA}^2} = r\frac{d\rho}{ds}\,,$$

$$CO = \frac{\overline{OA}^2}{OP} = \frac{\rho^2}{r\dfrac{d\rho}{ds}}\,;$$

e se θ è il semiangolo al vertice del cono, sarà:

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{OA}{OC} = \frac{r}{\rho}\frac{d\rho}{ds}\,.$$

Si ha dunque il teorema: *in una linea a doppia curvatura si ottiene il luogo dei vertici dei coni osculatori prendendo sugli assi dei cerchi osculatori, partendo dal centro di curvatura, dei segmenti* $\mathrm{H} = \dfrac{\rho^2}{\mathrm{r}\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{ds}}}$ *; il semiangolo al vertice di questi coni è dato dalla relazione:* $\operatorname{tang}\theta = \dfrac{\mathrm{r}}{\rho}\dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{ds}}$.

Ora osserviamo che le coordinate del centro di curvatura di L nel punto (x, y, z) sono:

$$x_1 = x + \rho\cos\lambda\,, \quad \text{ecc.} \qquad \text{d' onde:} \qquad \cos\alpha_1 = \frac{\rho'\cos\lambda - \dfrac{\rho}{r}\cos l}{\sqrt{\rho'^2 + \dfrac{\rho^2}{r^2}}}\,, \quad \text{ecc.}$$

$\cos\alpha_1$, $\cos\beta_1$, $\cos\gamma_1$ riferendosi alla linea dei centri di curvatura L_1; se dunque ω è l' angolo formato dalla tangente a L_1 colle generatrici della sviluppabile polare di L, si ha:

$$\cos\omega = \Sigma \cos\alpha_1 \cos l = -\frac{1}{\sqrt{\rho'^2 + \frac{\rho^2}{r^2}}}\frac{\rho}{r} = -\cos\theta\ .$$

Dunque *il semiangolo al vertice del cono osculatore di una linea* L *in un punto, è supplementare dell' angolo sotto il quale il luogo dei centri di curvatura di quella linea sega la generatrice corrispondente della sviluppabile polare.*

Quando $\rho =$ costante, $H = \infty$ e quindi *nelle linee a curvatura costante i coni osculatori degenerano in cilindri.*

Se $H =$ cost. $= k$, si ha:

$$\rho^2 = kr\frac{d\rho}{ds}\ , \tag{35}$$

la quale, coll' integrazione, offre: $\frac{1}{\rho} = a - \frac{1}{k}\int\frac{ds}{r}$; dunque *perchè i vertici dei coni osculatori di una linea si trovino a una distanza costante* k *dai centri di curvatura, è necessario e sufficiente che i raggi* ρ *e* r *della linea verifichino la relazione:* $\frac{1}{\rho} = \mathrm{a} - \frac{1}{\mathrm{k}}\int\frac{\mathrm{ds}}{\mathrm{r}}$.

Se la linea data è un' elica segante le generetrici del cilindro sotto l' angolo i, si ha $\operatorname{tang} i = \frac{r}{\rho}$ e la (35) diviene:

$$\rho = k\operatorname{tang} i\frac{d\rho}{ds}\ , \qquad \text{d' onde:} \qquad \rho = a\,e^{\frac{\cot i}{k}s}\ .$$

Ponendo la condizione $\theta =$ cost., si ha $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{ds} = \operatorname{tang}\theta\frac{1}{r}$, d' onde integrando:

$$\rho = a\,e^{\operatorname{tang}\theta\int\frac{ds}{r}}\ . \tag{36}$$

Dunque *le linee i cui coni osculatori sono eguali fra loro sono caratterizzate dalla relazione* (36).

Se poi la linea data è un'elica, $\frac{1}{r} = \frac{\cot i}{\rho}$ e conseguentemente: $\frac{d\rho}{ds} = \operatorname{tang}\theta\cot i$, d' onde:

$$\rho = \operatorname{tang}\theta\cot i\, s + \text{cost.}\ ,$$

e quindi *fra le eliche, le sole cilindro-coniche hanno tutti i coni osculatori eguali tra loro.*

Se L_1 è il luogo dei vertici dei coni osculatori di L, le coordinate x_1, y_1, z_1 di un punto qualunque di L_1 sono:

$$x_1 = x + \rho \cos\lambda + \frac{\rho^2}{r\rho'} \cos l\,, \qquad \text{ecc.}$$

da cui:

$$\cos\alpha_1 = \frac{dx_1}{ds_1} = \frac{\left(\rho' + \frac{\rho^2}{r^2\rho'}\right)\cos\lambda - \left\{\frac{\rho}{r} - \left(\frac{\rho^2}{r\rho'}\right)'\right\}\cos l}{\sqrt{\left(\rho' - \frac{\rho^2}{r^2\rho'}\right)^2 + \left\{\frac{\rho}{r} - \left(\frac{\rho^2}{r\rho'}\right)'\right\}^2}}\,, \qquad \text{ecc.}$$

Siccome da queste relazioni si deduce $\Sigma \cos\alpha \cos\alpha_1 = 0$, si ha *la linea* L *e il luogo* L_1 *dei vertici dei coni circolari osculatori hanno le tangenti in punti corrispondenti fra loro perpendicolari.*

Se si pone la condizione che la tangente alla L_1 sia parallela alla normale principale di L, si ha:

$$\frac{\rho}{r} = \left(\frac{\rho^2}{r\rho'}\right)'$$

da cui:

$$\frac{\rho}{r} = \left(\frac{\rho}{r}\,\frac{\rho}{\rho'}\right)' = \left(\frac{\rho}{r}\right)'\frac{\rho}{\rho'} + \frac{\rho}{r}\left(\frac{\rho}{\rho'}\right)', \qquad \text{ossia:} \qquad \frac{\rho'}{\rho} = \frac{\left(\frac{\rho}{r}\right)'}{\left(\frac{\rho}{r}\right)} + \frac{\left(\frac{\rho}{\rho'}\right)'}{\left(\frac{\rho}{\rho'}\right)}\,.$$

Integrando:

$$\log\rho = \log\frac{\rho}{r} + \log\frac{\rho}{\rho'} + \log a\,,$$

d' onde:

$$\frac{d\rho}{\rho} = a\,\frac{ds}{r}$$

e con una nuova integrazione:

$$\rho = k\, e^{a\int\frac{ds}{r}}\,.$$

Paragonando questa alla (36), si ha il teorema: *la condizione che i coni osculatori di una linea* L *siano eguali fra loro è equivalente alla condizione che la tangente al luogo dei vertici di questi coni sia parallela alla normale principale di* L.

Si è visto che quando L è un' elica, la (36) è soddisfatta solo per l' elica cilindro-conica; se le generatrici del cilindro su cui è tracciata L sono parallele all' asse delle z, si ha $\cos v = 0$ e quindi $\cos \gamma_1 = 0$, la quale mostra che L_1 è sul piano $z = 0$.

Dunque *il luogo dei vertici dei coni osculatori d' un' elica cilindro-conica è una linea tracciata sopra un piano perpendicolare alle generatrici del cilindro che contiene l' elica data.*

SECONDO METODO ANALITICO

DELLA

DETERMINAZIONE DELL' EQUAZIONE DEL TEMPO

MEMORIA

DEL PROF. ANTONIO SAPORETTI

(Letta nella Sessione del 27 Gennaio 1889).

Nel 26 Aprile 1885 lessi nella R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna (vedi Serie IV, Tomo VI delle Memorie di questa Accademia) una Memoria sull' Astronomia, che porta per titolo „ Metodo analitico della determinazione del Tempo „ con la fiducia che mi fosse dato che almeno dai miei discepoli cotesta mia dimostrazione si tenesse non solamente giusta, ma se non pari alle dimostrazioni sintetiche degli Astronomi che furono e che sono, si avesse veramente per analitica e cioè diretta e naturale e non indovinata come tutte le sintetiche appariscono, al dire anche dello stesso Geometra LEGENDRE.

Se non che due obbiezioni dai miei discepoli, quantunque gentilmente e con affetto, mi si fecero, la prima delle quali forse appare di poco momento, il perchè la giudicarono troppo lunga a fronte delle dimostrazioni sintetiche, sebbene cotesto mio nuovo metodo si riconoscesse razionale, piano, di facile intelligenza e di agevole memoria e fornito di molti esercizî, anche di calcolo differenziale-integrale, tanto necessarî nello apprendimento ed uso delle matematiche discipline.

Quanto all' altra obbiezione intorno all' essere il mio metodo veramente e del tutto analitico, certa cosa è che dessa appare di un qualche peso, perciocchè a scoprire la via, da me percorsa, usai di questo ragionamento: Io dissi: Per iscoprire o meglio per indagare una via diretta od analitica alla soluzione di cotesto problema, io noto, come ognuno evidentemente vede, essere l' aspetto della quistione non altro che un' espressione trigonometrica da integrarsi, appartenente perciò al calcolo inverso del differenziale, non sempre possibile; laonde a me sembra che si debbano tentare da prima od innanzi a tutto le più semplici espressioni trigonometriche di trasformazione, appartenenti ad un arco o semplice o multiplo o

submultiplo. Dissi seguitando: Tra tutte queste trigonometriche espressioni di trasformazione, che io al calcolo ho sottoposte, alcune trovai, le quali più o meno semplicemente mi hanno alla soluzione direttamente condotto, e fra le altre io ho scelto una cotale, cioè di un primo submultiplo che mi ha tratto fin qui alla più semplice soluzione diretta od analitica.

A tutto questo ragionamento potevasi per certo obbiettare dicendo: Perchè tentare la lunga serie delle espressioni trigonometriche, appartenenti ad un arco, o semplice, o multiplo, o submultiplo, solo perchè la soluzione è meglio riuscita prestamente con un primo submultiplo? E come prima di fare l' esperimento dei lunghi indefiniti calcoli per sì fatta lunga serie di espressioni trigonometriche, si poteva essere sicuro di trovare veramente, se non l' unica, almeno una via del tutto diretta od analitica, senza l' ombra di indovinamento?

Senza volere assolutamente disconoscere coteste ragioni, che io stesso a me medesimo ho dette a nome dei miei discepoli, rispondo intanto e da prima che se vero sempre non è *che chi cerca trova*, senza dubbio certa cosa è *che chi non cerca non trova.*

Allora cioè nel 1885 restai abbastanza pago e contento che dalla sorte, come dal volgo suol dirsi, o dalla ricerca mia fosse a me stato concesso di ritrovare una prima nuova via analitica; quando in appresso pensando pure alla critica, a me e da me medesimo fatta, dopo alcun tempo senza che altra via più diretta io abbia potuto ritrovare, oggi mi venne alla mente un' idea, sì semplice, come parmi, sì naturale che non so come non mi sia venuta prima in cotesta ricerca pel mio insegnamento di Astronomia.

Ora prima di svolgere il processo di questo mio secondo Metodo analitico, secondo la serie dei calcoli qui appresso eseguiti, mi piace di accennare a schiarimento del mio concetto che trattandosi di una quistione di due quantità, legate fra loro, sembrava, siccome pensai nella mia prima ricerca, che egli fosse cosa più facile il tentare la soluzione, più diretta od analitica, percorrendo l' analisi con una di queste quantità, trascurando ossia eliminando l' altra, con la quale mi pareva dovere entrare in vie più selvagge ed aspre e forti, laddove analizzando la seconda quantità, eliminata la prima, ora mi sembra, se non vado errato, correre acqua più limpida e forse senz' altro impedimento; e confido che questo mio secondo Metodo analitico sarà benignamente accolto da chi vorrà riguardarlo e specialmente dai miei discepoli di Astronomia.

Ciò posto prima di svolgere i calcoli di cotesto mio secondo Metodo analitico della determinazione dell' equazione del Tempo, sarà cosa ben fatta il riassumere la quistione, traendo ciò dalla stessa Memoria del 1885.

Giunto lo studioso alla

$$(8) \qquad M = (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \int_0^{v} \frac{dv}{(1 + e \cos v)^2}$$

(pag. 488, Serie IV, Tomo VI delle Memorie della R. Accademia), si ripigli la equazione polare

$$(7') \qquad R = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v}$$

per mezzo della quale si trasformi la M in funzione di R, notando che

$$\text{per} \qquad v = 0 \qquad \text{si ha} \qquad R = 1 - e \,.$$

Così si ottiene

$$(a) \qquad M = (1 - e^2)^{-\frac{1}{2}} \int_{1-e}^{R} R^2 dv$$

nella quale fa d' uopo esprimere il dv in funzione di R.

Dalla (7) si trae

$$\cos v = \frac{1 - e^2 - R}{eR}$$

da cui

$$v = \text{ar cos} \frac{1 - e^2 - R}{eR}$$

e posto per semplicità

$$(b) \qquad \frac{1 - e^2 - R}{eR} = z$$

si ha

$$v = \text{ar cos } z$$

e quindi differenziando si ha

$$(c) \qquad dv = - \frac{dz}{\sqrt{(1 - z^2)}} \,,$$

per la quale dalla (*b*) si trae

$$(d) \qquad dz = -\frac{(1-e^2)dR}{eR^2} .$$

Sostituendo nella (*c*) i valori di z e di dz delle (*b*), (*d*), si ha

$$dv = \frac{(1-e^2)dR}{eR^2} : \sqrt{\left[1 - \frac{(1-e^2-R)^2}{e^2R^2}\right]} .$$

Riducendo si ha

$$dv = \frac{(1-e^2)dR}{R\sqrt{[e^2R^2 - (1-e^2)^2 + 2(1-e^2)R - R^2]}}$$

e quindi, tenendo in vista la quantità $(1-e^2)$ si riduca alla

$$dv = \frac{(1-e^2)dR}{R\sqrt{[2(1-e^2)R - (1-e^2)^2 - R^2(1-e^2)]}} .$$

Ponendo in evidenza la quantità comune suddetta $(1-e^2)$ si ha

$$dv = \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}dR}{R\sqrt{(2R - 1 + e^2 - R^2)}}$$

facilmente riducibile alla

$$dv = \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}dR}{R\sqrt{[e^2 - (1-R)^2]}}$$

per la quale la (*a*) si cangia nella

$$M = \int_{1-e}^{R} \frac{RdR}{\sqrt{[e^2 - (1-R)^2]}} .$$

Posto per semplicità

$$(e) \qquad 1 - R = et , \qquad \text{dalla quale} \qquad dR = -edt ,$$

e notando che, quando si fa

$$t = 1 , \qquad \text{è} \qquad R = 1 - e$$

si ha, trasformando, la

$$M = \int_1^t \frac{-(1-et)edt}{e\sqrt{(1-t^2)}}$$

la quale si scinde nella

$$M = \int_1^t \frac{-dt}{\sqrt{(1-t^2)}} + e\int_1^t \frac{tdt}{\sqrt{(1-t^2)}}$$

ed eseguendo le integrazioni si ha

$$M = \left[\text{ar cos } t - e\sqrt{(1-t^2)}\right]_1^t$$

ed eseguendo l' estensione si ha

$$M = \text{ar cos } t - e\sqrt{(1-t^2)}\ .$$

Posto

$$\text{ar cos } t = E \qquad \text{si ha} \qquad t = \cos E\ ,$$

e quindi

$$M = E - e \text{ sen } E$$

come fu trovato nella suddetta Memoria del 1885, mandando il lettore alla medesima Memoria per completare lo studio sulla Equazione del Tempo, regolante il tempo medio.

ORINA FILANTE

COMUNICAZIONE

DEL

Professor PIETRO ALBERTONI

(Letta nella Sessione ordinaria, 27 Gennaio 1889)

L' illustre amico Prof. Murri veniva consultato per la seconda volta nel Giugno del 1887 da una Signora, la quale emetteva orina filante, come una soluzione più o meno densa di gomma.

Il fenomeno non era di data recente, ma durava, senza interruzione da vari anni. La Signora sui 50 anni, robusta, più volte madre, non presentava obbiettivamente alcuna alterazione se non che le sembrava di deperire. Ella si preoccupava del suo stato, quantunque non provasse sofferenze.

Molti medici erano stati consultati e varie cure praticate, fra cui anche quella dei lavacri antisettici in vescica e della somministrazione di sostanze antisettiche, come l' acido benzoico, per bocca. Ma i risultati furono sempre negativi e l' aspetto dell' orina non si modificò.

L' esame chimico dell' orina era stato più volte praticato, anche da specialisti della materia, allo scopo di riconoscere la sostanza abnorme che l' orina conteneva e che la rendeva filante. La risposta non era concludente; si supponeva trattarsi di una sostanza simile alla mucina.

Il Prof. Murri mi consegnò un litro circa di detta orina, perchè ricercassi alla mia volta la sostanza che la rendeva filante (1).

L' aspetto dell' orina era quasi normale, la trasparenza minore dell' ordinario, e vi si vedeva qualche deposito al fondo del vaso: colorito giallo o giallo-scuro, odore aromatico speciale, reazione acida spiccata, densità areometrica di 1022. Anche dopo molti giorni conservata in ambienti a temperatura elevata non soggiace all' ordinaria putrefazione.

(1) Comunicazione alla Società Medico-Chirurgica di Bologna nella seduta del 13 Aprile 1888. (Bullettino delle Scienze Mediche, Serie VI, Vol. XXII, pag. 114).

Tutte le reazioni proprie ai corpi albuminoidi ed ai loro derivati sono riuscite negative; così quelle della mucina, del glucosio, dell' inosite. Corpi i quali del resto non avrebbero dato ragione di quella qualità speciale dell' orina.

Pensai allora che si potesse trattare della così detta gomma animale di Landwehr o di un corpo simile alla medesima.

L' orina dava infatti coll' alcool assoluto un grosso precipitato in fiocchi bianchi — con solfato di rame ed un eccesso di liscivio di soda dava pure un abbondante precipitato in fiocchi bianchi.

Il precipitato prodotto dall' alcool venne raccolto su un filtro, lavato, staccato e portato poi in acqua distillata. La quale rimase opaca; diventò trasparente per l' aggiunta di qualche goccia di acido cloridrico o solforico e restò solo un piccolo residuo, che venne separato.

La soluzione acquosa acquista una colorazione gialla pronunciata col reattivo di Millon, che non passa affatto al rosso per la bollitura — colla tintura di iodio si comporta come l' acqua distillata (assenza di corpi albuminoidi).

Una porzione di questa soluzione trattata coll' alcool assoluto dà lo stesso precipitato fiocconoso, che l' alcool produce nell' orina — e così pure se trattata con liscivio di soda e solfato di rame.

Anche il precipitato prodotto nell' orina dal liscivio di soda e solfato di rame venne raccolto su un filtro, staccato e sospeso nell' acqua nella quale si sciolse per l' aggiunta di qualche goccia di acido cloridrico, meno un piccolissimo residuo che si riconobbe costituito da mucina. Separato questo residuo, il liquido acquoso acido non dava nessuna delle reazioni dei corpi albuminoidi, nè degli amidi e degli zuccari.

I caratteri e le reazioni della sostanza estratta dall' orina corrispondono a quelli che Landwehr descrisse nel 1885 (1) per la *gomma animale*. Solamente qui la gomma è mescolata ad una lieve quantità di mucina, dalla quale si lascia facilmente separare, come abbiamo precedentemente veduto, mediante l' acido cloridrico non essendo la mucina solubile in un liquido che contenga una certa quantità di acido cloridrico, bensì la gomma animale. Mentre questa si può poi nuovamente precipitare coll' alcool.

Landwehr ritiene che la gomma animale in minime quantità sia un componente normale delle orine. Egli l' estrasse appunto, come noi abbiamo fatto, mediante la precipitazione coll' alcool o con liscivio di soda e solfato di rame.

Landwehr (Zeit. f. phy. Chemie, Bd. VIII, pag. 122) aveva prima isolato la gomma animale dalla mucina, dalla metalbumina, dalla condrina e dalla massa cerebrale (cerebrina ?), per cui sarebbe un componente abbastanza diffuso dell' organismo.

Io risposi quindi alla domanda fattami *che l' orina doveva il suo carattere spe-*

(1) Centralblatt für Med. Wiss. 1885, pag. 369.

ciale filante alla presenza di una sostanza simile alla gomma animale di Landwehr.

La Signora F. lasciò subito Bologna, e non potei fare altre ricerche. Mentre attendevo qualche occasione per ripetere le mie esperienze e renderle poi pubbliche, mi giunse una nota dei Dottori Malerba e Sanna-Salaris, la quale si riferiva alla stessa orina da me esaminata (1). Come ho già detto il medico curante preoccupato di conoscere la natura della sostanza esistente nell' orina della sua cliente aveva interrogato diversi medici.

I Dottori Malerba e Sanna-Salaris praticarono su quest' orina molti saggi chimici senza riuscire ad una conclusione precisa: solamente dalle reazioni avute essi ritengono che contenga una sostanza simile alla mucina. Mi preme di avvertire che molte delle reazioni da loro descritte servono a confermare i miei risultati. Visto l' esito poco soddisfacente delle ricerche chimiche, gli Autori ebbero la felice idea di istituire ricerche batteriologiche.

Infatti, introdotta una piccola porzione dell' orina vischiosa nell' orina normale di altri individui sani, si è notato che dopo 24 a 36 ore essa diventava del pari vischiosa e filante. Anche il brodo, la *salda d' amido* ed altri mezzi nutritivi inoculati coll' orina in discorso diventavano filanti. Gli Autori chiamano *Gliscrobatterio*, il microrganismo che dà origine a detto fenomeno; e presentasi in generale sotto forma di un micrococco alquanto allungato, di cui le dimensioni variano in lunghezza da millim. 1, 14 a millim. 0, 57, mentre in larghezza misura millim. 0, 41. Vi hanno però delle differenze morfologiche individuali dovute sia ai mezzi di nutrizione ed all' età, che all' influenza della temperatura.

In seguito a questa nota comunicai, insieme col Prof. Murri, i risultati da me precedentemente esposti alla Società Medico-Chirurgica di Bologna.

Solamente nel Maggio 1888 potei riavere l' orina per studiare il rapporto esistente fra il microrganismo segnalato in essa da Malerba e Sanna-Salaris e la gomma animale da me scoperta in detta orina.

L' orina presentava sempre i caratteri e le reazioni descritte. Esaminata subito al microscopio si vedono dei bacteri lunghi, punteggiati. Non dà segno di putrefazione. Orina umana normale sterilizzata e non sterilizzata venne infettata con qualche goccia della precedente. In 24 ore essa divenne filante anche in grado maggiore di quella malata. Trattata con solfato di rame e liscivio di soda diede un voluminoso precipitato fioccoso che raccolto sul filtro e sospeso nell' acqua si sciolse subito e completamente per cauta aggiunta di acido cloridrico. L' alcool produsse in questa soluzione un abbondante precipitato in fiocchi.

Due nuove reazioni caratteristiche per gli idrati di carbonio vennero ultimamente indicate, quelle di Udransky e di Baumann ed ambedue vennero da me ottenute dalla sostanza filante.

Udransky ha dimostrato che gli idrati di carbonio scaldati con acido solforico

(1) Estratto dal Rendiconto della R. Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli. Fasc. 1°, Gennaio 1888.

danno del furfurolo. Il quale si riconosce perchè colora in rosso-porpora una carta imbevuta di una soluzione di un volume eguale di xilidina e acido acetico glaciale.

Ho scaldato in tubo d' assaggio una piccolissima quantità della sostanza filante estratta coll' alcool e tenendo alla parte superiore del tubo sospesa una carta imbevuta in una soluzione di un volume eguale xilidina e acido acetico glaciale, la carta si colorò subito in rosso-porpora.

Un' altra porzione della materia filante venne sciolta in acqua con acido acetico — aggiunta acqua di soda, ebbesi un abbondante precipitato bianco, fioccoso ed agitando con cloruro di benzoile si è formata una sostanza bianca (reazione di Baumann per gli idrati di carbonio).

È certo che la sostanza filante si forma nell' orina e in altri liquidi per l' azione di un microrganismo. Il quale nelle sue fasi di perfetto sviluppo si presenta sotto forma di bacillo. Rispetto al modo di comportarsi colle sostanze coloranti ed al modo di apparire, questo bacillo presenta una certa analogia col bacillo del tifo addominale.

Varie sostanze antisettiche impediscono lo sviluppo del bacillo.

Non è il bacillo che rende filante l' orina, ma la sostanza da lui generata nei liquidi di coltura. Infatti questi contengono ancora la stessa sostanza dopo la filtrazione attraverso il filtro Chamberland, quantunque così privati affatto di microorganismi e resi sterili.

É noto che il vino va soggetto ad una speciale malattia studiata da Pasteur (1), per cui esso diventa *filante*. Intorno a questo argomento ecco cosa scrive lo Zopf nel suo recente e reputato Trattato sui microrganismi.

" Ai microcoochi zimogeni appartiene anche una forma batterica, che si sviluppa nel vino, nella birra ecc , e produce la fermentazione gommosa o mannitica, e che secondo il Pasteur è identico al micrococco dell' orina. Esso effettua la trasformazione dello zucchero in gomma e rende filanti i liquidi nei quali si sviluppa. „

La reazione del furfurolo e quella col cloruro di benzoile, insieme ad altri caratteri negativi, non lasciano dubbio che la sostanza filante dell' orina è *un idrato di carbonio*, simile, per quanto abbiamo descritto, alla gomma animale di Landwehr. Non diciamo identico perchè anche i caratteri di detta gomma non sono ancora così sicuramente stabiliti da permettere un confronto esatto.

---

(1) Pasteur. Études sur le Vin, vins filants; pag. 60.

IL FERRO NELLA BILE

STUDIO CRITICO-SPERIMENTALE

DEL

Dottor IVO NOVI

(Letto nella Sessione del 10 Marzo 1889).

CAPITOLO I.

Appunti bibliografici e critici.

L' altissima importanza fisiologica del ferro nell' economia animale, la costanza con cui questo elemento anche sottratto dall' alimentazione si mantiene in date proporzioni nell' organismo e il fatto per mille prove accertato delle forti quantità di ferro che giornalmente si eliminano per le feci, hanno richiamato l' attenzione degli studiosi sul meccanismo con cui ha luogo l' assorbimento di questo importantissimo costituente dei nostri tessuti.

È noto, che quasi tutti i nostri alimenti contengono del ferro, alcuni solo tracce, altri copie veramente notevoli. Da un ricco quadro che il Scherpf (1) riporta dalle tabelle del Wolf rileviamo che a lato dello zuccaro greggio che ne contiene solo gr. 0,20 % di sostanza secca, il frutto della fragola (fragaria vesca) ne possiede il 5,89 e la foglia del the il 9,29. Fra i cibi animali le ova, la carne e il sangue in ispecie ne contengono abbondantemente.

Ora, la massima parte di questo ferro si trova poi nelle feci e quello che venga somministrato per via ipodermica o sia direttamente introdotto in circolo, si riscontra rapidamente e interamente nelle urine, in ispecie se le dosi sieno elevate.

Perchè così difficile sia l'assorbimento del ferro, perchè esso nel medesimo tempo così costante possa rimanere in seno all' organismo per adempiervi al più grande degli atti biologici, la fissazione dell' ossigeno, bisogna che esso vi si trovi imprigionato in una stabilissima composizione organica. Dall' idea primitiva di Brande e Vauquelin, i quali avevano supposto nel 1812 che il ferro nel sangue vi rappresen-

(1) Scherpf — Zustände und Wirkungen des Eisens im gesunden und kranken Organismus Würzburg, 1877.

tasse una impurità accidentale e che il rosso del sangue allo stato puro fosse privo di ferro, arriviamo ai recenti, pazientissimi studi per la determinazione della molecola dell' emoglobina, a quelli anche più difficili e tuttora insufficienti sull' assettamento degli elementi e particolarmente del ferro nella molecola medesima. Notiamo i fatti che ci interessano direttamente tralasciando quanto riguarda in particolare la costituzione della molecola dell' emoglobina, in cui il ferro ha sede.

È interessante per noi l' osservare che il ferro non si trova mai nel siero limpido e che esso è legato ad una composizione stabile dacchè i suoi soliti reagenti non lo dimostrano in una soluzione di emoglobina, ma è necessario determinar prima con acidi forti o con mezzi fisici la scomposizione dell' emoglobina medesima perchè la reazione del ferro si renda manifesta. E di grande interesse è pure per lo studio che noi tentiamo dell' assorbimento del ferro, il fatto accennato dal Rose, che gli albuminati di ferro non precipitano in un mezzo alcalino qual' è il sangue, mentre preparati ferruginosi salini come il cloruro in simili condizioni precipitano. Evidentemente grande vantaggio avrà il preparato che si accosti di più alla forma chimica della emoglobina, senza però che possiamo aspettarci quello che ingenuamente si è creduto, vale a dire un assorbimento immediato, perchè gli stessi albuminati di ferro che si trovano negli alimenti naturali si riscontrano poi in massima parte nelle feci.

Dalle esperienze del Kunkel (1) si sapeva già che il ferro accumulatosi per stravasi in seno ai tessuti può essere trasportato in vari organi, come il fegato, le glandule salivari, il pancreas, i gangli linfatici più vicini e infine i reni. Un' emorragia interstiziale da qualunque causa prodotta lascierebbe secondo il Kunkel nel luogo dello stravaso un materiale ricco in ferro 5 volte più del sangue versatosi, e questo ferro sarebbe assorbito e tradotto quindi in circolazione.

Questo problema dell' assorbimento del ferro era tanto più interessante in quanto si associava intimamente ad un quesito farmacologico della più alta importanza: come agisse il ferro nella cura delle anemie o in genere per quale meccanismo esso potesse funzionare da rimedio *ricostituente*. Un diligentissimo lavoro dell' Hamburger (2) parve portar molta luce sull' argomento, poichè la questione fisiologica essendo nettamente formulata e la ricerca chimica condotta magistralmente non poteva il risultato riescire che attendibile.

L' Hamburger si era proposto di determinare in una prima parte del suo studio in che quantità il ferro introdotto per bocca come preparato inorganico o nella alimentazione possa venire eliminato per la via dei reni, per le feci e per la bile.

(1) A. I. Kunkel — Ueber das Vorkommen von Eisen nach Blutextravasationen — (Zeitschrift für Phys. Chemie. Band V Heft I seit. 40-53.

(2) E. W. Hamburger — Ueber die Aufnahme und Ausscheidung des Eisens. I und II Abhandlung. Zeitschrift für Phys. Chemie. II. und III Band.

Su di un cane di 8 Kg. egli istituì due serie di ricerche, nella 1ª delle quali si somministravano all' animale giornalmente 300 gr. di carne di cavallo con acqua distillata, nella 2ª gr. 500. Questa carne conteneva gr. 0,005 % di ferro.

Dopo alcuni giorni di sola alimentazione carnea si diede all' animale del solfato di ferro frammisto alla carne stessa; nella 1ª serie quotidianamente gr. 0,049 per 2 giorni, nella 2ª gr. 0,0556 per 8 giorni. Si osservò che il ferro introdotto puramente come cibo era emesso quasi del tutto per le feci, pochissimo nelle urine, quasi nulla per la bile. In fatti essendosene introdotti gr. 0,180 in 13 giorni nella carne se ne rinvennero nell' urina 0,0384, nelle feci 0,1363, nella bile 0,0018, in tutto cioè gr. 0,1765.

Incominciata allora una somministrazione regolare di solfato di ferro si ebbe che di gr. 0,636 di ferro introdotti in 9 giorni e cioè 0,195 nella carne e 0,441 nel solfato ne furono emessi gr. 0,608 vale a dire 0,549 nelle feci, 0,058 nell' urina e 0,0008 nella bile.

Nella 2ª serie, di gr. 0,150 di ferro somministrato in 6 giorni nella carne di cavallo ne furono emessi per le feci gr. 0,1469, per le urine gr. 0,019 in tutto gr. 0,1659.

E durante le somministrazioni di solfato di ferro si notò che di gr. 0,7948 dati in 8 giorni, cioè 0,3 0 nella carne e 0,448 nel solfato furono eliminati gr. 0,7726 e cioè 0,7185 per le feci e 0,0541 per le urine.

Le prove chimiche fatte con ottimo metodo furono praticate giornalmente solo per le feci e non così per le urine. Venivano cioè queste ultime esaminate solamente ogni 2 o 3 giorni, durante i quali si raccoglieva il secreto per dividerlo in due porzioni da esaminarsi a sè allo scopo di aver una controprova. La bile fu presa da una fistola temporanea e l' Hamburger stesso confessa che passandone ancora nelle feci non potè essere raccolta completamente, sicchè il valore dei suoi risultati per questo riguardo resta fortemente infirmato.

Dai risultati così ottenuti l' Hamburger ha indotto che il ferro somministrato per bocca passa solo in lievissime quantità nelle urine e in massima parte nelle feci. Che tale aumento si nota da 1 a 2 giorni dopo nelle urine e subito invece nelle feci. Che l' aumento giornaliero per le dosi di ferro somministrate arriva appena nelle urine a un massimo di 2 milligr. in più dell' ordinario per alimentazione carnea, durante la quale si ha una cifra quasi costante di gr. 0,0036 e nelle feci aumenta in proporzione della dose introdotta. L' Hamburger crede inoltre che il ferro dimostrabile nell' urina vi sia combinato come nell' ematina o nell' uroematina di Herley o nella urorubroematina di Baumstarck perchè direttamente non può dimostrarsi nè a mezzo del solfuro d' ammonio nè degli altri reagenti come appunto avviene del pigmento ematico. Nella 2ª serie dei suoi esperimenti avendo notato l' Hamburger che si era eliminata maggior quantità di ferro di quella introdotta, crede che questo mancato equilibrio del ferro sia dovuto a durata troppo breve del periodo sperimentale . . . . . Questo fatto era stato

osservato da Förster e da Dietl in animali alimentati con cibo povero di ferro o con solo ferro minerale (come ceneri di carne). Queste esperienze dell' Hamburger sono molto importanti specialmente per alcuni fatti speciali che esse hanno messo in evidenza.

Riassunte brevemente esse ci dicono:

1.° Che la quantità di ferro eliminato per le urine durante un' alimentazione omogenea e costante oscilla entro strettissimi limiti intorno ad una data media.

2.° Che tale media viene di poco alterata da un lieve aumento, quando si somministri all' animale del ferro in forma di solfato alla dose di gr. 0,004 per giorno e per Kg. dell' animale stesso.

3.° Che la massima parte del ferro somministrato si elimina per le feci.

4.° Che il ferro eliminato per le urine è in combinazione organica.

Si potrebbe chiedere all' Hamburger il perchè egli non abbia praticato la stessa indagine sulle feci estraendole con acqua e cimentando questo estratto acquoso con la prova del solfuro d' ammonio o del solfocianuro potassico. Questa ricerca sarebbe assai importante poichè ci permetterebbe di stabilire quanto del ferro emesso nelle feci rappresenti il sale ingerito come composto minerale e quanto quello organico. In quest' ultimo poi si sarebbe dovuto accumulare la parte dovuta alla alimentazione carnea e non alterata dai succhi digerenti e quella eliminata per la bile, per i succhi, per le mucosità, per i detriti del tubo gastro-enterico, ecc.

Infine negli esperimenti dell' Hamburger noi lamentiamo che si sia adoperato il solo solfato di ferro. Si sa che questo composto è disadatto all' assorbimento nel tubo gastro-intestinale ed a priori alle asserzioni dell' Hamburger che addebita al metodo analitico, del Mayer, del Becquerel ecc., che si sono serviti di lattato, di citrato, di saccarato, la riescita delle loro esperienze si potrebbe opporre che certamente il solfato di ferro alla dose esperita da lui non è nè il più opportuno, nè il più naturale dei preparati da scegliere.

Comunque sia, teniamo presente che il ferro introdotto per bocca come composto inorganico determina un piccolo aumento di ferro *organico* nelle urine e un aumento nelle feci proporzionale alla dose con cui è somministrato.

Ma la piccola quantità di ferro, che rimane nell' organismo è sufficiente a compensare le perdite che vi avvengono continuamente per la distruzione dei globuli, per le eliminazioni nel sudore, nell' urina, nella saliva, nella bile o negli altri succhi digerenti? E dal punto di vista farmacologico per quale meccanismo si esercita l' azione terapeutica del ferro, incontrastabile e da secoli incontrastata?

Il Bernard tanti anni sono aveva veduto nel ferro solo uno stimolo per la digestione gastrica; la scuola di Schmiedeberg, ammette che il ferro agisca semplicemente migliorando i processi digestivi in genere e Pohl recentemente ha sostenuto che esso ecciti la formazione dei leucociti nei follicoli intestinali. Per questo modo si intenderebbe come fosse anche facilitato l' assorbimento dell' inte-

stino, giacchè i leucociti neoformati possono tosto caricarsi di materiali assimilabili e trasportarli nel sangue.

Il Bunge che non ammette l'assorbimento dei ferruginosi, crede che il materiale per la formazione dell'emoglobina non possa essere dato che da combinazioni non decomponibili nel tubo intestinale e così riassorbibili (1). Secondo il Lépine (2) si trova il ferro ordinariamente nell'intestino allo stato di combinazioni complesse con albuminoidi come la nucleina, queste combinazioni si disfanno nei clorotici per azione dei solfuri, che si formano in quantità anormali nell'intestino di tali malati. Il preparato ferruginoso va ad intrattenere questi processi di scomposizione e si combina egli stesso ai solfuri, che altrimenti avrebbero assorbito il ferro combinato e salva così l'organismo da una perdita sempre ragguardevole.

Altri autori, A. Sasse e Richter, pongono l'ipotesi che il ferro agisca facendo contrarre i piccoli vasi e inducendo così un aumento nella pressione arteriosa e quindi nell'attività cardiaca, la quale diminuirebbe la flaccidezza degli organi, fino a produrre anche in qualche caso rotture parenchimali, come per es. nei tisici.

L'aumento della pressione arteriosa, l'acceleramento dello scambio materiale, che seguirebbe a questa influenza del ferro sull'elemento contrattile delle arterie più fine sono anche per Pokrowscki e Bottkin ragione sufficiente del miglioramento di nutrizione indotto dall'uso del ferro medicinale. In fine le esperienze del Rosenstirn sull'azione che i così detti astringenti hanno sui vasi, rappresentano un fondamento per le teorie sopraccennate.

Tutte queste ipotesi nate dal credere inassorbibile o inassimilabile il ferro possono tuttavia rimanere anche se questa tesi sia falsa, o per lo meno esagerata.

Le esperienze dell'Hamburger dimostrano infatti che un assorbimento per quanto piccolo c'è, anche se la somministrazione è avvenuta per bocca, e come notammo tale fatto era desunto dall'aumento del ferro nelle urine, aumento che era rapidissimo (Becquerel e Jacobi), quando invece l'introduzione fosse stata praticata per via ipodermica o direttamente nel sangue.

Però di fronte al fatto dell'Hamburger è lecito formulare una questione pregiudiziale. La mancata comparsa del ferro nell'urina e nella bile; a dir meglio il piccolo, il meschinissimo aumento che si nota in seguito alla ingestione di preparati ferruginosi può stimarsi argomento sufficiente per escludere che essi sieno entrati in circolo copiosamente, che essi sieno stati completamente o riccamente assorbiti?

Noi sappiamo che il rame si elimina principalmente per la bile; e invece in minima quantità per l'urina, (3) e l'urina stessa dell'uomo noi sappiamo non contenere mai normalmente carbonato di calcio sebbene nei cibi e in ispecie nel-

(1) Albertoni — Supplemento annuale alla Enciclopedia di Chimica, 1886-87 pag. 463-464-468.
(2) Lépine — Semaine médicale, 22 Feb. 1888 pag. 6,
(3) Nothnagel et Rossbach — Matiére médicale-français par Alquier. 1880.

l' acqua che beviamo si introducano giornalmente dosi notevoli di questo sale perfettamente disciolto.

Perchè, analogamente al rame, non può avere il ferro una via speciale di eliminazione che non sia l' urina?

Intanto, l' assorbimento del ferro da parte dello stomaco è provato da esperienze dirette. Già il Bernard con iniezioni di lattato di ferro e di ferricianuro di potassio e più tardi con solfocianuro di potassio e cloruro di ferro aveva ottenuto la colorazione della mucosa pilorica e più di rado anche quella della piccola curvatura dello stomaco.

Anche da noi il prof. Cervello riscontrava direttamente che il cloruro di ferro iniettato nello stomaco dopo 2 ore e mezzo è ridotto alla metà circa di quello che era prima. Infine il Wild dimostrava nelle pecore che il contenuto percentuale, determinato su materiale secco, del cibo in ferro si modifica man mano che l' alimento attraversa il tubo digerente, in modo da aversi un massimo d' assorbimento nel 1° e 2° stomaco e una abbondanza invece di ferro nelle materie che si accumulano nel retto. Questi esperimenti interessantissimi del Wild, che vanno perfettamente d' accordo coi risultati del Bernard e del Cervello sono anche indirettamente sostenuti da altri fatti.

Dopo le esperienze di Westrum e Panizza, di Menghini, di Mayer, di Wright secondo i quali il ferro non viene assorbito dal sistema linfatico ma dal sanguigno, abbiamo gli studi di Tiedemann e Gmelin che sono del tutto dimostrativi. In fatti questi autori sperimentando su cani e cavalli cui avevano fatto ingoiare forti dosi di solfato di ferro con pane, non riscontrarono dopo 4 ore dall' ingestione alcuna traccia di ferro nel chilo, e invece quantità notevolissime nelle vene che mettono alla Porta e fra queste nella *coronaria stomachica*.

Venendo ora all' altro fatto della ricomparsa cioè del ferro in copia nelle feci, noi ci troviamo di fronte a vari agenti, che possono tutti cospirare a questo risultato.

Il succo gastrico che una volta fu creduto l' unico o almeno il più importante mezzo di eliminazione del ferro dall' organismo, ora è dimostrato che normalmente contiene questo metallo solo in deboli proporzioni cioè il 0,0005 % calcolato a fosfato ferrico (Schmidt e Grünwald).

Il succo pancreatico raccolto per fistola temporanea, secondo le analisi di Schmidt e Kraeger conterrebbe il 0,012 %, un valore che diventa assai meschino quando si pensi alla minima quantità di succo pancreatico che si versa giornalmente nell' intestino.

Quanto al muco, che da tutto l' ambito del tubo digerente si raccoglie e si incammina quasi inalterato verso il retto, fu lunghissima la discussione se esso possa riguardarsi o no come il veicolo importante del ferro in via di eliminazione.

Il Mayer dopo iniezioni di lattato di ferro nella giugulare aveva trovato del ferro in tutte le mucose del tubo digerente all' infuori che in quella buccale,

ma esperienze più recenti ed accurate fatte dal Quincke col metodo dell' ansa intestinale isolata al modo del Thiry e del Vella hanno dimostrato che introduzioni di ferro per bocca o iniezioni nelle giugulari sono incapaci di dare una eliminazione di ferro per la via della mucosa intestinale.

E però alla conclusione di Bidder e Schmidt " che nell' animale digiuno i sali di ferro che si trovano nelle feci provengono dalla mucosa intestinale, „ si deve opporre che questi possono riconoscere la loro origine nel succo gastrico, nel pancreatico, nella bile infine di cui i due autori non hanno tenuto conto ma non nella mucosa intestinale.

Il Lépine (loc. cit.) non esita a dichiarare anche oggi che il passaggio del ferro nella bile è indimostrato come quello nella mucosa intestinale; s' intende bene che egli allude all' aumento del contenuto percentuale di ferro nella bile per introduzioni di ferro medicinale per bocca o sotto la cute.

Tuttavia, che la bile contenga sempre del ferro è detto già a priori dalla nozione che i pigmenti biliari rappresentano un' ulteriore modificazione dell' emoglobina e che di questa il ferro è componente essenziale.

Tutte le analisi infatti praticate sul secreto biliare dimostrano la presenza del ferro, ma le proporzioni in cui questo si trova non sono esattamente determinate e d' altra parte la difficoltà e l' imperfezione dei metodi analitici seguiti finora rendono ragione dei risultati ottenuti.

In una media di 6 analisi il Joung trovò nella bile umana 0,0068 % e l' Hoppeseyler in due casi distinti riscontrò in vece 0,0708 nell' uno e 0,0048 nell' altro cioè circa 16 volte più in una prova che nell' altra. Inoltre il Joung nella bile di cane determinava il 0,016 % e il Kunkel dal 0,004 al 0,006 (1). Quest' ultimo sperimentatore scrive d' aver compiuto le sue ricerche esatte in due soli casi di fistola completa, in cui potè raccogliere buona quantità di bile, nelle altre per confessione stessa dell' Autore i risultati furono così infedeli e incostanti da non riescire attendibili. Noi ora ripensando al metodo analitico seguito dall' Autore ci rendiamo conto del fatto.

Quest' abbondanza del ferro nella bile aveva già fatto supporre al Lehmann (2) che questo secreto rappresentasse il veicolo principale per l' uscita del ferro dall' organismo.

Ed il Falk (3) aveva ammesso che il di più di ferro che venisse introdotto nell' organismo e non fosse usufruito dal medesimo dovesse essere eliminato dal fegato per la bile e così quest' organo avrebbe funzionato da regolatore automa-

(1) A. I. Kunkel — Eisen und Farbstoff Ausscheidung in der Galle — Pflüger's Archiv. Bd. XIV seit. 353-361.

Kunkel — Untersuchungen über den Stoffwechsel in der Leber — Würzburg 1875 pag. 26.

(2) Lehmann — Lehrbuch der physiolog. Chemie — Ber. der sach. gesell. der Wiss. zu Leipzig. 1850-55.

(3) Falk — Diätetische Heilmittellehre, 1850.

tico dell' organismo per riguardo alla quantità del ferro circolante. Qualche cosa di analogo a quello che sono i reni per l' urea e per altri principi che fisiologicamente o accidentalmente vengono portati in circolo.

Il Marcett (cit. da Scherpf) racconta che dalle ceneri della bile nerastra d' un tale che ingeriva molti ferruginosi si potevano separare particelle di ferro mediante una calamita, tanto da ricavarne gr. 0,3 di bleu di Berlino.

Quevenne tiene per certo che il ferro introdotto per uso interno esca per la bile e il Mayer sperimentando sui gatti trovò che dopo ingestione di solfato di ferro per 8 giorni la bile conteneva il doppio di ferro del normale. L' ultima dose di ferro era stata somministrata prima dell' operazione di fistola.

Il Volpini dimostrava la presenza di ferro nella cistifellea in seguito a iniezione di solfato di ferro nella vena femorale di un cane e il Papi dalla colorazione nera della bile in simili esperimenti induceva la presenza di maggiori quantità di ferro che non fossero in via normale.

L' Hamburger in (loc. cit.) una seconda pubblicazione studia l' eliminazione del ferro per la bile valendosi di due cani operati di fistola biliare permanente e certo malati, perchè nei 9 giorni dell' esperimento l' uno era scemato da Kg. 6,2 a Kg. 5,4 l' altro da Kg. 7 a 6,4.

Al primo furono somministrati per 8 giorni gr. 0,010 di ferro contenuto in carne di cavallo, al 9° gr. 0,020, inoltre al 4° e 5° giorno gr. 0,0167 e 0,0335 di ferro in forma di solfato. Ora, la bile raccolta andò man mano scemando dal 1° al 9° giorno da gr. 102 a gr. 45 e in essa la quantità di ferro rinvenuta oscillò da 0,00047 a 0,00068 per giorno. Nel primo giorno in cui si diede solfato di ferro si ebbero gr. 0,00063, nel 2° gr. 0,00053.

Nell' altro cane così operato le osservazioni furono continuate per soli 6 giorni, l' animale rifiutava il cibo e l' esperienza dovette essere tralasciata.

Gli si diedero nei primi due giorni gr. 0,025; nel 3° gr. 0,020; nel 4° e nel 5° gr. 0,0175; nel 6° gr. 0,0062 di ferro nella carne. Dal 3° al 5° giorno gr. 0,0335, infine nel 6° gr. 0,0167 in forma di solfato. In questo caso si ebbe una eliminazione giornaliera di ferro per la bile oscillante da 0,00074 a 0,00150, questa ultima cifra in corrispondenza della prima dose di solfato. Dopo di questa e durante le successive ingestioni del sale si ebbe progressiva diminuzione del ferro nella bile. È da notare che questa era secreta in modo assai ineguale, non si nota neppure un progressivo decremento, ma solo una grande irregolarità. L' Hamburger da questi risultati induce che per la bile si elimini molto minore quantità di ferro che per l' urina. Secondo lui la quantità percentuale del ferro contenuto nella bile oscilla da 0,00091 a 0,00057 % e crede che le analisi degli altri autori che lo hanno preceduto diano cifre troppo elevate per l' inesattezza dei metodi usati.

Evidentemente oltre l' obbiezione che si può fare all' Hamburger, che il preparato da lui fatto ingerire ai suoi animali d' esperimento non era il più adatto, ci

troviamo nel lavoro suo di fronte ad un inconveniente molto più grave. Gli animali non erano in buone condizioni di salute, come ha già fatto notare l' Albertoni (1). Ciò apparisce chiaramente non solo dalla irregolarità che si osserva nel decorso della secrezione biliare, ma ben più palesemente dalla loro progressiva perdita in peso e dal rifiutar essi il cibo.

Nè certo questo rifiuto può spiegarsi con l' avvenuta somministrazione di quel po' di solfato di ferro. Le dosi date dall' Hamburger, gr. 0,03, non possono determinar mai disturbi molto forti nell' animale, non possono essere avvertite. È evidente invece che cotesti cani erano in condizioni patologiche gravi, e se l' Hamburger non ci fa la storia dell' operazione loro praticata, nè ci dice nulla della sorte dei suoi animali, noi non siamo per questo meno autorizzati a negare importanza al suo reperto.

Jacobi recentissimamente (2) ha esperimentato su conigli e cani iniettando sotto la cute o nelle vene una soluzione di tartrato di ferro indecomponibile dagli alcali e inetto a combinarsi con l' albumina. Egli ha determinato che piccole dosi iniettate sotto la cute non si rivelano nell' urina con la reazione del solfuro d' ammonio, ma si riconoscono tosto se l' iniezione è fatta nelle vene direttamente. Per mezzo dell' urina egli crede che si elimini dal 2 al 4 % della dose iniettata.

Il Zaleski (3) sperimentando su conigli (in perfetto digiuno da 4 giorni) ha determinato le quantità percentuali di ferro che si riscontrano in ciascun organo in confronto a quelle di un animale in tutto eguale e tenuto nelle stesse condizioni, ma cui erano stati iniettati nelle vene gr. 0,0096 di ferro in forma di tartrato neutro.

Tutti i visceri erano stati subito dopo la morte lavati a lungo con corrente continua di una soluzione di zuccaro di canna al 2,5 % fatta passare per il sistema vasale. Si potè determinare così con molte contraddizioni tra i vari risultati, che nel fegato dell' animale che aveva subito l' iniezione di ferro si trovavano 0,17 % di sostanza secca mentre in quello di confronto non se ne avevano che 0,099.

Tenendo conto però del ferro che nei vari organi del coniglio iniettato si trovò tuttavia in meno dell' altro e sottraendo la cifra così ottenuta da quella risultante dalla somma totale del ferro trovato in più nell' animale iniettato, si riscontrerebbe che i 0,0096 gr. di Ferro introdotti nel coniglio sono divenuti per lo meno 50 volte di più. Ciò è accaduto nelle tre ore che hanno preceduto il dissanguamento praticato dal Zaleski all' animale per ucciderlo e durante le quali non si ebbe nessun fenomeno di avvelenamento. La stessa osservazione può farsi per un' altra esperienza di due gatti non digiuni, ad uno dei quali il Zaleski diede gr. 0,056

(1) Schmiedeberg Albertoni — Compendio di Farmacologia, 1885 pag. 228-229,

(2) Jacobi — Schmidt's Jahrber. N. 7, 1887. — Sull' eliminazione del ferro iniettato sotto la cute e nelle vene. (Rivista degli Annali di Chimica e Farmacologia 1888)

(3) Zaleski — Zur Frage über die Ausscheidung des Eisens aus dem Thierkörper und zur Frage der Menge dieses Metalls bei hungernden Thieren. Archiv für die experimentelle Path. und Pharm. Bd. XXIII 1887.

di ferro e che presentò nel fegato il doppio di ferro del gatto di controprova. Però a dire il vero si deve aggiungere che in questo secondo esperimento nelle ossa, nei reni, nell' intestino, nello stomaco e massimamente nei muscoli si riscontrò in forte proporzione che il gatto iniettato conteneva minor quantità di ferro che il sano! E solo il sangue e il fegato contenevano 0,06 %, il primo e 0,04, il secondo più del sano.

Secondo noi era questo accumulo di ferro, questa migrazione da alcuni tessuti ed organi verso altri, era quell' eccesso di ferro che si è trovato nel coniglio iniettato, il fatto più importante che il Zaleski avrebbe dovuto illustrare e chiarire. Perchè infatti riesce inesplicabile che un animale cui si sono dati gr. 0,0096 di ferro tre ore prima e che poi è stato completamente dissanguato e lavato debba contenere alla fine una quantità di ferro 50 volte o presso a poco maggiore di quella che gli si è somministrata.

Il sangue del coniglio veramente non era stato esaminato, forse non avrebbe anch' esso contenuto la sua dose in più di ferro, ma avrebbe dimostrato d' averne ceduto una parte ai tessuti per il disfacimento dei globuli che può essere avvenuto. In ogni modo io credo col dott. Valentini (1) che gli esperimenti del Zaleski non sieno attendibili, ma non tanto come egli pensa perchè dei due animali l' uno potesse essere più o meno sano dell' altro, quanto perchè mi sa molto d' ingenuo l' andar a cercare in tutto un organismo del peso di un Kg. circa i gr. 0,0096 di ferro che si sono iniettati 3 ore prima nel sangue senza tener nota poi della quantità di ferro che questo sangue poteva ancora contenere nè di qnella eliminata per l' urina.

In un recente, interessantissimo lavoro del Dott. Valentini (l. c.) in cui sono eseguite diligenti ricerche sull' itterizia che si produce per l' avvelenamento da Idrogeno arsenicale nelle testuggini ibernanti, viene dimostrato a mezzo di reazioni microchimiche (acido cloridrico e ferricianuro di potassio) che dopo iniezioni ipodermiche di piccole dosi di ferro (preparato solubile) si notava il metallo in tutti gli organi fuori che nella milza e nel rene. Nel fegato la reazione aveva la massima evidenza. E il ferro poi secondo il Baserin si accumulerebbe nel fegato senza passare secondo lui nella bile; quasi una provvidenza perchè scomposta l' emoglobina del sangue, distrutti dei globuli, non vada almeno perduto il ferro che li componeva e possa di nuovo essere utilizzato.

Glaveke e Kobert (cit. da Zaleski) credono che per iniezioni di ferro nel sangue, il metallo si diffonda in tutto l' organismo e non già si localizzi nel fegato.

E in seguito a tale somministrazione noi sappiamo che il Becquerel e il Jacobi riscontravano il ferro in forti quantità nelle urine, risultato che non occorse mai all' Hamburger di ottenere per piccole dosi date per bocca.

(1) Valentini — Ueber die Bildungsstätte des Gallenfarbstoffs beim Kaltblüter. Arch. für die exp. Path. und Pharm. Bd XXIV, seit. 412-423.

Prevost e Binet (1) infine hanno studiato col metodo migliore e cioè su cani operati di fistola biliare completa permanente e del tutto guariti, se il ferro introdotto per bocca in dosi medicinali dia aumento dello stesso metallo nella bile. Si trovò che dopo tre dosi di citrato di ferro ammoniacale da gr. 0,01 a 0,20 si ottennero 40 c.c. di bile contenenti gr. 0,0007 di ferro, cioè il 0,00175 %, quantità che corrisponderebbe al doppio circa di quella ottenuta dall' Hamburger.

Nel 1872 il Lussana (cit. da Albertoni Enciclop. chim.) pensava che analogamente a quanto lo Schiff aveva ammesso per la bile, si formi un circolo entero-epatico per il quale il ferro solo in minima porzione sia diffuso a tutto l' organismo. Assorbito nello stomaco e nell' intestino dai vasi sanguigni e portato al fegato per il sistema della Porta, il ferro sarebbe eliminato per la bile e ritornerebbe quindi all' intestino, per esserne poi ripreso e agire quindi lungamente e come elettivamente sul fegato. Quella parte di ferro che va nelle feci, rappresenterebbe quel che va perduto, e che l' alimentazione deve sostituire tosto efficacemente. Era così posta per i medicamenti l' idea di quel piccolo circolo entero-epatico, per il quale tante azioni medicamentose si rendevano intelligibili, e che era veramente una delle tante felici concezioni dell' illustre fisiologo italiano.

Lo Scherpf però non accetta affatto questa idea geniale, e dichiara anzi che essa potrebbe essere appoggiata solo allora, quando gli albuminati di ferro assorbiti avessero già incominciato nel fegato quelle modificazioni, di cui l' ultimo risultato è la molecola dell' emoglobina. Quest' osservazione secondo noi non è giusta. Quando si sarà provato il fatto cui lo Scherpf accenna, si sarà dimostrato un importantissimo particolare dell' ematopoiesi epatica, ma che esso anche non si verifichi punto, ciò non impedirà mai che il ferro, elemento, che il fegato suol sempre separare, una volta introdotto per la vena porta nell' organo, non possa poi uscirne per le vie secretorie.

Questi in compendio i risultati delle esperienze fisiologiche e farmacologiche sull' assorbimento e sull' eliminazione del ferro alimentare e medicinale nell' organismo. Non vi ha chi non riconosca quante lacune presentino questi studi e quante d' altra parte ne offrano gli esperimenti fino ad oggi tentati.

Innanzi a tutto una serie di analisi metodiche del contenuto percentuale del ferro nella bile, confermate da doppia prova chimica, eseguite in più riprese su animali operati di fistola permanente e notoriamente sani ci manca affatto. Le cifre che abbiamo esposto sopra ci danno un' idea delle grandissime oscillazioni che nelle diverse esperienze presenterebbe il contenuto percentuale della bile in ferro.

E ci manca pure uno studio metodico sull' aumento che si riscontra nel con-

(1) Prevost et Binet — Recherches expérimentales relatives à l' action des médicaments sur la sécrétion biliaire et à leur élimination par cette sécretion. Revue médicale de la suisse Romande VIII Année NN. 5-6-7.

tenuto percentuale della bile per ingestione di preparati ferruginosi dati a diverse dosi, benchè tanti autori abbiano dimostrato che tale aumento esiste.

Ed ancora dobbiamo accennare che in molti degli studi fatti non è notato il grado di solubilità del preparato ferruginoso, come non è notato il contenuto di quel dato composto in ferro.

CAPITOLO II.

Metodo sperimentale e decorso della secrezione biliare.

Occorreva innanzi tutto mettersi al coperto dal dubbio che le oscillazioni che si sarebbero riscontrate fossero di quelle che si potevano avere in ognuna delle prove fatte in condizioni normali, bisognava assicurarsi dell' ampiezza delle oscillazioni fisiologiche per poter tenere nota di quelle che si fossero presentate in nuove condizioni sperimentali.

E in seguito a questo ordine d' idee sorgeva un altro dubbio. Si sa che dagli studi di Bidder e Schmidt in poi si crede che la secrezione biliare decorra in rapporto con l' alimentazione e cioè sia più copiosa da 1 a 5 ore dopo il pasto, sia minima durante il digiuno.

Queste conclusioni erano state recentemente oppugnate da un mio egregio ed ottimo collega il Dott. Baldi (1) dell' Istituto Fisiologico di Firenze. Egli aveva trovato su due cani operati di fistola permanente come la secrezione biliare decorresse invece affatto irregolare senza alcuna relazione di qualità e quantità coi pasti e col digiuno. Questi risultati che per la bontà del metodo sperimentale e per l' onestà scientifica di chi li pubblicava erano degni di considerazione, urtavano contro tutte le precedenti e numerosissime esperienze e più tardi anche nel nostro Istituto di Bologna non si poterono confermare (2).

Prevost e Binet (l. c.) ripeterono gli esperimenti in modo completo in un lavoro vastissimo e per il genere delle indagini assai difficile. I loro studi confermano i risultati di Bidder e Schmidt e sono anch' essi in opposizione con quelli del Baldi, per quanto gli autori avendo cognizione del lavoro coscienzioso ed attento del collega italiano si sforzino di provare che i loro risultati collimano e si confermano gli uni con gli altri.

Il Baldi delle loro conferme non vorrà certo valersi, chè nel lavoro di Prevost e Binet vediamo accennato fra l' altro che l' ingestione di brodo e peptoni fa re-

(1) Dario Baldi — Sul decorso della secrezione biliare. Lo sperimentale, 1883.

(2) Gustavo Pisenti — Sulle modificazioni della secrezione biliare durante i processi febbrili, Archivio per le scienze mediche Vol. II. N. 10.

golarmente aumentare la nutrizione biliare fino al doppio circa del normale, mentre nei cani del Baldi spesse volte nelle ore successive al pasto si notavano dei minimi di secrezione.

So che uno degli argomenti di cui il Baldi si vale per appoggiare i propri risultati è la durata della prova cui egli sottoponeva i suoi animali. Egli ha tenuto nell' apparecchio Cyon i suoi cani fino a 24 ore di seguito, mentre gli altri operatori, compreso le stesso Pisenti del nostro Istituto, non li hanno tenuti più di 6 ore. In verità, io credo che 6 ore di sospensione nell' apparecchio per qualunque animale anche il più addomesticato ed avvezzo, rappresentino una prova di pazienza unica, cui non si possa reggere senza un certo disturbo generale nervoso, un certo disagio che deve anche andare a danno dell' apparecchio digerente. Con ciò io non dico che la secrezione biliare sia sotto la diretta influenza della psiche, Dio ne liberi, io penso solamente che per una forzata fissazione del corpo, debba il tubo gastro-enterico soffrire nelle sue funzioni, possano forse i movimenti per la progressione del cibo avverarsi con qualche disordine, insomma si verifichino delle condizioni per le quali non abbia luogo il normale funzionare dell' apparecchio digerente.

E però io tentai la prova, confermai i fatti principali notoriamente constatati da tutti gli autori sul decorso della secrezione biliare, vidi ad esempio che si aveva una massima secrezione dopo un pasto carneo, una scarsa dopo un pasto di pane ed una minima durante il digiuno. S' intende che prima dell' esperienza la cistifellea veniva vuotata dalla bile che vi si trovava.

A che seguire la secrezione per 12 o 24 ore quando era ovviato l' unico errore possibile, quello cioè di valutare come secreta recentemente la bile che si fosse accumulata nella cistifellea prima che si tentasse la prova ! ?

Io unisco le tabelle di questi esperimenti, che mi sembrano assai dimostrativi.

Tabella I.

Cane bracco di Kg. 29 operato di fistola biliare completa il 16 Novembre 1887 guarito perfettamente dopo 15 giorni con perdita di Kg. 4 in peso. Si è mantenuto costantemente a 25 Kg. fino al 20 Maggio 1888 ed è morto in seguito a iniezioni ipodermiche di forti dosi di ferro.

Data dell'esperienza	Pasto	Ora del medesimo	Bile secreta in grammi	Durata della secrezione	Secrezione media per ora	Distanza dal pasto
10 Decem. 87	misto (*)	8 ant.	33,95	2 ore	16,97	3,40'
12 » »	id.	id.	26,80	id.	13.40	4,15'
13 » »	id.	id.	24,20	id.	12,10	3,15'
20 » »	id.	id.	30,—	2,30'	12,—	3 ore
21 » »	id.	id.	31,10	2,15'	13,8	4 ore
22 » »	id.	id.	33,30	2,30'	13,32	id.
12 Gennaio'88	latte 750	1 pom.	40,40	1,50'	22,07	1,10'
id.	—	5 pom.	24,—	1 ora	24,—	4 ore
13 » »	latte 500	10,30' a.	40,80	2 ore	22,40	3 ore
14 » »	id.	7,15' a.	43,70	4 ore	10,92	5 ore
15 » »	id.	id.	36,70	2 ore	18,35	— (**)
19 » »	carneo	7,30' a.	60,02	2,25'	24,9	3,45'
20 » »	id.	id.	58,70	2,30'	23,48	3,5'
31 » »	id.	8 ant.	42,12	1,45'	24,70	4,30'
1 Febbr. '88	id.	12 mer.	39,90	2,10'	18,40	5'
id.	—	—	52,85	1,40'	31,80	2,25'
2 » »	carneo	8 ant.	59,40	2 ore	29,70	6,15'
5 » »	id.	id.	59,20	2,20'	25,40	4,45'
21 » »	misto	id.	28,—	1,30'	18,60	4,30'
24 » »	carneo	10 ant.	40,70	3 ore	13,56	45'
26 » »	id.	id.	62,20	4 ore	13,55	15'
28 » »	id.	9 ant.	37,85	35'	12,20	3,35'
2 Marzo '88	misto	1 pom.	53,35	3 ore	17,78	—
7 » »	carneo	8 ant.	60,—	2 ore	30,—	2 ore
10 Aprile '88	misto	9 ant.	59,57	3,45'	15,88	2,25'
16 Maggio '88	carneo	9,35' a.	61,05	3,15'	18,78	10'
17 » »	id.	2 pom.	60,85	3,10'	19,25	—

(*) Il pasto misto risultava di parti eguali carne di cavallo e pane, il carneo di sola carne di cavallo.

(**) La lineetta indica che non è decorso alcun intervallo di tempo apprezzabile.

Tabella II.

Cane di Kg. 21,500 operato il 1° Giugno 1888 e rimasto sempre in eccellenti condizioni e aumentato di peso dall'Agosto (fino a Kg. 22). Morto il 15 Febbraio 1889 per enterorragia da violentissima gastro-enterite prodottasi per ingestione di idrastina.

Data dell'esperienza	Pasto	Ora del medesimo	Bile secreta in grammi	Durata della secrezione	Secrezione media per ora	Distanza dal pasto
19 Giugno '88	Pane (*)	10 ant.	29,70	2,30'	11,8	15'
21 » »	id.	7,30' a.	22,30	2 ore	11,15	3 ore
22 » »	latte 500	10 ant.	37,85	3 ore	12,61	20'
23 » »	Pane	10,45' a.	35,62	3,25'	10,44	5'
10 Luglio '88	id.	7 ant.	39,—	3 ore	13,—	30'
12 » »	id.	id.	38,—	4,15'	8,9	id.
13 » »	id.	id.	38,35	4,13'	9,1	27'
19 » »	id.	1 pom.	32,—	4 ore	8,—	—
20 » »	id.	8.35' a.	32,95	id.	8,23	10'
21 » »	id.	7 ant.	33,—	id.	8,25	15'
31 Decemb.'88	carneo	8 ant.	58,—	2 ore	29	2 ore

(*) Questo pasto risultava di pane bianco (sempre la stessa razione) parte solo, parte inzuppato in acqua proveniente da cottura di paste da minestra.

Per i risultati ottenuti dal mio egregio collega ed amico, penso non sia da respingere la seguente interpretazione. È noto che praticata la fistola cistica permanente, il cane non potendo più contare sul lavoro digerente della bile non può più digerire convenientemente i grassi in ispecie e deve quindi essere nutrito in modo opportuno. Prevost e Binet medesimi fanno osservare (loc. cit.) che a tali animali non si devono somministrare in copia dei grassi perchè questi trattenendosi inutilmente a lungo nell' intestino finiscono per alterarsi ed irritarlo, dando luogo quindi a diffusione dei processi infiammatori alle mucose anche soprastanti e però a tutti i disturbi che accompagnano le gastro-enteriti croniche. Animali caduti in queste condizioni deperiscono fino a morirne, ma non per diretta influenza della operazione subita.

Il Baldi che constatò appunto esito simile nei suoi cani non pensò a questa evenienza, so dalla sua bocca medesima che l' esame microscopico del parenchima epatico non diede segno di alcuna lesione, ed io mi fido assolutamente alla sua parola, ma non posso trascurar di fargli notare la probabilità che i suoi cani

per abuso forse di carne grassa o di ossa ecc. sieno caduti nello stato che il Prevost e il Binet accennano e che induce la morte dell' animale.

Dirò brevemente come io procedeva nei miei esperimenti.

Per tutta la durata delle prove l' animale era tenuto regolarmente al medesimo pasto, che aveva luogo in date ore della giornata. Il giorno prima che si incominciasse la somministrazione del ferro si prendeva un saggio di bile, presso a poco cioè la quantità che si raccoglieva in ogni prova, vale a dire per la durata di 2 a 3 ore. Nei giorni successivi si somministrava il preparato ferruginoso in cui il ferro era già stato dosato e volendolo dare per bocca si mescolava al cibo che il cane doveva ingerire. La somministrazione avveniva quindi sempre alla medesima ora e verosimilmente nelle stesse condizioni dell' apparecchio digerente. In alcuni casi queste condizioni furono cambiate appunto per osservar l' influenza di tale variazione.

In questo modo si aveva il vantaggio di poter osservare se vi fosse o no un aumento del contenuto percentuale di ferro, perchè si aveva il termine di confronto normale, in secondo luogo l' animale era posto nelle condizioni più opportune perchè la secrezione biliare si compisse nelle medesime proporzioni di qualità e quantità, finalmente era ben accertato che l' animale godeva ottima salute, era ilare, aveva grande appetito, rimaneva calmo sull' apparecchio per la durata dell' esperienza.

Raccolta la bile, mediante una sonda in vetro fissata ad una bottiglietta raccomandata al ventre del cane a mezzo di un nastro di gomma elastica, si osservava che una quantità più o meno grande di muco vi si trovava sempre. E perchè questo ad una analisi appositamente istituita dimostrò contenere in media il 0,025 % di ferro (1) e d' altra parte nelle proporzioni in cui si trovava nella bile (circa gr. 0,5 %) non poteva alterarne la composizione centesimale, mi limitai a trattare il liquido ora con carbonato di soda puro, ora semplicemente con mezzi fisici e ottenni che il muco si mescolasse intimamente alla bile totale, tanto che la separazione delle due parti di liquido da esaminare separatamente si effettuasse esatta del tutto. Pesate scrupolosamente queste due parti si praticava l' analisi su entrambe affinchè l' una servisse di verifica all' altra e non fosse quindi possibile un errore di manipolazione.

Il metodo d' analisi era quello dell' Hamburger (loc. cit.) (2), l' unico che senza eccezioni dia buoni risultati. Solo per la distruzione della sostanza organica non mi attenni del tutto al consiglio dell' Hamburger. Secondo questi infatti evaporato

(1) La bile leggermente acidificata con acido acetico fu messa a filtrare sotto una pompa Bunsen e in seguito in semplice filtro puro. Si lavò il muco lungamente con acqua bollente finchè il filtrato non dimostrò di non contener più tracce di ferro dimostrabili col solfocianuro potassico e l' acido nitrico.

(2) Cfr. anche Neubauer und Vogel — Analyse des Harns, 1882.

il secreto, bruciato a debole fiamma si doveva estrar con acido cloridrico, filtrare, trattare il residuo con acido solforico e insieme al filtrato evaporato a bagno maria bruciare a forte calore fino a completa distruzione di tutta la sostanza organica. Io ho sostituito al trattamento con *HCl* subito quello con H^2SO^4 ripetendolo due volte ed ho notevolmente abbreviato il processo per sè assai lungo di questa determinazione. Ecco il processo che ho seguito.

Seccata la bile a bagno maria prima e poi in istufa a 90° in capsula di platino, pesato il residuo secco per poter osservare il rapporto di questo col ferro rinvenuto, carbonizzo la sostanza a fiamma non eccessiva. Aggiungo dell' acido solforico puro distillato solo la quantità necessaria per imbevere il carbone. Riscaldo su fiamma carboniosa bassissima e lentamente finchè non si svolgano più vapori di H^2SO^4 e allora brucio a fiamma calorifica forte. Quando la capsula si è raffreddata aggiungo altro acido solforico e alla stessa bassissima fiamma di prima, faccio sciogliere, evaporare e infine bruciare di nuovo a fiamma a dardo. Così non resta alcuna traccia di sostanza organica. A questo punto sciolgo nella miscela di Mitscherlisch (1) o anche semplicemente metto nella capsula da 10 a 20 c.c. di H^2SO^4 e 30 a 40 di H^2O. Riscaldo dolcemente per mezz' ora o un' ora finchè tutto il residuo sia completamente sciolto e verso la soluzione in un semplice matraccio chiuso da un tappo di gomma a due tubi, l' uno che rimanga nella parte più alta del recipiente, l' altro che riesca a pochi millimetri sopra il livello del liquido. Sopraverso 4 a 5 goccie di acido solforoso finchè non si avverta un forte odore di anidride e dopo aver ben mescolato riscaldo su debole fiamma mentre a traverso al matraccio in direzione dal tubo lungo al breve passa una corrente debole ma costante di CO^2 lavato in carbonato di soda e solfato di rame. La corrente di CO^2 non può durare meno di 2 a 3 ore e il liquido in esame deve essere lasciato raffreddare mentre continua il CO^2 a lavarlo e finchè la corrente che esce dal matraccio non decolori più una debolissima soluzione di permanganato di potassio anche continuandola per un quarto d' ora circa.

A questo momento il liquido è pronto per il saggio titrometrico. La soluzione di permanganato che io ho utilizzato era assai più diluita di quello che non fosse consigliato dagli autori. Invece di sciogliere gr. 0,3165 di permanganato in 1000 di H^2O ne scioglieva un quarto cioè gr. 0,0791 visto che con le proporzioni prescritte ad ogni c.c. di soluzione corrisponde una quantità troppo forte di ferro cioè 0,00108 e che quindi l' eccesso o il difetto di una goccia di soluzione poteva produrre un errore ben apprezzabile. Si pensi infatti che si doveva eseguire la determinazione su masse relativamente piccole, al più 20 o 25 gr. di un liquido contenente solo dei milligrammi di ferro per 100 e che quindi cadevano sotto l' analisi delle quantità minime di ferro.

La titolazione della soluzione di permanganato fu fatta col metodo del solfato

(1) Neubauer und Vogel — loc. cit.

ferroso come è accennato da Neubauer e Vogel (loc. cit.) e dal Fresenius (1) e con quella dell' acido ossalico e fu ripetuta spesso per determinare se la soluzione stessa avesse conservato il titolo che aveva sul principio.

Prima di esporre i risultati delle esperienze voglio dare la prova della bontà del metodo così modificato.

Dosamento del Ferro — Gr. 0,0282 di ossido di ferro anidro puro, corrispondenti a gr. 0,01974 di ferro, sciolti in miscela del Mitscherlisch furono sottoposti al saggio titrometrico. Si determinarono in essi gr. 0,01933 di ferro. Dopo questo ottimo risultato tentai una controprova esperimentando su bile di cane.

Gr. 26,80 di bile ottenuta subito dopo il pasto dimostrarono di contenere gr. 0,001183 di ferro determinato in forma di fosfato ferrico col metodo della precipitazione per il calore in mezzo neutro. Questa bile conteneva dunque il 0,00447 di ferro.

Il giorno dopo dallo stesso cane e nelle medesime condizioni si ottennero gr. 24, 20 che col processo dell' Hamburger mostrarono di contenere gr. 0,0011117 di ferro cioè il 0,0045 %.

La differenza del resto leggerissima fra una determinazione e l' altra può anche essere attribuita ad una delle oscillazioni giornaliere che naturalmente non possano mancare in simili esperienze.

CAPITOLO III.

Influenza del genere d' alimentazione e della distanza dal pasto sulla quantità di ferro eliminato per la bile.

Data una prova sufficiente della fiducia che il metodo meritava è bene che osserviamo il risultato di alcune ricerche istituite da me allo scopo di determinare:

1.° *Se l' alimentazione avesse un' influenza sulla quantità di ferro eliminato per la bile e sul contenuto percentuale di questa in ferro.*

I due cani furono sottoposti a quest' uopo a diverse alimentazioni. Si ottennero così i risultati esposti nella

(1) Fresenius — Anleitung zur quantitative chemischen Analyse, 1872.

Tabella III.

Data dell'esperienza	Pasto	Bile secreta in grammi	Durata della secrezione	Distanza dal pasto	Secrezione media per ora	Residuo secco %	Contenuto % della bile in ferro	Media del ferro eliminato per ora
20 Decemb.'87	misto	30,—	2,30'	3 ore	12			
21 Decemb. 87	id.	31.10	2,15'	4 ore	13,8	—	0,0035	0,00045
22 Decemb. 87	id.	33,30	2,30'	id.	13,3			
11 Gennaio 88	carneo	60,02	2,25'	3,45'	24,9			
20 Gennaio 88	id.	58,70	2,30'	3,5'	23,48	3,72	0,0023	0,00055
5 Febbraio 88	id.	59,25	2,20'	4,45'	25,4	4,36	0,0030	0,00076
10 Aprile 88	id.	59,57	3,45'	2,25'	15,88	2 60	0,0048	0,00076
19 Giugno 88	Pane	29,69	3,75'	15'	8,2	2,05	0,00318	0,00026
19 Luglio 88	Pane	29,45	4 ore	—	8,—	3,93	0,00451	0,00036

Queste prove dimostrano assai bene come nelle ore successive al pasto, durante le quali la secrezione biliare è sotto l' influenza di questo, la quantità del ferro eliminato sia maggiore o minore a seconda del genere di alimentazione. E così per un pasto di pane la eliminazione sia minima, per uno misto media, per uno carneo, massima. Questa influenza che deve certo esercitarsi giornalmente anche in ragione della ricchezza maggiore o minore in ferro, del pasto di qualunque genere esso sia, non ci rende ragione delle oscillazioni straordinarie che troviamo nelle cifre date dagli autori citati. Già in essi è trattata solo la media percentuale del ferro nella bile e solamente l' Hamburger studia con diligenza quanto ferro sia eliminato per giorno mediante la secrezione orinaria e la biliare.

Ora, noi dobbiamo tener presente quanto possa trarre in inganno il considerare la cifra percentuale del ferro senza tener conto della quantità totale di ferro eliminata nell' unità di tempo. Vediamo infatti nella tabella III che ad oscillazioni poco sentite dell' una corrispondono variazioni assai notevoli nell' altra e che ci dimostrano come la bile secreta per influenza di alimentazione carnea sebbene presenti una copia percentuale di ferro talora inferiore a quella dovuta ad alimentazione mista o tutta di pane, tuttavia per la quantità in cui si produce vale ad allontanare dal circolo una dose di ferro maggiore.

Noi abbiamo veramente potuto determinare che il secreto formatosi dopo l' alimentazione carnea mantiene sensibilmente invariata la densità ordinaria, perchè il suo residuo secco continua ad oscillare fra i 3 e i 4 %.

Siamo purtroppo lontani dal conoscere per quale meccanismo l' alimentazione carnea dia luogo a più copiosa formazione di bile, ma dal risultato di questa iperfunzione ci sembra facile l' arguirne lo scopo. Si sa infatti che una quantità forte di carne introdotta nel tubo digerente rappresenta un più grande lavoro per lo stomaco, rappresenta quindi una copia più forte di chimo da neutralizzare e rende perciò necessaria maggior quantità di bile. E intendiamo benissimo come questa bile più copiosa non abbia contemporaneamente ad essere più diluita non debba avere una densità minore, giacchè se il suo scopo deve essere quello di neutralizzare una copia più grande di chimo, esso non sarebbe più raggiunto quando le sostanze solide del secreto biliare che in massima parte sono rappresentate dai tauro e glicocolati venissero a trovarsi in minore quantità in questa bile più abbondante.

Riguardo al ferro poi le analisi praticate dal Wolf (cit. da Scherpf) sui vari alimenti ci dicono come il frumento contenga l' 1,31 di sesquiossido di ferro % di ceneri, mentre secondo il Weber la carne di cavallo che è la più ricca in ferro, conterrebbe solo l' 1 % di ceneri. Ma noi sappiamo anche che il ferro si trova nei muscoli in uno stato almeno analogo a quello in cui è combinato nell' emoglobina e certo non in queste condizioni opportunissime per l' assorbimento si trova nel frumento quell' 1,31 di ferro %. Di più è noto come nel cane la carne sia anche più completamente digerita che non il frumento e che quindi, *caeteris paribus*, entrerà in circolo maggior quantità del ferro della carne che non di quello del pane.

Anche tenendo conto del nostro rapporto percentuale vediamo che nei nostri esperimenti le variazioni oscillano da 0 a 2 milligrammi % di bile mentre le analisi finora citate portano delle variazioni massime di 66 milligrammi in quelle di Hoppe-Seyler e di 10 milligr. % in quelle del Young, senza che sia accennato ad alcuna condizione speciale dell' esperimento.

2.° L' altro quesito che ci siamo proposti di risolvere riguarda *l' influenza delle diverse distanze dal pasto sulla eliminazione del ferro per la bile.*

A chiarire questa questione inseriamo un quadro, in cui oltre l' influenza dei vari cibi si nota quella delle distanze a cui si incominciò a raccogliere bile.

Tabella IV.

Pasto	Distanza della secrezione dal pasto	Secrezione media per ora in grammi	Contenuto percentuale della bile in ferro	Media del ferro eliminato per ora
Carneo	4 ore	26	0,0024	0,00062
id.	—	20	0,0021	0,00042
id.	2 ore	30	0,0023	0,00069
id.	id.	15	0,0048	0,00072
Misto	4 ore	14	0,00348	0,00047
id.	—	18	0,0034	0,00061
Pane	4 ore	17	0,00159	0,00025
id.	—	8	0,00456	0,00036
id.	—	10	0,0040	0,00040
id.	—	9	0,0031	0,00028

Le cifre che qui portiamo non sono molto numerose, ma tuttavia per la loro concordanza si presentano ben eloquenti!

Noi osserviamo che a seconda dell' influenza esercitata dal pasto sulla funzione epatica e quindi sulla quantità di bile secreta, a seconda che l' esperimento ha sorpreso l' organo nell' istante in cui l' influenza dell' alimentazione si faceva sentire più o meno, anche la quantità di ferro ha variato ed in perfetto rapporto. E precisamente la secrezione che avviene dopo un pasto carneo allontana dall' organismo maggiore quantità di ferro nelle ore in cui essa è più abbondante cioè dalle 2 alle 5 dopo il pasto; quella che sussegue a un pasto di solo pane presenta il suo massimo di potere di eliminazione quando essa pure si trova al suo massimo cioè da subito fino a 2 ore dopo il pasto. In altre parole il fegato presenta il suo massimo potere di eliminazione per il ferro in coincidenza colla sua massima produzione biliare, cioè dalle 2 alle 5 ore dopo un pasto carneo, dall' 1 alle 3 per uno misto, da subito alle 2 per uno di pane.

CAPITOLO IV.

Assorbimento del ferro come preparato medicinale, e sua eliminazione per la bile.

Esaminate bene le condizioni del nostro esperimento vediamo come avvenga l'assorbimento del ferro a seconda del preparato somministrato, della dose e della via di somministrazione.

1. Preparati insolubili.

Dosi forti di carbonato di ferro, 2 gr. per giorno diviso in due dosi. Cane B operato da 1 mese circa e in perfetta salute.

Tabella V.

Data di esperimento	Quantità di bile analizzata	Tempo decorso dall'ultimo pasto	Tempo decorso dalla somministr. del ferro	Ultima dose di ferro somm. (Carbonato)	Durata della secrezione	Velocità della medesima per ora	Ultimo pasto prima dell'esperimento	Residuo secco della bile %	Contenuto % della bile in ferro	Media del ferro eliminato in un'ora
19 Giug.'88	29,69	15'	—	—	3,35'	gr. 8,2	Pane	2,05	0,00318	0.00026
10 Luglio.	35,25	20'	20'	1 gr.	5,20'	» 7,3	id.	3,425	0,00391	0,00028
12 »	37,95	30'	30'	1 gr.	4,15'	» 8,8	id.	3,72	0,00358	0,00031
13 »	38,55	27'	27'	1 gr.	4,13'	» 9,1	id.	3,25	0,00362	0,00032
19 »	29,45	—	—	—	4	» 8	id.	3,935	0,00451	0,00036

A chiarire la cifra ottenuta nell'esperienza del 19 Luglio dobbiamo notare che per indocilità dell'animale si era spezzata qualche giorno prima la cannula di vetro dell'apparecchio in cui si raccoglieva la bile ed era rimasta entro la cistifellea. Questo pezzetto di tubo non può a meno di aver determinato sulle prime una irritazione nella mucosa della cisti, tant'è vero che si notò poi una copia di muco maggiore assai della solita, quale si osserva anche dal residuo secco. La cifra che abbiamo ottenuto dopo questo fatto il 19 Luglio è di qualche cosa superiore alla normale in ragione forse della maggior quantità di muco che si è commisto alla bile.

Abbiamo veduto infatti che queste mucosità che si trovano nel secreto biliare contengono quantità assai notevoli di ferro e si capisce di leggeri che quando esse

sieno in copia forte nella bile devono certamente far variare assai il suo contenuto percentuale in ferro.

Comunque sia, esaminando i risultati ottenuti in questa serie di prove noi vediamo, che le oscillazioni che si notano nella quantità percentuale del ferro e in quella eliminata in media ogni ora di secrezione dopo varie e forti dosi di carbonato, sono così piccole da potersi porre fra le giornaliere non ostante il progressivo ma lieve aumento della quantità media di ferro eliminato ogni ora.

E sì che come è noto, il succo gastrico del cane contiene del *HCl* in copia ben superiore a quello dell' uomo e parrebbe dovesse di leggeri sciogliere un gramma di carbonato o almeno scomporne una buona parte, dando luogo a formazione di cloruro di ferro solubile ed a sviluppo di CO^2. Invece, a quanto pare ciò avviene solo in proporzioni assai tenui, perchè molto lieve in fatti è la variazione della quantità di ferro che si osserva essere stata eliminata per la bile.

2. Preparati solubili.

A. Somministrazioni per bocca — *a) Dosi piccole.* — Percloruro di ferro. Cane A.

Nei giorni 12, 13, 14, 15 del Gennaio 1888 si somministrano nel latte fresco 4 dosi di un liquore alcoolico al percloruro di ferro contenente l' 1 per mille di Fe^2O^3. Ecco i risultati:

Tabella VI.

Data di esperimento	Quantità di bile analizzata	Tempo decorso dall'ultimo pasto	Tempo decorso dalla somministr. del ferro	Ultima dose di ferro somm. Fe^2O^3 come percl.	Durata della secrezione	Secrezione media per ogni ora	Ultimo pasto prima dell'esperienza	Contenuto % della bile in ferro	Media del ferro eliminato ogni ora
12 Gennaio '88	40,40	1,10'	1,10'	0,032	1,50'	22,07	latte 750		
id.	24,—	1 ora	—	—	1 ora	24,—	—		
13 » »	44,80	3 ore	2 ore	0,039	2 ore	22,4	latte 500	0,0015	0,00029
14 » »	43,70	5 ore	4 ore	0,032	4 ore	10,92	id.		
15 » »	36,7	—	2 ore	0,041	2 ore	18,35	id.		

Osserviamo per queste esperienze, che dosi di ferro così basse anche di un preparato solubile come il percloruro di ferro, somministrate nel latte fresco, non danno alcun aumento nè percentuale nella bile, nè nella quantità media eliminata per ora, che anzi nel nostro caso si mostra più bassa che d' ordinario.

Citrato di ferro — Preparato ottimo che conteneva secondo le mie prove il 29,55 % di Fe^2O^3. Questo preparato venne dato al cane B in una zuppa di latte e pane sempre nelle stesse ore del pomeriggio e alla medesima distanza dal

pasto fatto la mattina. Il cane era messo sull' apparecchio subito dopo che aveva preso il ferro e vi era mantenuto per 3 ore.

Tabella VII.

Data dell'esperimento	Quantità di bile analizzata	Tempo decorso dall'ultimo pasto	Tempo decorso dalla somm. del ferro	Ultima dose di ferro somm.ª (citrato) espr. in Fe^2O^3	Durata della secrezione	Velocità della medesima per ora	Ultimo pasto prima dell'esperimento	Contenuto della bile in ferro %	Quantità media di ferro eliminata per ogni ora
31 Agosto 1888	30,66	6 ore	0'	gr. 0,10	2,50'	gr. 10,7	Misto	0,0046	0,00049
1 Settembre »	44,15	4,45'	»	id.	3 ore	» 14,7	id.	0,0049	0,00072
2 » »	39,40	5 ore	»	id.	3,30'	» 11,2	id.	0,0061	0,00068
3 » »	59,85	5,30'	»	id.	3 ore	» 19,95	id.	0,0068	0,00136
4 » »	57,65	6 ore	»	id.	id.	» 19,21	id.	0,0032	0,00061
5 » »	56,03	5,45'	»	id.	id.	» 18,7	id.	0,0025	0,00046
6 » »	52,55	5,45'	»	id.	id.	» 17,51	id.	0,0034	0,00059
7 » »	37,75	4,15'	»	id.	id.	» 12,68	id.	0,0045	0,00056

Ammesso per le precedenti esperienze che la quantità di ferro eliminata fisiologicamente per la bile in un' ora, dopo un pasto misto, sia di circa gr. 0,0004, noi notiamo che nel caso presente fino al 4° giorno di somministrazione osserviamo un progressivo aumento nella quantità percentuale del ferro e nella media eliminata, aumento che si porta sino al triplo della proporzione normale. Ma poi al 5° giorno la cifra si abbassa rapidamente, si abbassa ancora più al 6°, per poi rimettersi al normale ed anche leggermente rialzarsi di nuovo. Noi troviamo in questi risultati molti fatti assai importanti di cui tenteremo più tardi un' interpretazione quando li avremo appoggiati con altre esperienze.

*b) **Dosi medicinali notevoli.*** — Cane A. Saccarato di ferro solubile e cane B id.

Il preparato proveniente dalla fabbrica Merck conteneva secondo le mie determinazioni il 3,72 % di Fe^2O^3, era di ottimo sapore zuccherino, si scioglieva perfettamente in pochissima acqua, era consumato così disciolto, con avidità dal cane che puliva scrupolosamente la capsula in cui il farmaco era preparato.

Tabella VIII.

Data dell'esperimento	Quantità di bile analizzata	Tempo decorso dall'ultimo pasto	Tempo decorso dalla somm. del ferro	Ultima dose di ferro som.ª saccarato in Fe^2O^3	Durata della secrezione	Velocità della medesima per ora	Ultimo pasto prima dell'esperimento	Residuo secco della bile %	Contenuto della bile in ferro %	Quantità media di ferro eliminato in un'ora di secr.
21 Febbraio '88	22,25	4,30'	2,30'	gr. 0,18	1,30'	gr. 18,7	Misto	2,94	0.0065	0,00121
23 » »	55,70	4,45'	45'	» 0,21	1,15'	» 12	id.	4,06	0,010	0,00125
24 » »		45'	45'	» 0,19	3,15'	» 12,5	Carneo			
26 » »	46,19	15'	15'	» 0,17	4 ore	» 15,5	id.	3,52	0,0073	0,00113
28 » »	34,95	4,35'	3,35'	» 0,15	3,5'	» 9,9	id.	3,65	0,0053	0,00052
2 Marzo »	46,95	—	—	—	3,10'	» 16,5	Misto	3,20	0,0038	0,00062
7 » »	36,54	2 ore	—	—	2 ore	» 30	Carneo	3,45	0,0023	0,00069
19 Giugno '88	29,69	15'	—	—	3,35'	gr. 8,2	Pane	2,05	0,0031	0,00025
22 » »	37,85	35'	35'	gr. 0,196	4,20'	» 8,7	P. e latte	2,34	0,0030	0,00026
23 » »	35,62	5'	—	—	3,25'	» 10,4	Pane	3,25	0,0040	0,00041

L' aumento del contenuto in ferro è evidente nel primo caso, anche se si prenda a termine di confronto la cifra maggiore riscontrata per la bile normale, cioè 0,0044 $\%_0$ e quella del ferro eliminato ogni ora 0,00045. Notiamo che la ingestione di un preparato solubile, dato in dose ragguardevole, ha determinato un evidente accrescimento della quantità percentuale contenuta nella bile, e nella media di eliminazione per ora. Dosi simili oscillanti intorno a gr. 0,20 di Fe^2O^3 vengono somministrate nel medesimo modo per 4 giorni, 21, 22, 23, 24 si ha così il 2° esperimento.

Non v' è chi non noti l' importanza del risultato ottenuto. L' aumento del ferro osservato nella bile, forte non solo relativamente, ma anche assolutamente sta a dirci senza alcun dubbio, che in tali condizioni il ferro è stato assorbito, continuamente.

Nel 3° esperimento (26 Febbraio) osserviamo che essendosi prolungato ancora l' uso quotidiano del saccarato alla medesima dose per altri due giorni, giunti al 6° di somministrazione, l' aumento non si mantenne più ad un grado così elevato sebbene ancora assai notevole. Quest' influenza di dosi continuate si manifesta ancora e più marcata nelle esperienze successive. Passano altri due giorni in cui la dose di ferro è raddoppiata, cioè la quantità che veniva somministrata solo prima dell' osservazione al mattino viene anche data la sera. Siamo così arrivati all' 8ª giornata, l' aumento in ferro si è reso anche meno rilevante, la cifra anzi si è accostata di più alla normale.

Nell' intervallo che corre fra questo esperimento e il successivo, cioè dal 28 febbraio al 2 marzo si è nutrito il cane a pasto carneo, senza dargli più ferro. Il fegato ha avuto campo di lavarsi nel sangue che copiosamente lo ha irrigato durante l' iperfunzione prodotta dall' alimentazione carnea. Ma se per l' abbondante quantità di bile secreta per questo pasto osservasi che il rapporto percentuale del ferro è disceso sempre più, finchè dopo altri 5 giorni ha toccato una cifra minima affatto, noi vediamo per contro che la quantità media di ferro eliminata, per ora è andata accrescendosi in ragione certamente della alimentazione di carne, che versava in circolo una copia maggiore di ferro organico direttamente assimilabile e facile ad essere assorbito.

Come si osserva nella medesima tabella abbiamo fatto nel cane B un saggio isolato. Determinata cioè la composizione della bile avanti l' esperimento abbiamo dato all' animale la dose solita di saccarato. Abbiamo veduto così che nello scorcio di tempo dalla somministrazione al momento in cui si terminò di raccogliere bile, circa 5 ore, non si era eliminato ferro in più del solito, mentre il giorno dopo, sebbene la somministrazione del ferro non avesse avuto luogo, si notava un aumento abbastanza apprezzabile. Questa assenza del ferro dalla bile secreta con piccola velocità, e cioè durante un periodo in cui il fegato non funzionava con l' energia indotta da pasto carneo, non ci fa meraviglia, molto più poi che nel giorno appresso il ferro comparve nelle proporzioni veramente che potevano aspettarsi dalla lieve somministrazione effettuata.

A questo punto è bene far sosta nella enumerazione dei fatti, giacchè parecchi di già ne abbiamo raccolto ed è necessario ormai che ce ne rendiamo conto.

Innanzi tutto osserviamo che tanto per le somministrazioni di piccole dosi gr. 0,10 di Fe^2O^3 (citrato) come per quelle di dosi notevoli gr. 0,20 di Fe^2O^3 (saccarato) si nota un aumento nella quantità del ferro eliminato per la bile. Questo aumento comincia a manifestarsi il giorno stesso o quello dopo la somministrazione e cresce col continuare di quest' ultima. Ma poi giunti ad un certo punto di tale somministrazione e nei casi nostri, arrivati al 5° giorno ha luogo il fenomeno inverso, vale a dire il ferro va man mano decrescendo in quantità nel secreto biliare, finchè esso raggiunge uno dei limiti più bassi in cui fisiologicamente soglia presentarsi. Il fenomeno è più manifesto nel caso di dosi minori gr. 0,10, ma tuttavia i risultati si confermano gli uni con gli altri, perchè analoghi, sebbene ottenuti su animali diversi, e variando dosi e preparati. Il fatto della comparsa del ferro nella bile non può essere attribuito che ad un semplice fenomeno d' assorbimento del ferro dal sangue e successiva eliminazione a mezzo del secreto biliare, giacchè trattasi di una sostanza che penetra nell' organismo per l' intestino e quindi deve entrare nel sangue per il circolo portale.

S' intende da sè come il fegato debba essere il primo organo in cui detta sostanza si soffermi. Dato per i molteplici studi fatti sino ad oggi che il ferro ingerito difficilmente si elimini per altra via che non sieno le feci o più giustamente

la bile, dato che il fegato sia una specie di emuntorio per il ferro, dacchè in esso senza alcun dubbio i globuli rossi vecchi si distruggono e l' emoglobina si scompone o scomposta si raccoglie, dato come apparisce dalle nostre esperienze che forti aumenti nell' eliminazione del ferro, e nel rapporto percentuale della bile in ferro si notino per introduzione di preparati marziali nell' organismo, non è illogico il considerare il fegato come l' organo in cui si raccoglie il ferro che va eliminandosi. Noi intendiamo cioè di attribuirgli la proprietà di trattenere il di più di ferro che vien portato in circolazione o anche quel preparato ferruginoso che il sangue in sè non può e non suole contenere e che le esperienze di Jacobi ci indicano venir rapidamente allontanato per le urine quando arrivi al di sopra di certe dosi. Ma se per questo modo è facile l' interpretare il fatto del progressivo aumento del metallo nella bile dietro continue e regolari somministrazioni, non è facile il comprendere come ad un tratto al 3° giorno di somministrazione l' aumento non debba notarsi più, ma invece si verifichi in mezzo a molte oscillazioni un ritorno al rapporto normale. A noi sembra che anche questo possa rettamente interpretarsi partendo da quanto abbiamo accennato più sopra. Abbiamo ammesso infatti che nel fegato al 3° o 4° giorno di somministrazione del ferro si sia andata accumulando una copia ragguardevole del metallo lasciatavi dal sangue portale, che andava man mano assorbendolo dal tubo gastro-intestinale.

È certo che questa proprietà di immagazzinare del ferro, ammissibile del resto per la sua analogia con quella di attirare il mercurio ed altri metalli pesanti, non deve però intendersi alla lettera; è certo che uno scambio, un lavacro dell' organo, deve pur compiersi per opera del sangue che lo attraversa e che, nè è tutto portale, nè può lasciare in seno all' organo proprio tutto il metallo tolto all' intestino. Orbene, man mano che il fegato diventa più ricco in ferro, diverrà anche più grande la quantità di questo metallo che abbandona il letto della circolazione epatica per entrare nel circolo generale. E nulla quindi di strano che al 5° giorno questo trasporto del ferro dalla prima tappa fatta nell' organismo alla corrente sanguigna generale non sia divenuto così forte da richiedere il rapido ed efficace intervento del rene, perchè tutto il metallo, che si trova in eccesso sia subito allontanato.

A questo punto saremmo dunque nelle condizioni stesse d' allora, quando introduciamo direttamente nelle vene del ferro e che il Jacobi fra gli altri ha meglio dimostrato. S' intende bene, come continuando la somministrazione di ferro per la via del tubo gastro-enterico debba ricominciare l' accumulo del metallo nel fegato e si spiega quindi perfettamente, come possa aversi un nuovo aumento del ferro eliminato per la bile quale abbiamo notato nella Tabella V ai giorni 6 e 7 Settembre. In quest' ultima serie d' esperienze torniamo a trovare nel 28 Febbraio che l' organismo si scarica a mezzo dei suoi emuntori più rapidi, i reni, poichè la dose che entra nella circolazione generale è troppo elevata e stimolando la funzione renale allontana tosto tutto l' eccesso di ferro. Essa fa in modo quindi

che l' accumulo avvenuto nel fegato scemi rapidamente perchè rapidamente il sangue porta fuori dell' organo il metallo e lo cede tosto alla secrezione urinaria.

È evidente che la opinione del Bernard e la teoria quindi della scuola di Schmiedeberg che l' azione dei ferruginosi si limiti a favorire i processi digestivi potrebbero solamente fino ad un certo punto interpretare l' aumento del ferro nella bile per una estrinsecazione del miglioramento di tutte le funzioni e specialmente della sanguificazione prodotto dalla migliorata digestione. E diciamo fino a un certo punto, perchè nè con questa idea nè con quella del Pohl si spiegherebbe affatto come dopo 4 o 5 giorni di azione benefica sul tubo gastro-enterico il ferro debba così prontamente riescire inefficace e agendo per un meccanismo così indiretto manifestarsi con rapporti tanto intimi e costanti con le dosi che furono introdotte. Ammesso invece l' accumularsi del ferro nel fegato, si interpreta direttamente il suo accrescersi nella bile, si comprende il suo rapido decrescere in questo secreto, allorchè col lavarsi dell' organo per opera del sangue il preparato ferruginoso abbia determinato in circolo la comparsa di quegli stimoli che valgono ad allontanarlo subito dall' organismo.

Gli è così che l' alimentazione carnea come quella che induce nel fegato una iperfunzione e quindi un maggior irrigamento dell' organo rende più lento l' accrescersi relativo della quantità percentuale del ferro nella bile e facilitando il lavacro del fegato fa giungere più presto l' istante in cui lo scarico del ferro si compie per opera del rene. A maggior appoggio dell' interpretazione che io propongo possono anche istituirsi parecchie altre serie di esperimenti, che io conto di attuare e che varranno certamente ad assicurare quanto in essa vi sia di vero e di falso.

B. Somministrazioni per via ipodermica. — Anche queste esperienze furono praticate su due animali e con due preparati diversi il citrato e il saccarato di ferro. La somministrazione ebbe luogo per parecchie iniezioni fatte ai lati dell' addome. Sul cane A si compirono in questo modo le seguenti esperienze.

Tabella IX.

Data dell' esperimento	Quantità di bile analizzata	Tempo decorso dall' ultimo pasto	Tempo decorso dalla somm. del ferro	Ultima dose di ferro somm.ª saccarato in Fe^2O^3	Durata della secrezione	Velocità della medesima per ora	Ultimo pasto prima dell' esperimento	Residuo secco della bile %	Contenuto della bile in ferro %	Quantità media di ferro eliminata per ogni ora
10 Aprile '88	59,57	2,25'	—	—	3,45'	gr. 15,9	Carneo	2.60	0,0048	0.00076
11 » »	43,5	2,30'	30'	gr. 0,10	4,5'	» 11,4	id.	2,74	0,0044	0,00050
12 » »	50,69	1,30'	—	—	3,30'	» 14,7	id.	2,50	0,0057	0,00083
15 Maggio »	16,87	1,51'	1,6'	» 0,12	4,4'	» 3,8	id.	3,22	0,0106	0,00040
16 » »	61,05	10'	—	—	3,15	» 18,7	id.	—	0,0051	0,00095
17 » »	60,85	—	—	—	3,10'	» 19,2	id.	—	0,0021	0,00040

Ottenute nella prova del 10 Aprile le cifre normali, vediamo in quella dell' 11 che iniezioni ipodermiche di gr. 0, 10 di ossido, praticate mezz' ora prima di raccoglier bile non hanno prodotto nessun aumento nel ferro eliminato per la bile, sebbene questa sia stata secreta in quantità piuttosto piccola. Invece dell' aumento si è verificata piuttosto una diminuzione perchè non si può mettere la variazione in conto di una delle solite oscillazioni normali.

Il ferro è uscito in questo caso evidentemente per le urine come negli esperimenti del Jacobi, prova però che mi riserbo di far in seguito invece di appellarmi all' esperienza altrui.

In questo caso l' iniezione di ferro diede come al solito uno stato di profonda depressione con perdita dell' appetito per tutta la giornata, fatto questo tanto più rimarchevole, quando si consideri che si trattava di animale per l' operazione subìta voracissimo.

Nel saggio seguente osserviamo che la quantità percentuale di ferro è aumentata al disopra del rapporto normale e delle oscillazioni fisiologiche. La quantità di ferro eliminata in media ogni ora di secrezione ci dice chiaramente che è avvenuto un aumento degno di nota. Ma ci sembra molto ovvio l' ammettere come causa del fenomeno la distruzione dei globuli rossi, che l' entrata del preparato nel sangue non può a meno di non aver prodotto, distruzione che in ultima analisi si manifesta con una maggiore quantità di pigmento biliare e quindi di ferro nella bile.

Nell' esperimento del 15 Maggio troviamo che la bile raccolta dalla 1ª alla 5ª ora dopo iniezioni di saccarato è in quantità assolutamente minima e per qualità si presenta assai ricca in muco. Quanto al primo fatto se si nota nel quadro a che minimi termini era ridotta la secrezione, gr. 3, 8 per ora, sebbene si trattasse di alimentazione carnea si può anche intendere come la quantità percentuale del ferro abbia potuto crescere così a dismisura. Se infatti si consideri che in queste quattro ore di secrezione prendendo una media, si sarebbero dovuti ottenere almeno $4 \times 15 = 60$ gr. di bile e invece se ne sono avuti circa 17 cioè presso a poco un terzo, si può anche formar il concetto che la quantità di ferro che doveva trovarsi in quei 60 gr. si sia accumulata nei 17 e allora la cifra di 0, 010 ridotta a un terzo diverrà presso a poco la media normale. Che questa spiegazione sia giusta è dimostrato dalla cifra che rappresenta la quantità media di ferro eliminata per ogni ora di secrezione. Essa ci dice che nella depressione generale dell' organismo il fegato pure ha rallentato la sua funzione e corrispondentemente a questa si è resa più debole l' attitudine che noi gli riconosciamo di eliminare ferro per la via della bile.

La somministrazione aveva dato luogo al solito abbattimento generale da cui però il cane era completamente riavuto il giorno dopo. Si trovò allora che per il fatto accennato anche nell' altro caso precedente cioè per l' avvenuta distruzione di emoglobina si accumulava maggior copia di ferro nella bile.

Scorsi poi altri due giorni di pasto carneo abbondante e quindi di ricco lavacro del fegato e dell' organismo, osserviamo che il percentuale di ferro nella bile è scemato probabilmente, perchè la distruzione verificatasi di emoglobina ha reso necessario da parte del sangue un risparmio del prezioso composto, e il ferro quindi si trova in quantità minore nella via di eliminazione fisiologica più abbondante qual' è il secreto biliare.

Cane B. Iniezioni multiple di una soluzione di 2 gr. di citrato di ferro in 10 gr. di soluz. fisiolog. *Na Cl.*

Tabella X.

Data dell'esperimento	Quantità di bile analizzata	Tempo decorso dall'ultimo pasto	Tempo decorso dalla somm. del ferro	Ultima dose di ferro iniet. (citrato) in Fe^2O^3	Durata della secrezione	Velocità della medesima per ora	Ultimo pasto prima dell'esperimento	Residuo secco della bile %	Contenuto della bile in ferro %	Quantità media di ferro eliminato per ogni ora
19 Luglio '88	29,45	—	—	—	4 ore	gr. 8,—	Pane	3,93	0,0045	0,00036
20 » »	32,95	10'	35'	gr. 0,591	id.	» 8,24	»	3,46	0,0039	0,00032
21 » »	33,—	15'	—	—	id.	» 8,25	P. e latte	2,57	0,0039	0,00032

Stabilite nell' esperienza del 19 Luglio le cifre normali, osserviamo nel 20 Luglio il solito quadro sintomatologico, all' infuori della velocità di secrezione che è un po' maggiore che negli altri casi; il contenuto in ferro è leggermente diminuito dal giorno prima.

Le iniezioni fatte 25 minuti prima del pasto e 35' prima che si incominciasse a raccogliere bile non hanno dato alcun dolore, nè alcuna complicazione. Dopo 12 ore l' animale era perfettamente ristabilito dalla dose elevatissima di ferro ricevuto e che aveva prodotto in lui un profondo abbattimento. Quanto alla dose di ferro rinvenuta il giorno dopo nella bile, se essa si presentò immodificata del tutto dal giorno precedente dovremo attribuirlo al modo della somministrazione, in soluzione fisiologica di cloruro di sodio, o al preparato, citrato, che abbiano prodotto solo una piccola e insensibile distruzione di globuli rossi? Lascio impregiudicata la questione nella speranza di ritornarvi in altra circostanza.

Dobbiamo infine richiamare l' attenzione del lettore su di un fatto che incidentalmente abbiamo trovato. È noto che la bile soggiornando nella cistifellea si concentra, il suo residuo secco diventa maggiore, io ebbi l' opportunità di esaminare nel cane B della bile che era rimasta nella vescichetta per 24 ore circa essendosi chiusa l' apertura esterna della fistola. La bile secreta durante questo tempo non fu stragrande certo perchè l' animale non era sottoposto a dieta carnea ma si può calcolare su di un accumulo di 120 a 150 gr., mentre non ne furono estratti che 51,03. Il calcolo che abbiamo fatto è desunto naturalmente dalla me-

dia secrezione giornaliera dello stesso cane al medesimo pasto. Su questa bile divisa in due porzioni l' una di gr. 28, 81, l' altra di 22, 22 fu praticata la determinazione del ferro e si riscontrò nella prima 0, 00179, nella seconda 0, 00138, cioè 0, 00623 % di ferro nell' una e 0, 00624 nell' altra. In media 0, 006235 % (1). Un valore adunque superiore al normale di una quantità non trascurabile. Ne deduciamo quindi che *la concentrazione che si ammette avvenga nella bile in tali condizioni comprende anche il ferro.*

Questa concentrazione può aver luogo per due meccanismi. 1° Perchè il secreto accumulatosi nella vescichetta aumenti la pressione dei dotti biliari e induca un riassorbimento come nell' itterizia da occlusione del coledoco. 2° Perchè solo l' acqua venga riassorbita dai vasi della cisti e dei dotti e per tal modo il secreto si addensi. Entrambi i meccanismi sono probabili e possibili, se il primo dovesse avere la prevalenza dacchè tanto facilmente lo riscontriamo in via patologica, il fatto da noi esposto sarebbe una prova di più dell' azione emuntoria esercitata per il ferro dal fegato, che richiamerebbe a sè una seconda volta quel materiale che per condizioni particolari era rientrato in circolo.

Conclusioni.

Riassumendo per sommi capi quanto abbiamo potuto determinare nel nostro studio fisseremo i seguenti punti principali.

1°) I cani di una certa mole (almeno 20 Chilog.) possono sopportare per 9 mesi almeno l' operazione della fistola biliare completa senza incorrere in disturbo alcuno all' infuori di una grande voracità.

In così lungo periodo di tempo la secrezione biliare non cambia il suo decorso normale, si mantiene nei rapporti fisiologici col pasto e col genere di alimentazione.

2°) La bile contiene una quantità determinata percentuale di ferro, che varia col genere dell' alimentazione, con la lontananza dei pasti e quindi con la velocità di secrezione. Questa quantità percentuale può oscillare perciò fra gr. 0,0021 e gr. 0,0045.

3°) Per ogni ora di secrezione massima un cane di Chilog. 22 circa elimina millig. 0,35 di ferro dopo un pasto di pane cioè millig. 0,016 per Cg. dell' animale. Per ogni ora di secrezione minima dopo lo stesso pasto ne emette per la bile millig. 0,25 vale a dire millig. 0,011 per Kg. un' ora di secrezione massima dopo pasto misto dà millig. 0,45 cioè millig. 0,02 per Kg.; una di secrezione minima dopo pasto misto produce millig. 0,32 cioè millig. 0,014 per Kg. d'animale.

(1) Portiamo queste cifre anche a prova della bontà del metodo.

Un cane di Kg. 25 dopo un pasto carneo nelle ore di secrezione minima dà in media millig. 0,55 di ferro corrispondenti a millig. 0,022 per Kg. e dopo lo stesso pasto nelle ore di secrezione massima ne elimina millig. 0,8 cioè millig. 0,032 per Kg.

4°) La bile che ha soggiornato un certo tempo (24 ore) in cistifellea presenta oltre il noto aumento di densità una quantità percentuale di ferro doppia del normale.

5°) La somministrazione di ferro (come sale inorganico e organico, carbonato o percloruro citrato o saccarato, per bocca o per iniezione ipodermica) dà luogo ad un aumento nella eliminazione di questo metallo per la bile.

Dosi forti di un preparato insolubile (gr. 0,10 di carbonato per giorno e per Kg. di animale) danno degli aumenti di eliminazione appena apprezzabili anche se ripetute per 5 o 6 giorni.

Dosi minime di preparato solubile (gr. 0,001 di Fe^2O^3 in forma di percloruro per giorno e per Kg. di animale) anche ripetute non producono alcun aumento d' eliminazione e della quantità percentuale nella bile.

Dosi medie (gr. 0,005, di sequiossido in forma di citrato per Kg. d' animale e per giorno) ripetute danno forte aumento progressivo dell' eliminazione per la bile, durante alcuni giorni fino a raggiungere una cifra tripla della normale. A questo aumento segue un rapido abbassamento che porta la cifra alla norma in un giorno o due e che alla sua volta può essere seguito da un altro innalzamento se la somministrazione del ferro è continuata.

Dosi forti (da gr. 0,008 a 0,016 di ossido in forma di saccarato per Kg. dell' animale e per giorno) danno in genere i risultati testè esposti per le dosi medie, ma rendono anche più forte l' aumento dell' eliminazione per la bile.

Infine dosi medie e forti (gr. 0,004 di sequiossido in forma di saccarato o gr. 0,028 in forma di citrato) introdotte per via ipodermica non si manifestano affatto nella bile e diminuiscono piuttosto che aumentare l' eliminazione del ferro per il secreto biliare. Il giorno dopo l' iniezione si trova che per l' uso del saccarato è cresciuta di millig. 0,005 o 0,010 per ora per Kg. dell' animale l' eliminazione del ferro, in vece non è aumentata punto per l' uso del citrato. Questo fatto è dovuto forse ad innocuità del preparato per il sangue.

Determinata così la quantità di ferro che si elimina fisiologicamente per la bile nelle diverse condizioni dovute al genere d' alimentazione e all' ora del pasto, dimostrate che a somministrazioni di un sale di ferro tien dietro un aumento del metallo che si elimina in via fisiologica per la bile e infine dimostrato che questa eliminazione avviene con date norme costanti e in corrispondenza speciale con la forma e la dose della somministrazione fatta, resta a chiedersi se sia proprio il ferro così introdotto quello che si trova in più nella bile e nella forma stessa in cui è stato somministrato o no, o se piuttosto non si tratti di un' azione indiretta particolare per la quale l' eliminazione fisiologica del ferro sia aumentata forse per accresciuto ricambio materiale.

Per noi la più naturale delle interpretazioni è che il ferro somministrato in dosi medie si accumuli nel fegato, che certo è il primo organo incontrato dai materiali provenienti dall' assorbimento gastro intestinale. Allorchè l' eliminazione per la bile del ferro superfluo è divenuta insufficiente e l' accumulo nel fegato è accresciuto oltre un certo limite, nel lavacro generale della circolazione sanguigna anche il fegato si spoglia di questa sostanza che ha ospitato, si dica pure elettivamente, e la cede rapidamente al sangue, che tosto se ne libera per le urine come si libera subito di una dose forte di ferro introdotta direttamente per via ipodermica o nelle vene. Avvenuto questo fatto è ancora possibile che il fegato riaccumuli del ferro e di nuovo poi se ne spogli nel sangue.

Le dosi maggiori iniettate sotto la pelle eccitano quei poteri regolatori dell' organismo, massimamente, centri vasomotori, quali sono eccitati ad es. dalla presenza di urea nel sangue e determinano la subita eliminazione per le urine. Il ferro così somministrato non si arresta punto nel fegato, non si trova che in proporzioni normali o diminuite nella bile, abbassa ogni altra attività secretoria che non sia atta ad allontanarlo rapidamente dall' organismo come è atta la funzione renale, abbatte la psiche, abbatte le funzioni gastro-intestinali e più innanzi produce la sindrome fenomenale che per le dosi massime è già ben descritta dagli autori.

Apparisce dunque dai nostri studi come tutto il ferro che, introdotto per alimentazione, per iscopo di cura, per ragione di studio nell' organismo si è detto passi inassorbito nelle feci, possa veramente esser stato assorbito e poi eliminato per la bile alimentando così in parte quel circolo entero-epatico che ideato da Schiff per la bile, fu sostenuto per il ferro dal nostro Lussana.

RISULTATO

DI

ESPERIENZE IDROMETRICHE

SOPRA TUBI ADDIZIONALI CONICI DIVERGENTI

II. MEMORIA

del Prof. CESARE RAZZABONI

(Letta nella Sessione delli 24 Febbraio 1889).

Due anni or sono presentai alla R. Accademia una mia Memoria relativa allo stesso argomento onde si intitola la presente, nella quale indicando quanto mi era occorso di osservare in vari esperimenti sopra tubi addizionali conici divergenti, mi riservai tosto che le circostanze me lo avessero consentito di continuare nello studio dello stesso argomento e riferirne di nuovo alla Accademia.

I tubi dei quali allora poteva disporre erano undici soltanto, dei quali 5 discontinui od a spigolo vivo, e 6 continui ossia colla imboccatura conformata a seconda della vena contratta; tutti avevano lo stesso angolo di divergenza di $5°.5'.21''$, le loro lunghezze variavano da millimetri 25,604 a millimetri 135, ed il loro diametro all' imboccatura ora era di 12, ora di 15 millimetri. Il carico sotto del quale si fecero le esperienze fu sempre il medesimo ed eguale a $3^m,195$.

Nelle esperienze consegnate in questa Memoria i tubi invece furono 20, 10 continui ed altri 10 identici ma discontinui; le loro lunghezze restarono pure comprese fra mm. 25,604 e mm. 135; i loro diametri all' imbocco pure di mm. 12, e di mm. 15, e l' angolo divergente sempre $= 5°.5'.21''$. I carichi furono variabili, e precisamente di $3^m,195$, di $2^m,195$, e di $1^m,195$. Le misure di portata per ogni tubo non furono mai meno di tre, e quando in qualcuna si manifestavano motivi che rendessero dubbia la portata, questa non si teneva in considerazione. Infine ad ogni tubo continuo ne corrisponde uno della identica forma e dimensione ma a spigolo vivo, cosicchè li 20 tubi sperimentati costituiscono 10 coppie formate ciascuna di un tubo continuo, e del suo corrispondente discontinuo. Il seguente prospetto contiene descritte nelle rispettive forme e dimensioni i tubi di ciascuna coppia distinti con le prime lettere maiuscole dell' alfabeto senza alcun segno pei continui, e coll' apice pei discontinui.

Tabella I.

Tubi		Diametri in millimetri		Lunghezza in millimetri	Angolo di divergenze	Osservazioni
Continui	Discontinui	Interni	Esterni			
A	A_1	12	14,27	25,604	5°.5'.21''	I tubi continui assecondano nella sezione di origine la vena contratta, ed i discontinui nella medesima sezione sono a spigolo vivo.
B	B_1	12	14,67	30,000	»	
C	C_1	15	17,67	30,000	»	
D	D_1	15	17,84	31,986	»	
E	E_1	12	15,00	33,870	»	
F	F_1	12	18,20	70,000	»	
G	G_1	15	21,20	70,000	»	
H	H_1	12	21,60	108,000	»	
I	I_1	15	24,60	108,000	»	
J	J_1	15	27,00	135,000	»	

Le misure che si fecero con questi tubi furono di velocità e di portate. Le prime si determinarono mediante le parabole dei getti, e le seconde col peso del volume d' acqua defluito dalla luce di efflusso in un secondo di tempo. Fermandoci intanto sulle risultanze relative alle velocità reputiamo opportuno l' inserire nella seguente tabella quelle ottenute tanto coi tubi continui quanto con i discontinui.

Tabella II.

Tubi continui	Carico 3,195			Tubi continui	Carico 2,195			Tubi continui	Carico 1,195		
	Velocità		Differenza		Velocità		Differenza		Velocità		Differenza
	Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva	
A	7,9170	7,0731	0,84386	A	6,5626	6,0652	0,4974	A	4,8418	4,5126	0,3292
B	»	7,2196	0,69736	B	»	6,0680	0,4946	B	»	4,4292	0,4126
C	»	7,2196	0,69736	C	»	6,0680	0,4946	C	»	4,4735	0,3683
D	»	7,0032	0,91381	D	»	6,0680	0,4946	D	»	4,4735	0,3683
E	»	7,1781	0,73886	E	»	5,9630	0,5996	E	»	4,4292	0,4126
F	»	6,4534	1,46356	F	»	5,3150	1,2476	F	»	3,8534	0,9884
G	»	6,6565	1,26046	G	»	5,5808	0,9818	G	»	4,0748	0,7670
H	»	5,7427	2,17426	H	»	4,8721	1,6905	H	»	3,3663	1,4755
I	»	6,0681	1,84886	I	»	5,1378	1,4248	I	»	3,6319	1,2099
J	»	5,7949	2,12206	J	»	4,6949	1,8677	J	»	3,4547	1,3871

Tubi discontinui	Carico 3,195			Tubi discontinui	Carico 2,195			Tubi discontinui	Carico 1,195		
	Velocità		Differenza		Velocità		Differenza		Velocità		Differenza
	Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva	
A_1	5,7604	6,3168	— 0,5564	A_1	4,7750	5,7150	— 0,9400	A_1	3,5230	3,6740	— 0,1510
B_1	5,6024	5,6694	— 0,0670	B_1	4,6449	4,7725	— 0,1276	B_1	3,4265	3,3662	— 0,0603
C_1	5,8114	6,4779	— 0,6665	C_1	4,8169	5,2076	— 0,3907	C_1	3,5541	3,7201	— 0,1660
D_1	5,7610	6,3659	— 0,6049	D_1	4,7751	5,1821	— 0,4070	D_1	3,5223	3,6762	— 0,1539
E_1	5,4826	5,9526	— 0,4700	E_1	4,5443	4,6507	— 0,1164	E_1	3,3530	3,2776	+ 0,0754
F	4,3245	3,5356	+ 0,7889	F_1	3,5844	3,1004	+ 0,4840	F_1	2,6447	2,2146	+ 0,4301
G_1	4,7539	4,4821	+ 0,2718	G_1	3,9403	3,5433	+ 0,4070	G_1	2,9007	2,5690	+ 0,3317
H_1	3,3515	2,5211	+ 0,8304	H_1	2,7780	2,4360	+ 0,3420	H_1	2,0497	1,5945	+ 0,4552
I_1	3,8562	2,9413	+ 0,9149	I_1	3,1962	2,4803	+ 0,7159	I_1	2,3583	1,7717	+ 0,5866
J	3,3260	2,6612	+ 0,6648	J_1	2,6940	2,4360	+ 0,2580	J_1	2,0341	1,7274	+ 0,3067

Una semplice ispezione della tabella ne mostra anche la composizione, e nulla al riguardo credesi di aggiungere, salvo che le velocità teoretiche, detto a il carico, v la velocità d' efflusso, ω ed ω_1 le sezioni di imbocco e di sbocco del tubo, sono dedotte pei tubi continui dalla formula teorica

$$v = \sqrt{2ga}$$

e pei discontinui dall' altra formula teorica

$$v = \frac{\sqrt{2ga}}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}\frac{\omega_1^2}{\omega^2}}}.$$

Osservando ora nella tabella i valori delle velocità teoriche e delle effettive corrispondenti ai diversi carichi si rileva:

1.° che mentre nei tubi continui le velocità teoriche sono costanti per ogni carico, le effettive invece sono variabili e minori delle prime, le differenze potendo arrivare sino ad un massimo superiore al 30 p. %, e ad un medio del 16 p. %.

2.° che nei tubi discontinui sebbene le velocità teoretiche risultino variabili per tutti i tubi e per tutti i carichi, nullameno rimangono sensibilmente diverse dalle corrispondenti effettive, ed anzi di queste ora maggiori ed ora minori, con un errore medio pure notevole del 14 p. %, ed un massimo di quasi il 25 p. %.

3.° che rispetto ai carichi le velocità effettive si possono ritenere proporzionali alle radici dei carichi, l' errore medio relativo essendo del 2,5 p. % nei tubi continui, e del 6,7 p. % nei discontinui.

4.° che tanto nei tubi continui quanto per i discontinui resta fermo quanto annunziai nell' altra Memoria, e cioè che le velocità effettive diminuiscono col crescere delle lunghezze dei tubi, e crescono col crescere del diametro di imbocco dei medesimi.

Spingendo più oltre le investigazioni forse si sarebbe potuto arrivare alla determinazione di una formola empirica, che rappresentasse il modo di variare delle velocità effettive di efflusso; ma poichè il moto dell' acqua nel tubo non è lineare, e che per conseguenza il prodotto $\omega_1 v$ non è eguale alla portata effettiva, ed anzi stando alle misure effettuate ne differisce in medio del 17 p. %, ed in massimo fino al 54 p. %, così lasciando le ricerche relative alle velocità effettiva di efflusso ci volgiamo più volontieri a quelle relative alle portate, come le più importanti nelle pratiche applicazioni.

A questo fine presentiamo la seguente Tabella III, nella quale corrispondentemente ad ogni carico sono inscritte le portate teoriche dei tubi continui calcolate colla formula

$$Q = \omega_1 \sqrt{2ga}$$

e quelle dei tubi discontinui pure calcolate colla formula

$$Q = \frac{\omega_1 \sqrt{2ga}}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}\frac{\omega_1^2}{\omega^2}}}$$

nonchè le portate effettive conseguite dalle misure dirette, tanto pei tubi continui come per li discontinui.

Tabella III.

Tubi continui	Carico 3,195			Tubi continui	Carico 2,195			Tubi continui	Carico 1,195		
	Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza
	Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva	
A	1,2632	1,1317	0,1315	A	1,0495	0,9260	0,1235	A	0,7646	0,6830	0,0816
B	1,3381	1,1643	0,1738	B	1,1091	0,9700	0,1391	B	0,8184	0,7110	0,1074
C	1,9414	1,7687	0,1727	C	1,6091	1,4616	0,1475	C	1,1873	1,0757	0,1116
D	1,9790	1,7663	0,2127	D	1,6940	1,4397	0,2543	D	1,2103	1,0629	0,1574
E	1,3990	1,1935	0,2055	E	1,1596	0,9930	0,1666	E	0,8556	0,7313	0,1224
F	2,0596	1,4970	0,5626	F	1,7071	1,2297	0,4774	F	1,2596	0,8973	0,3623
G	2,7946	2,1016	0,6930	G	2,3163	1,6990	0,7173	G	1,7091	1,2687	0,4404
H	2,9010	1,6230	0,2780	H	2,4045	1,3350	1,0695	H	1,7743	0,9703	0,8040
I	3,7628	2,4300	0,3328	I	3,1189	2,0116	1,1073	I	2,3013	1,4707	0,8306
J	4,5329	2,5416	1,9913	J	3,7571	2,1266	1,6305	J	2,7722	1,5667	1,2055

Tubi discontinui	Carico 3,195			Tubi discontinui	Carico 2,195			Tubi discontinui	Carico 1,195		
	Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza
	Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva			Teoretica	Effettiva	
A_1	0,9191	0,7670	0,1521	A_1	0,7636	0,6280	0,1356	A_1	0,5563	0,4693	0,0870
B_1	0,9477	0,7710	0,1767	B_1	0,7849	0,6350	0,1499	B_1	0,5792	0,4720	0,1072
C_1	1,4251	1,1650	0,2601	C_1	1,1814	0,9653	0,2161	C_1	0,8715	0,7130	0,1585
D_1	1,4400	1,2150	0,2250	D_1	1,2327	0,9940	0,2387	D_1	0,8871	0,7400	0,1471
E_1	0,9688	0,7915	0,1773	E_1	0,8030	0,6503	0,1527	E_1	0,5925	0,4856	0,1069
F_1	1,1250	0,9200	0,2050	F_1	0,9325	0,7447	0,1878	F_1	0,6880	0,5537	0,1343
G_1	1,6781	1,3630	0,3151	G_1	1,3908	1,1147	0,2761	G_1	1,0262	0,8260	0,2002
H_1	1,2281	0,9643	0,2638	H_1	1,0179	0,7937	0,2242	H_1	0,7511	0,5866	0,1645
J_1	1,8327	1,3757	0,4570	I_1	1,5191	1,1566	0,3625	I_1	1,1209	0,8493	0,2716
J_1	1,9043	1,6183	0,2860	J_1	1,5784	1,3190	0,2594	J_1	1,1646	0,9657	0,1989

Uno studio attento accurato ed esteso della Tabella III dà luogo a conseguenze molto rilevanti, alcune delle quali furono già indicate nella precedente Memoria, ed altre noteremo nella circostanza presente.

La 1ª di queste conseguenze si riferisce alla ricerca del rapporto fra la portata di uno dei tubi continui e quella sotto lo stesso carico del corrispondente tubo discontinuo. Simile rapporto che nell' altra Memoria notai potersi porre eguale a $^{10}/_{15} = 0{,}66$ quivi ho trovato doversi assumere un poco più piccolo, e precisamente $= 0{,}64$, giacchè l' errore medio che nel primo caso sarebbe $= \pm 4{,}296$ p. $^0/_0$ discende a $\pm 3{,}54$ p. $^0/_0$. Da ciò intanto ne segue *che la portata di un tubo discontinuo si può ottenere moltiplicando per 0,64 quella di un egual tubo continuo.*

La 2ª conseguenza è che colla approssimazione del 3,5 al 4 p. $^0/_0$ sotto lo stesso carico ed a pari lunghezza *le portate effettive sono come i quadrati dei diametri interni d' origine tanto pei tubi continui come per i discontinui.*

La 3ª conseguenza, con un errore medio dell' 1 p. $^0/_0$ pei tubi continui, e dell' 1 $^1/_3$ p. $^0/_0$ pei discontinui, si è che *le portate effettive sono come le radici dei carichi.*

La 4ª conseguenza si è che *a pari diametro e carico le portate effettive sono come le radici di 4° grado delle lunghezze dei tubi*, sieno essi continui o discontinui. Questa deduzione diversa per il grado della radice da quella indicata nell' altra Memoria è giustificata dalla circostanza di derivare da un maggior numero di tubi sperimentati, e da un corrispondente maggior numero di misure, ed è assai più approssimata, giacchè se si fosse tenuto come in quella Memoria la regola delle portate effettive proporzionali alla radice di 7° grado delle lunghezze l' errore medio sarebbe stato dell' 8 $^2/_3$ p. $^0/_0$, mentre invece colla regola attuale non è che del 2 $^1/_3$ p. $^0/_0$.

Da tutte le precedenti considerazioni chiaramente discende che essendo le portate effettive proporzionali ai quadrati dei diametri d' origine dei tubi, alle radici dei carichi, ed alle radici di 4° grado delle lunghezze dei tubi stessi, detto K un coefficiente, la formola empirica della portata Q di un tubo conico divergente continuo potrà essere rappresentata dalla

$$Q = Kd^2\sqrt{a}\sqrt[4]{l} \tag{1}$$

l essendo la lunghezza del tubo, e la corrispondente formula del tubo discontinuo dalla

$$Q_1 = 0{,}64\,Kd^2\sqrt{a}\sqrt[4]{l} \tag{2}$$

Procedendo intanto alla determinazione di K per mezzo delle misure degli elementi d ed l dei tubi, e dei tre differenti carichi a delle esperienze si sono ottenuti 60 valori di K dai quali si è ricavato per K il valore medio 10,66.

Dietro ciò la (1) e la (2) diverranno

$$Q = 10{,}66\, d^2 \sqrt{a\sqrt{l}} \tag{3}$$

$$Q_1 = 6{,}8224\, d^2 \sqrt{a\sqrt{l}} \tag{4}$$

Per giudicare ora l' attendibilità di questa formula nelle sue pratiche applicazioni, gioverà da una parte portare le nostre considerazioni sulle differenze esistenti fra le portate teoretiche o calcolate colle formule teoriche, e le corrispondenti effettive o dedotte dalle misure dirette, e dall' altra analoghe considerazioni sulle portate effettive a quelle desunte dalle formule empiriche. In quanto alle prime basta ricorrere alla Tabella III che contiene appunto le portate teoriche ed effettive sì dei tubi continui che discontinui, e da esse fatti i calcoli dovuti si deduce che nei tubi continui le differenze in media raggiungono la rilevante misura del 24 p. % con un massimo tanto più grande del 45 p. %, e nei discontinui la differenza media sebbene in proporzioni minori pure supera il 19 p. % con un massimo di oltre il 24 p. %.

Per riuscire ora a corrispondenti deduzioni relative alla differenza fra le portate effettive e quelle dedotte dalle anzidette due formole empiriche (3) e (4) si provvede colla seguente

Tabella IV.

Tubi continui	Carico 3,195			Tubi continui	Carico 2,195			Tubi continui	Carico 1,195		
	Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza
	Effettiva	Dedotta dalla formola empirica			Effettiva	Dedotta dalla formola empirica			Effettiva	Dedotta dalla formola empirica	
A	1,1317	1,0976	+0,0341	A	0,9260	0,9098	+0,0162	A	0,6830	0,6713	+0,0117
B	1,1643	1,1446	+0,0197	B	0,9700	0,9466	+0,0234	B	0,7110	0,6984	+0,0126
C	1,7687	1,7844	—0,0157	C	1,4616	1,4824	—0,0208	C	1,0757	1,0913	—0,0156
D	1,7663	1,8132	—0,0469	D	1,4397	1,5009	—0,0612	D	1,0629	1,1089	—0,0460
E	1,1935	1,1772	+0,0163	E	0 9930	0,9757	+0,0173	E	0,7313	0,7199	+0,0114
F	1,4970	1,4114	+0,0856	F	1,2297	1,1699	+0,0598	F	0,8973	0,8632	+0,0341
G	2,1016	2,2054	—0,1038	G	1,6990	1,8280	—0,1290	G	1,2687	1,3487	—0,0800
H	1,6230	1,5730	+0,0500	H	1,3350	1,3038	+0,0312	H	0,9703	0,9620	+0,0083
I	2,4300	2,4579	—0,0279	I	2,0116	2,0372	—0,0256	I	1,4707	1,5032	—0,0325
J	2,5416	2,5990	—0,0574	J	2,1266	2,1541	—0,0275	J	1,5667	1,5894	—0,0227

Tubi discontinui	Carico 3,195			Tubi discontinui	Carico 2,195			Tubi discontinui	Carico 1,195		
	Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza		Portata in litri		Differenza
	Effettiva	Dedotta dalla formola empirica			Effettiva	Dedotta dalla formola empirica			Effettiva	Dedotta dalla formola empirica	
A_1	0,7670	0,7025	+0,0645	A_1	0,6280	0,5823	+0,0457	A_1	0,4693	0,4296	+0,0397
B_1	0,7710	0,7326	+0,0384	B_1	0,6350	0,6058	+0,0292	B_1	0,4720	0,4470	+0,0250
C_1	1,1650	1 1420	+0,0230	C_1	0,9653	0,9486	+0,0167	C_1	0,7130	0,6984	+0,0146
D_1	1,2150	1,1614	+0,0536	D'	0,9940	0,9619	+0,0321	D_1	0,7400	0,7097	+0,0403
E_1	0,7915	0,7534	+0,0381	E_1	0,6503	0,6245	+0,0258	E_1	0,4856	0,4608	+0,0248
F_1	0,9200	0,9033	+0,0167	F_1	0,7447	0,7487	—0,0040	F_1	0,5537	0,5525	+0,0012
G_1	1,3630	1,4114	—0,0484	G_1	1,1147	1,1699	—0,0552	G_1	0,8260	0,8632	—0,0372
H_1	0,9643	1,0068	—0,0425	H_1	0,7937	0,8345	—0,0408	H_1	0,5866	0,6157	—0,0391
I_1	1,3757	1,5730	—0,1973	I_1	1,1566	1,3038	—0,1472	I_1	0,8493	0,9620	—0,1127
J_1	1,6183	1,6633	—0,0450	J_1	1,3190	1,3786	—0,0596	J_1	0,9657	1,0172	—0,0515

Le analisi delle differenze consegnate in questa tabella fra le portate effettive e quelle dedotte dalle formule empiriche (3) e (4) conducono intanto a concludere, che l' errore medio che si può commettere sostituendo le portate dedotte dalla formula empirica alle effettive è del 3,2 p. % pei tubi continui col massimo del 7,6 p. %, e del 4,8 p. % col massimo dell' 8,5 p. % pei discontinui.

Una così notevole diminuzione nelle differenze fra i risultati conseguibili dalle formole empiriche rispetto a quelli che sono forniti dalle teoriche non possono lasciare alcun dubbio sulla convenienza di attenersi in ogni caso concreto all' uso delle prime anzicchè delle seconde. E a questa conseguenza noi arriviamo con tanta maggiore sicurezza, dappoichè stabilito indiscutibilmente che il moto dell' acqua in tubi divergenti non può essere lineare, seguir ne deve che le formole rappresentanti codesto genere di movimento servire non possono per la misura degli efflussi da tubi conici divergenti.

Pervenuti a questo punto sembrerebbe che null' altro fosse da aggiungere su questo argomento, quando nelle due formole empiriche (1) e (2) fossero compresi tutti gli elementi che in questo genere di efflussi possono subire variazioni. Ora tali elementi consistendo nel carico d' efflusso, nelle dimensioni, e nell' angolo di divergenza del tubo, e non essendoci in queste nostre considerazioni occupati che delle relazioni delle velocità e delle portate soltanto rispetto alle variazioni dei carichi e delle dimensioni del tubo, ne segue che il coefficiente K sarà costante finchè tale sarà l' angolo di divergenza dei tubi sperimentati; ma se quest' angolo in altri tubi sarà differente varierà pure la K; di queste variazioni intendo occuparmi in appresso e spero farne argomento di altra comunicazione, quando sarò in grado di disporre del materiale indispensabile per le relative esperienze.

RICERCHE BATTERIOLOGICHE E SPERIMENTALI

SULLA

GENESI DELL' INFEZIONE EMORRAGICA

Prof. GUIDO TIZZONI e Dott. SEBASTIANO GIOVANNINI

(Lette nella Sessione del 10 Marzo 1889).

In una precedente comunicazione preventiva (1) abbiamo già riferiti i primi risultati delle nostre ricerche intorno ad un nuovo bacillo patogeno da noi isolato da un caso d' infezione emorragica del quale oggi, dietro ulteriori indagini, siamo in grado di dare una descrizione più completa e far conoscere in modo più particolareggiato le alterazioni che è capace di determinare nell' organismo.

Il materiale di questi nostri studî ci venne offerto dal Chiarissimo Prof. Pietro Gamberini, che mise gentilmente a nostra disposizione il caso interessantissimo occorso nella sua clinica, del quale fra breve sarà riferita la storia, insieme ad altre notizie che abbiamo potuto raccogliere privatamente e che meglio valgono ad illustrarlo.

La infezione che fu oggetto delle nostre ricerche avvenne nella famiglia di un povero operaio, che da alcuni mesi abitava una casa assai umida, di fresco costruita, situata in uno dei subborghi meno salubri della città di Bologna.

Di questa famiglia tre bambini ammalarono successivamente della stessa forma morbosa, di cui la descrizione particolareggiata può vedersi nelle storie cliniche che facciamo subito seguire.

1° Caso. — Fanciullo di anni 3, assai robusto, che per il passato non aveva mai sofferto malattie degne di nota. Dopo essersi esposto al sole per vari giorni, presentò al capillizio ed alla fronte delle macchie rosse, della dimensione che oscillava fra quella di una moneta da due centesimi e quella di una moneta da un soldo, fra loro distinte, indolenti. Trascorsi cinque giorni dalla comparsa di queste macchie, su quelle che avevano sede al capillizio sorsero qua e là delle pustule d' impetigine, che dalla grandezza di una capocchia di spillo andavano

(1) Tizzoni e Giovannini — Sopra un nuovo bacillo patogeno isolato da un caso d' impetigine contagiosa con infezione emorragica. — La Riforma Medica, Anno IV, Agosto 1888.

fino a quella di un pisello, pustule che dopo avere occupata la massima parte del capillizio stesso, specie verso l' occipite, si estesero successivamente ai lati del collo, al torace, all' addome. Dopo un certo tempo, per l' essiccamento del loro contenuto, la massima parte delle pustule descritte si trasformarono in croste gialle o giallo-verdastre, e soltanto all' orecchio sinistro e per un piccolo tratto della sottostante cute del collo, dove le pustule stesse si erano mostrate in più punti confluenti, queste, invece di trasformarsi in croste, si aprirono, lasciando allo scoperto il derma intensamente arrossato.

In decima giornata dalla comparsa dell' eruzione insorse la febbre, che esordì con brividi di freddo; e, quasi insieme coll' apparire della febbre, la faccia del piccolo infermo si fece edematosa, cominciò a scolare in gran copia sangue da un' orecchio, apparvero sulla pelle sana delle macchie emorragiche di varia grandezza, alcune piane, altre alquanto rilevate, e la base della massima parte delle pustule si circondò pure di un alone emorragico.

Nello stesso tempo diminuì considerevolmente la quantità dell' urina, nella quale coll' esame chimico si rinvenne grande copia di albumina, e con quello microscopico numerosissimi cilindri jalini.

Nei giorni susseguenti la febbre gradatamente scemò, sicchè in terza giornata dal suo esordire era del tutto scomparsa, mentre persistevano, anzi si aggravavano i fatti emorragici accennati; si faceva abbondantissima, ad esempio, specie negli ultimi momenti della vita, l' otorragia, si formava una larga bozza sanguigna nella parte sinistra del collo per tutta l' estensione della cute nella quale il derma era denudato dell' epidermide, e alle descritte emorragie si aggiungeva ripugnanza assoluta per il cibo, vomito.

In quattordicesima giornata dalla comparsa dell' impetigine, dopo quattro giorni dacchè fu colto da febbre, il fanciullo morì.

2° Caso. — Bambina di anni 6, pure di costituzione robusta e senza precedenti degni di nota, sorella del ragazzo del quale sopra è stata riferita la storia, e col quale aveva dormito nello stesso letto fino a tre giorni prima che avvenisse la morte di quello.

Cinque giorni dopo che nel primo caso erano comparse le pustule d' impetigine al capillizio, in questa bambina si ebbe pure a notare lo sviluppo di un' eruzione del tutto identica al vertice del capo, la quale poco a poco si estese anteriormente verso la fronte, quindi alle guancie, alle regioni parietali, al collo, e a tutto il resto del corpo. Ad eccezione poi del vertice del capo, dove le accennate pustule mostravansi confluenti, nel rimanente del corpo apparivano distinte, ed erano in tal modo distribuite che dalla testa in giù scemavano gradatamente di numero fino a che nelle gambe non se ne osservavano che pochissime. Anche in questo caso, come nel precedente, la massima parte delle pustule dopo breve tempo si trasformarono in croste, e solo alcune di esse, che si trovavano ai lati del collo, si mantennero umide ed aprendosi lasciarono in più punti il derma allo scoperto.

In capo ad una settimana, quando quell' affezione cutanea aveva raggiunto il suo massimo di estensione, dopo alcuni giorni di malessere, di debolezza, d' inappetenza, si ripeterono nella bambina presso a poco i sintomi presentati dal fratello negli ultimi giorni di sua vita. Fu colta allora da febbre alta, che per varie ore si accompagnò da ripetuti brividi di freddo, da dolori intensi all' epigastrio e da vomito. Nel giorno susseguente, 11 Maggio 1888, fu accettata in clinica dermosifilografica, dove, oltre la febbre (39°,7) e l' eruzione sopraddescritta, si ebbe a notare verso la sera di questo giorno che il collo e la faccia, specie in corrispondenza delle palpebre, si erano fatte edematose. Nel giorno successivo, 12 Maggio, 3° dall' esordio della febbre, l' edema si estese alle mani, e la piccola paziente fu molestata da tosse stizzosa senza espettorato.

Ai 13 Maggio, la temperatura tornò quasi alla normale (37° - 37°,9), ma il polso conservò i caratteri di piccolezza e di frequenza che aveva nei giorni precedenti, e sopraggiunse otorragia così abbondante da richiedere lo zaffamento del condotto uditivo esterno, apparvero macchie emorragiche alla cute, specie alla testa e al tronco, come quelle notate nel caso precedente, e si ebbero ripetutamente scariche alvine sciolte contenenti sangue.

Ai 14 Maggio, la temperatura mantenendosi sempre bassa (36°,7 - 37°,3), ai fenomeni accennati si aggiunse rinorragia copiosissima, che durò per più di un' ora, e vomito di materie contenenti sangue, fetidissime.

Ai 15 Maggio, tredicesima giornata dall' esordio dell' eruzione cutanea, sesta dal principio della febbre, la piccola malata fu colta al mattino da imponente enterorragia e mostrò una larga bozza sanguigna in corrispondenza della cute dell' orecchio sinistro, del lato sinistro del collo e della parte sinistra del dorso; finalmente a un' ora di questo giorno la bambina fu presa da un' accesso di convulsioni, che durò cinque minuti circa, dopo il quale morì.

Le urine in questo come nel primo caso si trovarono molto diminuite e ricchissime di albume e di cilindri renali. Così alli 11 Maggio, seconda giornata dall' esordio della febbre, la quantità delle urine emesse nelle ventiquattro ore

scese a	c.c.	160
ai 12 Maggio a	„	110
ai 13 Maggio a	„	97
ai 14 e 15 Maggio a . . .	„	0

3° Caso. — Fanciullo dell' età di 19 mesi, regolarmente costituito, fratello dei suddetti, ammalò d' impetigine al vertice del capo tre giorni dopo che era stata colpita da eruzione identica la bambina di cui è parola nella storia precedente, e colla quale aveva avuti frequenti contatti. In questo caso per altro le pustule si limitarono a colpire soltanto il capillizio, la fronte e il resto della faccia, e da confluenti che erano nel punto primo attaccato, si andarono facendo

sempre più rade a misura che si estendevano alle parti accennate. Tale affezione cutanea curata diligentemente fino dal suo esordire con lavande e pomate antisettiche, non solo si mantenne relativamente circoscritta, ma in due settimane circa andò completamente a guarigione, senza aversi mai la complicanza dell' infezione emorragica descritta negli altri due casi.

È a notarsi finalmente che quest' ultimo fanciullo, mentre aveva ancora la malattia cutanea, essendo stato portato presso dei parenti, e quivi essendo rimasto per alcuni giorni in compagnia di altri tre bambini, in essi pure si sviluppò dopo breve tempo, specialmente alla faccia, un' impetigine analoga, per aspetto e per decorso, a quella descritta nel caso terzo.

Riportati i fatti riferibili a questi tre ammalati, se addesso vogliamo in base alla semplice osservazione clinica formulare un giudizio diagnostico, dobbiamo ritenere essere esistita in tutti e tre i bambini una forma d' impetigine contagiosa, e che in due di essi, nel primo e nel secondo, si aggiunse nel pieno sviluppo di questa malattia, e ordinariamente sempre alla stessa epoca, un' altra infezione, un' infezione emorragica, una porpora acuta maligna, che terminò colla morte. Possiamo inoltre affermare, per le circostanze di tempo e di luogo nelle quali queste malattie ebbero a svilupparsi, che l' una come l' altra presentarono molto spiccato il carattere della contagiosità, il quale per la impetigine, come è noto, venne già ammesso da Devergie e confermato dopo, non solamente dagli studî diligenti della clinica, ma anche da quelli più certi dell' indagine bacteriologica e dello esperimento. Dobbiamo ammettere finalmente che una cura locale antisettica ben diretta riuscì a dominare queste affezioni, a vincere, cioè, l' impetigine già manifestata e ad impedire o la penetrazione o lo sviluppo nell' organismo dei germi dell' infezione emorragica (Caso 3°).

Che nei due casi studiati, i quali terminarono colla morte si sia trattato dunque di un' infezione mista, del connubio cioè di due tipi morbosi che possono decorrere anche separatamente, l' impetigine contagiosa e la porpora acuta maligna, è cosa sulla quale non può cadere nessun dubbio. Queste due forme per altro, oltre alle localizzazioni che loro sono speciali, l' eruzione cutanea per l' una, l' emorragie per l' altra, si accompagnarono sempre da fenomeni generali, da alterazioni interne secondarie, che in ambedue i casi si mostrarono identiche e costanti; tali la febbre di breve durata accompagnata da brividi di freddo e seguita ben presto da abbassamento della temperatura sotto la normale, l' inappetenza, anzi la ripugnanza al cibo, il vomito, la diminuzione dell' urina fino all' anuria completa, l' albuminuria, gli edemi ecc. E allora, se stabilito il diagnostico, vuol giudicarsi della parte che i due tipi morbosi rammentati presero nel quadro generale descritto, si trova che la clinica è insufficiente a sciogliere tale questione, sapendosi come alcuni dei fatti accennati, la lesione renale ad esempio, e i fenomeni ai quali dà luogo, accompagnino frequentemente tanto la porpora emorragica quanto l' impetigine.

Perciò, al fine di delucidare questi rapporti, e arrivare insieme alla conoscenza

della genesi e natura dei due processi morbosi che ci proponevamo di studiare, dovemmo fare ricorso ad osservazioni anatomo-istologiche, a indagini bacteriologiche e ad esperimenti.

Il materiale per tali ricerche potemmo prenderlo solamente dal secondo caso, perchè in questo unicamente, per esserne avvenuta la morte nella clinica predetta, ci fu concessa l' autopsia.

La sezione del piccolo cadavere eseguita brevissimo tempo dopo la morte (circa due ore) dette i seguenti resultati.

Cadavere di buona e regolare conformazione, di lunghezza proporzionata all' età della bambina a cui appartiene, non offre ancora nessuna traccia di rigidità cadaverica. Alla superficie del corpo presenta l'eruzione cutanea diffusa e le emorragie di cui è tenuta parola nella storia clinica. L' eruzione, che ha tutti i caratteri dell' impetigine, è disseminata per l' intera superficie del corpo, ma mostrasi più ricca, assai più confluente, al capo, alla faccia, al collo, nella porzione superiore del torace, che nelle altre parti, e presentasi, ora come piccole vescicole con contenuto più o meno torbido, ora come croste nerastre di varia grandezza, assai dure, poco rilevate sulla superficie della cute, alla quale aderiscono molto intimamente. Le emorragie sono egualmente disseminate per tutto il corpo in forma di macchie rosso-scure di varia dimensione, che da quelle, cioè, le quali raggiungono appena la grandezza di un capo di spillo vanno fino a quelle della grandezza di un soldo o anche a dimensioni maggiori, come accade per le larghe infiltrazioni sanguigne che si osservano in corrispondenza dell' orecchio sinistro e del lato sinistro del collo. Queste emorragie poi si rinvengono, tanto nei punti nei quali la cute presentasi sana, quanto in corrispondenza delle pustule o delle croste d' impetigine, attorno alle quali sogliono formare un grosso alone rosso-scuro.

Tagliata la pelle, si nota in molti punti, alla faccia, al collo ad es., un' infiltrazione edematosa del tessuto connettivo sottocutaneo; nei gangli linfatici si vede spesso una colorazione rossa per infiltrazione sanguigna, e nei muscoli, più qua e più là, si ripetono le emorragie già descritte nella cute, per altro sempre in forma di piccoli focolai.

Nella cavità toracica leggiera distensione del pericardio per aumento del liquido che contiene, il quale conservasi limpido, trasparente, citrino; il miocardio apparisce di un colore più sbiadito, più grigiastro del normale, come nel rigonfiamento torbido; l' endocardio normale; le pleure aderenti, per pleurite di antica data, nella parte posteriore della loro porzione costale e nella loro porzione diaframmatica; i polmoni in molti punti edematosi con ipostasi nelle loro parti più declivi; nel mediastino, nel pericardio, nell' epicardio, nelle pleure, alla superficie dei polmoni, nel connettivo che circonda i grossi vasi della cavità toracica, numerosissimi focolai emorragici, che vanno dalla grandezza di un capo di spillo fino a quella di una lenticchia, e che non mostrano nessuna reazione al dintorno.

Il sangue raccolto dalle vene cave si presenta fluido, di colore rosso-bruno,

come sciroppo di lampone, e non coagula per niente nè arrossa anche dopo molti giorni che è stato raccolto in tubo sterilizzato e con tutte le cautele antisettiche.

Nell' addome il fegato apparisce variegato per chiazze e punti grigio-giallognoli di degenerazione, che si frammischiano con punti rosso-bruni dati da dilatazione dei vasi centrali dell' acino; la milza è normale, discretamente ricca di polpa; i reni mostrano spiccatissimi i caratteri della nefrite acuta generale con punti emorragici nella parte più superficiale della loro sostanza corticale; le intestina, che sono fortemente arrossate, hanno piccole emorragie sotto-sierose e sotto-mucose, e contengono, come lo stomaco, materie liquide in abbondanza, tinte fortemente da sangue; nel peritoneo parietale e nel grande omento si notano pure delle piccole emorragie; la vescica è vuota e contratta.

Non venne fatta l' apertura della cavità del cranio e dello speco vertebrale.

Anche la sezione confermava adunque la diagnosi d' impetigine e d' infezione emorragica, e rilevava nel fegato e nei reni la esistenza d' importanti alterazioni secondarie.

L' esame microscopico dimostra nella pelle un processo infiammatorio acuto, che forma nelle parti più superficiali del derma dei focolai suppurativi circoscritti, in corrispondenza dei quali lo strato di Malpighi soprastante si trova tutto infiltrato di globuli bianchi o completamente distrutto, come infiltrate e distrutte si presentano per buon tratto le guaine del follicolo di quei peli che sono compresi in questi focolai. Al di sopra di tali focolai si osserva poi una crosta molto compatta, poco rilevata sulla superficie della pelle, fortemente aderente alle parti sottostanti, costituita da squame o trabecole cornee che risaltano facilmente nelle preparazioni trattate col metodo Weigert per la colorazione dei parassiti perchè conservano il colore violetto, e che comprendono fra loro un detrito granulare fortemente addensato, ricco di nuclei, per la massima parte raggrinziti, schiacciati, deformati; croste che nelle prime fasi della lesione trovansi ancora separate per mezzo dello strato lucido dallo strato di Malpighi sottostante, il quale, come si è detto, mostrasi più o meno infiltrato di globuli bianchi, mentre in fasi più avanzate, o nelle parti più centrali del focolaio già pienamente costituito, si continuano direttamente con la raccolta di globuli bianchi che dalla parte superficiale del derma si estende verso le sue parti profonde.

Al dintorno di questi focolai, finalmente, si osservano nelle cellule epiteliali delle parti inferiori dello strato di Malpighi numerose figure cariocinetiche.

Quanto alle emorragie della pelle, si trova che quelle le quali non corrispondono alle pustule d' impetigine interessano gli strati superficiali del derma e lo strato di Malpighi, che distruggono per compressione, senza destare nelle parti vicine della pelle nessuna reazione; quelle invece che corrispondono alle descritte lesioni della impetigine risiedono fra la crosta e lo strato lucido da un lato, lo strato di Malpighi e il derma dall' altro, e allontanano queste parti fra di loro.

Niente di speciale presentano al microscopio anche le emorragie notate nelle

sierose, nelle mucose, nei visceri, le quali, in generale si limitano a semplice infiltrazione sanguigna, che non desta nessuna reazione nelle parti vicine, e che conduce a divaricazione, distruzione delle parti nelle quali avviene, unicamente per la compressione che vi esercita. Così, per esempio, in corrispondenza dei focolai emorragici dell' epicardio, le fibre del miocardio sottostante sono per piccolo tratto allontanate e distrutte da infiltrazione sanguigna, come nei focolai dell' omento, della pleura sono rispettivamente allontanate le cellule adipose, le fibre connettive di quelle parti. Solo al dintorno dei focolai emorragici della pleura viscerale, specie dal lato nel quale fanno sporgenza nel cavo pleurico, come al dintorno di alcune delle infiltrazioni sanguigne risiedenti nelle parti superficiali del polmone, si osserva un discreto aumento dei globuli bianchi.

All' infuori dei fatti notati nei focolai emorragici, all' esame microscopico si trova la metamorfosi albuminosa del miocardio già registrata alla sezione, si conferma lo stato normale della milza, e si dimostrano alterazioni importanti nei reni e nel fegato.

Nei reni si rinviene una nefrite generale acuta; è molto estesa la necrosi da coagulazione degli epiteli dei tubuli contorti, che mostransi dilatati, in alcuni punti col loro epitelio molto rigonfio, in altri sprovvisti intieramente di epitelio e contenenti nel loro interno zolle di sostanza granulosa con qualche globulo bianco, o dei veri cilindri granulosi e jalini. Dei glomeruli molti sono distrutti completamente e sostituiti da una sostanza finamente granulare che ha l' aspetto della sostanza colloide, altri sono deformati e profondamente alterati da emorragie o da infiltrazione di globuli bianchi, e presentano nella capsula di Bowmann una quantità più o meno grande di albumina coagulata. Nel tessuto interstiziale, per ultimo, si osserva un numero discreto di leucociti che si accumulano specialmente, in forma di piccoli focolai, al dintorno dei vasi sanguigni di un certo calibro.

Nel fegato si rinviene dilatazione dei vasi venosi, infiltrazione discreta attorno ai vasi sanguigni, ai vasi biliari e fra le cellule epatiche, necrosi da coagulazione delle cellule epatiche in forma disseminata o a piccole chiazze, e, per la distruzione completa di alcune di queste cellule, formazione di spazi vuoti che in molti punti fanno apparire assai rade le cellule o le trabecole del fegato.

Per le indagini batteriologiche furono fatte culture dalla pelle, dal fegato, dai reni, dalla milza, dal sangue raccolto dalle vene cave e dal liquido pericardico. Nelle colture della pelle fu preso il materiale dalle parti profonde del derma, dopo avere accuratamente e per lungo tempo sterilizzata con sublimato, quindi lavata con alcool assoluto, la superficie della parte che doveva servire per queste ricerche, per le quali scegliemmo espressamente lesioni cutanee a vari stadi, e cioè: una crosta d' impetigine della regione del ginocchio destro, grande poco meno di un centesimo, che risiedeva sopra una macchia emorragica; una piccola vescicola appena intorbidata della regione superiore del torace, circondata pure da un alone emorragico, e finalmente una macchia emorragica presa dal terzo superiore del

braccio sinistro, grande quanto un grano di miglio, ricoperta d' epidermide apparentemente sana. Le culture del fegato, della milza, dei reni furono fatte colle ordinarie regole batteriologiche; il siero del pericardio, il sangue delle vene cave, respettivamente della quantità di 8-10 c.c. furono raccolti con pipetta sterilizzata, dopo avere cauterizzato la parete del vaso o del pericardio che doveva essere traversato dalla pipetta stessa. Per la pelle e per gli organi furono fatte da prima culture d' isolamento, quindi culture in tubi; il sangue e il siero pericardico furono lasciati per alcuni giorni in cultura naturale, con la quale si fecero successivamente culture d' isolamento e culture in tubi.

I resultati di queste ricerche batteriologiche furono i seguenti: dalla semplice macchia emorragica della pelle nacque solamente lo stafilococco piogeno aureo, dalle altre due lesioni cutanee, nelle quali si avevano, insieme alla infiltrazione sanguigna, lesioni della impetigine a vario grado, si ottenne, oltre lo stafilococco piogeno aureo, un bacillo che non trova nessun riscontro in quelli finora conosciuti, e che fu oggetto di particolare studio. Dal fegato e dal sangue si ricavò solo un bacillo uguale a quello isolato dalla pelle; dai reni nacque solamente lo stafilococco piogeno aureo. Rimasero assolutamente sterili la milza e il siero del pericardio.

Nelle sezioni microscopiche della pelle colorate col metodo Weigert, si trovarono numerosissimi cocchi e corti bacilli; e questo non solo nelle croste della impetigine, ma ancora nella lesione sottostante del corpo di Malpighi e del derma, dove tali parassiti apparivano, sia in forma disseminata, sia raccolti in piccoli gruppetti e racchiusi entro globuli bianchi. Nel fegato l' esame microscopico non riuscì a dimostrare con certezza nessun parassita; nei reni una sola sezione delle molte che facemmo a questo fine dimostrò qualche gruppetto di stafilococchi nell' interno dei glomeruli, nelle cavità delle rispettive capsule di Bowmann, nel connettivo interstiziale e nei tubuli vicini, senza grande reazione della parte nella quale si trovavano questi schizomiceti.

I resultati delle indagini batteriologiche dimostrarono adunque che la forma clinica e anatomica descritta era determinata da un' infezione mista, sostenuta, cioè, da uno degli ordinari parassiti della suppurazione, e da un parassita speciale, del quale descriveremo tra breve i caratteri biologici e le proprietà patogene.

Stabilito questo, rimaneva peraltro a determinare ancora qual parte ciascuno di questi parassiti, e rispettive infezioni, avessero preso nel quadro clinico-anatomico descritto.

A questo riguardo non può rimanere alcun dubbio sul rapporto fra lo stafilococco piogeno aureo e le lesioni della impetigine, e ciò, sia per il numero grande di tali parassiti rinvenuti in quelle lesioni con culture d' isolamento, sia perchè già studi precedenti (Campana, Bockhart) hanno dimostrato la presenza esclusiva degli ordinari piogeni nelle pustule d' impetigine, e provato con l' esperimento che l' inoculazione nella pelle dei loro prodotti patologici o delle colture dei parassiti

che contengono, è capace di ripetere nell' uomo e negli animali la stessa forma morbosa (Tanturri, T. Fox, Campana, Dewévre, Garré, Bockhart, Majocchi). Quindi i nostri resultati a questo riguardo non valgono che a confermare il nesso genetico fra lo stafilococco piogeno e le manifestazioni cutanee dell' impetigine.

Quanto ai focolai emorragici, al quadro generale riscontrato nei nostri infermi, e alle lesioni secondarie rinvenute in alcuni organi, noi riteniamo che debbano essere riportate intieramente al bacillo da noi isolato anzi che allo stafilococco piogeno aureo, e ciò per le seguenti ragioni:

1.° perchè in uno dei nostri casi (3°), nel quale o per mancato contagio o per le cure locali ben dirette non si ebbe l' infezione emorragica o ne fu impedito fin dal primo momento il suo sviluppo, la lesione della impetigine decorse senza il quadro generale, senza le lesioni secondarie degli organi, che si osservarono, invece, nei due ammalati nei quali tale infezione ebbe a verificarsi;

2.° perchè nei due casi nei quali si rinvennero le accennate manifestazioni mancarono poi le caratteristiche cliniche ed anatomo-patologiche della setticemia da stafilococco;

3.° finalmente, perchè con l' inoculazione del bacillo da noi isolato, meno le pustule d' impetigine, si potè riprodurre negli animali tutto il quadro morboso rinvenuto nelle prime nostre osservazioni.

Nè può oppugnare questa nostra conclusione la presenza dello stafilococco piogeno nel rene, sia perchè il numero di tali parassiti che si dimostrarono in quell' organo colle colture e con lo studio delle sezioni microscopiche fu molto scarso, sia perchè nel rene non si rinvenne nelle loro vicinanze quasi nessuna reazione, tanto da pensare che il passaggio dello stafilococco nelle vie orinarie fosse avvenuto negli ultimi momenti della vita e non avesse perciò nessuna significazione patologica.

Stabilito che nei nostri ammalati le pustule impetiginose erano dovute allo stafilococco piogeno, e che il quadro morboso grave nei due primi casi era intieramente da attribuirsi ad un' infezione emorragica sostenuta da un bacillo speciale, passiamo adesso alla descrizione particolareggiata dei caratteri biologici e delle proprietà patogene di questo parassita. E da prima vediamo quello che si conosce su questa infezione emorragica.

Che certe forme di porpora emorragica, specie di porpora acuta, maligna, fossero infettive e contagiose, non è idea del tutto nuova. In molti autori antichi (Batemann, Grisolle ecc.) si trova già sostenuto questo concetto, basato sullo studio clinico di questa malattia, e più specialmente sopra osservazioni nelle quali apparì manifesto il contagio e sul presentarsi di esse talora in forma epidemica o endemica.

Di contro a queste affermazioni, peraltro, la scienza non ha offerto ancora la prova certa della natura infettiva della porpora emorragica, e non ha per anco dimostrato stabilmente il parassita che la sostiene.

Se infatti esaminiamo attentamente la letteratura di questo argomento, o vi

troviamo registrate delle osservazioni in cui la natura del virus non fu messa in luce coi mezzi rigorosi che oggi la scienza possiede, e che quindi non valgono a sciogliere la questione in modo definitivo, o vi troviamo compresi quei casi in cui le emorragie multiple del corpo non rappresentano che un epifenomeno di una semplice ordinaria setticemia, ossia la conseguenza puramente meccanica della chiusura dei vasi sanguigni prodotta da parassiti di diversa specie. Perciò molto giustamente il Baumgarten (1) a questo proposito dice che i risultati positivi sulla infezione emorragica devono essere considerati poco più che il primo passo, non ancora troppo solido, per stabilire la natura parassitaria di questa malattia.

Il Ceci (2) per il primo dimostrò con inoculazioni nel coniglio l' infettività del sangue preso da una donna morta di una malattia, non ben definita, e caratterizzata da emorragie in varie parti del corpo, ottenendo in quell' animale la ripetizione di questa forma morbosa; ma dal sangue di conigli così infettati, come da quello del cadavere dal quale era stato preso il materiale, con la coltivazione nell' orina non ebbe evidentemente che culture impure, nelle quali si trovarono, *mescolati con altri, organismi mobili, sferici, ovoidali, o a forma di corti bacilli.*

In seguito, sotto il nome di micosi emorragiche bacillari, il Klebs (3) ha riunito in uno stesso gruppo quelle infezioni che hanno a comune la presenza di emorragie multiple nelle varie parti del corpo (alcune affezioni della gola simili alle difteriche, porpora emorragica infettiva, alcune forme di tifo addominale, emofilia infettiva dei neonati, scorbuto), infezioni che vorrebbe distinte in intra ed extravascolari a seconda della sede dei bacilli che le sostengono. Peraltro, per quanto riguarda la genesi di tali malattie, il Klebs si è esclusivamente limitato alla ricerca microscopica, con la quale nella massima parte delle accennate forme morbose, e neanche in tutte, potè dimostrare la presenza di bacilli nel sangue preso dal vivo, entro i vasi sanguigni e al dintorno di questi.

Il Petrone (4), nel sangue di ammalati affetti da porpora emorragica febbrile, avrebbe visto dei micrococchi ovali, rifrangenti la luce, mobilissimi, e dei bacilli semplici o riuniti in gruppi racemosi, e negli animali inoculati sotto la pelle con questo sangue o con le rispettive colture in brodo, uccisi breve tempo dalla praticata inoculazione, avrebbe trovato emorragie diffuse a molte parti del corpo. Anche il Martin de Gimard (5) nel sangue di individui affetti da porpora infettiva, e nella pelle di questi escisa subito dopo la morte, avrebbe osservato un micrococco, che nelle preparazioni microscopiche si disporrebbe a stafilococco o a

(1) Baumgarten — Lehrbuch der patholog. Mikologie — Hft. 2ª pag. 742

(2) Ceci — Arch. f. exp. Pathologie etc. Bd. 13, pag. 461.

(3) Klebs — Die allg. Pathologie, 1 Th., pag. 213. Iena 1888.

(4) Luigi M. Petrone — Di nuovo sulla porpora emorragica, infettiva, idiopatica — Rivista clinica, Anno 1887, pag. 716.

(5) I. Martin de Gimard — Du purpura hémorrhagique primitif ou purpura infectieux primitif. Thèse de Paris, 31 janvier 1888.

streptococco, che nelle culture sull' agar apparirebbe in forma di macchie bianche, lattee, arrotondate, più grosse al centro che ai bordi, e che inoculato nel connettivo sottocutaneo e nel peritoneo del coniglio, sarebbe rimasto inattivo, mentre avrebbe prodotto delle echimosi inoculato nelle vene auricolari.

Minore importanza offre per la questione che ci occupa la dimostrazione di parassiti nel sangue d'individui nei quali l' emorragie diffuse per il corpo erano l' espressione d' un processo setticoemico, rientrando questo fatto esclusivamente nello studio della setticoemia anzi che in quello della infezione emorragica. Così per lo stafilococco piogeno trovato da Roher (1) e da Hlava (2) nel sangue d' individui che presentarono emorragie multiple nel corso di setticemie che avevano avuto il loro focolajo primitivo alla faringe; così per lo streptococco e per i protei isolati dal Guarnieri (3) dal sangue di un cadavere il quale aveva presentato in vita una infezione setticoemica che si era manifestata clinicamente con tutti i caratteri dello scorbuto. Finalmente il Dott. Vassale (4) contemporaneamente a queste nostre ricerche ha isolato dal sangue preso dal cadavere e dagli organi di un caso di nefrite acuta emorragica uno streptococco e un bacillo speciale, il quale per forma e dimensione sarebbe poco dissimile dal bacillo della setticemia del coniglio, da cui si distinguerebbe per altro per i caratteri biologici e per la sua azione patogena sugli animali. Questo bacillo non rimane, infatti, colorato col metodo Grahm e Weigert, dà nei mezzi solidi una cultura che si avvicina molto a quella dello streptococco piogeno, e uccide, anche a piccola dose, le cavie quando è iniettato loro nel peritoneo, nel sangue, sotto la pelle, i conigli solo quando l' injezione fu praticata nel circolo, nelle sierose. Con questi innesti, dopo i quali si potè sempre dimostrare durante la vita una considerevole moltiplicazione nel sangue dei bacilli iniettati, si produce una forte irritazione locale e la morte assai rapida dell' animale, alla sezione del quale si rinvengono emorragie dell' omento, essudato peritoneale sanguinolento nei casi nei quali l' iniezione venne fatta direttamente nel peritoneo, nefrite emorragica, fegato e milza normali.

Abbiamo riferito piuttosto estesamente queste ricerche del Vassale, perchè il bacillo da questi isolato si avvicina molto per la forma e per alcuni dei suoi caratteri biologici a quello da noi ottenuto nel caso descritto d' infezione emorragica, dal quale per contro si può facilmente distinguere per il modo molto diverso di comportarsi di questi parassiti quando vengano iniettati negli animali.

Con questa esposizione si conferma pienamente quello che abbiamo preceden-

(1) Roher — Arch. f. exp. Pathologie Bd. 19, anno 1883.

(2) Hlava — Ibornik lekarsky Prag. 1886, pag. 298.

(3) Guarnieri — Contribuzione allo studio delle infezioni emorragiche. Bollettino della Società Lancisiana, 24 maggio 1888.

(4) G. Vassale — Sulla coltura pura di un bacillo patogeno isolato da un caso di nefrite delle gravide. Rassegna di Scienze mediche. Anno III. n. 10, 1888.

temente accennato, che niente di positivo, cioè, è stato finora determinato riguardo alla genesi della infezione emorragica, e che se si tolgono dal novero dei casi studiati quelli in cui la dimostrazione della esistenza di parassiti, più che a un processo speciale d'infezione emorragica, devesi attribuire ad un processo ordinario di setticoemia, non rimangono che osservazioni incomplete o del tutto mancanti del necessario rigore scientifico. Ma anche fuori di questo, le osservazioni sopra riportate si allontanano grandemente dalle nostre; e cioè non solo per i caratteri morfologici differenti dei parassiti isolati, ma anche perchè in quelle i parassiti invadendo il sangue possono dare emorragie per il solo fatto meccanico, come in qualsiasi infezione che si generalizzi, mentre nei nostri casi le emorragie invece sarebbero unicamente la conseguenza di una intossicazione che produrrebbe un veleno assorbito dal focolaio primitivo d'infezione. Così le nostre osservazioni si presterebbero meglio a spiegare la produzione di focolai emorragici in quei casi numerosissimi d'emorragie multiple nell'uomo in cui l'esame diretto del sangue e le culture di questo dettero sempre risultati negativi. E adesso passiamo senz'altro alla descrizione dei caratteri biologici e morfologici del bacillo da noi isolato, e all'esposizione per ultimo dei risultati ottenuti negli animali con la inoculazione di questo parassita.

Il bacillo di cui è questione cresce alla temperatura della stufa (35°) come alla temperatura ambiente e in tutti i mezzi di cultura comunemente adoperati nella tecnica batteriologica, cioè, gelatina, agar, siero di sangue solidificato, brodo di carne. Tale parassita appartiene poi alla classe dei facoltativi anaerobi, perciò cresce, rimanendo sempre costanti i caratteri delle sue colonie, tanto all'aria, quanto fuori del contatto dell'aria, come ci hanno dimostrato le colture alla Esmarch per gli areobi e gli anaerobi. Nelle culture piatte in gelatina e nelle culture in goccia pendente, fatte nello stesso mezzo di nutrizione, ed esaminate ad un ingrandimento di 60 diametri, dopo due giorni dalla seminagione, si vedono apparire dei piccoli punti rifrangenti, a contorno molto irregolare che trascorsi 4-5 giorni hanno assunta la forma di colonie ben distinte, rotonde, leggiermente rilevate sulla gelatina, di color grigio giallagnolo, di grandezza molto varia e a contorno irregolare (Fig. 3). Con ingrandimento maggiore (320 d.) queste colonie mostrano la loro superficie fortemente granulosa, e nel loro contorno che, come abbiamo detto, apparisce leggiermente irregolare e non segnato da una linea netta, ma da una specie di sfumatura, lasciano vedere un intreccio finissimo ed elegante paragonabile all'intreccio di una ciocca di capelli cresputi. (Fig. 4).

In generale, queste colonie, tanto a debole quanto a forte ingrandimento somigliano a quelle dello streptococco piogeno, dalle quali si possono distinguere peraltro, sia per essere meno rilevate sulla gelatina, sia per i caratteri accennati nella loro zona periferica e nel loro contorno, dal quale per giunta non si vedono mai scappar fuori le catenule racemose che non infrequentemente si vedono escire dal contorno delle colonie dello streptococco.

Per ultimo queste colonie, raggiunte certe dimensioni, che non sono mai molto grandi, si arrestano nel loro accrescimento. In agar, in goccia pendente, o in culture su lastre, le colonie di questo parassita presentano gli stessi caratteri delle culture in gelatina, solo che il loro sviluppo è più rapido, la loro colorazione apparisce più pallida, e mostrano qualche volta un nucleo centrale assai denso, più fortemente colorito delle parti rimanenti, ed attorno a questo una frangia o reticolo periferico assai elegante, come alcune volte si osserva nelle colonie delle streptococco piogeno, coltivate nello stesso mezzo di nutrizione.

Nelle culture in tubi di gelatina all' 8-10 % mantenute alla temperatura di 22° C. dopo due giorni si comincia a vedere alla superficie della gelatina stessa, al dintorno del solco d' innesto, un alone bianco-grigiastro quasi trasparente, per cui non si rileva che dietro certe incidenze di luce, e nella parte superiore del solco d' infissione un inalbamento, come una nubecola, che va gradatamente estendendosi dalle parti più alte verso le più basse del detto solco. Più tardi l' alone notato alla superficie della gelatina si fa più denso, più grosso, di aspetto bianco lucente come quello della paraffina, a contorno irregolare per piccole eminenze arrotondate, come smerlato, con bordo assai rilevato e tagliato a sbieco verso l' esterno, colla sua parte centrale leggiermente depressa (Fig. 1). Ed a questo periodo nel solco d' infissione, dove prima si aveva l' inalbamento già notato, si osservano tanti piccoli punti, che se l' innesto fu piuttosto ricco, non crescono molto in grossezza e si uniscono insieme per formare nel solco rammentato una specie di bandeletta a contorno seghettato (Fig. 2), mentre invece se l' innesto fu più povero le colonie rimangono distanti fra di loro e acquistano l' aspetto di piccole sfere bianco-grigiastre (Fig. 1), che si fanno un poco più piccole ma assai più confluenti a misura che ci si avvicina alla superficie della gelatina (Fig. 1, Fig. 2). Quando poi la coltura è molto vecchia, allora la vegetazione formatasi alla superficie della gelatina raggiunge tutta la larghezza del tubo, ed a questo periodo allora, per il suo colore bianco splendente, per il suo contorno frastagliato, viene ad assumere l' aspetto della corolla semplice di un fiore (Fig. 2).

Come accade per le culture su lastre, anche nei tubi l' accrescimento delle colonie è assai lento, e, meno alla superficie della gelatina, raggiunta una certa proporzione subito si arresta nè più progredisce. Finalmente non si osserva mai fusione o cambiamento di colore della gelatina.

In generale, adunque, anche i caratteri della cultura di questo parassita in tubi di gelatina, come quelli delle culture su lastre, rassomigliano molto ai caratteri dello streptococco piogeno, dal quale peraltro tale parassita può sempre differenziarsi, sia per uno sviluppo maggiore e per l' aspetto speciale della parte superficiale della cultura, sia perchè la diminuzione di grossezza delle colonie nel solco d' infissione, a misura che si procede dal basso verso l' alto, per lo streptococco piogeno è sempre più marcata che per il bacillo della infezione emorragica.

Nelle culture in agar per punzione, tanto che l' agar sia semplice o gliceriniz-

zato, si ripete lo stesso aspetto delle culture in gelatina molto ricche ; si forma. cioè, lungo il solco d' innesto una bandeletta finamente punteggiata, a contorno seghettato. Nelle culture in agar a striscie, dopo 12-14 ore d' incubazione, si osservano alla superficie dell' agar tanti punticini bianco-grigiastri, poco rilevati su questo mezzo di nutrizione che confluendo fra loro formano un velamento, pure bianco-grigiastro non molto grosso, delicato, a superficie piuttosto lucente, a contorni irregolari, punteggiati. Nel siero di sangue solidificato la cultura di questo parassita conserva gli stessi caratteri già descritti per l' agar e non si osserva mai una fluidificazione di quel mezzo nutritivo.

Nel brodo 24 ore dopo l' innesto si trova un intorbidamento uniforme molto visibile; più tardi, il brodo restando sempre intorbidato, raccogliesi al fondo della provetta una sostanza biancastra, filante, come una sostanza mucosa. Questo parassita poi cresce, tanto su brodo alcalino, quanto su brodo acidificato.

Sulle patate, mantenute alla temperatura di 35°, si forma nel punto d' innesto una leggiera erosione che apparisce di un colore più giallo scuro del resto della patata. Alla temperatura dell' ambiente, 10-12° G., non si ha sulla patata nessun sviluppo dell' innesto.

Finalmente dobbiamo notare come si mantenga alcalina la reazione del mezzo nel quale questo parassita è coltivato, e come dalle culture, specie dalle vecchie culture, emani un odore acre speciale.

Per quanto riguarda la resistenza del nostro bacillo, abbiamo potuto osservare che le culture in brodo e in agar, mantenute alla temperatura costante della stufa, e rinnovate regolarmente ogni mese, conservano anche dopo molto tempo (10 mesi) tutta la loro virulenza, che con la temperatura di 70° G. per un' ora tali colture si rendono perfettamente sterili, e finalmente che col disseccamento per un tempo mediocremente lungo (nelle nostre prove andammo sino a sei giorni), non si distrugge il potere di vegetazione del bacillo in parola.

Quanto ai suoi caratteri morfologici il parassita da noi isolato si presenta sotto forma di piccoli bastoncini con gli estremi arrotondati, immobili, che misurano in lunghezza 0,75, 1,3 μ in larghezza 0,2, 0,4 μ e che per la loro forma e dimensione somigliano molto ai bacilli della setticemia dei sorci, dai quali peraltro si distinguono perchè nella media hanno una grossezza un poco maggiore (Fig. 5).

Questi bacilli rimangono colorati con tutti i colori d' anilina; resistono alla decolorazione col metodo Weigert se questa non viene spinta di troppo e se la cultura, non conteneva troppi elementi degenerati; non rimangono colorati invece col metodo Grahm.

Tali parassiti inoltre sono riuniti di solito a due a due, e frequentemente, come si rileva nei preparati per impressione, formano dei gruppetti di 8-10 elementi, in cui le singole coppie sono disposte le une accanto alle altre in due o più serie, e così regolarmente che per ciascuna serie le divisioni delle varie coppie si trovano quasi matematicamente sulla medesima retta. Alcune volte, specie nelle culture in

via di accrescimento, questi parassiti, anzi che due a due, si presentano riuniti in numero maggiore di 3-4-5 od anche più, ed allora essi hanno in generale una lunghezza assai minore di quella dei bacilli disposti a coppie, tanto che appariscono come cocchi e nell' insieme fanno l' impressione di corte catenule nelle quali peraltro gli elementi estremi sono più allungati di quelli centrali, e si avvicinano maggiormente alla misura ordinaria di questi microrganismi (Fig. 5).

Nelle culture vecchie si trovano spesso forme di degenerazione del bacillo descritto, il quale non di rado mostra le sue parti centrali che più non si colorano, ovvero uno dei suoi estremi rigonfiato a guisa di clava e maggiormente colorato.

Mai si è potuto rilevare in questo parassita la presenza di spore.

Dalla descrizione che abbiamo data sin quì risulta pertanto in modo evidente che il bacillo da noi isolato, e poco sopra descritto, non ha niente a che fare non solamente con quelli rinvenuti nei casi riportati d' infezione emorragica dell' uomo, molto meno poi con quelle infezioni degli animali che Hueppe propone di comprendere in un sol gruppo col nome di setticemia emorragica (colera dei polli, pleuro-pneumonia settica dei vitelli, mal rosso del porco ecc. ecc.), ma che non trova un riscontro neanche negli altri parassiti al presente conosciuti.

E di questo si può avere una conferma anche negli esperimenti che facciamo seguire per lo studio del potere patogeno delle descritte culture.

Inoculate le colture di questo parassita nel cane, coniglio, cavia, topo bianco, piccione, quelle ci si mostrarono patogene anche in piccola quantità (poche goccie di cultura in brodo) solo per i tre primi animali enumerati, cane, coniglio, cavia, mentre non ebbero nessuna azione o produssero solo alterazioni funzionali passeggiere di nessun conto negli ultimi due, topo bianco e piccione, pure se la quantità della cultura in questo inoculata fu piuttosto rilevante. Inoltre, studiati gli effetti che questo parassita determina nell' organismo in rapporto alla via per la quale viene introdotto, gli esperimenti ci dimostrarono che esso riesce patogeno solo quando è inoculato nel connettivo sottocutaneo, e che invece non esercita nessuna azione sulla salute dello animale o produce in questo semplicemente dei disturbi leggierissimi e del tutto transitori quando sia iniettato nello stomaco, nel sangue, nelle sierose. Così le culture di questo parassita che si erano mostrate attivissime se iniettate sopra animali di confronto nel connettivo sottocutaneo, anche in piccolissima quantità, riescirono invece di nessuno effetto o determinarono solo un pò di abbattimento dell' animale, inappetenza transitoria, abbassamento della temperatura di breve durata e diminuzione della urina assai leggiera e di breve durata quando furono injettate nello stomaco, nel circolo sanguigno, nel peritoneo pure a dosi bastantemente elevate, di 7, 1 $^1/_2$, 3, c. c.

Con l' iniezione di culture virulente nel connettivo sottocutaneo si ottenne poi negli animali il seguente quadro morboso.

Il coniglio poco dopo questa inoculazione si mostra meno vivace dell' ordinario,

prende poco cibo o lo rifiuta del tutto, presenta il pelo arruffato. Nello stesso tempo fa rilevare un leggiero aumento della temperatura che da 39°, 39°,5 arriva a 40°,5, 41°, innalzamento peraltro che è seguito ben presto da un abbassamento della temperatura stessa, la quale poco a poco ritorna alla normale o scende anche al disotto di questa (38°, 37°). Altro fenomeno caratteristico in questi animali si è la diminuzione considerevole dell' urina fino all' anuria completa, da non poterne raccogliere in alcuni conigli, entro il corso di 2-3 giorni, nemmeno una goccia, o appena 20-40 c. c. L' analisi chimica dimostra nell' urina raccolta da questi animali, per tutto il corso dello esperimento, quantità assai rilevante di albumina.

Per converso nella parte operata non avviene nessuna reazione, e solo si nota in 2ª giornata d' esperimento un leggierissimo edema nel connettivo sottocutaneo, che corrisponde al punto nel quale è stata fatta la iniezione, e in quegli animali a mantello non troppo intensamente colorato, per tutta l' area nella quale venne raso il pelo, macchie emorragiche della pelle molto ben distinte.

A tutti questi fatti si aggiunge, sempre alla stessa epoca, una contrattura validissima degli arti posteriori, specie di quello che corrisponde alla parte nella quale è stata praticata l' iniezione; e poco prima della morte uno stato comatoso grave dello animale, ovvero accessi convulsivi intensissimi.

La morte avviene di solito da 1 a 3 giorni dacchè fu praticata l' iniezione; in due soli casi si verificò in 4ª e 5ª giornata d' esperimento.

Tutto questo abbiamo potuto vedere in un numero non indifferente di esperimenti, e sempre con assoluta costanza.

Nelle cavie si ripetono gli stessi fatti già notati nel coniglio, ed anche in questi animali la morte avviene 1-3 giorni dalla subita operazione.

Nel cane si verificò pure, forte abbattimento, repugnanza al cibo, diminuzione considerevole della quantità giornaliera dell' orina, albuminuria, abbassamento della temperatura, incesso barcollante, rigidità degli arti posteriori, leggiera tumefazione edematosa alla parte operata, e per di più si ebbe costantemente a notare, a differenza degli altri animali, vomito, diarrea sanguinolenta, anzi talora emissione quasi solamente di sangue per l' ano. La morte in questi animali avvenne sempre sotto uno stato di forte depressione con tutte le apparenze di uno stato comatoso, e si verificò in 2ª in 3ª giornata d' esperimento.

I risultati dell' esame batteriologico, eseguito in un buon numero di casi, furono positivi per il tessuto sottocutaneo nel quale era stata praticata l' inoculazione, negativi, invece, pel sangue, fegato, milza, reni. Disteso poi su vetro portaoggetti il connettivo sottocutaneo della parte operata, indurato con alcool e colorato col metodo Weigert, si vedevano nelle maglie di quel tessuto, nelle sue cavità linfatiche, dei grandi ammassi di parassiti; negli organi e nel sangue, per contro, anche l' esame microscopico dette sempre risultato negativo.

Alla sezione di questi animali si trovava che il tessuto connettivo sottocutaneo nella parte operata e sue vicinanze aveva assunto, per un leggiero stato edematoso,

un aspetto gelatinoso, e di più si notavano in quel tessuto larghe e numerose emorragie, le quali, dal punto nel quale era stata praticata l'iniezione si seguivano negli arti posteriori e per buon tratto della regione del dorso. Alcune volte lungo i grossi vasi superficiali, come al dintorno delle vene ascellari, delle vene del collo si osservavano delle grandi emorragie in forma di vere bozze sanguigne. Anche sotto le fasce aponevrotiche, come sotto la fascia lombare e nei muscoli si trovavano focolai emorragici di varia grandezza e in vario numero. Nella cavità toracica, salvo qualche ecchimosi nel connettivo del mediastino anteriore, alla superficie dei polmoni, e nella pleura parietale lungo i vasi intercostali, niente si trovava di anormale.

Il sangue preso dal cuore o dalle cave ci si mostrò di colore bruno rossiccio, della densità ed aspetto di un siroppo, e non coagulò nê divenne rosso rutilante alla sua superficie anche quando fu raccolto in modo del tutto asettico e conservato per molti giorni in tubi sterilizzati. Questo fatto della incoagulabilità del sangue si trovò sempre meno palese nel coniglio che nel cane, in modo identico a quanto si verifica a tal proposito in quegli animali colla iniezione nel circolo di fermenti.

Nella cavità addominale si rinvennero emorragie nell'omento e nel peritoneo parietale; qualche volta emorragie alla superficie degli organi, specie del fegato, dei reni, dell'intestino. Il fegato si presentò meno consistente del normale, di aspetto variegato per la presenza di chiazze giallo grigiastre di degenerazione, e di chiazze rosso-brune date da congestione venosa e da piccole emorragie. La milza apparve piccola e di apparenza normale; qualche volta solo un pò più bruna della milza d'un animale sano. I reni mostravano alla loro superficie una colorazione bluastra sia diffusa sia a chiazze; la loro capsula si lasciava asportare con qualche difficoltà. Alla sezione questi organi apparivano tumidi, fortemente congesti, con piccole emorragie nella loro sostanza corticale, la quale si presentava ingrossata, di colore giallo-grigiastro, sporgente sulla superficie del taglio. L'intestino, specialmente il tenue, si trovava fortemente arrossato e con emorragie sottomucose e sotto sierose; il suo contenuto era fluido spesso sanguinolento. La vescica vuota e contratta.

Adunque con la iniezione del virus da noi isolato si ottenne negli animali lo stesso reperto riscontrato nell'uomo, e cioè, emorragie multiple nel connettivo sottocutaneo, nelle sierose, nelle mucose, negli organi, processo degenerativo del fegato, nefrite emorragica.

Nello studio mieroscopico dei pezzi raccolti da questi animali trovammo molto importante il reperto del fegato e dei reni.

Nel fegato, oltre ad una forte congestione e alle emorragie che si riscontravano solo in alcuni casi e che portavano a divaricazione, assottigliamento, distruzione delle trabecole di quell'organo, si osservava costantemente la distruzione del parenchima epatico per un processo di necrosi da coagulazione. Tale processo

poi che avveniva in forma di focolai più o meno grandi si poteva sorprendere nei vari esperimenti e nelle varie parti dell' organo in tutti i suoi stadi. In una prima fase di questo processo le cellule epatiche apparivano leggermente tumefatte, fortemente granulose e presentavano considerevoli modificazioni nell' aspetto dei loro nuclei. Questi in alcune cellule lasciavano vedere ancora il loro contorno e mostravano nel loro interno dei grossi granuli di sostanza cromatofila fortemente colorata, in altre al contrario era scomparso il contorno del nucleo, il protoplasma circonvicino si era fatto più chiaro, e la sostanza cromatofila era disposta in modo da richiamare alla mente i gomitoli di stelle madri, le varie figure insomma che si osservano nella scissione nucleare indiretta. Sembra dunque che nella prima fase del processo si determini un' irritazione del fegato e che a questa le cellule epatiche rispondano in modo attivo. Tale scissione del nucleo, peraltro, non segue regolarmente tutte le sue fasi ascendenti e discendenti, che anzi nella maggioranza dei casi la morte della cellula arresta la scissione del nucleo nei suoi primi momenti, e la figura nucleare che si era formata, si disgrega, si scompone in tante goccie di cromatina di varia grossezza al modo stesso di quanto avviene nella irritazione delle cellule epiteliali del polmone nello pneumotorace sperimentale (1). Da ciò deriva che nella seconda fase di questo processo si trovano solo pochissime cellule epatiche che contengono figure nucleari ben conservate e a stadio molto avanzato, mentre invece la massima parte di esse mostrano, a seconda che la disgregazione della sostanza cromatofila è avvenuta prima o dopo la scomparsa del contorno nucleare, o un nucleo svuotato della sua sostanza cromatofila e che apparisce come uno spazio vuoto circondato da gocciolette di cromatina, o semplicemente un numero grandissimo di queste goccie disseminate nel protoplasma di quelle cellule.

Contemporaneamente alle descritte modificazioni del nucleo, o poco dopo, avviene una alveolizzazione o una coagulazione del protoplasma delle cellule epatiche. Per ultimo le cellule epatiche così alterate, senza nucleo o con nucleo che non si colora, o rimangono al loro posto e tali si rinvengono alla osservazione microscopica, oppure si disgregano e gradatamente spariscono ciò che avviene ordinariamente col concorso dei globuli bianchi che sempre in quantità maggiore si ritrovano nella parete dei vasi venosi, nel tessuto interstiziale. Per questi fatti si vedono talora, in mezzo a tessuto epatico normale, delle chiazze di quest' organo, che non si colorano nemmeno coi più forti colori di anilina, oppure delle piccole aree tutte infiltrate di globuli bianchi in mezzo alle quali si riconoscono delle cellule epatiche necrosate nelle varie loro fasi di disgregazione.

Il rene mostra alterazioni nei tubuli, nei glomeruli, nel connettivo interstiziale. Nei tubuli contorti, che appariscono assai dilatati, i limiti fra le cellule epiteliali

(1) Giuseppina Cattani. — Sulla pneumonite catarrale da pneumotorace. — Atti della R. Accademia Medica di Roma. Anno XIII, 1886-87 Serie II. Vol. 3°.

sono per la massima parte scomparsi, molti dei nuclei di queste cellule non si colorano più, perchè hanno perduta la sostanza cromatofila che si trova disseminata in forma di gocciolette nelle parti vicine, il loro protoplasma tumefatto e divenuto fortemente granuloso riempie tutto o buona parte del lume del tubulo, entro il quale non infrequentemente si vedono dei globuli bianchi col loro nucleo frammentato. In alcuni punti si vede il contorno interno dell' epitelio renale tutto sfrangiato, e il lume del tubulo ripieno ora di una massa granulare, ora di gocce jaline, ora di veri cilindri jalini. Queste alterazioni si rinvengono per tutta l' estensione della sostanza corticale.

Nella sostanza midollare le alterazioni sono minori; solo in alcuni punti si nota la tumefazione o il distacco dell' epitelio dei tubuli retti.

Per i glomeruli, in alcuni si trovano emorragie che hanno distrutto totalmente o parzialmente il glomerulo stesso; in altri si trovano delle forme regressive che possono essere comprese nel processo della necrosi da coagulazione e che riconoscono la loro causa probabilmente in una alterazione del sangue e delle pareti dei vasi, in altri finalmente si osserva la distruzione del glomerulo per un' infiltrazione di globuli bianchi.

Le emorragie possono avvenire proprio nel glomerulo, che disgregano e trasformano completamente in un ammasso sanguigno, oppure nella cavità della capsula di Bowmann, e in questo secondo caso il sangue che si raccoglie nella detta cavità distrugge il glomerulo semplicemente per la compressione che vi esercita e si continua ordinariamente nel tubulo che da quella capsula ha principio.

La necrosi da coagulazione del glomerulo si riconosce facilmente, sia per la mancata colorabilità dei suoi nuclei, sia perchè nei punti nei quali avviene si trova una sostanza fibrinosa che nelle sezioni trattate col metodo di Weigert per la ricerca dei parassiti mantiene il colore violetto.

Questa alterazione regressiva, che si accompagna sempre ad impicciolimento, addensamento del glomerulo, ha principio da un punto circoscritto di questo, ordinariamente dal polo opposto a quello nel quale entrano i vasi, e dal punto nel quale ha principio, si estende gradatamente a tutto il glomerulo, che così viene trasformato in un piccolo corpicciolo, privo di nuclei, formato da una rete di una sostanza splendente che spicca per il colore violetto sul rosso delle parti vicine. Di regola poi questa forma distruttiva non desta nelle parti vicine nessuna reazione, per cui quando essa è parziale solo in pochi casi si rinviene aumento nel numero dei nuclei delle parti circostanti del glomerulo relativamente sane, o accumulo di nuclei attorno alla parte necrosata.

Per ultimo, insieme a tale distruzione del glomerulo, si osserva sempre un' alterazione dei suoi vasi afferenti, i quali, invece della struttura normale, mostrano la loro parete disfatta in una sostanza granulare rosso-violacea, sprovvista dei nuclei che corrispondono alle sue tuniche interne, e disseminata di piccole goccioline di cromatina. In alcuni punti poi queste alterazioni dei vasi afferenti del

glomerulo si accompagnano ad una diminuzione dei suoi nuclei e ad una disseminazione in questo di numerosissime gocce di cromatina, ai quali fatti tien dietro successivamente la disgregazione semplice del glomerulo stesso, senza che questo presenti l' aspetto fibrinoso parziale o totale sopra descritto. In altri casi finalmente si trova la presenza di un certo numero di globuli bianchi, la quale ora si manifesta sotto forma d' infiltrato, ora come accumulo più o meno grande di elementi.

Di contro poi alle descritte alterazioni del glomerulo si trova sempre la capsula di Bowmann considerevolmente dilatata, e in alcuni casi ripiena più o meno completamente di una sostanza albuminosa coagulata.

Nel connettivo interstiziale, e tanto nella sostanza corticale che in quella midollare, si nota forte dilatazione dei vasi sanguigni, molti dei quali mostrano le alterazioni descritte per l' arteria afferente del glomerulo, e infiltrazione di globuli bianchi, infiltrazione che non avviene mai in modo uniforme, ma che in alcuni punti è assai più ricca che in altri.

La milza si rinvenne normale, solo si trovava nella polpa un numero grandissimo di cellule contenenti nel loro protoplasma moltissime goccie di cromatina.

Nell' intestino l' epitelio era caduto per necrosi da coagulazione e si avevano emorragie nella mucosa e nella sotto-mucosa.

Da questi studi resulta pertanto che il virus della infezione emorragica, oltre alle emorragie multiple, produce negli animali, come nell' uomo, gravi alterazioni del fegato e dei reni, rappresentate da una necrosi da coagulazione delle cellule epatiche e degli epiteli renali, da emorragie e da morte dei glomeruli di Malpighi.

In un' altra serie di esperimenti studiammo con l' inoculazione di culture del bacillo descritto sterilizzate per un' ora a 70° C, l' azione sugli animali (coniglio) del veleno prodotto da quel parassita. In questi esperimenti gli animali rifiutano per breve tempo di mangiare o mangiano meno dell' ordinario, mostrano tracce di albumina nell' urina e leggiero abbassamento della temperatura, ma ben presto si riavevano e riacquistavano la loro vivacità; questo, tanto se forti quantità di cultura sterilizzata (14 c.c.) vennero iniettate in una sola volta, quanto se le stesse quantità di coltura od anche quantità maggiori (20 c.c.) furono iniettate in 2-3 sedute alla distanza di 1-3 giorni l' una dall' altra. Quando peraltro la quantità di cultura sterilizzata iniettata sotto la pelle era molto grande, allora l' animale, per quanto riacquistasse presto la sua vivacità e il suo appetito, pure col suo dimagramento, prodotto forse dalla perdita di albumina per le urine e da leggere alterazioni interne, ci dimostrava aver risentito della praticata operazione più che apparentemente non potesse sembrare.

Finalmente in un' ultima serie di esperimenti esaminammo se con l' inoculazione sottocutanea di culture sterilizzate del parassita da noi isolato si potesse conferire agli animali l' immunità per le culture virulente dello stesso parassita. I risultati positivi ottenuti anche a questo riguardo ci dimostrarono che anche per il virus della infezione emorragica si può conferire temporaneamente agli animali

l' immunità con la vaccinazione chimica. Tale immunità poi fu ottenuta coll' inoculare sotto la pelle e alla distanza di 2-3 giorni 12-20-24 c.c. di cultura precedentemente sterilizzata per un' ora a 70° C; morirono invece in 2-3 giorni e coi fenomeni soliti tutti quegli animali di controllo che senza previa iniezione di cultura sterilizzata ricevettero sotto la pelle la stessa quantità di cultura virulenta che aveva servita per i vaccinati.

E adesso se dopo lo studio dei fatti confrontiamo il quadro clinico-anatomico presentato dai nostri ammalati con quello che offersero gli animali inoculati col parassita da noi descritto, non si stenterà a riconoscere in questo parassita l' agente specifico della infezione emorragica al quale devonsi perciò tutte le alterazioni, meno quelle cutanee della impetigine, riscontrate nei vostri infermi. In fatti con la inoculazione di questo parassita potemmo ottenere negli animali tutti i principali fenomeni, tutte le più salienti alterazioni osservate nell' uomo. Così avemmo durante la vita, la febbre seguita ben presto da abbassamento della temperatura sotto la normale, la ripugnanza per il cibo e il vomito, la diminuzione dell' urina fino all' anuria completa, l' albuminuria, l' edema, le emorragie cutanee, la diarrea sanguinolenta, lo stato comatoso o le convulsioni che di poco precederono la morte, la quale negli animali come nell' uomo avvenne sempre in un breve lasso di tempo dal principio della infezione; e alla sezione trovammo le emorragie diffuse per tutto il corpo, la nefrite emorragica, le alterazioni distruttive del fegato, lo stato normale della milza. Certo che maggiori prove non possiamo richiedere allo esperimento per ritenere che un dato parassita sia la causa di una determinata malattia.

Naturalmente non tutti i fatti enumerati, causa la diversità di costituzione, possono ottenersi negli animali così spiccati come nell' uomo. Ed invero se pensiamo alla differente permeabilità, alla differente resistenza che presentano i vasi sanguigni degli animali in confronto di quelli dell' uomo, differenze oramai provate per mezzo di studi sperimentali e ammesse da tutti i patologi, non recherà meraviglia se nei nostri esperimenti ad esempio l' edema del connettivo sottocutaneo non si mostrò identico per sede ed estensione a quello trovato nei nostri infermi, come pure se nel coniglio le emorragie del derma non furono così diffuse, così manifeste come nell' uomo.

I nostri studi, insieme alle numerose conclusioni che forniscono, offrono campo per ultimo ad importanti considerazioni.

Anzitutto questi nostri studi mettono in luce l' esistenza di un nuovo bacillo che non ha nessun riscontro in quelli finora conosciuti, e dimostrano che questo parassita, il quale ha caratteri morfologici e biologici speciali, è causa della infezione emorragica.

Provano inoltre che tale bacillo, per quanto non contenga spore, resiste moltissimo al disseccamento, e che le sue culture non subiscono col tempo nessuna alterazione, almeno se mantenute alla temperatura costante della stufa, offrendo

per ultimo una novella prova dell' immunità temporanea che si può conferire agli animali col mezzo della vaccinazione chimica, almeno per quei parassiti che non si diffondono nello organismo, ma che rimanendo limitati al focolaio primitivo d' infezione uccidono per mezzo delle sostanze chimiche che producono.

Di più i nostri studi dimostrano, mercè le prove sperimentali, che il parassita in questione è patogeno per il cane, per il coniglio e la cavia, nei quali produce, salvo piccole differenze che tengono alla diversità di costituzione, gli stessi fenomeni, le stesse alterazioni riscontrate nell' uomo per l' infezione emorragica. E a questo riguardo non possiamo a meno di richiamare alla mente l' importanza che ha nella batteriologia il risultato positivo ottenuto nei cani, che si sa essere refrattari alla massima parte delle infezioni proprie dell' uomo.

Ci dicono ancora le ricerche sperimentali che questo parassita agisce solo quando è inoculato sotto la pelle e che rimane senza effetto se la iniezione è fatta invece nello stomaco, nelle sierose, nel sangue; questo che significa come il bacillo della infezione emorragica trovi solo nel connettivo sottocutaneo, e non nelle sierose, nel tubo digerente, nel sangue, le condizioni per la sua moltiplicazione. E ciò, mentre offre un nuovo esempio dell' azione elettiva di certi parassiti, ci dimostra ancora che per il bacillo da noi isolato la porta d' ingresso nell' organismo debba essere la pelle; in tal modo ravvicinando sempre più i fatti che si verificarono nell' uomo coi risultati ottenuti a questo riguardo negli animali. La mancata azione locale di questo parassita ci spiega inoltre perchè esso debba associarsi frequentemente ad altre infezioni (impetigine nel caso nostro) che preparino il terreno, vincano le barriere naturali che si oppongono alla sua moltiplicazione nella pelle stessa.

A questo aggiungono poi le ricerche batteriologiche che il focolaio d' infezione del tessuto sottocutaneo non si diffonde nell' organismo, nè si generalizza, e che è solo al veleno, il quale si assorbe da quel focolaio, che si devono i fenomeni generali e le alterazioni secondarie le quali si riscontrano negli animali e nell' uomo. Per quest' ultimo tale asserzione sembrerebbe esser contraddetta dalle prove batteriologiche positive ottenute col sangue, col fegato della bambina da noi studiata, se a tale riguardo la povertà delle culture ottenute da quelle parti e il risultato negativo che dettero coll' esame microscopico non facesse pensare ad una penetrazione, ad un passaggio accidentale di questo parassita nel sangue e nel fegato, avvenuto con probabilltà negli ultimi momenti della vita, anzi che alla loro colonizzazione nell' organo rammentato e nel circolo. Perciò l' infezione da noi studiata offre un esempio classico di una malattia specifica nella quale tutto il danno deriva dalla intossicazione che si produce per l' assorbimento dal focolaio primitivo di una sostanza chimica di cui cercheremo con ulteriori ricerche di studiare meglio la sua azione. Intanto possiamo affermare per il modo di agire sull' organismo del veleno prodotto dal nostro parassita che questo deve avvicinarsi molto ai fermenti essendo noto come con la injezione di questi fermenti nel circolo si ot-

tenga egualmente un' intossicazione nella quale, spiccano specialmente due fatti, la mancata coagulazione del sangue, le emorragie microscopiche del fegato, dei reni, dell' intestino.

Dopo tutti questi fatti i nostri studi ci hanno fatto conoscere che con l' injezione negli animali delle culture del parassita in questione, si ottengono, come nell' uomo, emorragie multiple ed alterazioni molto importanti del fegato e del rene. Al qual proposito volendo indagare poi il meccanismo di produzione di queste emorragie noi non possiamo invocare per niente dei semplici fatti meccanici, degli emboli parassitari, come si può pensare essere avvenuto per molti dei casi di setticemia emorragica conosciuti, nei quali fu dimostrata nel circolo la presenza di schizomiceti, poichè nelle nostre ricerche sugli animali il sangue e gli organi rimasero sempre sterili, ma dobbiamo far ricorso invece a quei fatti che furono rinveuuti alla sezione o all' esame microscopico, e cioè alla mancata coagulabilità del sangue, di cui ci riserviamo di studiare con altre ricerche la ragione, alle alterazioni delle pareti vascolari, che oltre ad esser provata dall' esame diretto, ci venne anche confermata dalla diapedesi dei globuli bianchi, e finalmente alle lesioni rinvenute nel fegato e nei reni. Quali rappporti passino poi fra questi fatti, quali di essi sia primitivo, quale secondario, noi non possiamo affermarlo con tutta certezza. Così non siamo in grado di dire se fu primitiva l' alterazione del sangue o quella delle pareti vascolari, oppure se l' alterazione del fegato e dei reni prodotte probabilmente dalla eliminazione per quegli organi del fermento che si assorbe dal focolaio primitivo d' infezione, abbiano condotto alla loro volta alle modificazioni nella coagulabilità del sangue e alle alterazioni di struttura delle pareti vascolari. Militerebbero in favore di un rapporto fra l' incoagulabilità del sangue e la sostanza tossica che si assorbe dal focolaio d' infezione l' analogia sopra citata fra il modo d' azione di questo veleno e quello dei fermenti; farebbero invece pensare che l' alterazione del sangue e della parete dei vasi fosse secondaria a quella del fegato e dei reni, quanto si conosce intorno alla facilità colla quale si producono le emorragie nella nefrite, nelle malattie di fegato. Qualunque abbia ad essere per altro la spiegazione che si voglia dare, in ogni modo le alterazioni del fegato e dei reni devono essere prese nell' infezione emorragica in seria considerazione per spiegare la rapidità con la quale avviene la morte e i fenomeni che l' accompagnano.

E passando alle alterazioni degli organi troviamo che le nostre ricerche ci hanno dimostrato per il fegato, congestione, emorragie, irritazione delle cellule epatiche seguita ben presto dalla loro morte, e per il rene, una nefrite generale emorragica, cioè, necrosi degli epiteli renali, distruzione ed emorragie dei glomeruli, infiltrazione di globuli bianchi nel connettivo interstiziale. Ora queste alterazioni del rene ci rendono perfettamente conto della diminuzione dell' urina fino all' anuria, dell' albuminuria e degli altri fatti rinvenuti nell' uomo e negli animali, e ci provano come la nefrite, l' albuminuria possano essere prodotte non

tanto per l'' azione dei parassiti direttamente sul rene, quanto per il passaggio, per l' eliminazione attraverso questo filtro dell' organismo di sostanze chimiche prodotte da parassiti.

Finalmente se dalle nostre ricerche vuol concludersi qualche cosa riguardo ai criteri che in simili casi d' infezione emorragica devono informare la terapia, bisogna convenire su quanto l' esperienza clinica ci aveva già dimostrato, cioè, che una cura antisettica energica e ben diretta della pelle, dove abbiamo dimostrato aversi in modo esclusivo la moltiplicazione dei parassiti di questa infezione, può distruggere tali parassiti, e impedire o arrestare le conseguenze generali gravissime che derivano dall' assorbimento delle sostanze venefiche che formano. E così, stante la sede del focolaio d' infezione, e i vantaggi che possono trarsi direttamente da una terapia locale, saranno resi superflui, se non inutili, quei processi di preservazione che la ricerca scientifica ci ha dimostrato potersi ottenere colla vaccinazione chimica, e che per loro parte portano il loro piccolo contributo alle questioni della vaccinazione che oggi tanto si agitano.

Riguardo all' importanza, per ultimo, che può avere il parassita da noi isolato per la genesi dell' infezione emorragica, cioè se la massima parte dei casi di questa infezione, o solo alcune forme speciali di essa, possono essere sostenute da tale bacillo, questo potranno dire solamente ulteriori indagini, per quanto l' analogia nel quadro clinico, di molti dei casi di porpora emorragica infettiva pubblicati, con quelli qui riferiti, faccia già prevedere che identica debba esserne la causa. In ogni modo il quadro morboso dei casi d' infezione emorragica da noi descritti è così caratteristico che non dubitiamo menomamente che non mancheranno di fermare l' attenzione degli scienziati e dei pratici qualora abbiano a ripetersi.

Fig. 1.

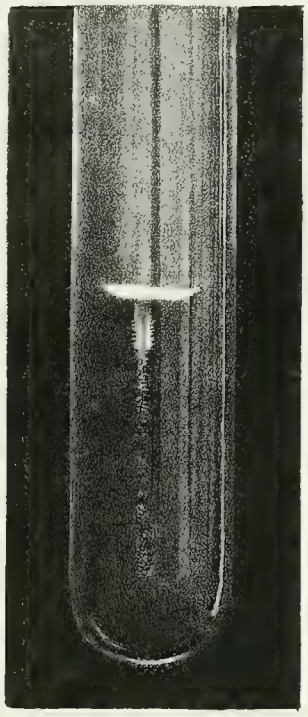


Fig. 2.

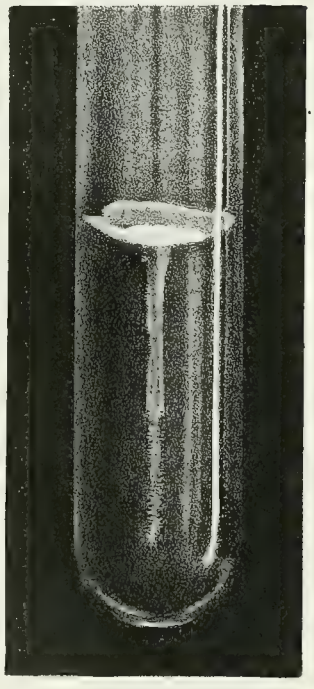


Fig. 4.

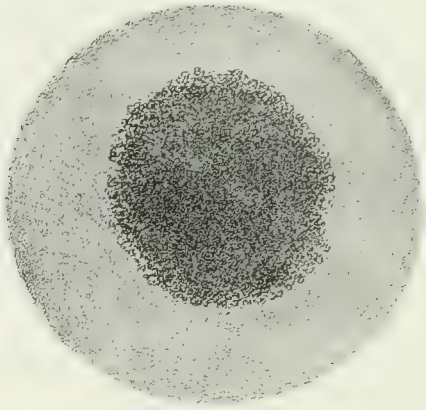


Fig. 3.

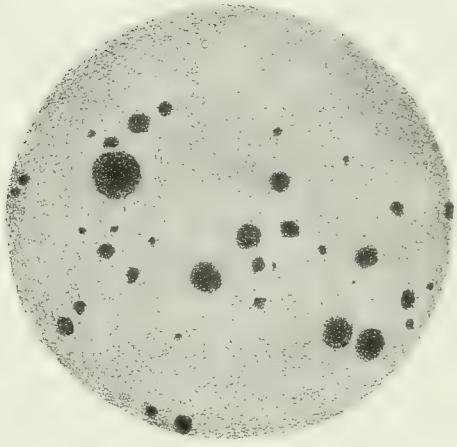
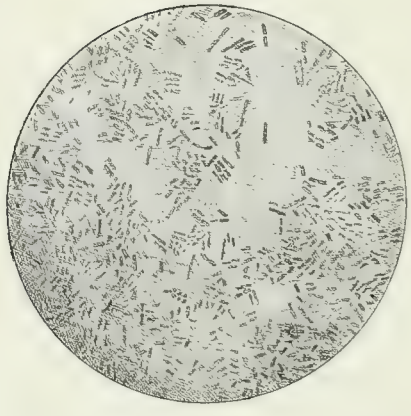


Fig. 5.



A. Baraldini, lit. lit. G. Wenk e Figli — Bologna.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª — Bacillo dell' infezione emorragica. Cultura in gelatina 8 %, vecchia di 27 giorni. Fotografata a grandezza naturale.

Fig. 2ª — Bacillo dell' infezione emorragica. Cultura in gelatina 8 %, vecchia di 36 giorni. Innesto più ricco di quello della cultura precedente. Fotografata a grandezza naturale.

Fig. 3ª — Bacillo dell' infezione emorragica. Colonie di questo bacillo, vecchia di 7 giorni. Fotografate ad Ingr. 60 d.

Fig. 4ª — Colonia della stessa preparazione della figura precedente vista a più forte ingrandimento. Fotografata ad Ingr. 320 d.

Fig. 5ª — Bacillo dell' infezione emorragica. Praparazione per impressione (Klatsch Präparat) ottenuta da una cultura piatta in agar. Colorazione colla fucsina. Fotografata ad Ingr. 1000 d.

DELLE SUPERFICIE

SULLE QUALI

DUE SERIE DI GEODETICHE

FORMANO UN SISTEMA CONIUGATO

NOTA

DEL DOTTOR AMILCARE RAZZABONI

(Letta nella Sessione 24 Febbraio 1889).

Il signor prof. Voss di Monaco in un suo recente scritto avente per titolo: *Ueber diejenigen Flächen auf denen zwei Schaaren geodätischer Linien ein conjugirtes System bilden*, dopo avere ricordato la nota proposizione di Liouville, *che, fatta eccezione delle sviluppabili, non esistono superficie che abbiano un doppio sistema di geodetiche ortogonali*, si è proposto la questione di trovare sotto quali circostanze due serie di geodetiche di una superficie possano formare un sistema coniugato, e, in caso affermativo, di determinare le equazioni delle superficie corrispondenti.

Per ciò che si riferisce alla prima parte della questione, egli la risolve, trovando che la condizione necessaria e sufficiente per l' esistenza di tali superficie è analiticamente espressa dalla coesistenza delle tre equazioni

$$D' = 0\ , \qquad \frac{\partial\left(D\sqrt{\frac{G}{EG-F^2}}\right)}{\partial v} = 0\ , \qquad \frac{\partial\left(D''\sqrt{\frac{E}{EG-F^2}}\right)}{\partial u} = 0\ ,$$

nelle quali le quantità E, F, G denotano i coefficienti dell' elemento lineare

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

della superficie, e le D, D', D'' hanno i valori espressi dalle eguaglianze

$$D = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2}\ , \qquad D' = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v}\ , \qquad D'' = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial v^2}\ ,$$

essendo X, Y, Z i coseni direttori della normale in un punto mobile (x, y, z) della superficie. Quanto alla determinazione delle equazioni delle superficie in

discorso, il signor Voss riduce essenzialmente il problema all' integrazione di una equazione a derivate parziali del 2° ordine, ad ogni soluzione della quale egli fa vedere che viene a corrispondere una determinata superficie della specie richiesta.

Oggetto della presente nota è di sostituire un altro criterio a quello dato dal signor Voss per riconoscere se una data superficie ammetta o no un sistema di geodetiche a tangenti coniugate, e di trasformare inoltre in una più semplice l' equazione differenziale su ricordata dalla quale dipende la ricerca delle superficie di questa specie.

Applicando poi il nuovo criterio alle superficie ad area minima, si dimostrerà che non esiste che una sola superficie di tale specie che goda della proprietà in discorso, l' elicoide rigata, la quale però comparisce infinite volte come superficie di Voss, ammettendo infiniti doppi sistemi di linee geodetiche a tangenti coniugate.

1. Sia perciò S una superficie che supporremo determinata di forma per mezzo delle sei funzioni E, F, G, D, D', D'' delle due variabili u e v e sulla quale ammetteremo inoltre che esistano effettivamente due serie di geodetiche formanti un sistema coniugato. Rappresentando con

$$\vec{\varphi}(u, v) = \text{cost.} \tag{1}$$

l' equazione di una di queste serie ed esprimendo che la loro curvatura geodetica è nulla, sarà per una formola di Bonnet

$$\frac{\partial}{\partial u}\frac{G\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u} - F\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}}{\sqrt{E\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2}} + \frac{\partial}{dv}\frac{E\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} - F\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}}{\sqrt{E\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2}} = 0. \tag{2}$$

Ora, essendo le curve dell' altra serie a tangenti coniugate rispetto alle $\vec{\varphi} = \text{cost.}$, ne troveremo facilmente l' equazione (differenziale) facendo uso della relazione

$$(D\delta u + D'\delta v)du + (D'\delta u + D''\delta v)dv = 0\ , \tag{3}$$

la quale, come è noto, esprime che i due elementi che dal punto $P \equiv (u, v)$ della superficie vanno ai punti $P_1 \equiv (u + du, u + dv)$, $P_2 \equiv (u + \delta u, v + \delta v)$ infinitamente vicini sono coniugati. Per questo, supposto che il punto P_2 sia su una $\vec{\varphi} = \text{cost.}$, dovrà aver luogo l' equazione

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\delta u + \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\delta v = 0\ ,$$

fra la quale e la (3) eliminando il rapporto $\delta u : \delta v$, otterremo subito l' altra

$$(4) \qquad \left(D\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} - D'\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)du + \left(D'\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} - D''\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)dv = 0\ ,$$

che sarà evidentemente l' equazione differenziale cercata delle linee di S coniugate alle $\vec{\varphi} = \text{cost.}$ Rimane da esprimere la condizione che queste linee sono geodetiche. Per ciò si ponga per brevità

$$(5) \qquad M = D\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} - D'\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\ , \qquad N = D'\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} - D''\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\ ,$$

con che la precedente equazione potrà scriversi sotto la forma più semplice

$$(6) \qquad Mdu + Ndv = 0\ ,$$

e si esprima che la curvatura geodetica di queste linee deve essere nulla: facendo nuovamente uso della formola di Bonnet, applicabile anche in questo caso, si avrà l' equazione

$$(7) \qquad \frac{\partial}{\partial u}\frac{GM - FN}{\sqrt{EN^2 - 2FMN + GM^2}} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{EN - FM}{\sqrt{EN^2 - 2FMN + GM^2}} = 0$$

la quale dovrà naturalmente coesistere colla (2).

Ammesso dunque che la S sia una superficie della specie voluta, le equazioni (2) e (7) dovranno *necessariamente* avere soluzioni comuni. Inversamente, se per una data superficie S le equazioni (2) e (7) hanno soluzioni comuni, la superficie stessa sarà ricoperta da due serie di geodetiche formanti un sistema coniugato.

Infatti se $\vec{\varphi}$ è una soluzione comune alle predette equazioni, allora le due serie di curve rappresentate rispettivamente dalle equazioni $\vec{\varphi} = \text{cost.}$ e dalla (4) saranno evidentemente geodetiche della superficie; basterà quindi far vedere che esse formano un doppio sistema a tangenti coniugate.

Per questo sia $(u + \delta u, v + \delta v)$ un punto di una qualunque delle curve della serie $\vec{\varphi} = \text{cost.}$ infinitamente vicino al punto (u, v) della curva stessa; avrà luogo l' equazione

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\delta u + \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\delta v = 0\ ,$$

fra la quale e la (4) eliminando il rapporto $\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} : \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}$, otterremo precisamente la (3), la quale esprime appunto la condizione, affinchè le due serie considerate di linee sieno coniugate.

Possiamo quindi enunciare il teorema: *La condizione necessaria e sufficiente affinchè una superficie ammetta un doppio sistema di geodetiche a tangenti coniugate è che le equazioni* (2) *e* (7), *avuto riguardo alle* (5), *abbiano soluzioni comuni.*

2. Facciamo un' applicazione delle formole trovate alle superficie ad area minima, cercando cioè di determinare le superficie di questa specie che ammettono un doppio sistema di geodetiche coniugate. Troveremo facilmente che l' unica superficie fra quelle in discorso è l' elicoide rigata.

Infatti sia S una superficie ad area minima, che supporremo riferita alle sue assintotiche. Ricordando che su queste superficie le assintotiche formano un doppio sistema ortogonale e isotermo, detti u e v i parametri isometrici, l' elemento lineare della superficie potrà rappresentarsi colla formola

$$ds^2 = \lambda(du^2 + dv^2) \,. \tag{8}$$

Ora, poichè in generale la curvatura K di una superficie è espressa da

$$K = \frac{DD'' - D'^2}{EG - F^2} \,,$$

e, nel nostro caso, essendo le u e v assintotiche, è evidentemente $D = D'' = 0$, sarà

$$K = -\frac{D'^2}{\lambda^2} \,;$$

d' altra parte, siccome per una proprietà delle superficie minime il cui elemento lineare abbia la forma (8), la stessa curvatura è misurata da $-\frac{1}{\lambda^2}$, dovrà essere

$$-\frac{D'^2}{\lambda^2} = -\frac{1}{\lambda^2} \,,$$

e quindi $D' = \pm 1$. Avendo presente il significato di questa quantità, si vede subito che è indifferente prendere per D' un segno piuttosto che l' altro, giacchè ciò equivale a un semplice cambiamento della direzione della normale alla superficie.

Scegliendo quindi per D' il valore positivo, potremo applicare le formole generali superiormente stabilite, facendo in esse le sostituzioni

$$E = G = \lambda \,, \qquad F = 0 \,,$$
$$D = D'' = 0 \,, \qquad D' = 1 \,.$$

Con questi valori, la (2) si trasformerà nella

$$\frac{\partial}{\partial u}\left\{\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}\right\}+\frac{\partial}{\partial v}\left\{\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}\right\}=0\,,$$

mentre avendosi per le (5)

$$M=-\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\,,\qquad N=\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\,, \tag{9}$$

la (7) darà luogo all' altra

$$-\frac{\partial}{\partial u}\left\{\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}\right\}+\frac{\partial}{\partial v}\left\{\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}\right\}=0\,.$$

Sommando e sottraendo membro a membro queste due ultime equazioni differenziali, avremo

$$\frac{\partial}{\partial v}\left\{\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}\right\}=0\,,\qquad \frac{\partial}{\partial u}\left\{\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}\right\}=0\,,$$

od anche

$$\sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}=U\,,\qquad \sqrt{\lambda}\,\frac{\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}}{\sqrt{\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\right)^2}}=V\,, \tag{10}$$

avendo indicato con U e V due funzioni arbitrarie di u e v rispettivamente.

Queste due equazioni ci permettono intanto di determinare la forma della funzione λ, giacchè da esse, quadrando e sommando, segue subito

$$\lambda=U^2+V^2\,. \tag{11}$$

Viceversa, supponendo soddisfatta questa condizione, si vede per le (10) che basterà prendere $\vec{\varphi}$ in guisa che si abbia

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} : \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u} = U : V ,$$

ovvero

$$U\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u} - V\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v} = 0 . \tag{12}$$

Quanto alle equazioni delle due serie di geodetiche coniugate, che, come abbiamo visto nel numero precedente, sono rappresentate dalle (1) e (6), si potranno nel nostro caso ottenere in termini finiti, osservando che dalla (1) si ha, differenziando,

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\,du + \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\,dv = 0 ,$$

e quindi, eliminando fra questa e la (12) le quantità $\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}$, $\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}$, si avrà

$$Udv + Vdu = 0 ,$$

da cui, integrando,

$$\int\frac{du}{U} + \int\frac{dv}{V} = \text{cost.} \tag{13}$$

Osservando poi che la (6), nella quale ad M, N siano sostituiti i valori (9), si riduce alla

$$-\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial u}\,du + \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial v}\,dv = 0 ,$$

si dedurrà analogamente da essa e dalla (12)

$$\int\frac{du}{U} - \int\frac{dv}{V} = \text{cost.} , \tag{14}$$

che sarà l' equazione in termini finiti delle geodetiche coniugate rispetto a quelle rappresentate dalla (13).

L' espressione (11) che abbiamo trovata per λ può ancora rendersi più semplice, giacchè, come andiamo ora a provare, una delle due funzioni U, V che in essa compariscono deve essere eguale a una costante, mentre per l' altra troveremo una forma perfettamente determinata.

Essendo infatti la (8) l' espressione dell' elemento lineare della superficie minima considerata, la curvatura della superficie stessa sarà data da $-\frac{1}{\lambda^2}$; d'altra parte, osservando che in generale la curvatura di una superficie il cui elemento lineare abbia la forma (8) è data da

$$-\frac{1}{2\lambda}\left(\frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial v^2}\right),$$

dovrà perciò λ soddisfare l' equazione

$$\frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial v^2}=\frac{2}{\lambda}. \tag{15}$$

Ora, poichè per la (11) la stessa λ deve essere eguale alla somma di due funzioni, l' una della u, l' altra della v, posto

$$\mu(u)=U^2, \qquad \nu(v)=V^2,$$

potremo scrivere

$$\lambda=\mu+\nu,$$

con che la (15) si trasformerà nella

$$(\mu+\nu)(\mu''+\nu''-2)=\mu'^2+\nu'^2. \tag{16}$$

Di qui, derivando successivamente rapporto ad u e a v, si avrà

$$\mu'\nu'''+\mu'''\nu'=0, \tag{17}$$

equazione che dico non potere essere soddisfatta che da $\mu'=0$, o da $\nu'=0$. Supposto infatti che nessuna delle due quantità μ' e ν' sia eguale allo zero, dalla (17) seguirà necessariamente l' altra

$$\frac{\mu'''}{\mu'}=-\frac{\nu'''}{\nu'}=c, \tag{18}$$

essendo c una costante, che supporremo dapprima diversa da zero. In tale ipotesi, da quest' ultime equazioni si avrà, integrando,

$$\mu''=c\mu+k, \qquad \nu''=-c\nu+k',$$

essendo k, k' due nuove costanti arbitrarie.

Sostituendo questi valori nella (16), essa si trasformerà nella

$$(19) \qquad (\mu + \nu)(c(\mu - \nu) + k + k' - 2) = \mu'^2 + \nu'^2,$$

da cui, derivando rispetta ad u e dall' eguaglianza che si ottiene sopprimendo il fattore comune μ', avremo

$$2c\mu + k + k' - 2 = 2\mu'' = 2c\mu + 2k ,$$

ossia

$$k' - k - 2 = 0 :$$

derivando la stessa (19) rispetto a v, risulterà analogamente

$$k - k' - 2 = 0 ,$$

equazione evidentemente incompatibile colla precedente. Consideriamo ora il caso in cui il valore della costante c che comparisce nella (18) sia eguale allo zero, in cui cioè sia

$$\mu''' = 0 , \qquad \nu''' = 0 .$$

Allora, siccome di qui si trae, integrando,

$$\mu = \alpha u^2 + \beta u + \gamma , \qquad \nu = \alpha' v^2 + \beta' v + \gamma' ,$$

essendo $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ costanti arbitrarie, sarà per la (16)

$$2(\alpha u^2 + \beta u + \gamma + \alpha' v^2 + \beta' v + \gamma')(\alpha + \alpha' - 1) = (2\alpha u + \beta)^2 + (2\alpha' v + \beta')^2 ,$$

e quindi derivando tanto rispetto ad u, quanto rispetto a v,

$$-\alpha + \alpha' - 1 = 0 , \qquad \alpha - \alpha' - 1 = 0 ,$$

eguaglianze evidentemente incompatibili.

Affinchè dunque la (18) non sia una conseguenza della (17) bisognerà e basterà che l' una o l' altra delle due quantità μ' o ν' sia eguale allo zero, vale a dire che λ sia funzione di una sola delle due variabili u e v. Supposto che essa sia funzione della u, vale a dire per la (11) che V sia eguale a una costante, la forma (8) dell' elemento lineare della superficie mostra subito che le v debbono essere geodetiche, ma per ipotesi sono anche assintotiche, quindi saranno linee rette e perciò la superficie minima corrispondente sarà l' elicoide rigata.

Ricordando poi che l' elemento lineare di questa superficie, quando si riferisca alle sue assintotiche, che sono le generatrici e le loro trajettorie ortogonali, può ridursi alla forma

$$ds^2 = m^2 \cos h^2 u (du^2 + dv^2) ,$$

essendo m il parametro del moto elicoidale, e v, u i parametri isometrici corrispondenti a dette linee, si avrà per la (11)

$$U^2 + V^2 = m^2 \cos h^2 u ,$$

dove V, per quello che abbiamo notato, è eguale a una costante arbitraria che chiameremo n. Allora, poichè di qui si trae

$$U = \sqrt{m^2 \cos h^2 u - n^2} ,$$

le equazioni (13) e (14) delle geodetiche della superficie, che, come abbiamo veduto, formano un doppio sistema coniugato, si ridurranno alle due

$$\int \frac{du}{\sqrt{m^2 \cos h^2 u - n^2}} + \frac{v}{n} = \text{cost.} ,$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{m^2 \cos h^2 u - n^2}} - \frac{v}{n} = \text{cost.}$$

Queste equazioni mostrano, che, dipendentemente dagli infiniti valori di n, si hanno sull' elicoide rigata ad area minima infiniti doppi sistemi di geodetiche a tangenti coniugate, vale a dire che questa superficie può considerarsi ∞^1 volte della specie di quelle studiate dal sig. Voss.

3. Come si è già avvertito, il problema della determinazione delle superficie sulle quali due serie di geodetiche formano un sistema coniugato è stato ridotto dallo stesso prof. Voss all' integrazione di un' equazione a derivate parziali del 2° ordine, e precisamente dell' equazione

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial M}{\partial v} \cdot \frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial M}{\partial u} \cdot \frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right) = 0 , \tag{20}$$

nella quale M rappresenta la funzione incognita e λ è una quantità che soddisfa l' equazione differenziale pure del 2° ordine

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial u \partial v} + \frac{\lambda}{1-\lambda^2} \frac{\partial \lambda}{\partial u} \frac{\partial \lambda}{\partial v} + 1 - \lambda^2 = 0 . \tag{21}$$

Se si scrive per semplicità

$$\tau^2 = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$$

e si osserva che τ non può diventare zero, nè infinita, dalla (20) si avrà sviluppando

$$\frac{\partial^2 M}{\partial u \partial v} + \frac{\partial \log \tau}{\partial u} \cdot \frac{\partial M}{\partial v} + \frac{\partial \log \tau}{\partial v} \cdot \frac{\partial M}{\partial u} = 0 ,$$

da cui, indicando con r una funzione arbitraria e ponendo

$$M = r\overline{M} ,$$

seguirà subito

$$(22) \qquad r \frac{\partial^2 \overline{M}}{\partial u \partial v} + \left(\frac{\partial r}{\partial u} + r \frac{\partial \log \tau}{\partial u} \right) \frac{\partial \overline{M}}{\partial v} + \left(\frac{\partial r}{\partial v} + r \frac{\partial \log \tau}{\partial v} \right) \frac{\partial \overline{M}}{\partial u}$$
$$+ \left(\frac{\partial^2 r}{\partial u \partial v} + \frac{\partial r}{\partial v} \cdot \frac{\partial \log \tau}{\partial u} + \frac{\partial r}{\partial u} \cdot \frac{\partial \log \tau}{\partial v} \right) \overline{M} = 0 .$$

Essendo la r arbitraria, potremo determinarla coll'assoggettarla a verificare le due equazioni a derivate parziali

$$\frac{\partial r}{\partial u} + r \frac{\partial \log \tau}{\partial u} = 0 , \qquad \frac{\partial r}{\partial v} + r \frac{\partial \log \tau}{\partial v} = 0 ,$$

giacchè da esse si trae immediatamente

$$r = \frac{\text{cost.}}{\tau} :$$

sostituendo questo valore di r nella (22) ed eseguendo le operazioni indicate, si avrà finalmente per $\overline{M}$ l' equazione

$$(23) \qquad \frac{\partial^2 \overline{M}}{\partial u \partial v} - \frac{1}{\tau} \frac{\partial^2 \tau}{\partial u \partial v} \overline{M} = 0 ,$$

l' integrazione della quale presenterà in generale minori difficoltà della (20).

Per confermare ciò con un esempio, si supponga λ, e quindi anche τ, funzione di $u + v$; si potrà allora in infiniti modi soddisfare la (23) prendendo

$$\overline{M} = \varphi(u+v)\,\psi(u-v) ,$$

dove $\vec{\varphi}$ e ψ stanno ad indicare i simboli di due funzioni da determinarsi. Rappresentando infatti con $f(u+v)$ il valore di $\frac{1}{\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial u\partial v}$, la (23) diverrà

$$\vec{\varphi}''\psi - \vec{\varphi}\psi'' = f\cdot\vec{\varphi}\psi\ ,$$

da cui

$$\frac{\vec{\varphi}''}{\vec{\varphi}} - f = \frac{\psi''}{\psi} = \text{cost.}\ ,$$

e quindi, indicando con k il valore di questa costante, le $\vec{\varphi}$ e ψ potranno determinarsi per mezzo delle due equazioni lineari

$$\vec{\varphi}'' - (f+k)\vec{\varphi} = 0\ , \qquad \psi'' - k\psi = 0\ . \tag{24}$$

Ora, poichè λ è funzione di $u+v$, posto $t = u+v$, si avrà per la (21) l'equazione differenziale ordinaria del 2° ordine

$$\frac{d^2\lambda}{dt^2} + \frac{\lambda}{1-\lambda^2}\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 + 1 - \lambda^2 = 0\ , \tag{25}$$

alla quale si può evidentemente sostituire il sistema delle due del 1° ordine

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda'\ , \qquad \frac{d\lambda'}{dt} = \frac{\lambda}{\lambda^2-1}\cdot\lambda'^2 + \lambda^2 - 1\ : \tag{26}$$

eliminando fra queste dt, risulterà

$$\frac{d\lambda'}{d\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda^2-1}\cdot\lambda' + \frac{\lambda^2-1}{\lambda'}\ ,$$

od anche, moltiplicando per $2\lambda'$,

$$\frac{d\lambda'^2}{d\lambda} = \frac{2\lambda}{\lambda^2-1}\cdot\lambda'^2 + 2(\lambda^2-1)\ .$$

Questa equazione essendo lineare rispetto a λ'^2, potrà integrarsi, e si otterrà

$$\lambda'^2 = e^{2\int\frac{\lambda}{\lambda^2-1}d\lambda}\left[C + 2\int(\lambda^2-1)e^{2\int\frac{\lambda}{1-\lambda^2}d\lambda}d\lambda\right],$$

ossia, eseguendo le operazioni indicate,

$$\lambda'^2 = (\lambda^2 - 1)(C - 2\lambda) ,$$

dove C rappresenta una costante arbitraria; ma il 2° membro è un polinomio del 3° grado in λ, quindi questa quantità potrà esprimersi linearmente per la funzione doppiamente periodica $p(t)$ di Weierstrass. Ricordando poi, che, per le posizioni fatte, si ha

$$\tau^2 = \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \qquad \text{e} \qquad f = \frac{1}{\tau}\frac{\partial^2 \tau}{\partial u \partial v} ,$$

si vede subito che anche la f sarà una funzione doppiamente periodica, e per conseguenza la prima delle (24) sarà un' equazione di Picard, mentre l' altra è un' equazione lineare a coefficienti costanti.

LA PERTOSSE EPIDEMICA

NELLA PROVINCIA DI BOLOGNA

E

DI UNA FORMA SPECIALE DI ESSA

MEMORIA

DEL PROF. GIOVANNI BRUGNOLI

(Letta nella Sessione del 7 Aprile 1889).

L' epidemia di pertosse che nella città di Bologna ha dominato nei decorsi mesi e domina ancora, ha presentato a mio avviso circostanze speciali che mi hanno indotto a tenerne nota, a riunire le osservazioni fatte e coordinarle nel breve scritto, che ho l' onore di presentare a questa illustre Accademia a soddisfazione del mio obbligo.

Sull'argomento della pertosse, quantunque sotto vari aspetti diligentemente studiato, e intorno ad esso sieno stati pubblicati non pochi lavori, vi hanno molti punti da illustrare e molti desiderati da soddisfare, ed io penso che il raccogliere le osservazioni fatte sul modo di presentarsi le varie epidemie e come si comportano sulle diverse località possa tornare di qualche vantaggio a questo riguardo.

E dietro ciò mi faccio a riassumere le annotazioni che ho registrate sulle epidemie di pertosse nei quindici annui rapporti sulle malattie epidemiche e popolari che hanno dominato nella Provincia di Bologna, i quali ho man mano pubblicati (1).

Nell' anno 1872 la pertosse dominò nella parte bassa nord-ovest: Baricella, Minerbio, Budrio, Calderara e fino a Castelfranco; non assunse molta gravità; in quell' annata vi dominò nelle stesse località il morbillo.

Nell' anno 1873 le epidemie invece furono in molte località, più nella parte bassa; di già continuarono a Baricella, Minerbio, Budrio, ed assai si estesero a Malalbergo, Viadagola, S. Maria in Duno, a Crevalcore, Anzola, S. Lazzaro, Crespellano che ebbe 13 morti. Anche la parte montana ne fu afflitta, Granaglione, Savigno, Pianoro, Praduro e Sasso.

(1) Vedi *Bullettino delle Scienze Mediche.*

Anno 1874. In molte località tanto al monte che al piano serpeggiò l' epidemia; ove più infierì fu a S. Pietro in Casale, Borgo Panigale, Monteveglio, Monghidoro, Pianoro ed a Lojano; quivi l' epidemia fu lunga, duratura e grave, recando molte morti.

Anno 1875. Diverse località prese, meno però dell' ordinario; Baricella, Argile, Mordano ed Imola più delle altre.

Anno 1876. Alla fine della primavera e per tutto l' estate ed oltre si ebbe epidemia assai diffusa ed i casi di malattia furono assai gravi e letali. A Bologna furono notati 95 morti, a Castelfranco 64, e con rilevante mortalità dominò assai estesa a Sala, Crespellano, S. Giorgio di Piano, S. Maria in Duno, S. Pietro in Casale, Argile, non che eziandio nella parte montuosa, Bazzano, Monteveglio, Porretta, Tavernola. Il 1876 è stata un' annata assai nefasta per la pubblica salute in riguardo alla pertosse.

Anno 1877. L' epidemia dell' anno innanzi continuò declinando sempre in vari Comuni, segnatamente a S. Pietro in Casale ed a Baricella, ma con maggiore mitezza; non mancarono le circoscritte epidemie in diversi Comuni e specialmente sull' alto Appenino, cioè a Granaglione, Gaggio Montano, Porretta, ecc.

Anno 1878. Alcune lievi epidemie in qua e in là. Si notarono a Crevalcore e ad Anzola, a Lojano e Gaggio Montano, ad Argile; come pure a Bologna nei primi otto mesi e si ebbero 35 morti.

Anno 1879. In quest' anno le località colte dall' epidemia furono non molte ed in alcune di queste gli attaccati furono in numero assai mediocre dell' ordinario con poca mortalità; così è stato a Castelfranco, S. Lazzaro, Granarolo, Medicina e luoghi limitrofi, non che a Bologna in cui 7 bambini solo ebbero a soccombere. Invece si mostrò assai grave e letale ad Argile, S. Agata e sopratutto a Mordano accompagnata da flogosi bronchiale, da emorragie, e per essa sopra una popolazione di 3000 abitanti vi furono 276 malati e 22 decessi, cogliendo pure persone adulte, e furono notate negli adulti e vecchi bronchiti catarrali e spasmodiche contemporaneamente da ritenerle influenzate dalla costituzione dominante.

Anno 1880. La pertosse ha regniato con insistenza e con qualche fierezza. In Bologna ha regnato tutto l' anno dando 40 morti. A Baricella furono più di 200 casi gravi e molti morti, e così è stato a Minerbio, Malalbergo, S. Maria in Duno ed Argelato. Fu pure estesa e grave a Castelfranco, Crevalcore, S. Agata, ed anche sulla montagna, vi fu epidemia a Lojano, Granaglione, Monteveglio e Monzuno ove diede morte a 13 individui.

Anno 1881. L' epidemia in limitate proporzioni si ebbe per tutta l' annata in Bologna, vi furono 12 morti. Nel gruppo di Comuni verso il nord della Provincia cioè Argile, Argelato, Galliera, S. Maria in Duno l' epidemia fu assai rilevante, essendo stati presi dal male tutti quanti i ragazzi al disotto di 14 anni e presentando molte gravi complicazioni, cagione frequente di morte; l' influenza epidemica si estese anche a Sala, Castelfranco, S. Pietro in Casale. Sulla montagna fu indicata assai rilevante a Monzuno ed a Monteveglio.

Anno 1882. Nel primo trimestre regnò l' epidemia nei Comuni di Calderara, Casalecchio di Reno, Castelfranco, Crevalcore, Galliera, S. Pietro in Casale, non che a Monteveglio, e Zola Predosa; e si prolungò oltre in alcuni; notevole fu quella a S. Pietro in Casale, ove intere famiglie anche assai numerose ne erano colte. Fu anche epidemia ad Ozzano, al Sasso, a Porretta; in Bologna nei primi otto mesi dell' anno vi furono 25 decessi per la pertosse.

Anno 1883. Nel 1° trimestre infierì nel Circondario di Vergato, prevalse a Gaggio Montano, Lizzano, Castiglione de' Pepoli, Castel d' Ajano e Porretta; nel 2° trimestre colpì S. Agata, Galliera, Imola, Dozza, come pure Bologna, e nell' ultimo semestre infierì assai a Molinella specialmente nella frazione S. Gabriele ove furono notevoli le complicazioni frequenti di pneumonite, di enterite che portarono rilevante mortalità.

Anno 1884. Assai diffusa l' epidemia di pertosse specialmente sulla montagna. Incominciò col marzo e fu estesa alla parte bassa al nord della Provincia; da S. Pietro in Casale, ove infierì nell' anno innanzi, si estese a Galliera, Malalbergo, Minerbio, Baricella in ispecie S. Gabriele dalla parte di levante, e dalla parte di ponente si estese ad Argile, Crevalcore, S. Agata e Castelfranco. Sulla montagna a Castiglione de' Pepoli venne colpita la metà della popolazione, a Monghidoro pure 120 casi e 20 morti, a Lojano quasi tutti i bambini e ragazzi, così a Pianoro, a Monterenzo, a Monzuno. Ad anno inoltrato si vide diffusa a Casalecchio di Reno, a Zola, ed in quell' anno tutta la Provincia successivamente venne colpita.

Anno 1885. Assai estesa in quest' anno è stata la epidemia. Da prima in parecchi Comuni, si diffuse poi così che nel giugno e nel luglio prese 22 Comunità della Provincia, poscia scemò da non essere più a fin d' anno che in due. In Bologna si annoverarono 62 morti, in S. Pietro in Casale si denunziarono 101 casi e 7 morti, a Pianoro 112 casi e 10 morti, a S. Giovanni in Persiceto 170 casi e 22 morti, a Castenaso 130 casi, a Minerbio, S. Giorgio di Piano numerosi casi e in quest' ultimo 22 morti, e tanto la pianura che la montagna vennero colpite egualmente.

Anno 1886. Anche in quest' anno l' epidemia fu alquanto estesa. Nel 1° trimestre fu in Anzola, Zola, Crespellano, Castelfranco, Minerbio, ed anche a Bologna. Nel 2° trimestre a Baricella, Galliera e Monzuno. Nel 3° trimesre continuò a Baricella, e fu a Malalbergo, e nel secondo semestre fu assai notevole a Monterenzo, e per tutta l' annata regnò nel Circondario di Vergato serpeggiando con violenza in tutte quelle Comunità, ed assai grave si mostrò in Camugnano che soltanto nel 1° trimestre ebbe casi 48 e morti 19. In generale ebbe rilevante intensità e diede esiti letali.

Anno 1887. Sembra che in Bologna non sianvi state traccie di pertosse; e dai Bullettini Sanitari pubblicati dalla Direzione di Sanità del Regno si rileva che ben pochi furono i Comuni che notarono avere avuto la pertosse dominante epidemica.

Anno 1888. Nel primo semestre Bologna ne fu immune; incominciò a mostrarsi con qualche frequenza nel luglio, ma sempre in limitate proporzioni, ed i morti denunciati furono 12, quattro dei quali nel dicembre quando l' epidemia si palesò con molta estensione ed assunse carattere e gravità da richiamare l' attenzione dei medici ed a mio avviso da meritarne speciale annotazione, il che intendo di fare col presente scritto.

Da questa esposizione si rileva che le epidemie di pertosse sono state in generale circoscritte, sparse in diverse località, e che queste epidemie circoscritte sono state più o meno numerose nelle diverse annate, e la pertosse si è comportata come le altre epidemie di morbillo e di scarlattina. Spesso è avvenuto che le epidemie numerose e diffuse si sono estese ad un biennio, intercalate da un anno soltanto di tregua relativa; che le annate più nefaste furono il 1876, 1879, 1884-5 e l' attuale.

L' epidemia di pertosse, alla quale ho alluso e che forma l' oggetto principale di questa memoria, incominciò realmente nel dicembre dello scorso anno; e già ho accennato che ebbero a presentarsi casi sporadici nel luglio, che si fecero sempre più frequenti nei mesi successivi fino a doversi dichiarare una vera epidemia; e difatti moltissimi a quest' epoca erano i bambini colpiti dal morbo dominante, e sebbene la pertosse assai di rado porti la morte per sè, ma la dia per le complicazioni, nel gennaio in Bologna furono denunciati 11 bambini morti di pertosse, nel febbraio 24 e nel marzo 11. La malattia si è presentata coi suoi ordinari sintomi e caratteri da non lasciare alcun dubbio sulla diagnosi. Da prima lo stadio catarrale, la tosse senza note caratteristiche, segni di irritazione alla schneideriana, alle congiuntive; poscia a poco a poco, come d' ordinario, si inizia il periodo spasmodico colla tosse in parte catarrale, in parte ad accessi formati da colpi rapidi di espirazione interotti da inspirazioni sibilanti, urlanti, più o meno prolungate e così speciali e caratteristiche della pertosse da essersi meritato il nome di tosse asinina; accessi accompagnati da vomiti, epistassi, lacrimazione e da tutte le altre successioni e complicazioni proprie della malattia, periodo spasmodico di durata varia, ma sempre non breve; gli accessi poi diventano meno numerosi, meno intensi, perdono il carattere spasmodico, si stabilisce il periodo di decremento, subentra la convalescenza, durante la quale di tratto in tratto qualche accesso di tosse ricorda la malattia, e si osservano ricadute.

Durante questo tempo, per esperienza privata mia e di molti Colleghi, per quella dell' Ospedale, e per quella offertami da un educandato di giovinette, si sono presentati molti casi di tosse con caratteri assai analoghi alla pertosse in individui non solamente giovani, ma in adulti di ogni età, ed eziandio in vecchi, i quali però certamente non offrivano quel sibilo, quell' urlo che è proprio e caratteristico della pertosse, e che per casi di questa malattia non sono stati riconosciuti, tanto più perchè è stabilito da tutti, ed è scritto in tutti i libri e trattati che parlano della

pertosse, che gli adulti non hanno attitudine a contrarla, che rarissimo è il caso di vederla nei vecchi; e richiamandomi al lungo mio esercizio pratico ben pochi casi ne rammento, ma essi però erano bene caratterizzati dalla inspirazione sibilante, urlante propria della tosse dei bambini.

La forma che ha assunto la malattia negli adulti durante questa epidemia di pertosse, bene caratterizzata ed assai diffusa in molti bambini, mi è sembrata avere caratteri così speciali da meritare di essere descritta ed annotata.

L' inizio ed il periodo catarrale in generale mi è sembrato alquanto breve, ed in qualche caso, e specialmente in me stesso, ha avuto principio con uno straordinario prurito agli occhi seguito da lacrimazione, da lieve congiuntivite, da frequenti sternuti, dopo di che è insorta la tosse catarrale e così da sembrare che l' elemento morboso siasi introdotto per quella via.

Nel periodo spasmodico la tosse si presenta ad accessi più o meno frequenti a seconda dei casi e dell' epoca del periodo, tenendo una fase crescente nello ascendere e poscia decrescente nella discesa, non tanto per frequenza che per durata ed intensità. L' accesso si compone di rapide e forti espirazioni, e come urti di tosse assai ravvicinati senza che, come nella vera pertosse tipica, sieno interrotti da quella inspirazione sibilante, urlante che n'è la caratteristica, e soltanto qualche rara volta e per eccezione se ne è fatto udire un indizio. L' espettorato di questa tosse è stato di quantità varia a seconda della condizione catarrale di quelle mucose, in generale è stato scarso. Gli accessi prevalevano la notte, ed in alcuni casi sono stati così frequenti e ravvicinati da non permettere neanche breve riposo, e da portare notevole agitazione e scoraggiamento. In generale però non ho veduto quei molti e diversi accidenti che si osservano sopraggiungere in seguito ai gravi e ripetuti accessi della pertosse nei bambini: cioè non vomiti, non emorragie, non enfisema pulmonale ecc., soltanto venne accusato un senso di costrizione al capo prodotto dagli urti della tosse, ma che presto svaniva e che certamente si deve a stasi sanguigna, e specialmente i vecchi, preoccupati dalla disposizione all' apoplessia per ragione di età, se ne impressionavano assai. Le funzioni digestive non si mostrarono alterate, in molti l' appettito fu bene conservato, anzi se l' agitazione, lo scoraggiamento, la mancanza di riposo, l' uso di farmaci non erano tali da toglierlo, nei più, e nel declinare del periodo spasmodico, l' appettito era aumentato, e la digestione buona e regolare, ed in molti nella convalescenza e dopo venne notato pure avvantaggiarsi d' assai la nutrizione generale. Se l' interpretazione degli atti spasmodici riscontrati nella laringe e nella glottide induce a riconoscere un eccitamento delle ramificazioni del nervo vago, del laringeo superiore specialmente, quell' eccitamento diffuso anche a tutto il nervo pneumogastrico può spiegare l' aumentata attività dello stomaco, la migliorata nutrizione.

Il periodo di decremento, come sempre nei casi ordinari, si è offerto assai vario, sia nel decorso del male che nelle ricadute, che sono state assai frequenti, e specialmente è molto rilevante la disposizione che rimane alla costrizione spa-

smodica laringea, la quale viene eccitata spesso da assai differenti stimoli e tante volte anche un sol colpo di tosse è accompagnato dalla sensazione di urto che ricorda i colpi di tosse inspiratoria del male.

L' accesso di tosse in questa forma speciale di pertosse si vide spesso promosso da cagioni accidentali, da un' impressione fisica o morale; un' aria fredda, una vociferazione prolungata o forzata, il bere freddo o caldo, o liquidi spiritosi, una notizia spiacente ecc. spesso diedero occasione all' accesso. Come pure non di rado una impressione morale, una sgridata, una minaccia, e persino nella notte l' accensione del lume troncarono la catena degli accessi e portarono quiete e riposo.

Finalmente debbo aggiungere che interrogati gli adulti ed i vecchi, che mi hanno presentato la forma di tosse descritta, se nella loro giovinezza ricordassero di essere stati côlti dalla pertosse, tutti hanno risposto negativamante. Per questa condizione, aggiunta a tutte le altre che troviamo eguali e per sintomi e per andamento del male e per successioni e complicazioni alla vera pertosse dei bambini, si è indotti a ritenere che la tosse spasmodica che in quest' anno ha dominato negli adulti e nei vecchi ancora non sia che una pertosse di forma speciale distinta principalmente e dalla frequenza e quasi continuità degli accessi nella notte e per la mancanza del sibilo od urlo inspiratorio che ne è la nota caratteristica.

Non è a credersi che la mancanza di questo segno dipenda dalle condizioni organiche della laringe assai diverse per ragioni di età, giacchè nei casi sebbene rari di pertosse nei vecchi, come notarono Heberden, Berger, Steffen ed io stesso, la pertosse aveva il suo segnale caratteristico. Per la qual cosa io sono proclive a ritenere che sia una modificazione avvenuta nel carattere dell' epidemia.

A conferma di quanto sono andato esponendo ritengo assai opportuno portare un cenno della malattia epidemica avvenuta in un Ritiro di giovanette in questa città.

Nel cosidetto Ritiro di S. Pellegrino che contiene 145 giovanette, più 30 donne anziane, maestre e sorveglianti, nel giorno 2 febbraio una ragazza di 21 anni presentò i sintomi di una vera e ben spiegata pertosse, la quale anche oggi non è del tutto finita. La camerata a cui essa appartiene si compone di 32 ragazze che contano dai 16 ai 21 anni, 22 di queste furono côlte dalla tosse, ma soltanto 3 ebbero il vero carattere della pertosse. Nell' altra camerata dell' età dai 12 ai 16 anni in numero di 45, ne furono colpite 12, e 3 soltanto ebbero il carattere patognomonico della pertosse. La camerata delle ragazze dell' età dai 9-12 anni in numero di 47, colpite 16, e soltanto 5 col carattere speciale. La camerata delle piccole dai 5 ai 9 anni, 8 colpite dalla tosse, quattro con vera caratterizzata pertosse. Fra le anziane, tra le quali di 50-60 anni, vi sono 12 colpite, e due di esse coi più spiegati caratteri della pertosse. In totale in due mesi vi furono 70 casi, e 17 soltanto ebbero la forma tipica della pertosse e 53 la forma speciale anomala che ha offerta l' attuale epidemia.

Anche nella Sezione medica donne, che mi è affidata nell' Ospedale Maggiore, fu introdotta una giovane donna con bronchite diffusa acuta, che ha presentato gli accessi di tosse ad urti ripetuti colpo su colpo in ispecie durante la notte, da farvi riconoscere la condizione spasmodica coll' urlo inspiratorio proprio della pertosse. E non sono passati molti giorni che altre malate nella stessa infermeria hanno offerto gli stessi sintomi della forma speciale che ho descritto; e così è dimostrato una volta di più l' indole contagiosa della malattia e la relazione che passa fra le due forme di pertosse.

È quindi, a mio avviso, da concludere che in questa epidemia di pertosse si è mostrata una forma speciale che merita d' essere studiata ed annotata e sembra che tale specialità siasi presentata altre volte specialmente nel 1879 a Mordano nell' Imolese, come sopra ho registrato.

Io non credo di dovermi occupare della patogenesi della pertosse, avvolta ancora in molta oscurità e che ha avuto varie ed opposte interpretazioni. Che se anche fosse conosciuto il virus che la produce, se fossero ancora confermate le ricerche di Letzerich sul fungo dell' ustilaginei tus, o quelle di Burger, o quelle di Afanassiew sul bacillus tussis convulsivae, resterebbero ancora molti ma molti fatti patologici da illustrare. Certo l' indole epidemica del male, la sua contagiosità, le variazioni che presenta nel suo corso, stanno ad appoggiare il concetto che la causa sia un parassita.

Anche rispetto alla terapeutica io non ho nulla da aggiungere a quanto è già stato detto: che non vi ha rimedio specifico, non vi ha cura abortiva. Gli antisettici, gli antiparassitari, le polverizzazioni di adatte soluzioni di acido fenico, di sublimato corrosivo non hanno dato l' effetto sperato, non hanno corrisposto a quella speranza che aveva accolto vedendo la efficacia delle pennellazioni di una soluzione di sublimato nella congiuntivite che aveva preceduto ed accompagnava la pertosse. A calmare gli accessi hanno spiegato qualche efficacia la belladonna, i bromuri, e specialmente l' antipirina che ha avuto un' azione calmante, pronta ed efficace, ma non duratura.

La Pertosse malattia di lunga durata, che porta complicazioni gravi e dà non poche vittime, malattia epidemica e contagiosa, merita, a mio avviso, che sia contemplata nel Bullettino Sanitario ufficiale.

CONTRIBUTO

ALLO STUDIO DELLA MORFOLOGIA

DEL

MICRORGANISMO DELL' ORINA FILANTE

PEL

DOTT. FLORIANO BRAZZOLA

(Letto nella Sessione del 7 Aprile 1889)

Avendo ultimamente avuto l' opportunità di istituire alcune ricerche batteriologiche sull' orina filante, quella stessa che formò oggetto delle pregevolissime comunicazioni di Malerba e Sanna-Salaris (1), e tutto recentemente del Prof. Albertoni (2), trovo non del tutto superfluo entrare in qualche particolare sulla morfologia del microrganismo, da questi autori già dimostrato come l' agente che dà a questa orina le sue qualità. Ciò faccio tanto più volentieri inquantochè le proprietà morfologiche di questo microrganismo, non che le sue fasi evolutive, sono ancora incompletamente note. Devo innanzi tutto i miei più vivi ringraziamenti al Prof. Albertoni, che mi fornì il materiale primo di studio.

Come è noto il carattere di questa orina è quello di essere vischiosa e filante. Essa viene emessa e si conserva pressochè limpida, non ha alcun odore, di reazione acida e di composizione chimica, per quanto si riferisce ai componenti fisiologici, pressochè normale ; è però sempre di consistenza più o meno vischiosa e filante, e contiene una speciale sostanza chimica, stata ultimamente determinata dall' Albertoni.

Malerba e Sanna-Salaris per i primi dimostrarono come le speciali qualità di questa orina siano legate allo sviluppo di un microrganismo che essi chiamarono glischrobacterium. In questa orina infatti si trova costantemente un microrganismo, che si può isolare e coltivare nei substrati i più diversi, e che seminato nell' orina normale od in qualunque altro substrato liquido, la rende pure vischiosa e filante per la produzione di una speciale sostanza chimica, legata, come si ca-

(1) Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche mediche di Napoli. Gennaio e Dicembre 1888 — Archives italiennes de Biologie, Tomo X, Fasc. III.

(2) Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, 1889.

pisce facilmente, allo scambio materiale di questo microrganismo. Malerba e Sanna-Salaris poterono unicamente stabilire che questa sostanza non era nè mucina, sebbene per qualche aspetto le somigliasse, nè altro principio patologico conosciuto. Albertoni poi ultimamente dimostrava come questa sostanza sia un idrato di carbonio, una specie di colla animale.

La morfologia del glischrobacterium però è ancora incompletamente nota, e tanto meno se ne conoscono le fasi evolutive. Malerba e Sanna-Salaris infatti si limitano a dire come questo microrganismo in generale ha la forma di un micrococco un po' allungato (diametro longitudinale di 1,14 a 0,57 micromillimetri, diametro trasversale di 0,41 micromillimetri). Aggiungono però come " vi siano tuttavia delle differenze morfologiche individuali dovute sia al mezzo di nutrizione sia all' età, che all' influenza della temperatura. Così nel brodo peptonizzato o no, a cultura recente e mantenuto a 37°, il nostro microrganismo prende un aspetto di bacillo molto corto, dotato di un debole movimento rotatorio. In questo caso alcune volte è isolato, strozzato o no verso la metà, altre unito in serie di due o più numeri di elementi. Nella gelatina al contrario, sopra le patate e l' agar-agar, i bacteri sono isolati o riuniti in catene più corte e più delicate. Nelle vecchie culture le catene sono per lo più sostituite da ammassi di bacteri. Le lunghe catene sono rare nelle culture anche recenti ma mantenute soltanto ad una temperatura di 27° e di 21°. „

Attese queste conoscenze così limitate, io cercai di studiare un po' minutamente dal punto di vista morfologico e delle fasi evolutive questo microrganismo, il quale d' altronde, per le sue proprietà biologiche, potrebbe assumere grandissima importanza nella medicina.

Istituii perciò una lunga serie di culture nei più svariati substrati e coi diversi processi che la tecnica bacteriologica insegna. Le culture furono fatte nell' orina diversamente preparata, nel brodo semplice, nel liquido Pasteur, nell' infuso di carne peptone, nella gelatina, nell' agar-agar, nello siero di sangue umano ed animale, nelle patate e così via, esaminando sempre moltissimi tubi per volta, oppure facendo culture in goccia sospesa sui porta oggetti ed osservandole al microscopio ogni due ore circa.

L' esame veniva fatto a fresco, o meglio dopo fissazione ed essicamento sul vetrino e successiva colorazione. La miglior sostanza colorante che si possa usare, quella anzi che si deve usare per lo studio delle proprietà morfologiche, è il bleu di metilene in soluzione acquosa od in soluzione alcalina nella formola di Koch-Löffler. Questo è il miglior metodo colorante perchè, oltre al dare buonissimi preparati per quanto si riferisce alla forma del microrganismo nel suo insieme, permette anche di distinguere una serie di particolari che sfuggono cogli altri metodi coloranti, i quali danno per lo più una colorazione, dirò così, in massa. Solo la fuxina, debitamente usata, può dare preparati discreti, ma certamente il bleu di metilene serve meglio. Le altre sostanze coloranti, violetto genziana, metilvio-

letto ecc., in qualunque soluzione si usino e con qualunque procedimento, danno sempre colorazioni troppo intense, colorazioni in complesso e che sono poco pregevoli. Insieme a queste colorazioni usai anche i processi di doppia colorazione suggeriti per le spore. Esperimentai diversi metodi, e specialmente quelli di Arming, di Neisser, Bienstock e Van Tieghem, non che quelli di Buchner e di Bordoni Uffreduzzi; i migliori risultati però li ebbi facendo una prima colorazione colla soluzione alcalina riscaldata di bleu di metilene ed una seconda colorazione rapida a freddo colla fuxina pure in soluzione alcalina. Le spore appariscono intensamente colorate in bleu leggermente traente al violetto, il bacillo ed i filamenti in rosso più o meno carico.

Io non mi fermo sull' aspetto macroscopico che le colonie assumono sui diversi substrati, nè sul modo di comportarsi dei substrati stessi, perchè questa parte venne già minutamente studiata da Malerba e Sanna-Salaris; mi fermo unicamente sulle proprietà morfologiche del microrganismo da questi autori descritto.

Lo studio della morfologia di un microrganismo, come è noto, presenta qualche difficoltà, specialmente per le possibili variazioni di forma che un microrganismo può presentare. Certamente io non intendo alludere al pleomorfismo, quale veniva inteso da Naegeli e Buchner in ispecie, inquantochè non si può accettare questa mutabilità morfologica e fisiologica dei microrganismi, ma pur prescindendo da questo fatto, vi sono certamente dei microrganismi, i quali, durante il loro sviluppo, assumono delle forme diverse, per modo che possono presentarsi sotto forma ora di cocchi, ora di bastoncelli e di filamenti e persino di spirali. Ricordo le osservazioni di Van Tieghem sul bacillus amylbacter, quelle di Cienkowscky e Neelsen sul bacterium cyanogenum, quelle di de Bary sul bacillus megaterium e così via. Anche nel campo dei microrganismi patogeni possiamo trovare delle modificazioni morfologiche in specie ben definite; così vediamo come nello streptococco del flemmone i cocchi siano più o meno grossi, come nel microrganismo della polmonite crupale dell' uomo e del colera dei polli si trovino cocchi e bastoncelli, come nel microbio del colera dell' uomo si riscontrino dei granuli pressochè rotondi, dei bacilli a virgola, dei filamenti di diverse dimensioni, degli spirilli. Gli esempi si potrebbero aumentare, ma senza allontanarmi dal mio intento, dirò come ormai non può per nulla revocarsi in dubbio come molti microrganismi, del resto ben caratterizzati come specie a sè, assumino delle forme diverse durante il loro sviluppo, forme le quali in alcune specie si notano costantemente, in altre invece solo in determinate condizioni di nutrizione e di temperatura.

Ora il bacterio dell' orina filante è appunto uno di quei microrganismi che durante le sue fasi evolutive può presentarsi sotto diverse forme, varianti da quella di cocchi più o meno rotondeggianti, a quella di bastoncelli, di veri bacilli, di forme filamentose più o meno allungate.

Se esaminiamo delle culture di 5 o 6 giorni a 37°, siano fatte in substrati

liquidi che solidi, vediamo che prevalgono specialmente le forme a micrococco, quali furono descritte da Malerba e Sanna-Salaris; solo qua e là vediamo alcune forme bacillari e corti filamenti. Se poi esaminiamo delle culture vecchie, le troviamo costituite quasi unicamente da forme arrotondate piuttosto piccole, quasi veri microcchi e che si colorano anche più difficilmente.

Esaminando invece delle culture recenti sia fatte nei tubi, che in placche o sui vetrini, le forme che si presentano, prescindendo da trascurabili modificazioni dipendenti dai substrati e dalla diversità di temperatura, sono alquanto diverse e possiamo facilmente seguire le fasi evolutive.

Portando il nostro esame successivamente su culture di 2, 4, 6, 8, 10, 12 ore, state seminate con materiale di vecchie culture, costituite quasi essenzialmente da forme rotondeggianti, vediamo come queste ultime gradatamente vadino allungandosi ed acquistando l' aspetto di bastoncelli più o meno lunghi. Vedansi le Figure dalla I alla V. La prima è fatta nell' agar-agar a 37° ed è di 9 ore; in essa vediamo prevalere delle forme bacteriche nel vero senso della parola, vale a dire forme rotondeggianti allungate, sempre però più lunghe che spesse, ad estremi arrotondati, forme le quali sono perfettamente eguali o per lo meno si avvicinano a quelle descritte da Malerba e Sanna-Salaris. Nella Fig. II, fatta nella gelatina nutritiva e che data da 36 ore, si vedono prevalere piuttosto forme bacillari. Nella Fig. III ricavata da una cultura in patata di 12 ore a 37°, nella IV pure di 12 ore a 37° sullo siero, e nella V egualmente di 12 ore a 37° nell' urina, si vedono forme rotondeggianti più o meno allungate, corti bastoncelli, ma prevalentemente forme bacillari. Queste ultime forme in generale misurano 4, 5, 6 micromillimetri di lunghezza su 1 di spessore, sono ad estremi arrotondati e diversi presentano una specie di strozzamento mediano. In queste giovani culture i microrganismi si colorano molto facilmente, intensamente ed in modo uniforme o quasi. Solo nella parte mediana la colorazione avviene un po' meno intensamente, fatto che sta in relazione col processo di moltiplicazione per scissione, e che lo vediamo ripetersi anche nelle forme più allungate.

Esaminando delle culture un po' più avvanzate (18, 24, 36 ore) possiamo facilmente accompagnare altre fasi evolutive. Qui conviene portare le indagini su culture fatte in substrati liquidi a 37-38° e specialmente culture fatte nell' orina. Il fatto principale che si osserva è la presenza di forme sempre più allungate e la rapidissima ed attivissima moltiplicazione per scissione, sebbene incomincino già anche chiarissimi fenomeni di fruttificazione per spore endogene. Le forme allungate prevalgono nei substrati liquidi, ma non mancano neppure nelle culture fatte in substrati solidi: la Fig. VII tolta da una cultura di 36 ore in agar a 37° ne dà un chiaro esempio. Troviamo vere forme filamentose intrecciate fra loro e che ad un fortissimo ingrandimento (1500) appaiono costituite da tanti elementi allungati, elementi però i quali sono strettamente uniti fra loro in filamento, sicchè ad una colorazione ottenuta in altro modo appaiono filamenti perfettamente omogenei.

Insieme a queste forme allungate poi è naturale trovansi anche tutte le altre fasi evolutive precedenti: cocchi più o meno rotondeggianti od allungati, corti bastoncelli, bacilli. In questi periodi di evoluzione (24, 36 ore) la colorazione dei bacilli e delle forme filamentose non avviene più in modo uniforme, ma si hanno dei punti più colorati che si alternano con altri meno tinti. Nelle forme corte si hanno od i due estremi intensamente colorati mentre la zona mediana è leggermente tinta; oppure si vedono due punti molto carichi come spore, od anche si possono persino vedere due punti intensamente colorati tenuti uniti per così dire da una forma bacillare debolmente colorata e persino quasi incolora. Altre volte questa sporificazione avviene solo ad un estremo. Notansi però anche dei bacilli in cui la colorazione è più o meno intensa ma uniforme, e queste sono forme giovani, oppure dei bastoncelli tinti nella lor massa e presentanti invece dei punti rotondeggianti scolorati. Gli stessi fatti si vedono nelle forme allungate; si notano alternarsi dei tratti più colorati con altri meno tinti, oppure si vedono dei punti intensamente tinti, separati da zone più chiare, od anche punti chiari trasparenti dentro alla massa protoplasmatica del filamento. Questi fatti sono sicuramente legati al diverso grado di concentrazione, se così mi è permesso esprimermi, del protoplasma e stanno in intimo rapporto col processo di fruttificazione per spore endogene.

Questo fatto poi appare più chiaro nelle culture di età più avvanzata. Nella Fig. VII infatti, che data da 54 ore, insieme alle forme notate precedentemente si riscontrano in alcuni punti delle forme a micrococco libere, od unite in gruppo od a catene di due o più membri e che appaiono subito quali spore diventate libere. Qui si notano infatti le forme precedentemente ricordate, ma a periodo evolutivo più avvanzato, la sporificazione è più manifesta, le spore sono anche divenute libere ed alcune per processo di germinazione vanno ingrossando, allungandosi a ripistinare così le forme primitive, che alla lor volta vanno successivamente sviluppandosi per scissione e per sporificazione endogena.

Che questi siano fatti di vera sporificazione endogena, e non fenomeni di involuzione quali furono descritti per certi microrganismi, parmi non possa menomamente essere revocato in dubbio, quando si prenda in considerazione la prova offerta dai processi di colorazione speciale per le spore. Coi metodi ricordati infatti si può ottenere una doppia colorazione tipica delle spore: le forme bacillari ed i filamenti si tingono in roseo più o meno carico, le spore risaltano per il loro colorito bleu intenso.

Osservando le figure IX, X, XI e XII si può benissimo accompagnare la fruttificazione per spore endogene in tutti i suoi particolari. Ci troviamo di fronte adunque ad un microrganismo il quale, oltre allo svilupparsi per scissione, si riproduce anche per spore endogene e per lo stesso processo che già conosciamo per tanti altri microrganismi. È inutile che io entri in ulteriori particolari su questo processo, già abbastanza conosciuto nelle sue modalità.

Senza perciò diffondermi oltre, da queste osservazioni io traggo le seguenti conclusioni:

Che il microrganismo dell' orina filante nelle sue fasi evolutive presentasi sotto diversa forma, cocchi più o meno allungati, bacteri, bacilli, filamenti di diversa lunghezza.

Che lo sviluppo di questo microrganismo avviene per scissione e per fruttificazione per spore endogene, e che perciò la forma tipo potrebbe, tenendo calcolo delle attuali nostre conoscenze, considerarsi come un bacillo.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Le figure dalla I alla VIII sono ricavate tutte da preparati colorati col bleu di metilene in soluzione alcalina, lavaggio nell' acqua leggermente acidulata con acido acetico, disidratazione, rischiaramento, montatura in balsamo-xilol.

Le figure dalla IX alla XII furono ricavate da preparati in cui venne praticata la doppia colorazione speciale per le spore. La prima colorazione venne fatta a caldo col bleu di metilene in soluzione alcalina, lavaggio in acqua acidulata e quindi in acqua distillata, seconda colorazione a freddo colla fuxina pure in soluzione alcalina, rischiaramento, montatura in balsamo.

Fig. I — Cultura di 9 ore nell' agar-agar a 37°. Prevalgono le forme bacteriche quali furono precedentemente descritte da Malerba e Sanna-Salaris. — Obb. $^1/_{18}$ Zeis Oc. 3 tubo aperto × 1800.

Fig. II — Cultura di 36 ore nella gelatina a 24°. Prevalgono forme piuttosto allungate. — Obb. $^1/_{18}$ Zeis Oc. 3 × 1800.

Fig. III — Cultura di 12 ore sulle patate a 37°.

Fig. IV — Cultura di 12 ore sullo siero a 37°.

Fig. V — Cultura di 12 ore nell' orina a 37°. In questo periodo di evoluzione si vedono forme rotondeggianti più o meno allungate, corti bastoncelli, non che vere forme bacillari. La colorazione avviene in modo uniforme. — Obb. $^1/_{18}$ Zeis Oc. 3 × 1800.

Fig. VI — Cultura di 36 ore nell' orina a 37°. Oltre le forme precedentemente notate se ne riscontrano delle altre sempre più allungate ed appare chiaramente un' attivissima moltiplicazione per scissione, con accenno a processo di sporificazione endogena.

Fig. VIII — Cultura di 36 ore nell' agar a 37°. Si riscontrano degli intrecci più o meno grandi di filamenti. Ad un mediocre ingrandimento i filamenti sembrano omogenei; ad un fortissimo ingrandimento e coll' appacchio Abbe

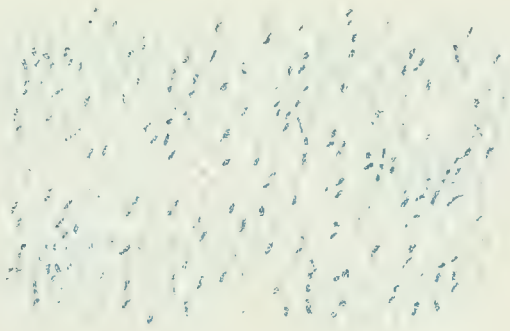
si vedono dei tratti più intensamente colorati alternarsi con altri tratti più corti in cui la colorazione è molto meno intensa. — Obb. $^1/_{18}$ Zeis Oc. 3 tubo semi aperto × 1500.

Fig. VIII — Cultura di 54 ore nell' orina a 37°. Si notano delle forme evolutive sempre più avvanzate. La sporificazione appare chiaramente in atto e si vedono inoltre delle spore libere. — Obb. $^1/_{18}$ Zeis Oc. 3 × 1800.

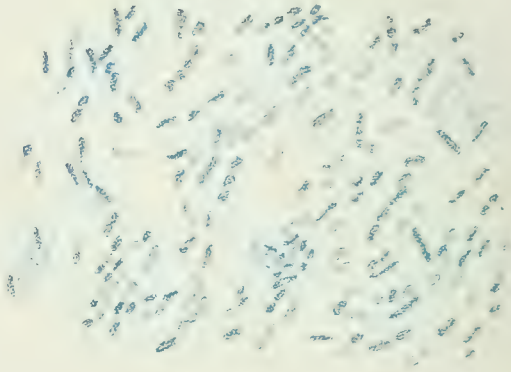
Fig. IX e X — Culture di 76 ore nell' orina. Le preparazioni furono trattate coi metodi di colorazione delle spore, appunto per seguire meglio questo processo di fruttificazione. Le spore appaiono intensamente colorate in bleu traente leggermente al violetto, i filamenti ed i bacilli in roseo più o meno carico a seconda del periodo evolutivo. — Obb. $^1/_{18}$ Oc. 4 tubo aperto × 2300.

Fig. XI e XII — Culture di 100 ore nell' orina a 37°. Il processo di sporificazione è più avvanzato e si notano moltissime spore già divenute libere.
Fig. XI ricavata coll' Obb. $^1/_{18}$ Zeis Oc. 4 × 2300.
Fig. XII ricavata coll' Obb. $^1/_{20}$ Koristka Oc. 5 × 3000.

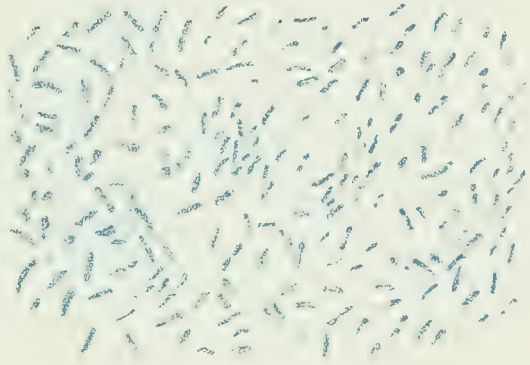
I



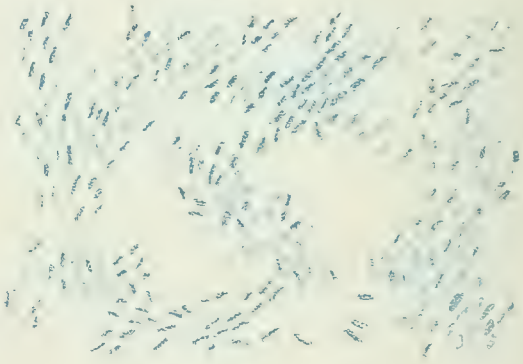
II



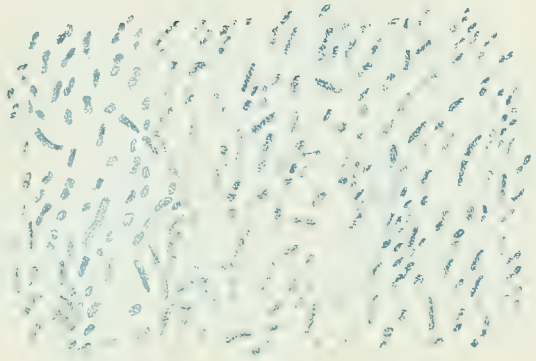
III



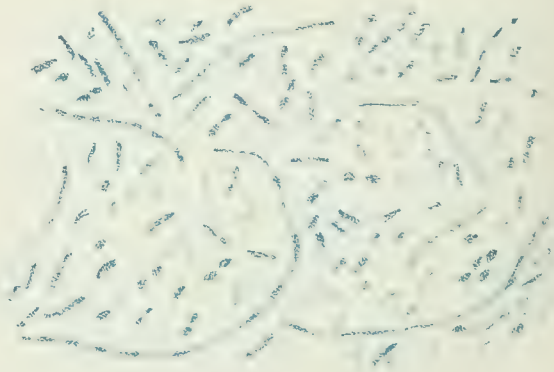
IV



V

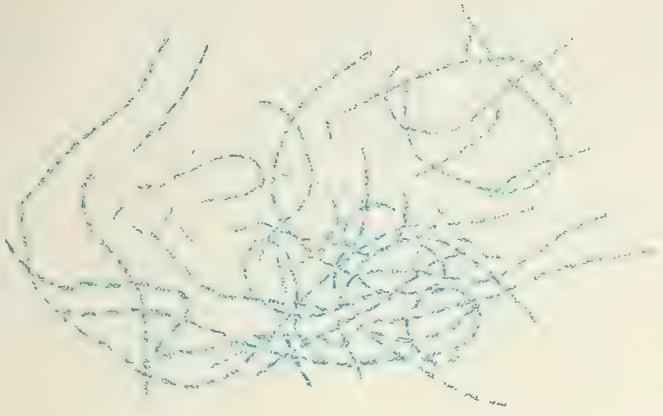


VI

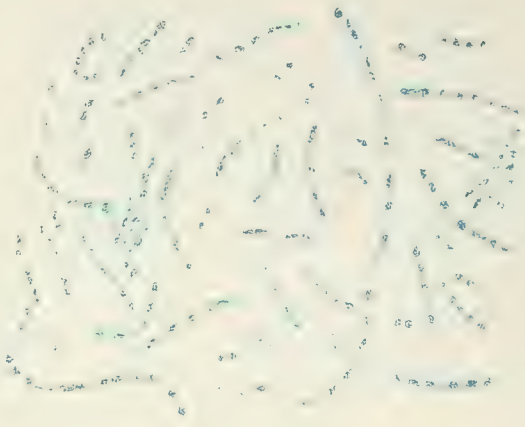


F. Brazzola, dis. — Pio. P.° Gregori, lit.

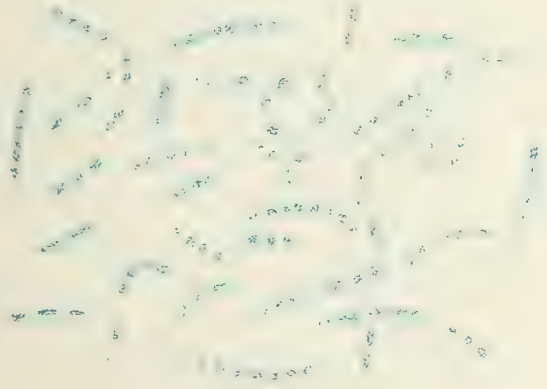
VII



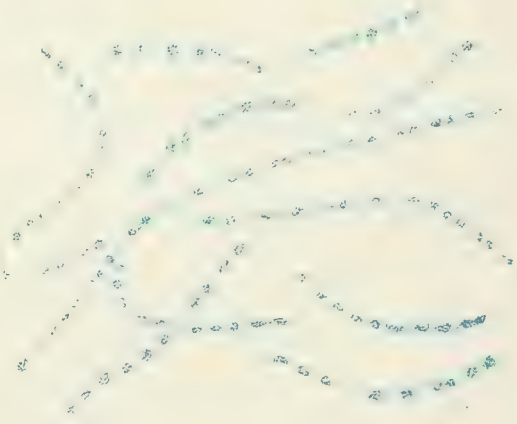
VIII



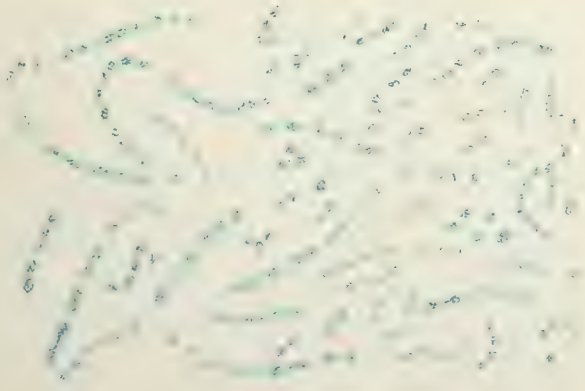
IX



X



XI



XII

INDICE

Membri della R. Accademia delle Scienze per l'anno 1887-88. . . . . . Pag. 3

V. Colucci — *Sopra un caso di parziale atrofia degenerativa del cuore da lesione nervosa; con due tavole* . . . . . „ 21

S. Pincherle — *Sulla risoluzione dell'equazione funzionale* $\Sigma h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) = f(x)$ *a coefficienti costanti* . . . . . „ 45

G. Tizzoni — *Sugli effetti dell'asportazione delle capsule surrenali nel cane* „ 73

F. Brazzola — *Ricerche sull'istologia normale e patologica del testicolo. Nota II. La cariocinesi nel testicolo normale; con una tavola.* . . . „ 79

G. Tizzoni *e* **S. Mircoli** — *Della infezione setticoemica, specialmente di quella determinata dallo streptococco piogeno* . . . . . „ 97

P. Albertoni — *Sul contegno e sull'azione degli zuccari nell'organismo; con una tavola* . . . . . „ 111

L. Calori — *Sopra il muscolo episternale e le sue anatomiche interpretazioni; con una tavola* . . . . . „ 131

L. Bombicci — *Sulla formazione della grandine e sui fenomeni ad essa concomitanti; con due tavole* . . . . . „ 141

S. Pincherle — *Sulla risoluzione dell'equazione funzionale* $\Sigma h_\nu \varphi(x + \alpha_\nu) = f(x)$ *a coefficienti razionali.* . . . . . „ 181

A. Poggi — *Sulla cicatrizzazione delle ferite di vescica; con una tavola.* „ 205

F. Delpino — *Applicazione di nuovi criterii per la classificazione delle piante* . . . . . „ 221

F. Verardini — *Intorno la chirurgia del Pancreas sostenuta da esperimenti sopra animali vivi e da fatti clinici.* . . . . . „ 245

G. Capellini — *Sui resti di Mastodon Arvernensis recentemente scoperti a Spoleto, Pontremoli e Castrocaro; con due tavole* . . . . . „ 251

V. Retali — *Ricerche sopra l'immaginario in geometria; con una tavola* Pag. 259
G. Cocconi — *Contributo allo studio dei nettarii mesogamici delle Caprifogliacee; con una tavola* . . . . . „ 279
A. Cavazzi e A. Ferratini — *Dei fluosiliciuri di morfina, di codeina e di cocaina* . . . . . „ 287
S. Trinchese — *Descrizione del nuovo genere Calòria Tr.; con una tavola* „ 291
D. Vitali — *Della ricerca chimico-tossicologica dell'ammoniaca* . . . . „ 297
C. Viola — *Contributo allo studio microscopico delle roccie eseguito nel Museo mineralogico dell'Università di Bologna - Fisiografia dell'oligoclasite (Bombicci); con una tavola* . . . . . „ 303
G. Belloni — *Intorno alla divisione - diretta - del nucleo; con una tavola* „ 317
P. Riccardi — *Saggio di una bibliografia euclidea* . . . . . „ 321
L. Donati — *Sul lavoro di deformazione dei sistemi elastici* . . . . „ 345
A. Righi — *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni; con una tavola* . . . . . „ 369
G. V. Ciaccio — *Sopra il figuramento e struttura delle faccette della cornea e sopra i mezzi refrattari degli occhi delle Muscidæ; con una tavola* . . . . . „ 411
L. Bombicci — *Sulla lucentezza e striatura liscia delle superficie nelle salbande dei filoni metalliferi e nelle rocce scagliose* . . . . . „ 421
P. Busin — *Le temperature nell'Emilia, nella Lombardia e nel Veneto* . „ 431
F. Brazzola — *Sull'istogenesi del cancro primitivo del fegato; con una tavola* . . . . . „ 445
L. Calori — *Sui nervi di un rene a ferro di cavallo con ectopia del rene sinistro; con due tavole.* . . . . . „ 451
Idem — *Sulle comunicazioni della vena porta con le vene generali del corpo; con una tavola* . . . . . „ 461
A. Gotti — *Di alcune ricerche sperimentali eseguite con una terra tetanigena; con una tavola* . . . . . „ 471
F. P. Ruffini — *Di alcune proprietà delle coniche conjugate* . . . . „ 499
G. D'Ajutolo — *Contribuzione all'anatomia patologica della leucemia; con una tavola.* . . . . . „ 537
V. Mazzoni — *Composizione anatomica dei nervi e loro modo di terminare nei muscoli delle cavallette (Oedipoda fasciata Siebold); con una tavola.* „ 547
C. Taruffi — *Due casi nella specie umana del genere Syncephalus dilecanus (Diphallus Gurlt)* . . . . . „ 551
L. Bombicci — *Sul giacimento e sul tipo litologico della roccia Oligoclasite di Monte Cavaloro (bolognese): appunti ad una Memoria del Sig. Ing. Carlo Viola intitolata Fisiografia dell'Oligoclasite (Bombicci); con due tavole.* „ 559
P. Loreta — *Di una diagnosi di colelitiasi sbagliata: operazione, guarigione* „ 573
G. Cuccati — *Nuove osservazioni intorno al distribuimento e alla termi-*

nazione delle fibre nervee nella vescica urinaria di alcuni anfibi, rettili e mammiferi; con una tavola . . . . . Pag. 577
A. Cavazzi e A. Ferratini — *Sui fluosiliciuri di alcuni alcaloidi* . . „ 589
G. P. Piana — *Tre Dermoidi negli occhi di un vitello; con una tavola.* „ 593
F. Verardini — *Ulteriori studi intorno la Macrocefalia da Idrocefalo acuto; con una tavola* . . . . . „ 603
F. Morini — *Biografia degli Apotetici della Lachnea theleboloides (A. et S.) Sacc.; con una tavola* . . . . . „ 611
G. Pirondini — *Sugli inviluppi di piani e di sfere* . . . . . „ 641
A. Saporetti — *Secondo metodo analitico della determinazione dell'equazione del tempo* . . . . . „ 685
P. Albertoni — *Orina filante* . . . . . „ 691
I. Novi — *Il ferro nella bile* . . . . . „ 695
C. Razzaboni — *Risultato di esperienze idrometriche sopra tubi addizionali conici divergenti.* . . . . . „ 729
G. Tizzoni e S. Giovannini — *Ricerche batteriologiche e sperimentali sulla genesi dell' infezione emorragica; con una tavola* . . . . . „ 739
A. Razzaboni — *Delle superficie sulle quali due serie di geodetiche formano un sistema coniugato.* . . . . . „ 765
G. Brugnoli — *La pertosse epidemica nella provincia di Bologna.* . . „ 777
F. Brazzola — *Contributo allo studio della morfologia del microrganismo dell'orina filante; con una tavola.* . . . . . „ 785

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01305 0653